

На правах рукописи

Бекман Александр Дмитриевич

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ 3D
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
РАЗНОРОДНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ.

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Бекман

Тюмень — 2006

Работа выполнена в Тюменском государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор

Кутрунов Владимир Николаевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор

Туренко Сергей Константинович

кандидат физико-математических наук,
доцент

Мосягин Вячеслав Евгеньевич

Ведущая организация: ООО "ТюменНИИГипроГаз", г. Тюмень.

Защита состоится "21" декабря 2006 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании Диссертационного совета К 212.274.01 при Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, аудитория 217.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан "_____" ноября 2006 г.

Учёный секретарь диссертационного совета



Бутакова Н.Н.

Актуальность проблемы.

Высокая эффективность эксплуатации нефтегазового месторождения возможна только при условии правильного планирования и своевременного проведения мероприятий по его разработке. В настоящее время решения о проведении таких мероприятий принимаются с учетом результатов трехмерного моделирования месторождений, в связи с чем корректность трехмерных геологических моделей имеет очень большое практическое значение. Так как результатов непосредственного исследования нефтегазоносного объекта в скважинах, как правило, недостаточно для получения полного представления о его строении, особую практическую важность приобретают разного рода априорные сведения, а также экспертные представления и гипотезы о моделируемом объекте. Необходимость учета таких данных особенно велика в случае малоисследованных, недостаточно разбуренных месторождений. Несмотря на то, что в настоящее время уже существует ряд алгоритмов трехмерного геологического моделирования, позволяющих учитывать тот или иной вид априорных данных, можно выделить несколько перспективных и практически важных направлений для исследований в этой области:

1. *Разработка численных методов, позволяющих строить трехмерные модели, согласующиеся с априори заданными двумерными моделями в виде традиционных геологических карт.*
2. *Разработка универсальных численных методов, позволяющих учитывать в одной модели априорную информацию различных типов.*
3. *Разработка методов корректировки существующих моделей с учетом новой экспертной информации.*

Развитие численных методов в указанных направлениях позволит исследователям использовать при построении геологических моделей всю имеющуюся информацию об исследуемом объекте, а также избегать полного перестроения моделей при получении новой информации.

Цель работы состоит в анализе существующих и разработке новых алгоритмов построения трехмерных геолого-математических моделей, позволяющих учитывать разного рода априорную информацию. Задачами, решение которых необходимо для достижения поставленной цели являются:

- классификация наиболее известных алгоритмов геолого-математического моделирования с точки зрения возможности учёта априорной информации того или иного рода,
- модификация известных методов трехмерного геолого-математического моделирования, для обеспечения возможности согласования трехмерных моделей с заданными априори двумерными геологическими картами,
- создание алгоритма построения трехмерных моделей, позволяющего одновременно учитывать различные виды априорной информации,
- создание алгоритма корректировки трехмерных моделей, позволяющего приводить модель в соответствие новой информации, сохраняя по возможности близость к её первоначальному состоянию.

Научная новизна.

1. Разработан метод построения трехмерных моделей геологических полей на основе алгоритма В-сплайн аппроксимации. Принципиальное отличие метода от ранее известных заключается в возможности учёта априорной информации в виде двумерной модели поля и средних значений поля в слоях модели.
2. Разработан метод построения трехмерных моделей геологических полей с помощью модифицированного метода простого краингинга. Помимо статистических данных модификация позволяет учитывать априорную двумерную модель поля и средние значения параметра в слоях модели.
3. Предложен новый вид целевого функционала, пригодного для построения методом имитации отжига трехмерных литолого-фациальных моделей малоизученных объектов. Кроме скважинных данных функционал позволяет использовать априорные данные в виде карты песчанистости, геолого-статистического разреза, а также представлений эксперта о характерной пространственной ориентации геологических тел.

4. Предложен метод корректировки моделей геологических полей, основанный на авторской модификации метода имитации отжига. Метод позволяет привести существующую модель поля в соответствие новым экспертным данным. Аналитически получены условия сходимости модифицированного алгоритма.

Практическая ценность работы.

Представленные в настоящей работе алгоритмы моделирования трехмерных полей геологических параметров реализованы в модуле "Gektra" программного комплекса "BASPRO Optima" и используются для решения практических задач моделирования нефтегазоносных пластов в научно-исследовательском институте "ТюменНИИГипроГаз".

Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы докладывались на конференциях и в организациях:

1. 3-я Всероссийская научно-практическая конференция "Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна". ТГНГУ, г. Тюмень, 2004.
2. 36-ая Региональная молодежная конференция "Проблемы теоретической и прикладной математики". УрО РАН ИММ г. Екатеринбург, 2005 г.
3. Межрегиональная конференция "Современные математические методы и информационные технологии в образовании". ТюмГУ, г. Тюмень, 2005.
4. Международная конференция "Модернизация образования в условиях глобализации". Круглый стол "Образование через науку и инновации". ТюмГУ, г. Тюмень, 2005.
5. II-й международный научно-технический семинар "Информационные системы и технологии в геологии и нефтегазодобыче". ТГНГУ, г. Тюмень, 2005.

6. IV-ая всероссийская научно-техническая конференция "Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна". ТГНГУ, г. Тюмень, 2006.

7. III-я Международная конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук». ТПУ, Томск, 2006

Содержание работы.

Первая глава носит обзорный характер. В главе рассмотрена постановка задачи геолого-математического моделирования, введены основные термины и понятия. В пункте 1.3. приводится обзор известных в литературе подходов к моделированию полей геологических параметров и классификация алгоритмов моделирования с точки зрения возможностей использования различной априорной информации. Анализируются достоинства и недостатки методов, наиболее часто используемых на практике и являющихся основой коммерческих программных продуктов, известных во всём мире, таких как IRAP RMS (Roxar, Норвегия), Petrel (Schlumberger, Франция) и др. **Вторая глава** посвящена изложению авторских подходов к моделированию трехмерных полей геологических параметров при помощи базиса В-сплайнов. В-сплайны являются традиционным математическим аппаратом геологического моделирования, использовавшимся в исследованиях Волкова А.М., Сидорова А.Н., Хорошева Н.Г., Плавника А.Г. и др. В настоящее время методы В-сплайн аппроксимации широко используются для нужд геологического моделирования, например, в рамках программных комплексов "GST" (ООО "Тюменгеотехнологии"), "ТРИ-АС" (ООО "Венсис"). Предлагаемые автором модификации известных ранее подходов позволяют учитывать априорную информацию в виде двухмерных геологических моделей (карт).

Рассматривается задача построения модели поля геологического параметра для заданного геометрического каркаса размерностью $I \times J \times K$. Для латерального слоя модели с номером $k \in [1, K]$ известны скважинные данные в W точках: $\{u^k(x_w, y_w) = u_w^k\}, w = 1 \dots W$. Для каждого вертикального столбца согласно априорной двумерной модели задано среднее значение параметра: f_{ij} . Предполагается, что в каждом слое искомое поле

описывается функцией двух переменных вида:

$$u_k(x, y) = \sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_{mk}(x, y) \quad (1)$$

где k - номер слоя, а $\phi_{mk}(x, y), m = 1..M, k = 1..K$ - базисные B-сплайн функции, определяющие функциональное пространство D . Выбор базиса пространства, с одной стороны, должен обеспечить гарантированное существование в D решения, интерполирующего скважинные данные. С другой стороны, необходимо использовать по возможности меньшее число базисных функций, чтобы обеспечить приемлемую вычислительную сложность метода. В связи с этим, в работе предложено представлять базис двумя группами функций. B-сплайн функции первой группы расположены в точках расположения скважин, вторая группа представлена B-сплайн функциями, расположенными по регулярной сетке, покрывающей исследуемую площадь.

Задача минимизации отклонения модели от априорной карты при выполнении условий интерполяции может быть сформулирована в виде функционала:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^K \frac{1}{K} u_k(x_{ij}, y_{ij}) - f_{ij} \right)^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{w=1}^W \lambda_{wk} (u_k(x_w, y_w) - u_w^k) = \min, \quad (2)$$

где λ_{pk} - коэффициенты Лагранжа, а (x_{ij}, y_{ij}) - координаты (i, j) -того столбца каркаса. В рамках главы была доказана следующая теорема:

Теорема 1. Задача минимизации функционала (2) на функциях из D является некорректной по Адамару при $K > 1$.

Наряду с интерполяционной постановкой задачи возможна и аппроксимационная постановка, приводящая к минимизации функционала:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^K \frac{1}{K} u_k(x_{ij}, y_{ij}) - f_{ij} \right)^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{w=1}^W (u_k(x_w, y_w) - u_w^k)^2 = \min. \quad (3)$$

Как показали исследования приведенные во втором пункте главы 2, задача минимизации такого функционала на функциях из D является некорректной при $K > 1$.

Некорректность задач минимизации функционалов (2) и (3) возникает вследствие неединственности решения и может быть устранена посредством привлечения дополнительной информации о требуемом решении. В

рамках работы, рассматривается использование в качестве дополнительной информации средних значений параметра в слоях модели: $\{\tilde{u}_k\}, k = 1 \dots K$. Функционалы интерполяционной и аппроксимационной постановок задачи в этом случае принимают вид, соответственно:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^K \frac{1}{K} \sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_m(x_{ij}, y_{ij}) - f_{ij} \right)^2 + \\ & + \sum_{k=1}^K \sum_{w=1}^W \lambda_{wk} \left(\sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_m(x_w, y_w) - u_w^k \right) + \\ & + \omega \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_m(x_{ij}, y_{ij}) - \tilde{u}_k \right)^2 = \min \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^K \frac{1}{K} \sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_m(x_{ij}, y_{ij}) - f_{ij} \right)^2 + \\ & + \sum_{k=1}^K \sum_{w=1}^W \left(\sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_m(x_w, y_w) - u_w^k \right)^2 + \\ & + \omega \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\sum_{m=1}^M a_{mk} \phi_m(x_{ij}, y_{ij}) - \tilde{u}_k \right)^2 = \min \end{aligned} \quad (5)$$

Весовой коэффициент ω в формулах (4) и (5) вводится для обеспечения возможности регулировать степень влияния последнего слагаемого на решение задачи.

Теорема 2. При любых значениях \tilde{u}_k , K и $\omega > 0$ задача минимизации функционала (4) в функциональном пространстве D , является корректной по Адамару.

Теорема 3. При любых значениях \tilde{u}_k , K и $\omega > 0$ задача минимизации функционала (5) в функциональном пространстве D , является корректной по Адамару.

На основе полученных результатов автором были разработаны и программно реализованы алгоритмы В-сплайн аппроксимации трехмерных полей геологических параметров, которые позднее были включены в модуль "Gektra" программного комплекса "BASPRO Оптима". Работоспособность алгоритмов была проверена серией численных экспериментов на реальных данных, один из результатов представлен на рис. 1.

В третьей главе рассматривается авторская модификация метода крайгинга. По сравнению с традиционным методом крайгинга, учитывающим априорную информацию только в виде традиционных вариограмм

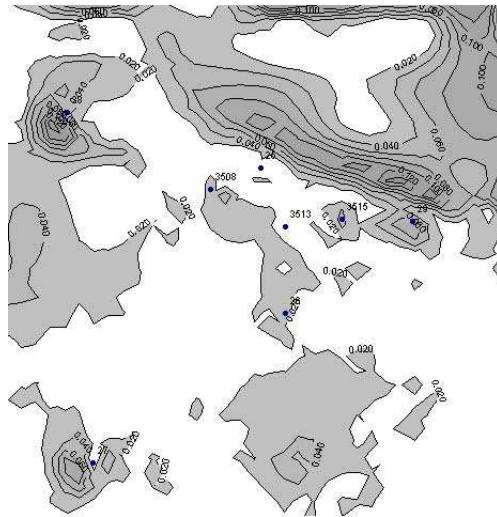


Рис. 1. Карта невязок эффективной толщины по априорной карте и по итоговой В-сплайновой 3D модели. Шаг изолиний: 2%. Белый цвет соответствует относительному отклонению от априорной карты менее чем на 2%.

или функций ковариации, предлагается дополнить информацию об объекте априорной двумерной картой. Модель исследуемого геологического объекта, как и выше, предполагается послойной, т.е. исследуемый объект в пространстве представляется совокупностью K слоев, в каждом из которых восстанавливаемое свойство описывается функцией двух координат: $u^k = u^k(x, y)$, где k - номер слоя. В качестве априорной информации используется двумерная модель исследуемого свойства, $f(x, y)$. Предполагается, что в каждом слое модели неизвестная функция $U^k(x, y)$ является стационарной в широком смысле гауссовой случайной функцией с математическим ожиданием m^k и априори известной ковариационной функцией $C(h)$. Оценки этих функций в произвольной точке (\tilde{x}, \tilde{y}) предлагается искать в виде линейных комбинаций известных значений в точках, соответствующих скважинам:

$$u^k(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{w=1}^W a_w^k \cdot u_w^k = a^k(u^k)^T. \quad (6)$$

Здесь W - количество скважин, $a^k = (a_1^k \dots a_W^k)$ - вектор неизвестных коэффициентов для k -того слоя модели, $u^k = (u_1^k \dots u_W^k)$ - вектор скважинных значений для k -того слоя. В отличие от традиционных геостатистических подходов, таких как краинг, неизвестные коэффициенты $a_w^k(\tilde{x}, \tilde{y})$

предлагается определять не только из условия минимизации среднеквадратических отклонений $E(u^k(\tilde{x}, \tilde{y}) - U^k(\tilde{x}, \tilde{y}))^2$, но и условия соответствия *априорной* двумерной и *осредненной* трехмерной моделей:

$$f(\tilde{x}, \tilde{y}) = 1/K \sum_{k=1}^K u^k(\tilde{x}, \tilde{y}). \quad (7)$$

Решение задачи в сводится к минимизации относительно неизвестных $a_w^k(\tilde{x}, \tilde{y})$ следующего функционала:

$$\sum_{k=1}^K E(u^k(\tilde{x}, \tilde{y}) - U^k(\tilde{x}, \tilde{y}))^2 + \lambda \cdot (K \cdot f(\tilde{x}, \tilde{y}) - \sum_{k=1}^K u^k(\tilde{x}, \tilde{y})), \quad (8)$$

где λ - коэффициент Лагранжа. Задача минимизации данного функционала сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{pmatrix} P & 0 & \dots & 0 & (u^1)^T \\ 0 & P & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & P & (u^K)^T \\ u^1 & \dots & \dots & u^K & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (a^1)^T \\ \vdots \\ (a^K)^T \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ \vdots \\ h \\ K \cdot f(\tilde{x}, \tilde{y}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

Здесь $P = \{p_{ij}\} = \{C(h_{ij})\}$ - матрица ковариаций, размерностью $W \times W$. Ее ij -ым элементом является значение ковариации между случайными величинами $U^k(x_j, y_j)$ и $U^k(x_i, y_i)$, причем (x_i, y_i) и (x_j, y_j) - координаты i -той и j -той скважин соответственно. Благодаря стационарности случайной функции $U^k(x, y)$ значение ковариации будет зависеть только от расстояния h_{ij} между этими скважинами. Столбец h будет равняться

$$h = \begin{pmatrix} C(h_1) \\ \dots \\ C(h_W) \end{pmatrix}, \text{ где } h_w \text{ - расстояние от точки } (\tilde{x}, \tilde{y}) \text{ до } w\text{-той скважины.}$$

Структура матрицы системы позволяет решать поставленную задачу полностью, используя только обращение матрицы P на векторах $u^k, k = 1 \dots K$, что делает алгоритм в интерполяционной постановке экономичным с вычислительной точки зрения.

В рамках главы также рассмотрена постановка задачи, при которой условие (7) заменяется на условие:

$$f(\tilde{x}, \tilde{y}) = 1/N \sum_{k=1}^N s^k(\tilde{x}, \tilde{y}) \cdot u^k(\tilde{x}, \tilde{y}), \quad (10)$$

где $s^k(\tilde{x}, \tilde{y})$ - некоторые весовые коэффициенты. В зависимости от решаемой задачи смысл весовых коэффициентов может быть различным: в качестве $s^k(\tilde{x}, \tilde{y})$ могут выступать мощности k-того слоя геометрического каркаса в точке (\tilde{x}, \tilde{y}) , значения песчанистости в этой точке в k-том слое и т.п. Матрица весовых коэффициентов в конкретных задачах моделирования полей геологических параметров должна быть известна заранее. Как показано в главе 3, замена условия (7) на условие (10) увеличивает вычислительную сложность алгоритма незначительно, но расширяет область его практического применения.

Рассмотренный алгоритм 3D моделирования был включен в ПК "BASPRO Оптима" и протестирован на реальных данных. Как показали численные эксперименты, рассматриваемый метод в ряде случаев может приводить к физически нереальным значениям моделируемого параметра в отдельных ячейках модели, например, значениям песчанистости большим единицы или меньшим нуля. Это связано с тем, что априорная информация в виде ограничений на диапазон значений параметра не использовалась в методе. Заметим, что таким недостатком обладают и другие известные методы моделирования, например, краингги или B-сплайн интерполяция. При замене аномальных значений на физически допустимые возникает отклонение от априорной 2D модели в отдельных столбцах. Несмотря на это, при достаточно большом количестве слоев модели ($K > 30$), рассмотренный алгоритм показывает высокую степень соответствия результатов трехмерного моделирования априорной двумерной модели при сравнительно невысокой вычислительной сложности (см. рис. 2, 3).

Четвертая глава посвящена исследованию возможностей применения динамических методов Монте-Карло для решения задач трехмерного геологического моделирования. Привлекательность этих численных методов в том, что они позволяют использовать для получения решения априорные данные различного рода.

Первый пункт главы содержит базовые понятия, связанные с распределениями Гиббса, потенциальными полями и марковскими случайными функциями.

Второй пункт посвящен изложению принципов метода стохастической релаксации (Gibbs sampling) и метода имитации отжига (Simulated Annealing). Оба численных метода предназначены для моделирования сов-

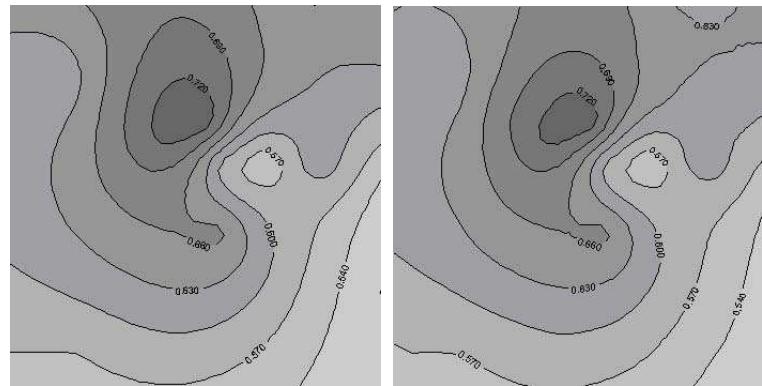


Рис. 2. Исходная карта песчанистости (слева) и результат осреднения 3D модели. Модель построена модифицированным методом краингинга

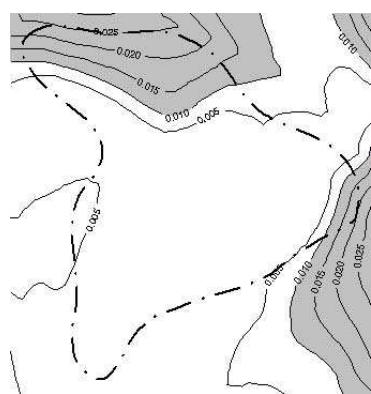


Рис. 3. Относительные отклонения результатов осреднения 3D модели от исходной карты. Модель построена модифицированным методом краингинга. Белый цвет соответствует относительному отклонению менее 1%.

местных распределений вероятностей большого числа переменных с конечным множеством значений. Обозначим набор переменных через $x = \{x_s\}_{s=1}^\sigma$, где σ - общее число переменных, через S - множество возможных значений для переменных x_s , а через X - множество всех возможных вариантов x . Метод стохастической релаксации для любой наперед заданной функции $H(x)$ позволяет моделировать на X вероятностное распределение

$$\Pi(x) = \frac{e^{-H(x)}}{Z}, \quad (11)$$

где Z - нормирующая константа. Метод имитации отжига основывается с одной стороны на свойствах метода стохастической релаксации, а с другой на утверждении о том, что распределение Гиббса вида:

$$\Pi^\beta(x) = \frac{e^{-\beta H(x)}}{\tilde{Z}} \quad (12)$$

при стремлении β к бесконечности стремится (в метрике L^1) к распределению, равномерному на множестве M - множестве глобальных минимумов функции $H(x)$. Благодаря указаному свойству метод имитации отжига может использоваться для нахождения экстремумов функций многих переменных для случая, когда каждая переменная может принимать лишь конечное число значений.

Третий пункт главы 4 посвящен экспериментам по построению методом имитации отжига моделей поля признака коллектора с учётом априорной карты песчанистости и геолого-статистического разреза. Возможными значениями для ячеек были "1" и "-1", означавшие присутствие коллектора и неколлектора соответственно. При этом использовался целевой функционал вида:

$$H(x) = - \sum_{(t,s)} \alpha_{(t,s)} x_t x_s + \gamma \cdot \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J d_{ij}^2 + \eta \cdot \sum_{k=0}^K d_k^2 \quad (13)$$

Здесь $\gamma > 0$ и $\eta > 0$ коэффициенты, определяющие приоритеты слагаемых, целочисленные величины I, J, K задают размерность модели. Второе слагаемое отвечает за соответствие модели карте песчанистости, d_{ij} - невязка между значением песчанистости (объемной доли коллектора) по (i,j) -тому столбцу состояния x и соответствующим значением с карты. Третье слагаемое построено из аналогичных соображений и отвечает за соответствие

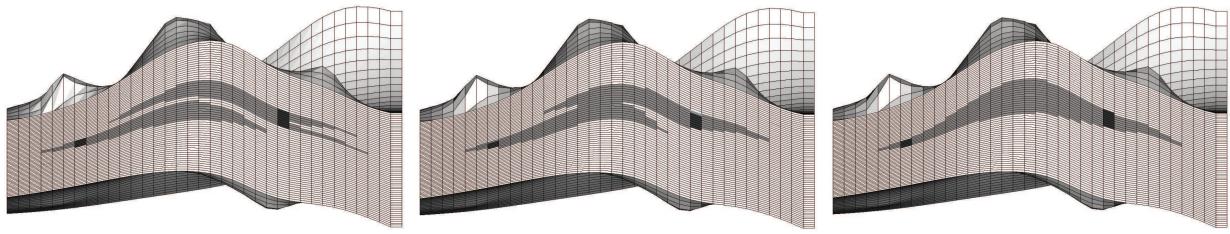


Рис. 4. Сечения моделей, полученных при различных коэффициентах анизотропии $\alpha_{(t,s)}$

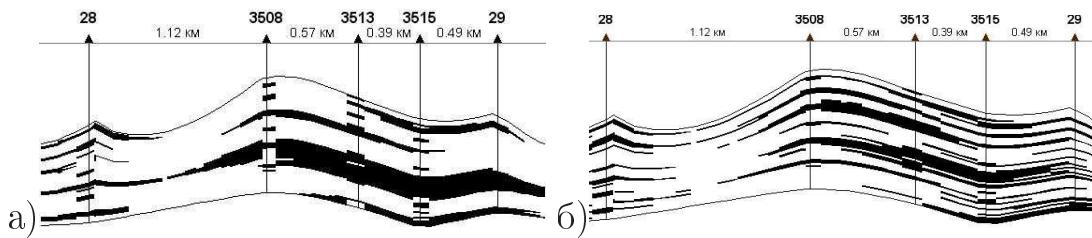


Рис. 5. Сечения моделей, полученных на реальных скважинных данных с использованием функционала (13) (а) и того же функционала дополненного данными о прерывистости модели (б)

модели геолого-статистическому разрезу, задающему долю коллекторских пород для каждого латерального слоя модели. Первое слагаемое в правой части (13) предложено автором для учёта анизотропии в модели. Кроме того, оно вносит в модель информацию о том, что большие связные области ячеек с одинаковыми значениями более предпочтительны, нежели мелкие и разрозненные. Запись (t,s) используется для обозначения пар соседних ячеек, $\alpha_{(t,s)} > 0$ - коэффициенты, значения которых выбираются различными для различных направлений смежности ячеек, что и приводит к появлению в модели анизотропии. Результаты экспериментов на простых моделях, с небольшим количеством выделяемых геологических тел, показали возможность гибкого управления результатом посредством выбора коэффициентов $\alpha_{(t,s)}$ (см. рис. 4).

Эксперименты по моделированию более сложных ситуаций показали необходимость задания дополнительных данных для обеспечения адекватного поведения модели в окрестностях скважин. Применение функционала (13) приводило к слиянию в модели мелких прослоев в крупные тела (см. рис. 5 а)), что не адекватно скважинным данным. Одним из найден-

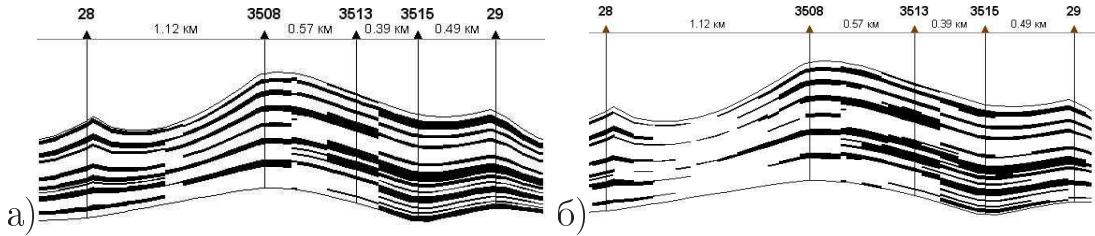


Рис. 6. Сечение корректируемой модели (а) и модели, полученной методом корректировки по реальным скважинным данным с использованием функционала (13) (б)

ных возможных решений является учёт в целевом функционале "карты прерывистости", т.е. сеточной функции, задающей примерное количество переходов от коллектора к неколлектору для каждого столбца модели. Такого рода данные могут быть легко получены на практике, результат их использования приведен на рис. 5 б). Другим возможным решением упомянутой проблемы явился разработанный автором алгоритм корректировки моделей методом имитации отжига.

Теоретическое обоснование метода корректировки изложено в **четвертом пункте главы 4**. Метод является авторской модификацией метода имитации отжига. Данная модификация предполагает использование некоторой модели $t = \{t_s\}_{s=1}^{\sigma}$, полученной другим методом. Метод позволяет привести t в соответствие дополнительным априорным данным, например, картам, гистограммам и т.п., сформулированным в виде функции $H(x) : X \rightarrow R$. Вкратце метод корректировки заключается в следующем:

- Состояние t принимается в качестве начального.
- Пользователем задаются два вещественных коэффициента $0 < q < p < 1$, таких что $p + q = 1$.
- Применяется метод имитации отжига. При этом, механизм принятия решения об изменении значения ячейки усложняется. На каждой итерации вероятность ячейки x_s перейти в состояние t_s умножается на p , а вероятность перейти в $-t_s$ умножается на q .

Наличие этого пункта обеспечивает стремление модели как можно более походить на начальное состояние t . Поведение алгоритма, как мар-

ковского процесса, при стремлении числа итераций к бесконечности определяется следующими теоремами, доказанными автором:

Теорема 4. *При стремлении параметра β к бесконечности распределение $\Pi^\beta(x)$ поточечно сходится к распределению:*

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \Pi^\beta(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\alpha h(x,t)}}{\sum_{z \in M} e^{-\alpha h(z,t)}}, & x \in M, \\ 0, & x \notin M, \end{cases} \quad (14)$$

где $h(\cdot, \cdot)$ - расстояние Хемминга, $\alpha = \ln(\frac{p}{q})$, а $M \subset X$ - множество глобальных минимумов функции $H(x)$. При этом, для $x \in M$ распределение $\Pi^\beta(x)$, как функция β , монотонно возрастает, а для остальных x с некоторого момента становится убывающей.

Теорема 5. *Для сходимости метода корректировки к распределению (14) достаточно, чтобы схема охлаждения удовлетворяла условию:*

$$\beta_n \leq \frac{1}{\sigma \Delta} \ln(n(\frac{q}{p})^\sigma) = \frac{\ln(n)}{\sigma \Delta} + \frac{\ln(\frac{q}{p})}{\Delta}. \quad (15)$$

Полученные теоремы доказывают возможность получения с помощью модифицированного алгоритма имитации отжига моделей, наилучших с точки зрения данных, заложенных в функционал $H(x)$, и близких к начальному состоянию t с точки зрения метрики Хемминга. Результат работы метода корректировки в одном из экспериментов приведен на рис. 6 б). Для сравнения результат, полученный без учета начального состояния модели, приведен на рис. 5 а). Сравнение рисунков показывает более адекватное поведение модели в окрестностях скважин в случае использования метода корректировки. Благодаря использованию исходной модели t метод позволил достичь одного из таких глобальных минимумов, при котором значения в окрестностях скважин близки к скважинным данным, что более соответствует интуитивному представлению о непрерывности геологических процессов.

Рассмотренные алгоритмы моделирования полей признака коллектора были запрограммированы автором, протестированы на реальных геологических данных и включены в модуль "Gektra" программного комплекса "BASPRO Оптима".

Основные результаты работы.

В рамках диссертационного исследования были установлены следующие тенденции современного развития численных методов построения 3D геологических моделей:

1. Разработка методов, позволяющих задавать априорную информацию в терминах, естественных для геологии;
2. Разработка методов, легко пополняемых разнородной, различной степени точности, априорной информацией.

В соответствии с первым направлением, в главах 2 и 3 рассматриваемой диссертации разработаны новые численные методы, позволяющие учитывать в качестве априорных данных об объекте моделирования традиционные для геологической науки типы представления информации: *2D геологические карты и геолого-статистические разрезы*. Как показано в работе, использование данных такого рода позволяет улучшить соответствие модели объективной реальности.

В соответствии со вторым направлением, в главе 4 подробно рассмотрена возможность использования метода имитации отжига для построения литолого-фациальных моделей. Продемонстрированы возможности метода по улучшению качества моделирования посредством использования априорной информации в виде 2D геологических карт, геолого-статистических разрезов и экспертных представлений о характерной пространственной ориентации геологических тел. Благодаря отказу от традиционно используемых статистических данных (функций ковариации и вариограмм) метод может быть использован для моделирования малоисследованных объектов, а вычислительная сложность одной итерации алгоритма снижается с $O(N^2)$ до $O(N)$, где N - количество ячеек модели. Кроме того, важным результатом главы 4 является предложенный автором метод корректировки литолого-фациальных моделей на основе модифицированного метода имитации отжига, позволяющий приводить модели в соответствие новым данным, внося минимальные, с точки зрения расстояния Хемминга, изменения.

Основное содержание диссертационной работы изложено в следующих публикациях:

- [1] А.Д. Бекман, М.В. Дмитриевский, В.Н. Кутрунов. Неполнота знания и решение задач. Математическое и информационное моделирование: сборник научных трудов, стр. 21 – 38. Тюмень: Издательство "Вектор-Бук", 2006.
- [2] А.Д. Бекман, В.Н. Кутрунов. Математика и эксперт. // Математические структуры и моделирование, Вып.13. Омск: Омск. Гос. ун-т. 2004. стр. 13–26.
- [3] А.Д. Бекман, В.Н. Кутрунов. Математика и эмпирическая информация. // Математическое и информационное моделирование: сборник научных трудов. Тюмень: Издательство "Вектор-Бук". 2004. стр. 182–203.
- [4] А.Д. Бекман, В.Н. Пьянков. Развитие методики построения трехмерных геолого-математических моделей. // Материалы докладов 3-ей всероссийской научно-практической конференции "Геология инефтегазоносность западно-сибирского мегабассейна". Тюмень: Издательство "Вектор-Бук". 2004. стр. 238–241.
- [5] А.Д. Бекман, В.Н. Кутрунов. Использование метода имитации отжига для улучшения качества трёхмерных литолого-фациальных моделей. // Модернизация образования в условиях глобализации. Круглый стол "Образование через науку и инновации". Тюмень: Изд-во ТюмГУ. 2005. стр. 24–26.
- [6] А.Д. Бекман, В.Н. Кутрунов. Стохастические сплайны в трехмерном геологическом моделировании и априорная информация в виде карт. // Математическое и информационное моделирование: Сборник статей. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета. 2005. стр. 39–51.
- [7] А.Д. Бекман, В.Н. Кутрунов. Корректировка трехмерных литолого-фациальных моделей с учетом разнородной априорной информации. // Нефтегазовое дело [Электронный журнал], URL: www.ogbus.ru/authors/Bekman/Bekman_1.pdf. 2006.

- [8] А.Д. Бекман, В.Н. Кутрунов. Использование метода имитации отжига для построения трехмерных геологических моделей в условиях малой изученности месторождения. // Вестник Тюменского государственного университета. 2006. 5:24–26.
- [9] А.Д. Бекман. Некоторые подходы к построению трехмерных моделей поля песчанистости с использованием априорной информации в виде двумерных карт. // Математическое и информационное моделирование: Сборник статей. Тюмень: Издательство "Вектор-Бук". 2004. стр. 25–40.
- [10] А.Д. Бекман. Использование динамических методов Монте-Карло для построения трехмерных литологических моделей. // Современные математические методы и информационные технологии в образовании. Межрегиональная конференция. Тез. докл. Тюмень, изд-во ТГУ. 2005. стр. 15.
- [11] А.Д. Бекман. Построение трехмерных литологических моделей с учетом разнородной априорной информации с помощью метода имитации отжига. // Математическое и информационное моделирование: Сборник статей. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета. 2005. стр. 26–39.
- [12] А.Д. Бекман. Стохастический метод построения трехмерных геологических моделей с использованием априорной информации в виде двумерных функций. // Труды 36-ой Региональной молодежной конференции "Проблемы теоретической и прикладной математики". Екатеринбург: УрО РАН. 2005. стр. 77–82.
- [13] А.Д. Бекман. Построение трехмерных геологических моделей методом имитации отжига в условиях малой изученности месторождения. // III Международная конференция студентов и молодых ученых "Перспективы развития фундаментальных наук". Тез. докл.. Томск: Изд-во ТПУ. 2006. стр. 17.
- [14] А.Д. Бекман. Корректировка трехмерных литолого-фацальных моделей с помощью модифицированного метода имитации отжига. // Вычислительные методы и программирование. URL: nummeth.srcc.msu.su. 2006. 7:229–235.

