

Численное моделирование фазового перехода «вода — лед» в высокопроницаемых водонасыщенных пористых средах

Олег Анатольевич Симонов^{1,3}, Людмила Николаевна Филимонова^{2,3}✉

¹ Тюменский научный центр СО РАН, Тюмень, Россия

² Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия

³ Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: filimonovaln@mail.ru✉

Аннотация. Моделирование фазового перехода в пористых средах — сложная математическая задача, с которой часто сталкиваются на практике. Для ее успешного решения требуется учет многих параметров, в частности конвективного движения незамерзшей воды. Свободные конвективные токи в пористой среде влияют на процесс фазового перехода при ее промерзании, но очевидно, что в некоторых случаях влиянием этого явления можно пренебречь. Целью данной работы является исследование механизмов и степени влияния свободной конвекции на промерзание водонасыщенной пористой среды. Численными методами моделировался фазовый переход в пористой среде при учете инверсии плотности воды. Изучалась роль конвективного течения на кристаллизацию воды в пористой среде, а также влияние выбранной модели воды на конвективные потоки с целью получения критериев, определяющих необходимость учета данных физических явлений и свойств в решении теплофизических задач с фазовым переходом в пористых средах, что может позволить существенно упростить моделируемую систему. Решена осесимметричная модельная задача с вертикальным охлаждающим элементом, погруженным в водонасыщенную пористую среду. Температура охлаждающего элемента медленно изменялась, а температура на внешней границе пористой среды поддерживалась постоянной.

Проведена оценка влияния конвективного теплопереноса на процесс фазового перехода в пористой среде при учете явления инверсии плотности воды. Показано, что наличие максимума плотности воды существенным образом определяет процесс фазового перехода в пористых средах. В сравнении с численными моде-

лями, не учитывающими явление инверсии плотности, при применении модели реальной воды происходит перестройка течения, уменьшается интенсивность конвективного потока, увеличивается объем образовавшегося льда. Исследовано влияние проницаемости пористой среды на структуру возникающего конвективного потока. С понижением проницаемости наличие максимума плотности приводит к уменьшению роли конвективного теплопереноса, что позволяет в большинстве случаев не учитывать его в задачах с фазовым переходом «вода — лед» в пористых средах.

Ключевые слова: пористая среда, свободная конвекция, фазовый переход, максимум плотности воды

Благодарности: постановка задачи выполнена в рамках государственного задания на 2021-2030 гг. (№ ЕГИСУ НИОКТР 121041600041-0). Вычислительные эксперименты и анализ результатов численного исследования выполнены в рамках государственного задания (№ 121030500156-6). При общей поддержке технологического проекта «Цифровой керн» Западно-Сибирского межрегионального научно-образовательного центра мирового уровня.

Цитирование: Симонов О. А., Филимонова Л. Н. 2023. Численное моделирование фазового перехода «вода — лед» в высокопроницаемых водонасыщенных пористых средах // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 9. № 1 (33). С. 22–38. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-1-22-38>

Поступила 19.01.2023; одобрена 27.03.2023; принята 31.03.2023

Numerical simulation of the water-ice phase transition in highly permeable water-saturated porous media

Oleg A. Simonov^{1,3}, Lyudmila N. Filimonova^{2,3}✉

¹ Tyumen Scientific Center of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

² Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

³ Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia
Corresponding author: filimonovaln@mail.ru✉

Abstract. Modeling a phase transition in porous media is a complex mathematical problem that is often encountered in practice. For its successful solution, it is neces-

sary to take into account many parameters, in particular, the convective movement of unfrozen water. Free convective currents in a porous medium, of course, affect the process of phase transition during its freezing, but it is obvious that in some cases the influence of this phenomenon can be neglected. The purpose of this work is to study the mechanisms and degree of influence of free convection on the freezing of a water-saturated porous medium. The phase transition in a porous medium was simulated numerically, taking into account the inversion of the water density. The role of the convective flow on the crystallization of water in a porous medium was studied, as well as the influence of the selected water model on convective flows in order to obtain criteria that determine the need to take into account these physical phenomena and properties in solving thermophysical problems with a phase transition in porous media, which can significantly simplify the modeled system. An axisymmetric model problem with a vertical cooling element immersed in a water-saturated porous medium is solved. The temperature of the cooling element changed slowly, and the temperature at the outer boundary of the porous medium was maintained constant.

The influence of convective heat transfer on the process of phase transition in a porous medium is estimated taking into account the phenomenon of water density inversion. It is shown that the presence of a water density maximum significantly determines the process of phase transition in porous media. In comparison with numerical models that do not take into account the phenomenon of density inversion, when using the real water model, the flow is restructured, the intensity of the convective flow decreases, and the volume of ice formed increases. The influence of the permeability of a porous medium on the structure of the resulting convective flow has been studied; with a decrease in permeability, the presence of a density maximum leads to a decrease in the role of convective heat transfer, which in most cases makes it possible to ignore it in problems with an ice-water phase transition in porous media.

Keywords: porous medium, free convection, phase transition, maximum water density

Acknowledgements: the task was set within the framework of the state task for 2021–2030 (No. EGISU NIOKTR 121041600041-0). Computational experiments and analysis of the results of a numerical study were carried out within the framework of the state task (No. 121030500156-6). With the general support of the technological project “Digital Core” of the West Siberian Interregional Scientific and Educational Center of the world level.

Citation: Simonov, O. A., & Filimonova, L. N. (2023). Numerical simulation of the water-ice phase transition in highly permeable water-saturated porous media. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 9(1), 22–38. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-1-22-38>

Received January 19, 2023; Reviewed March 27, 2023; Accepted March 31, 2023

Введение

Фазовый переход «вода — лед» в водонасыщенных пористых средах — широко распространенное в природе явление, мы сталкиваемся с ним ежедневно и повсеместно. Корректное описание этого явления — безусловно, актуальная задача.

Фазовый переход в пористой среде — это сложный физический процесс, при моделировании которого необходимо учитывать перенос тепла и массы, теплофизические, механические и петрофизические свойства пористой среды, свойства флюида и их изменение в зависимости от температуры и давления [Ершов, 2001; Григорьев и др., 2017]. Зачастую при моделировании таких систем исследователи сталкиваются с недостатком данных о свойствах пористых сред и флюидов, что приводит к необходимости использовать те или иные допущения или модели.

Цель данной работы заключается в численном исследовании роли конвективных потоков в задачах с кристаллизацией воды в пористой среде и изучении влияния на них выбранной модели воды с последующей выработкой критериев, определяющих необходимость учета данных физических явлений и свойств в решении теплофизических задач с фазовым переходом в пористых средах, что позволит существенно упростить моделируемую систему.

Действительно, в результате охлаждения пористой среды, способствующего кристаллизации воды, возникает градиент температуры, который приводит к образованию конвективного движения воды в пористой среде. Конвективные потоки влияют на поступление тепла в область фазового перехода, что может существенным образом определять степень промерзания пористой среды. Однако при моделировании фазового перехода в пористой среде конвективные потоки, как правило, не учитываются, что не всегда корректно: в некоторых случаях ими нельзя пренебрегать [Симонов, Филимонова, 2019].

Свободная конвекция возникает в результате изменения плотности воды от температуры. Изучению этого явления посвящено множество классических, теоретических и экспериментальных работ [Гарифуллин, 2000; Anselmi и др., 1990; Cawley, McBride, 2004]. Плотность воды зависит от температуры немонотонно, при атмосферном давлении максимальная плотность воды ($999,972 \text{ кг/м}^3$) наблюдается при температуре $277,13 \text{ К}$ ($3,98 \text{ }^\circ\text{C}$). Это явление определяет особенности свободной конвекции в воде. Авторами ранее показано, что при охлаждении объема с водой необходимо учитывать инверсию плотности воды, т. к. это приводит к принципиальной перестройке конвективного потока [Симонов, Филимонова, 2019]. В случае охлаждения водонасыщенной пористой среды было показано, что существуют определенные безразмерные параметры, при которых явление инверсии плотности можно не учитывать [Симонов, Филимонова, 2021].

В данной работе, которая является продолжением цикла наших исследований, методом прямого численного моделирования изучалось свободное конвективное течение в водонасыщенных пористых средах с учетом явления инверсии плотности воды и фазового перехода «вода — лед».

Постановка исследовательской задачи

Прямое численное моделирование проводилось в цилиндрической пористой среде с радиусом $R = 0,5$ м и высотой $h = 0,1$ м; вдоль оси цилиндра был расположен вертикальный охлаждающий элемент с радиусом $r = 0,01$ м (рис. 1); \vec{g} — вектор ускорения свободного падения (м/с^2), направленный противоположно оси z .

Конвективное течение наиболее интенсивно около охлаждающего стержня. Охлажденная вода движется вдоль охлаждающего элемента, затем вдоль горизонтальной стенки моделируемой области от него. Вдоль другой горизонтальной стенки еще не охлажденная вода движется к охлаждающему элементу, что приводит к неравномерности распределения температуры по вертикальной координате. За счет кондуктивного теплопереноса по вертикали эта неравномерность по мере удаления от оси постепенно сглаживается. В численном эксперименте [Симонов, Филимонова, 2021] показано, что на расстоянии, большем чем $R > 2h$, нет градиента температуры по координате z . Следовательно, в расчетах можно было ограничиться $R = 2h$, но для наглядности представления конвективного движения и фазового перехода в данном исследовании решено принять $R = 5h$.

Предполагаем, что в данной задаче, как и в случае конвективного течения в пористой среде [Симонов, Филимонова, 2021], течение будет определяться безразмерным соотношением физических параметров. В работе [Симонов, Филимонова, 2021] предложен безразмерный параметр:

$$\alpha = \frac{\Delta\rho C_w}{(\rho C)_{ef}} \frac{mkg h}{\nu\chi}, \quad (1)$$

где m — пористость; k — коэффициент абсолютной проницаемости пористой среды, м^2 ; h — характерный размер, в моделируемом случае — высота охлаждающего элемента, м; $\chi = \lambda/(\rho C)_{ef}$ — коэффициент температуропроводности пористой среды, заполненной водой, $\text{м}^2/\text{с}$; $(\rho C)_{ef} = (1 - m)\rho_s C_s + mS_w\rho_w C_w + mS_i\rho_i C_i$ — объемная теплоемкость насыщенной пористой среды, $\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$; ρ_j ($j = s, w, i$) — плотность скелета, воды и льда, $\text{кг}/\text{м}^3$; C_j ($j = s, w, i$) — удельная теплоемкость скелета, воды и льда, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; λ — эффективный коэффициент теплопроводности, $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$, рассчитываемый по формуле: $\lambda = (1 - m)\lambda_s + mS_w\lambda_w + mS_i\lambda_i$; λ_j ($j = s, w, i$) — коэффициент теплопроводности скелета, воды и льда, $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$; ν — кинематическая вязкость воды, $\text{м}^2/\text{с}$; $\Delta\rho = 0,129 \text{ кг}/\text{м}^3$ — разница между максимальной плотностью воды и плотностью воды при температуре $273,15 \text{ К}$ ($0 \text{ }^\circ\text{C}$).

Предложенный параметр получен в результате обезразмеривания уравнения теплопроводности на характерный пространственный размер h и характерную скорость, оцененную из уравнения Дарси. По своему физическому смыслу предложенный параметр — соотношение конвективного и кондуктивного теплового потока, т. е. модифицированное число Рэлея, определяющее движение жидкости под воздействием градиента температуры в пористой среде.

В классическом виде число Рэлея включает в себя коэффициент объемного расширения жидкости от температуры. В нашем случае плотность от температуры зависит

немонотонно, что не позволяет ввести понятие коэффициента объемного расширения. Так как в данной работе исследуются течения вблизи максимума плотности воды и кристаллизации, в качестве оценки изменения плотности используем разность плотности воды в максимуме ее плотности и при нулевой температуре. Это допущение накладывает ограничения на область применения параметра α для оценки подобия течений по температуре, он применим в диапазоне температур от 0 до 8 °С.

Предлагаемый параметр α позволяет масштабировать геометрические параметры области моделирования с учетом принципов подобия и размерности механики.

Пористая среда насыщена водой. Начальная температура воды и пористой среды принималась равной 277,13 К (3,98 °С), при этой температуре плотность воды максимальна. Температура на охлаждающем элементе линейно уменьшалась на 15 °С за время 10^8 с, затем линейно увеличивалась до начальной температуры за тот же временной промежуток. Температура на внешней границе поддерживалась равной 277,13 К (3,98 °С). Верхняя и нижняя границы модели гидравлически непроницаемы и теплоизолированы. Внешняя граница гидравлически проницаема, через нее происходит отток жидкости, обусловленный возникновением льда в пористой среде. Гидростатическое давление на внешней границе соответствует гидростатическому давлению столба жидкости $P = \rho gh$. В нулевой момент времени скорость движения воды в пористой среде равняется нулю.

Для описания процессов тепломассопереноса при замораживании/оттаивании льда в пористой среде приняты следующие допущения: в каждой отдельной точке пространства температура скелета пористой среды и насыщающих веществ одинакова; скелет пористой среды и лед несжимаемы и неподвижны; вода несжимаема; пористость скелета постоянна; образование льда происходит в равновесном режиме (кинетика процесса не рассматривается); плотность воды зависит только от температуры, учитывается инверсия плотности.

Численное моделирование производилось методом конечных объемов с использованием вычислительного пакета OpenFOAM [Ганопольский, Гильманов, 2022]. Радиальная симметрия данной задачи позволяет провести расчеты в одном секторе величинной 1° (рис. 1). Расчеты проводились на прямоугольной сетке, состоящей из 4 936 элементов. Размер расчетной области — 0,1 × 0,4 м. Средняя площадь одной ячейки — $8 \cdot 10^{-6}$ м². Проверка сходимости выполнена по методике, описанной в [Симонов, Филимонова, 2019].

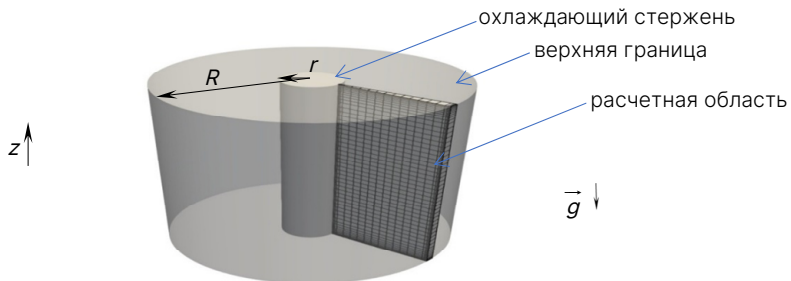


Рис. 1. Геометрия расчетной области

Fig. 1. The geometry of the computational domain

Для описания зависимости плотности (ρ_s), теплоемкости (C_s) и теплопроводности (λ_s) скелета пористой среды от температуры (T) использовались полиномиальные интерполяции (коэффициенты для них представлены в таблице 1):

$$f(T) = C_0 + C_1T + C_2T^2 + C_3T^3 + C_4T^4 + C_5T^5.$$

Таблица 1. Коэффициенты для полиномиальной интерполяции физических характеристик скелета пористой среды

Table 1. Coefficients for polynomial interpolation of the physical characteristics of the skeleton of a porous medium

	$\rho_s, \text{кг/м}^3$	$C_s, \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}$	$\lambda_s, \text{Вт/(м} \cdot \text{К)}$
C_0	1 354,21	115,302 2	0,149 845 8
C_1	0,043 035 77	3,063 043	0,005 193 887
C_2	-1,137 786 E-4	-0,003 472 486	-1,138 604 E-5
C_3	3,453 539 E-8	1,817 176 E-6	1,017 063 E-8
C_4	0	-3,515 478 E-10	-4,122 789 E-12
C_5	0	0	6,547 539 E-16

Для описания зависимости плотности, вязкости, теплоемкости и теплопроводности воды от температуры использовались такие же полиномиальные интерполяции, как в работе [Симонов, Филимонова, 2019]. Значение пористости (m) принималось равным 0,476 4, что соответствует кубическому типу упаковки пористой среды, состоящей из сферических частиц [Игошин, Сабуров, 2015].

Математическая модель

Запишем уравнения баланса массы для подвижной жидкой фазы (воды) и неподвижной твердой фазы (льда):

$$\frac{\partial(mS_w\rho_w)}{\partial t} + \text{div}(mS_w\rho_w\vec{v}_w) = -J_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(mS_i\rho_i)}{\partial t} = J_i, \quad (3)$$

где \vec{v}_w — скорость воды, м/с; t — время, с; S_j ($j = w, i$) — насыщенность пористой среды водой и льдом, д. ед.; J_i — интенсивность льдообразования, кг/(м³·с).

В качестве закона движения примем линейный закон фильтрации Дарси [Басниев и др., 1993]:

$$mS_w\vec{v}_w = -\frac{k_w}{\mu}(\text{grad } p - \rho_w\vec{g}). \quad (4)$$

Здесь $k_w = kk_{rw}$ — коэффициент проницаемости пористой среды для воды, m^2 ; k_{rw} — относительная фазовая проницаемость воды; μ — динамическая вязкость флюида, $Па \cdot c$; p — давление, $Па$.

Сумма насыщенностей пористой среды водой и льдом равна единице:

$$S_w + S_i = 1. \quad (5)$$

Уравнение баланса энергии:

$$(\rho C)_{ef} \frac{\partial T}{\partial t} + m S_w \rho_w C_w \bar{v}_w \left(\text{grad} T - \frac{\bar{g}}{C_w} \right) - \text{div}(\lambda \text{grad} T) = m \rho_i L_i \frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad (6)$$

где T — температура, K ; L_i — удельная теплота плавления льда, $Дж/кг$.

Для изучения структуры течения в данной работе пренебрегаем наличием солей, газов и каких-либо примесей, несмотря на их содержание в воде в реальных условиях.

Некоторое количество воды удерживается в грунте (в мелких и тупиковых порах, в узких местах контактов зерен, не участвующих в фильтрации жидкостей), а также на поверхности породы (в виде неподвижных местных пленок и микрокапель). Эта часть воды является неподвижной фазой. Количество воды, сохраняющейся незамерзшей, убывает при понижении температуры грунта вплоть до $-70^\circ C$ [Цытович, 1973]. Каждому типу грунта соответствует своя кривая содержания незамерзшей воды, которая зависит от дисперсности скелета грунта и начальной засоленности. Вода интенсивно замерзает до $-1,5^\circ C$, далее остаточная водонасыщенность не меняется [Чувиллин и др., 2020]. Следовательно, учитывая экспериментальные данные [Чувиллин и др., 2020], предполагаем, что фазовый переход «вода — лед» в песчаном грунте начинается при $0^\circ C$ ($273,15 K$), а заканчивается при $-1,5^\circ C$. Остаточную водонасыщенность принимаем равной 1% (рис. 2).

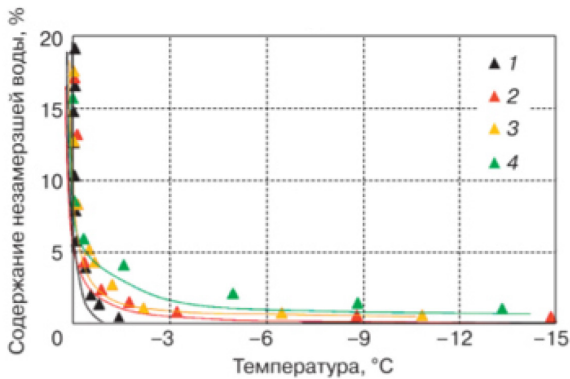


Рис. 2. Зависимость содержания незамерзшей воды от температуры. Песчаный грунт с различным содержанием каолиновой глины: 1 — песок; 2 — песок + 15% глины; 3 — песок + 25% глины; 3 — песок + 40% глины [Чувиллин и др., 2020]

Fig. 2. The dependence of the content of unfrozen water on temperature. Sandy soil with different content of kaolinite clay: 1 — sand; 2 — sand + 15% clay; 3 — sand + 25% clay; 3 — sand + 40% clay [Chuvilin et al., 2020]

Преследуя цель изучить только структуры течения в пористой среде, в рамках данного исследования считаем, что грунт недеформируемый, несмотря на вероятность возникновения больших давлений при фазовом переходе.

При замораживании/оттаивании грунтов меняется пористость и проницаемость. Процесс замораживания/оттаивания происходит не мгновенно, поэтому для корректного описания модели требуется зависимость относительной фазовой проницаемости от пористости или водонасыщенности. Зависимость фазовой проницаемости пористой среды для воды от водонасыщенности принимаем в виде [Лейбензон, 1947]:

$$k_w = k(S_w)^{3,5}. \quad (7)$$

Для моделирования принималось, что кристаллизация воды в пористой среде гетерогенная [Возникновение — пересыщение] и время индукции (время, необходимое для начала кристаллизации) пренебрежимо мало в сравнении с характерными временами задачи.

Оценка характерных времен

Пусть в неограниченном горизонтальном слое пористой среды с постоянной толщиной h и температурой T_0 расположен вертикальный охлаждающий элемент с радиусом r_c . Оценим скорость распространения температурных возмущений от охлаждающего элемента в пористой среде. Радиус тепловой волны определим из предложенной в работе [Басниев и др., 1993] формулы:

$$R_\tau = \sqrt{r_c^2 + 4\chi\tau_\chi}, \quad (8)$$

где R_τ — радиус тепловой волны, м; τ_χ — время распространения тепловой волны, с.

Время достижения тепловой волной наружной стенки сосуда:

$$\tau_\chi = \frac{R_\tau^2 - r_c^2}{4\chi} = \frac{R_\tau^2}{4\chi} \left(1 - \frac{r_c^2}{R_\tau^2} \right).$$

Так как $\frac{r_c^2}{R_\tau^2} = \frac{0,01^2}{0,5^2} = 0,0004 \ll 1$, то пренебрегаем $\frac{r_c^2}{R_\tau^2}$ и получаем:

$$\tau_\chi = \frac{R_\tau^2}{4\chi}. \quad (9)$$

Коэффициент температуропроводности принимаем $\chi \approx 2 \cdot 10^{-7}$ [Симонов, Филимонова, 2021], тогда характерное время, за которое тепловая волна достигнет внешней границы моделируемой области, будет найдено по формуле:

$$\tau_\chi = \frac{(0,5)^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-7}} = 3,125 \cdot 10^5. \quad (10)$$

В условиях моделирования скорость охлаждения принята $v_{cool} = (T_{in} - T_{min})/\tau_{cool}$, где $\tau_{cool} = 10^8$ с, т. е. $v_{cool} = (277,13 - 262,13)/10^8 = 1,5 \cdot 10^{-7}$ К/с. Следовательно, за время τ_χ температура на охлаждающем элементе изменится на $\Delta T = \tau_\chi v_{cool} = 3,125 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} = 0,469$ К.

Необходимо сравнить это изменение температуры с диапазоном температур, в которых происходит фазовый переход. Согласно исследованию [Чувилин и др., 2020], это 1,5 К, а поскольку $\Delta T \ll 1,5$ К, то можем считать тепловую и гидродинамическую задачи стационарными в каждый момент времени. Следует отметить, что медленное охлаждение — это вычислительный прием, который позволяет экономить вычислительные мощности.

Результаты моделирования и их обсуждение

При достижении температуры фазового перехода в пористой среде вокруг охлаждающего элемента образуется лед. Тепло от внешней, нагретой поверхности подводится к области фазового перехода за счет теплопроводности пористой среды и сформировавшихся конвективных потоков. Соотношение конвективного и кондуктивного теплопереноса определяет объем образовавшегося льда и форму фронта фазового перехода.

В условиях численного эксперимента температура на внешней поверхности моделируемой области поддерживалась равной температуре, при которой плотность воды максимальна, поэтому, если учитывать в расчетах явление максимума плотности воды, в пористой среде образуется один вихрь с восходящим течением вдоль границы фазового перехода и с нисходящим у нагретой стенки. Без учета явления максимума плотности в расчетной области также возникает один вихрь, но направление его движения противоположное: вода поднимается у нагретой стенки и опускается вдоль границы фазового перехода.

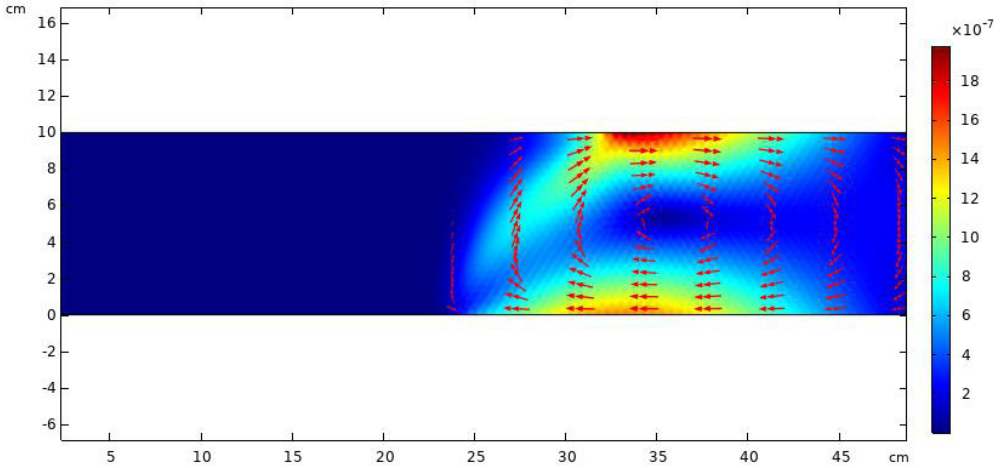
На рис. 3а и 3б представлены поля скоростей в расчетной области при минимальной в численном эксперименте температуре охлаждающего элемента ($T = 261,98$ К) с учетом максимума плотности воды (рис. 3а) и без (рис. 3б). Возникшее конвективное течение определяет распределение температуры и скорости по вертикальной координате. Профили скорости и температуры в сечении $R/2$ представлены на рис. 4 и 5.

Теплая, более тяжелая вода фильтруется в нижней части цилиндра, достигает линии фазового перехода и, охлаждаясь, поднимается вверх, вследствие чего в верхней части цилиндра образование льда происходит более интенсивно, что приводит к кривизне фронта фазового перехода (рис. 6). Если в моделировании не учитывать максимум плотности воды, то направление конвективного течения изменяется (рис. 3б), теплая вода движется в верхней части расчетной области, соответственно, изменяются и профили скоростей (рис. 4), профили температуры (рис. 5), кривизна линии фазового перехода (рис. 6б).

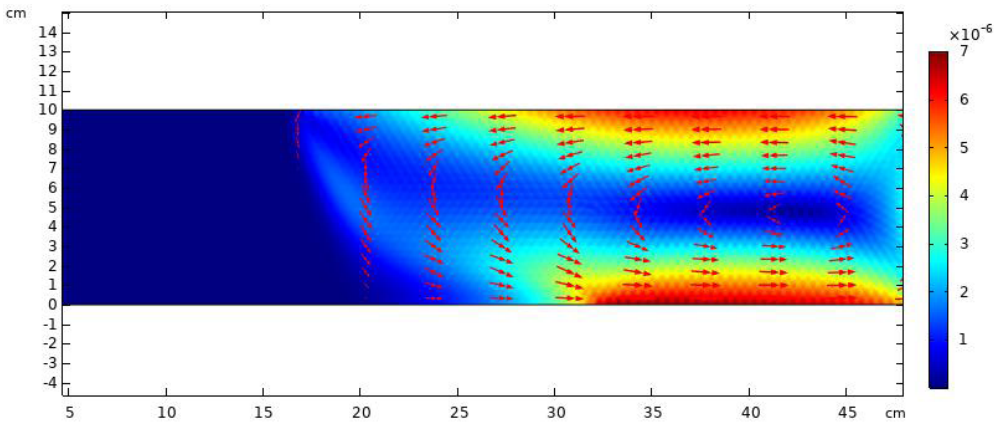
На рис. 7 представлена зависимость доли объема пористой среды, занятой льдом, от температуры охлаждающего элемента для двух численных моделей воды.

Численное моделирование фиксирует наличие гистерезиса объема образовавшегося льда: при повышении температуры охлаждающего элемента фронт фазового перехода отстает несколько быстрее, и объемы образовавшегося льда при промерзании пористой среды и ее оттаивании не совпадают. Причем этот гистерезис фиксируется только для расчетов с использованием модели воды с учетом максимума ее плотности. Вероятно, причина этого явления связана с энергией, необходимой для фазового перехода, что требует отдельного изучения вне данного исследования.

На рис. 8 приведена зависимость доли объема пористой среды, занятой льдом, от проницаемости. Расчеты выполнены для двух моделей воды.



а



б

Рис. 3. Распределение скоростей свободного конвективного течения в пористой среде ($\alpha = 1,25$) в сечении (z, r) при минимальной температуре охлаждающего элемента: а — с учетом максимума плотности воды; б — без учета максимума плотности воды

Fig. 3. The distribution of velocities of free convective flow in a porous medium ($\alpha = 1.25$) in the section (z, r) at the minimum temperature of the cooling element: а — taking into account the maximum water density; б — without taking into account the maximum density of water

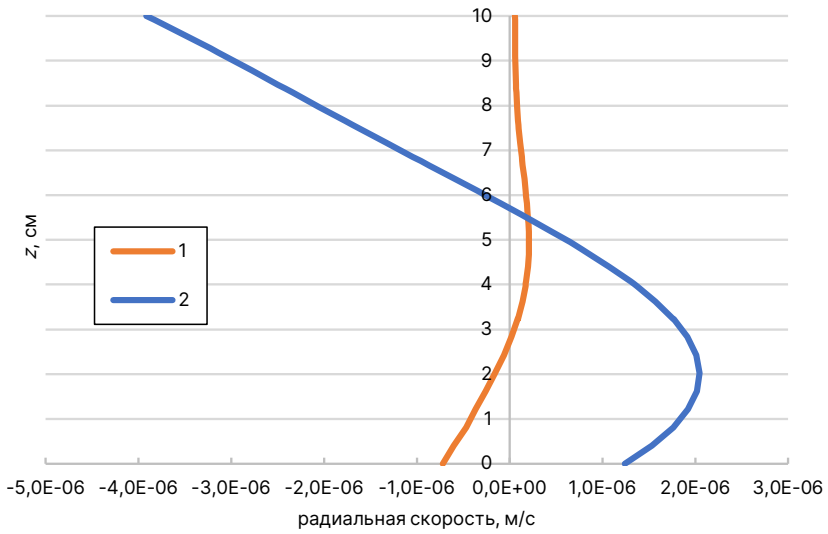


Рис. 4. Профили скорости конвективного течения по вертикальной координате в сечении $R/2$ ($r = 0,25$ м, $\alpha = 1,25$): 1 — с учетом максимума плотности воды; 2 — без учета максимума плотности воды

Fig. 4. Convective flow velocity profiles along the vertical coordinate in the section $R/2$ ($r = 0.25$ м, $\alpha = 1.25$): 1 — taking into account the maximum density of water; 2 — without taking into account the maximum density of water

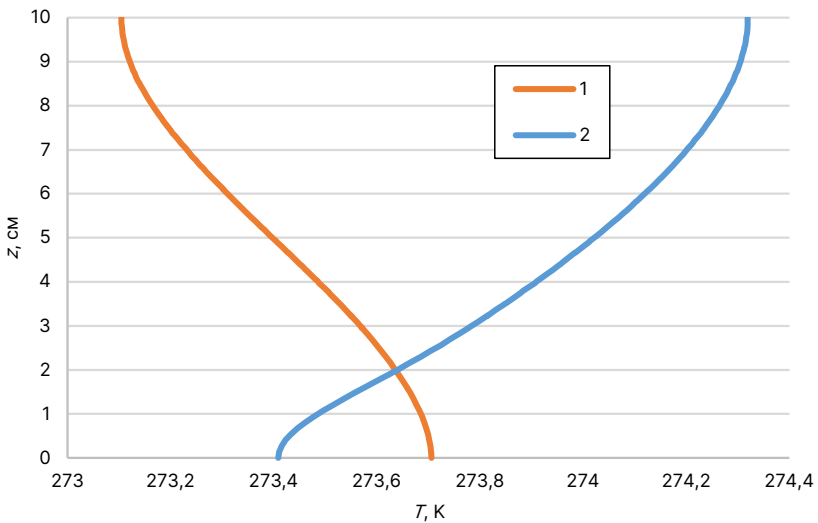
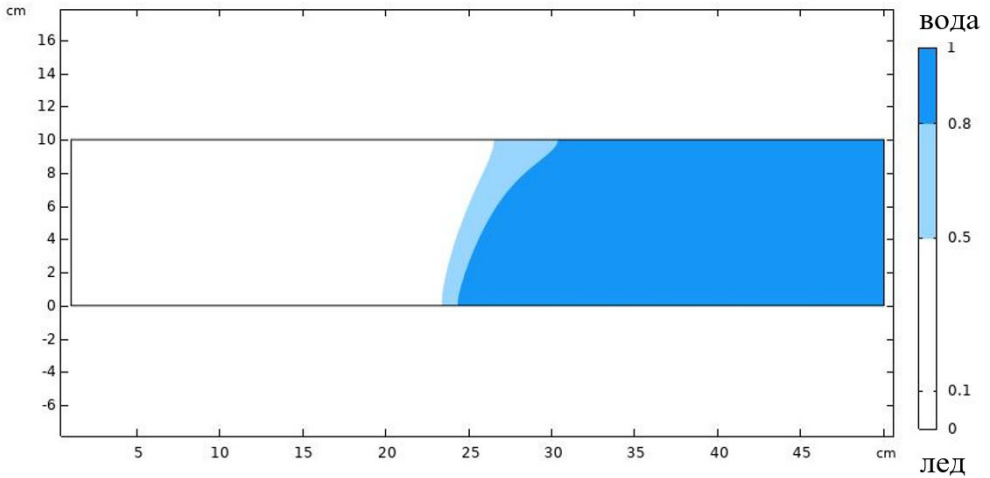
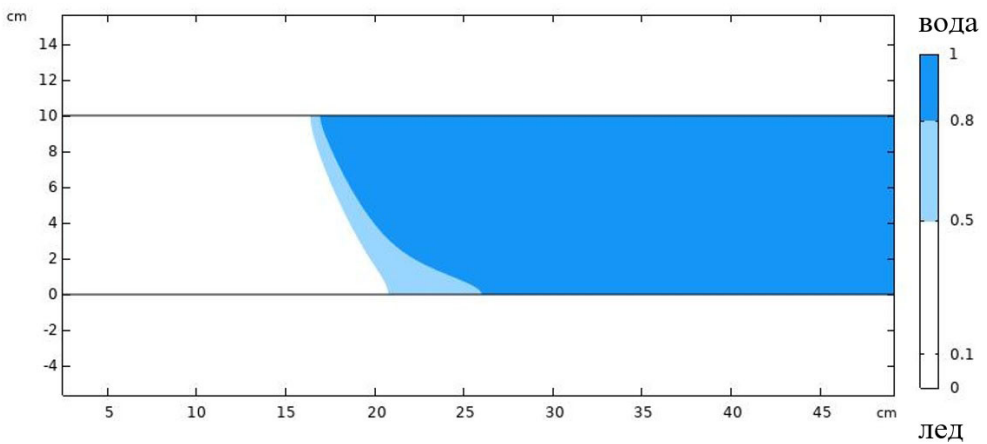


Рис. 5. Распределение температуры по высоте в сечении $R/2$ ($r = 0,25$ м, $\alpha = 1,25$): 1 — с учетом максимума плотности воды; 2 — без учета максимума плотности воды

Fig. 5. Temperature distribution along the height in the section $R/2$ ($r = 0.25$ м, $\alpha = 1.25$): 1 — taking into account the maximum water density; 2 — without taking into account the maximum density of water



а



б

Рис. 6. Распределение водонасыщенности в пористой среде ($\alpha = 1,25$) в сечении (z, r) при минимальной температуре охлаждаемого элемента: а — с учетом максимума плотности воды; б — без учета максимума плотности воды

Fig. 6. Distribution of water saturation in a porous medium ($\alpha = 1.25$) in the section (z, r) at the minimum temperature of the cooled element: а — taking into account the maximum density of water; б — without taking into account the maximum density of water

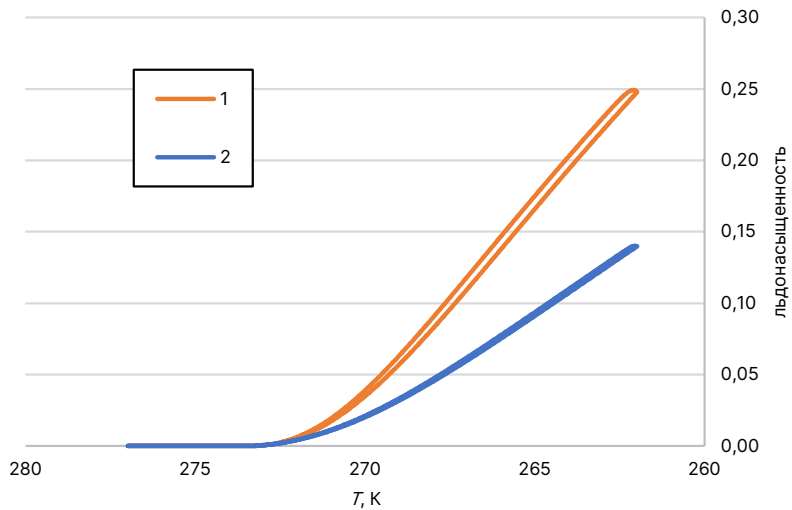


Рис. 7. Зависимость доли объема пористой среды ($\alpha = 1,25$), занятой льдом, от температуры охлаждающего элемента: 1 — с учетом максимума плотности воды; 2 — без учета максимума плотности воды

Fig. 7. Dependence of the volume fraction of a porous medium ($\alpha = 1.25$) occupied by ice on the temperature of the cooling element: 1 — taking into account the maximum density of water; 2 — without taking into account the maximum density of water

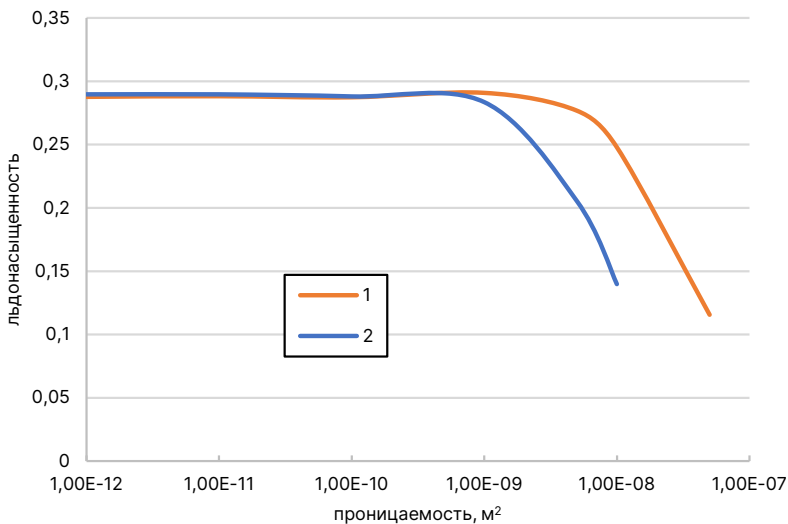


Рис. 8. Доля объема пористой среды, занятой льдом, в зависимости от абсолютной проницаемости: 1 — с учетом максимума плотности воды; 2 — без учета максимума плотности воды

Fig. 8. Fraction of the volume of a porous medium occupied by ice, depending on the absolute permeability: 1 — taking into account the maximum density of water; 2 — without taking into account the maximum density of water

С понижением проницаемости пористой среды пространственная неоднородность фронта фазового перехода выравнивается, роль конвективного теплопереноса уменьшается, что подтверждает наши выводы о применимости оценочного параметра, сделанные в [Симонов, Филимонова, 2021]. Объем образовавшегося льда не зависит от фильтрационных свойств среды и конвективного течения в ней. Так как учет максимума плотности воды приводит к уменьшению интенсивности конвективного потока, выполаживание фронта фазового перехода происходит при более высоких проницаемостях, и независимость объема образовавшегося льда в пористой среде от ее фильтрационных свойств проявляется раньше.

Заключение

Наличие максимума плотности воды существенным образом влияет на процесс промерзания насыщенных водой пористых сред, поэтому в определенных случаях важно учитывать этот максимум при расчетах, чтобы избежать значительных ошибок. К таким случаям можно отнести расчет течения вблизи области фазового перехода. В природе вдоль вертикальной линии фазового перехода всегда формируется восходящий конвективный поток, в то время как расчеты без учета явления инверсии плотности зададут нисходящий конвективный поток. Это имеет принципиальное значение, в частности, при расчетах переноса примесей.

Расчеты с использованием модели воды без максимума плотности завышают роль конвективного теплопереноса и объема тепла, переносимого флюидом. Полученные таким образом результаты значительно искажают реальную степень промерзания пористой среды. Наличие у воды максимума ее плотности приводит к уменьшению роли конвективного теплопереноса, что делает возможным не учитывать конвекцию в решении задач с фазовым переходом «вода — лед» в пористых средах при их низкой и средней проницаемости. Безразмерный параметр, предложенный авторами в работе [Симонов, Филимонова, 2021], позволяет определить случаи, когда можно выполнить расчеты без учета движения воды и получить более точные результаты.

В условиях, когда проницаемость пористой среды высокая или необходимо рассчитать конвективные потоки для решения других задач, использование модели воды без максимума плотности в расчетах свободных конвективных течений с фазовыми переходами в пористой среде не обосновано, т. к. это существенным образом исказит как физическую картину фильтрации, так и интегральные показатели моделируемой системы.

Список источников

- Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. 1993. Подземная гидромеханика: учеб. для вузов. М.: Недра. 416 с.
- Возникновение — пересыщение // Большая энциклопедия нефти и газа. <https://www.ngpedia.ru/id558090p1.html>
- Ганопольский Р. М., Гильманов А. Я. 2022. Гидродинамическое моделирование на OpenFOAM: учеб. пос. для самостоятельного изучения. Тюмень: Экспресс. 104 с.
- Гарифуллин Ф. А. 2000. Возникновение конвекции в горизонтальных слоях жидкости // Соросовский образовательный журнал. Том 6. № 8. С. 108–114.

- Григорьев Б. А., Качалов В. В., Пазюк Ю. В., Сокотущенко В. Н. 2017. Обзор работ по теории фильтрации углеводородных систем // Вести газовой науки. № 2 (30). С. 182–202.
- Ершов Э. Д. (ред.). 2001. Основы геокриологии: монография. Ч. 4. Динамическая геокриология. М.: Изд-во Моск. ун-та. 686 с.
- Игошин Д. Е., Сабуров Р. С. 2015. Численное исследование зависимости проницаемости от пористости среды, образованной каналами регулярной структуры // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 1. № 1 (1). С. 84–90.
- Лейбензон Л. С. 1947. Курс теории упругости. М.; Л.: Гостехиздат. 464 с.
- Симонов О. А., Филимонова Л. Н. 2019. Численное исследование влияния поверхностного натяжения на структуру течения в цилиндрическом сосуде с учетом максимума плотности воды // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 5. № 3. С. 131–146. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2019-5-3-131-146>
- Симонов О. А., Филимонова Л. Н. 2021. Влияние максимума плотности воды на охлаждение водонасыщенной пористой среды // Прикладная механика и техническая физика. Том 62. № 4 (368). С. 68–79. <https://doi.org/10.15372/PMTF20210407>
- Цытович Н. А. 1973. Механика мерзлых грунтов: учеб. пос. М.: Высшая школа. 488 с.
- Чувиллин Е. М., Соколова Н. С., Буханов Б. А., Шевчик Ф. А., Истомин В. А., Мухаметдинова А. З., Алексеев А. Г., Гречищева Э. С. 2020. Применение водно-потенциометрического метода для определения содержания незамерзшей воды в мерзлых грунтах различного состава. Криосфера Земли. Том 24. № 5. С. 16-28. [https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2020-5\(16-28\)](https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2020-5(16-28))
- Anselmi C., De Paz M., Marciano A., Pilo M., Sonnino G. 1990. Free convection experiments in water and deuterated mixtures at temperatures including the density maxima // International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 33. No. 11. Pp. 2519–2524. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(90\)90009-J](https://doi.org/10.1016/0017-9310(90)90009-J)
- Cawley M. F., McBride P. 2004. Flow visualization of free convection in a vertical cylinder of water in the vicinity of the density maximum // International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 47. No. 6–7. Pp. 1175–1186. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.09.028>

References

- Basniev, K. S., Kochina, I. N., & Maksimov, V. M. (1993). *Underground hydromechanics*. Nedra. [In Russian]
- Big encyclopedia of oil and gas. (n.d.). *Occurrence — supersaturation*. <https://www.ngpedia.ru/id558090p1.html> [In Russian]
- Ganopolskij, R. M., & Gilmanov, A. Ya. (2022). *Hydrodynamic modeling on OpenFOAM*. Express. [In Russian]
- Garifullin, F. A. (2000). The occurrence of convection in horizontal layers of liquid. *Soros Educational Journal*, 6(8), 108–114. [In Russian]
- Grigoryev, B. A., Kachalov, V. V., Pazyuk, Yu. V., & Sokotushenko, V. N. (2017). Review of state-of-art theoretical works on filtration in hydrocarbon systems. *Vesti gazovoy nauki*, (2), 182–202. [In Russian]
- Ershov, E. D. (Ed.). (2001). *Fundamentals of geocryology. Part 4. Dynamic geocryology*. Moscow State University. [In Russian]

- Igoshin, D. E., & Saburov, R. S. (2015). Numerical research of permeability dependence of porosity in the media formed by regular structure channels. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 1(1), pp. 84–90. [In Russian]
- Leybenzon, L. S. (1947). *Course of elasticity theory*. Gostekhizdat. [In Russian]
- Simonov, O. A., & Filimonova, L. N. (2019). Numerical study of the effect of surface tension on the flow structure in a cylindrical vessel, taking into account the maximum density of water. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 5(3), 131–146. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2019-5-3-131-146> [In Russian]
- Simonov, O. A., & Filimonova, L. N. (2021). Effect of a water density maximum on the cooling of a water-saturated porous medium. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 62(4), 583–592. <https://doi.org/10.1134/S0021894421040076>
- Tsytovich, N. A. (1973). *The mechanics of frozen ground*. Vysshaya shkola. [In Russian]
- Chuvilin, E. M., Sokolova, N. S., Bukhanov, B. A., Shevchik, F. A., Istomin, V. A., Mukhametdinova, A. Z., Alekseev, A. G., & Grechishcheva, E. S. (2020). Application of water-potentiometric method for unfrozen water content determination in different frozen soils. *Earth's Cryosphere*, 24(5), 16–28. [https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2020-5\(16-28\)](https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2020-5(16-28)) [In Russian]
- Anselmi, C., De Paz, M., Marciano, A., Pilo, M., & Sonnino, G. (1990). Free convection experiments in water and deuterated mixtures at temperatures including the density maxima. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33(11), 2519–2524. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(90\)90009-J](https://doi.org/10.1016/0017-9310(90)90009-J)
- Cawley, M. F., & McBride, P. (2004). Flow visualization of free convection in a vertical cylinder of water in the vicinity of the density maximum. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(6–7), 1175–1186. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.09.028>

Информация об авторах

Олег Анатольевич Симонов, кандидат физико-математических наук, заместитель директора, Тюменский научный центр СО РАН, Тюмень, Россия; ведущий научный сотрудник, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
s_o_a@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2362-3588>

Людмила Николаевна Филимонова, младший научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия; научный сотрудник, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
filimonovaln@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6761-8292>

Information about the authors

Oleg A. Simonov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Deputy Director, Tyumen Scientific Center of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia; Leading Researcher, Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia
s_o_a@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2362-3588>

Ljudmila N. Filimonova, Junior Researcher, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia; Researcher, Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia
filimonovaln@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6761-8292>