

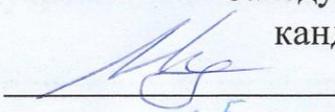
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
Кафедра механики многофазных систем

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ  
В ГЭК И ПРОВЕРЕНО НА ОБЪЕМ  
ЗАИМСТВОВАНИЯ

Заведующий кафедрой,

канд. физ.-мат. наук

 П.Ю. Михайлов

25 июня 2018 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ РЕЗЕРВУАРА НА СВАЯХ В АРКТИЧЕСКОЙ ЗОНЕ»

16.04.01 Техническая физика

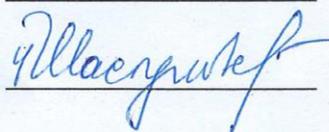
Магистерская программа «Теплофизика  
в нефтегазовых и строительных технологиях»

Выполнила работу  
студент 2 курса  
очной формы обучения



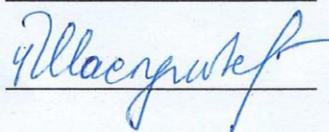
Ашряпова Адила Музаевна

Научный руководитель  
канд. физ.-мат. наук



Михайлов Павел Юрьевич

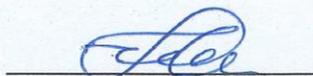
Научный консультант



Шастунова Ульяна Юрьевна

Рецензент

Доцент,  
ФГБОУ ВО «Тюменский  
индустриальный университет»,  
канд. техн. наук



Шалагин Игорь Юрьевич

г. Тюмень, 2018

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. Литературный обзор .....	5
Глава 2. Постановка задачи.....	15
2.1. Задача Стефана.....	15
2.2. Постановка задачи .....	22
Глава 3. Расчет температурного поля под резервуаром,.....	27
расположенного на сваях .....	27
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	36
ЛИТЕРАТУРНЫЕ ИСТОЧНИКИ.....	36
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	40

## ВВЕДЕНИЕ

Активное освоение природных ресурсов Арктики и приполярных регионов сопровождается масштабным строительством в условиях вечной мерзлоты. Роль Арктики в добыче нефти и газа только возрастает. Удаленность арктической зоны предполагает строительство резервуаров для хранения нефтепродуктов.

При строительстве в районах распространения многолетнемерзлых грунтов при использовании грунтов основания по первому принципу (с сохранением грунтов в мерзлом состоянии в период строительства и эксплуатации) предусматривают их защиту от воздействия положительных температур хранимого в резервуарах продукта. Это достигается устройством проветриваемого подполья «Высокий ростверк» или применением теплоизоляционных материалов в сочетании с принудительным охлаждением грунтов - «термостабилизацией» [3]. Данная работа посвящена исследованию температурных полей под резервуаром с нефтью на сваях с проветриваемым подпольем «Высокий ростверк».

Цель и задачи работы. Целью работы является повышение надежности и работоспособности системы «резервуар-свая-вечномерзлый грунт» на территории арктической зоны

Для достижения цели были решены следующие задачи:

1. Провести обзор литературных источников для определения геометрических и теплофизических параметров исследуемых объектов ТЭК (резервуары, вечномерзлый грунт);
2. Составить физико-математическую модель для расчета температурного поля резервуара на сваях;
3. Провести численное решение системы «резервуар-свая-вечномерзлый грунт»;

4. Составить программу теплового режима эксплуатации объектов топливно-энергетического комплекса, расположенных на сваях в арктической зоне.

## Глава 1. Литературный обзор

На протяжении своей истории Россия всегда стремилась на Север. Результатом этой многовековой деятельности стало освоение приполярной зоны на протяжении без малого половины (44 %) дуги Полярного круга. 85 % российского шельфа приходится именно на Арктику.

Освоение природных ресурсов Арктики сопровождается активным строительством объектов нефтегазовой добычи, в число которых входят резервуары для хранения углеводородов. Но эксплуатация сооружений в криолитозоне сопровождается рядом проблем, одной из которых является протаивание грунтов под основаниями фундаментов, поэтому разработка эффективных методов строительства в специфических условиях этих районов имеет очень важное значение.

Большой вклад в исследования вечной мерзлоты внесли такие авторы как Мельников В.П., Горелик Я.Б., Крылов Д.А., Вакулин А.А., Колунин В.С., Аникин Г.В. и многие другие [16-24].

Типы вертикальных цилиндрических резервуаров согласно [3] по конструктивным особенностям делятся:

- резервуар со стационарной крышей без понтона;
- резервуар со стационарной крышей с понтоном; - резервуар с плавающей крышей.

К основным несущим конструкциям резервуара относятся: стенка, включая врезки патрубков и люков, окрайка днища, бескаркасная крыша, каркас и опорное кольцо каркасной крыши, анкерное крепление стенки, кольца жесткости.

К ограждающим конструкциям резервуара относятся: центральная часть днища, настил стационарной крыши, плавающая крыша, понтон.

Выбор основных размеров резервуаров рекомендуется принимать: по требованию заказчика; из условий компоновки резервуаров на площадке строительства; из условия минимума веса корпуса с учетом эксплуатационных требований по диаметру и высоте стенки.

Выбор типа резервуара проводится в зависимости от классификации нефти и нефтепродуктов (см. ГОСТ 1510-84) по температуре вспышки и давлению насыщенных паров при температуре хранения:

- а) с температурой вспышки не более 61°С с давлением насыщенных паров от 26,6 кПа (200 мм рт.ст.) до 93,3 кПа применяются резервуары со стационарной крышей и понтоном или с плавающей крышей, а также резервуары со стационарной крышей без понтона, оборудованные ГО и УФЛ;
- б) с давлением насыщенных паров менее 26,6 кПа, а также температурой вспышки свыше 61°С (мазут, битум, масла, пластовая вода) применяются резервуары со стационарной крышей без ГО [3].

Рекомендуемые размеры резервуаров, применяемых в промышленности, принимают с учетом таблицы 1.

В зависимости от вида хранимых продуктов типы резервуаров определяют на основании таблицы 1.

Таблица 1.

Номинальный объем V, м <sup>3</sup>	Тип резервуара			
	РВС, РВСП		РВСПК	
	Внутренний диаметр D, м	Высота стенки Н*, м	Внутренний диаметр D, м	Высота стенки Н*, м
100	4,73	6,0	-	-
200	6,63			
300	7,58			
400	8,53	7,5		
700	10,43			
1000	15,18	12,0	12,33	9,0
2000			15,18	12,0
3000			18,98	

5000	22,8		22,8	
		20,92	15,0	
10000	28,5	18,0	28,5	18,0
	34,2	12,0	34,2	12,0
20000	39,9	18,0	39,9	18,0
	47,4	12,0		

30000	45,6	18,0	45,6	18,0
40000	56,9		56,9	
50000	60,7		60,7	
100000	-	-	95,4	18,0

Схемы резервуаров представлены на рисунке 1.1.

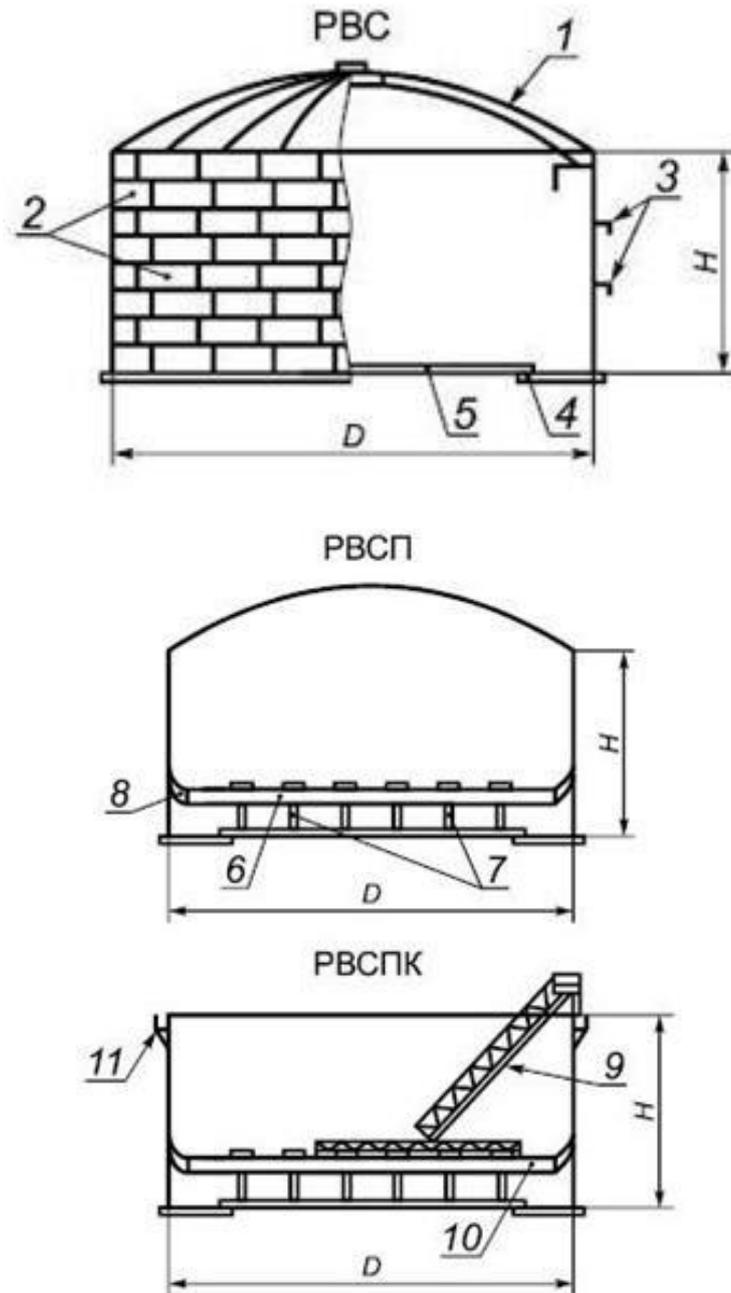


Рисунок 1.1. Типы резервуаров: 1 - каркас крыши; 2 - пояса стенки; 3 - промежуточные кольца жесткости; 4 - кольцо окраек; 5 - центральная часть дна; 6 - понтон; 7 - опорные стойки; 8 - уплотняющий затвор; 9 - катушечная лестница; 10 - плавающая крыша; 11 - верхнее кольцо жесткости (площадка обслуживания)

При строительстве в районах распространения многолетнемерзлых грунтов при использовании грунтов основания по первому принципу (с сохранением грунтов в мерзлом состоянии в период строительства и эксплуатации) предусматривают их защиту от воздействия положительных температур хранимого в резервуарах продукта. Это достигается устройством проветриваемого подполья «Высокий ростверк» или применением теплоизоляционных материалов в сочетании с принудительным охлаждением грунтов - «термостабилизацией».

Конструктивно свайный фундамент состоит из свай различной конструкции и ростверка.

Свая - это полностью или частично погруженный в грунт стержень, служащий для передачи давления от сооружения на нижележащие слои грунта.

Ростверк – распределительная балка или плита, объединяющая головы свай и перераспределяющие на них нагрузку от вышерасположенных конструкций. Различают высокий ростверк, если его подошва располагается выше поверхности грунта, и низкий ростверк, если его подошва опирается на грунт или заглубляется в нем. Возможно возведение комбинированного свайно-плитного фундамента - фундамент, состоящий из железобетонной плиты (свайного ростверка) и свай, совместно передающих нагрузку на основание.

Сваи являются основным конструктивным элементом свайного фундамента. Именно они позволяют передать давление от сооружения на глубоко расположенные плотные слои грунта. Помимо этого сваи уплотняют окружающий их грунт и тем самым улучшают его механические характеристики.

Свайные фундаменты в зависимости от размещения свай в плане бывают следующих видов:

а) фундамент на одиночных сваях - под отдельно стоящие опоры;  
б) фундамент в виде свайных лент - под стены зданий и сооружений при передаче на фундамент распределенных по длине нагрузок с расположением свай в один, два ряда и более;

в) фундамент на свайных кустах - под колонны с расположением свай в плане на участке квадратной, прямоугольной, трапецеидальной и другой формы;

г) фундамент в виде сплошного свайного поля - под тяжелые сооружения со сваями, равномерно расположенными под всем сооружением и объединенными сплошным ростверком, подошва которого опирается на грунт.

Ростверк (от немецкого «решетчатая конструкция») объединяет головы свай для их совместной работы под нагрузкой. В настоящее время решетчатые ростверки применяются в фундаментах на деревянных и металлических сваях, что встречается довольно редко. Для железобетонных свай ростверк выполняется в виде сплошной железобетонной плиты или ленты. По его расположению относительно поверхности грунта различают два вида свайного фундамента: с низким и высоким ростверком.

Фундамент с низким свайным ростверком (рис. 1.2) полностью заглублен в грунт. В таком фундаменте сваи работают в основном на восприятие вертикальной нагрузки, а горизонтальные передаются на грунт боковой поверхностью плиты ростверка.

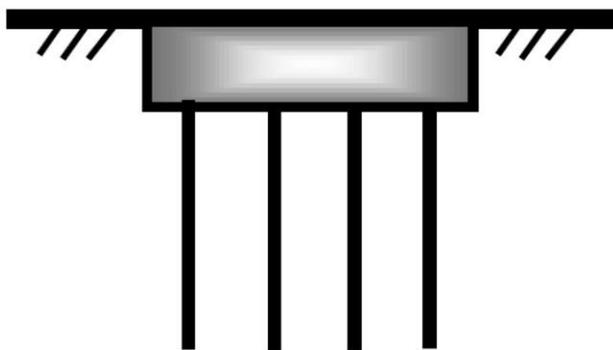


Рис. 1.2. Схема фундамента с низким свайным ростверком

Сооружение такого фундамента требует разработки котлована. Но так как в промышленном и гражданском строительстве все равно требуется производить земляные работы по устройству подвалов, подведению подземных коммуникаций и т.д., этот вид фундаментов получил широкое распространение. Кроме того, сплошная плита ростверка может служить полом подвальных помещений здания. Следует отметить, что полностью заглубленный фундамент иногда устраивают и по архитектурноэстетическим соображениям.

В фундаментах с высоким свайным ростверком плита располагается выше поверхности грунта (рис. 1.3). В таком случае сваи работают не только на вертикальные нагрузки, но и на горизонтальные, что вызывает в них изгибающий момент. Ростверк же служит только для размещения надфундаментной части сооружения и объединения голов свай для их совместной работы.

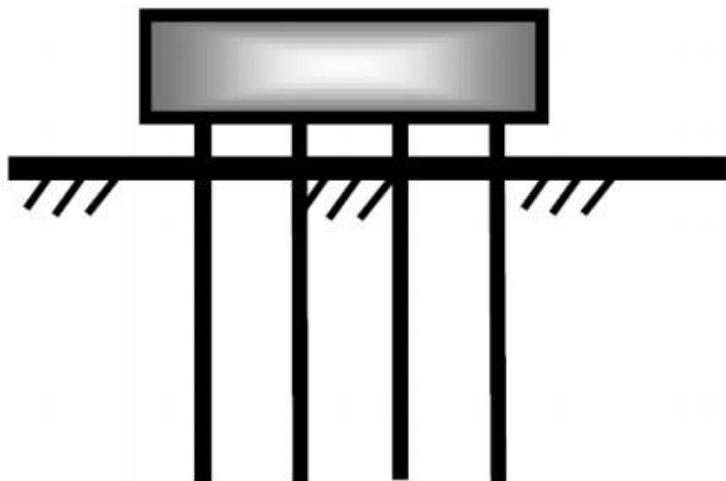


Рис. 1.3. Схема фундамента с высоким свайным ростверком

При сооружении такого фундамента не требуется разработка котлована, что упрощает производство работ. Фундаменты этого вида нашли широкое применение в транспортном строительстве при возведении искусственных сооружений. Кроме того, в целях сохранения верхнего слоя вечномёрзлых грунтов такие фундаменты применяются при промышленном и гражданском строительстве в северной климатической зоне.

Плита низкого и высокого ростверков выполняется, как правило, без уступов. В низком ростверке в основном применяют вертикальные сваи. В высоком ростверке возможно применение как вертикальных, так и наклонных свай. Расстояние между осями забивных висячих свай без уширений в плоскости их нижних концов должно быть не менее  $3d$  (где  $d$  – или диаметр круглого, или сторона квадратного, или большая сторона прямоугольного поперечного сечения ствола сваи), в уровне подошвы плиты - не менее  $1,5d_{св}$ . Для свай-стоек - не менее  $1,5d$ . Расстояние в свету между стволами буровых, набивных свай и свай-оболочек, а также скважинами свай-столбов должно быть не менее 1,0 м; расстояние в свету между уширениями при устройстве их в твердых и полутвердых пылеватоглинистых грунтах - 0,5 м, в других нескальных грунтах - 1,0 м.

Расстояние между наклонными или между наклонными и вертикальными сваями в уровне подошвы ростверка принимают исходя из конструктивных особенностей фундаментов и обеспечения их надежности заглубления в грунт, армирования и бетонирования ростверка. Расстояние в свету между сваями и вертикальной гранью плиты ростверка:

- не менее 25 см;
- при сваях-оболочках диаметром свыше 2 м - не менее 10 см.

Заделка голов свай в ростверк:

- деревянные сваи - не менее  $2d_{св}$ ;
- железобетонные сваи при  $d < 0,6$  м -  $> 2d_{св}$ ;
- железобетонные сваи при  $d > 0,6$  м -  $> 1,2$  м.

Допускается заделка свай в ростверк с помощью выпусков стержней продольной арматуры длиной, определяемой расчетом, но не менее 30 диаметров стержней при арматуре периодического профиля и 40 диаметров стержней при гладкой арматуре. При этом сваи заводятся в ростверк не менее чем на 10 см.

Железобетонный ростверк армируют по расчету, бетонный ростверк армируют конструктивно в его нижней части (в промежутках между сваями).

Глубину заложения подошвы свайного ростверка назначают в зависимости от конструктивных решений подземной части здания или сооружения (наличия подвала, технического подполья) и проекта планировки территории (срезкой или подсыпкой), а также высоты ростверка, определяемой расчетом (но не менее 50 см выше заделки сваи в ростверк)[6, 15].

При эксплуатации резервуаров на сваях с проветриваемым подпольем «Высокий ростверк» для сохранения несущей способности конструкции предусматривается поддержание пустоты подполья. Однако на практике

происходит засорение пространства между сваями снегом. Впоследствии, это приводит к распространению положительного теплового фронта до основания фундамента.

## Глава 2. Постановка задачи

В данной работе проводится моделирование состояния грунтов под резервуаром, расположенном на свайном фундаменте. Для этого необходимо решать нелинейную задачу Стефана, постановка задачи которой приведена ниже [14].

### 2.1. Задача Стефана

Мы рассматриваем фазовые превращения с участием твердой фазы — твердое тело—жидкость. Соответствующие математические модели характеризуются наличием подвижных заранее неизвестных границ фазового перехода — задач со свободными (неизвестными) границами.

Основная предпосылка при моделировании фазовых превращений твердое тело—жидкость состоит в том, что фазовый переход происходит при заданной постоянной температуре фазового перехода  $T^*$ . Пусть фазовый переход происходит на границе раздела фаз, которую мы обозначим  $S$ , причем  $S = S(t)$ . Эта граница разделяет расчетную область  $\Omega$  на две подобласти. Область  $\Omega^+(\tau)$ , занятая жидкой фазой, где температура превышает температуру фазового перехода, есть  $\Omega^+(\tau) = \{(x, y, z) \in \Omega, t(x, y, z, \tau) > t^*\}$ . Соответственно, область  $\Omega^-(\tau)$ , занятая твердой фазой,  $\Omega^-(\tau) = \{(x, y, z) | (x, y, z) \in \Omega, t(x, y, z, \tau) < t^*\}$  (см. рис. 2.1).

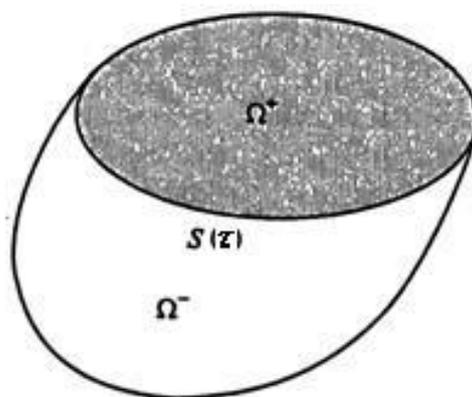


Рис.2.1.

Аналогичные обозначения используем и для теплофизических величин в каждой отдельной фазе.

Выпишем соответствующие уравнения теплопроводности. В твердой фазе имеем

$$c^-\rho^-\frac{\partial t^-}{\partial \tau} = \operatorname{div}(k^-\cdot \nabla t^-) + f^-, \quad (x, y, z, \tau) \in Q^-, \quad (1.1)$$

Где  $Q^-(\tau) = \{(x, y, z, \tau) | (x, y, z) \in \Omega^-, 0 < \tau < \tau_{max}\}$  учитывая конвективный перенос в талом грунте

$$c^+\rho^+\left(\frac{\partial t^+}{\partial \tau} + v\nabla t^+\right) = \operatorname{div}(k^+\cdot \nabla t^+) + f^+, \quad (x, y, z, \tau) \in Q^+, \quad (1.2)$$

$$Q^+(\tau) = \{(x, y, z, \tau) | (x, y, z) \in \Omega^+, 0 < \tau < \tau_{max}\}$$

Здесь  $c^-$  и  $c^+$ - удельные теплоемкости мерзлого и талого грунта соответственно,  $\rho^-$  и  $\rho^+$ - плотности мерзлого и талого грунта,  $k^-$  и  $k^+$ - коэффициенты теплопроводности мерзлого и талого грунта,  $f^-$  и  $f^+$ - источники тепла в талом и мерзлом грунте соответственно,  $v$ - скорость фильтрации.

На границе контакта двух сред справедливы предположения о непрерывности температуры

$$t^+ - t^- = 0, \quad (x, y, z) \in S \quad (1.3)$$

Фазовый переход сопровождается выделением/поглощением определенного количества тепла. Поэтому тепловой поток на границе фазового перехода разрывен и определяется как

$$k^+\frac{\partial t^+}{\partial n} - k^-\frac{\partial t^-}{\partial n} = -LV_n, \quad (x, y, z) \in S \quad (1.4)$$

$L$  - энтальпия фазового перехода,  $V_n$  - скорость движения границы фазового перехода по нормали.

Граница фазового перехода  $S$  определяется на каждый момент времени, при постоянной температуре  $t^*$ , следующим образом:

$$S = S(\tau) = \{(x, y, z) \in \Omega, t(x, y, z, \tau) = t^*\}$$

Если на границе фазового перехода выполнены условия первого рода, то:

$$t(x, y, z, \tau) = t^*, \quad (x, y, z) \in S(\tau) \quad (1.5)$$

Условия (1.3) - (1.5) это условия Стефана, а задача для уравнений (1.1), (1.2) называется задачей Стефана [23]. Если исследуются процессы в обеих фазах, то говорят о двухфазной задаче Стефана. Если тепловое поле в одной из фаз известно (температура равна температуре фазового перехода), рассматривается тепловое поле для одной из фаз – однофазная задача Стефана. В этом случае неизвестная граница фазового перехода  $S$  является не внутренней, а внешней.

Например, считаем, что область  $\Omega$  - занята мерзлой фазой при температуре  $t^*$ . Тогда для нахождения температуры в талой фазе используем (1.2) в переменной области  $\Omega^+(\tau)$  со следующими условиями  $S$ :

$$t^+(x, y, z, \tau) = t^*, \quad (x, y, z) \in S(\tau) \quad (1.6)$$

$$k^+ \frac{\partial t_+}{\partial n} = -LV_n \quad (x, y, z) \in S(\tau) \quad (1.7)$$

Условия (1.6), (1.7) характеризуют однофазную задачу Стефана. Условие Стефана (1.5) основано на предположении мгновенного выравнивания температуры к температуре фазового перехода и соответствует предположению неограниченности скорости фазового перехода. Это предположение в ряде случаев противоречит действительности. Чтобы этого избежать, можно использовать вместо (1.5) граничное условие третьего рода. Например, вместо (1.6) в однофазной задаче использовать условие,

$$k^+ \frac{\partial t^+}{\partial n} + \alpha^*(t^+ - t^*) = 0, \quad (x, y, z) \in S(\tau) \quad (1.8)$$

которое ограничивает тепловые потоки к границе фазового перехода. Условие (1.8) используется наряду с (1.7), которое выражает закон сохранения энергии при любом движении границы фазового перехода.

В обобщенной формулировке условия (1.3) - (1.5) включаются в само уравнение теплопроводности. В задаче Стефана ситуация осложняется тем, что граница раздела фаз  $S$  сама неизвестна и ее нужно найти. Переход от уравнений (1.1), (1.2) с условиями (1.3) - (1.5) к одному уравнению теплопроводности записывается в виде одного уравнения

$$c\rho \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + v\nabla t \right) = \operatorname{div}(k\nabla t) - \delta_S L V_n + f, \quad (x, y, z, \tau) \in Q \quad (1.9)$$

Вблизи границы фазового фронта введем локальную ортогональную координатную систему  $(x', y', z')$ , метрические коэффициенты которой равны 1. В этих новых координатах поверхностная  $\delta$ -функция  $\delta_S = \delta(x' - x'_0)$ , где  $x' = x'_0$  определяет границу  $S$ . Аналогично для скорости движения свободной

границы  $V_n = \frac{dx'}{dt}$ . Условие Стефана (1.5) соответствует тому, что в новых

координатах  $t = t(x, y, z, \tau), t(x_0, y, z, \tau) = t^*$ . С учетом этого получим

$$\delta_S V_n = \delta, \quad \frac{(x' - x'_0)}{d\tau} = \delta(t - t^*) \frac{dx'}{dt} \quad (1.10)$$

Подстановка (1.10) в (1.9) дает

$$(c\rho + L\delta(t - t^*)) \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + v\nabla t \right) = \operatorname{div}(k\nabla t) + f, \quad (x, y, z, \tau) \in Q \quad (1.11)$$

Уравнение A0) примечательно тем, что сама неизвестная граница фазового перехода явно не присутствует. Учет теплоты фазового перехода эквивалентен заданию эффективной теплоемкости:

$$c_{eff} = c + \rho^{-1}L\delta(t - t^*), \quad (1.12)$$

Квазилинейное уравнение теплопроводности A1) лежит в основе эффективных вычислительных процедур приближенного решения задач типа Стефана.

Квазилинейное уравнение теплопроводности (1.11) лежит в основе эффективных вычислительных процедур приближенного решения задач типа Стефана (данный метод называется методом эффективной теплоемкости).

Величина  $L$ , как следует из работы [10], равна:

$$L = r \cdot (w - w_{нв})\gamma_{ск}, \quad (1.13)$$

Где  $r$ - удельная теплота плавления льда,  $w$  - влажность грунта,  $w_{нв}$ - влажность за счет незамерзшей воды,  $\gamma_{ск}$ - плотность скелета грунта.

Точные и приближенные аналитические решения задачи Стефана возможны только в отдельных случаях [25-29]. В большинстве случаев, как и в данной работе, используются численные методы расчета.

Классическая задача Стефана допускает обобщенную формулировку в виде одного нелинейного уравнения теплопроводности, при которой реализуются необходимые условия на границе фазового перехода. Это дает возможность строить вычислительные алгоритмы приближенного решения задач с фазовыми превращениями без явного выделения свободной границы.

Это методы сквозного счета [14].

Рассматривается модельная двухфазная задача Стефана в прямоугольнике  $\Omega$ . Свободная граница  $S=S(\tau)$  разбивает  $\Omega$  на две подобласти  $\Omega^+(\tau)$  и  $\Omega^-(\tau)$ .

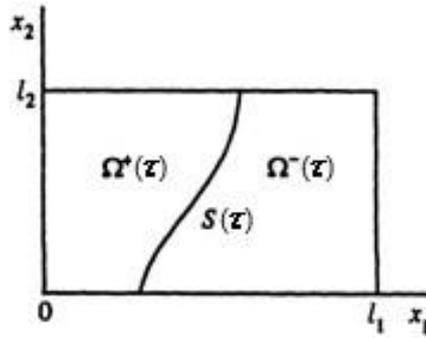


Рис.2.2.

В обеих подобластях выполняется уравнение теплопроводности. Теплофизические параметры мерзлой (-) и талой (+) фаз постоянны. с  $\partial\tau$

$$\pm \frac{\partial t^\pm}{\partial X_{\alpha 2}} - k^\pm \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 t^\pm}{\partial X_{\alpha 2}^2} = 0, \quad x = (x_1, x_2) \in \Omega^\pm(\tau), \quad 0 < \tau \leq \tau_{max} \quad (1.14)$$

В начальный момент задается некоторое распределение температуры:

$$t^\pm(x, 0) = t_0(x), \quad x \in \Omega^\pm(0) \quad (1.15)$$

Пусть  $\gamma^\pm = \gamma^\pm(\tau) = \partial\Omega \cap \partial\Omega^\pm(\tau)$

$$t^\pm(x, \tau) = g(x, \tau), \quad x \in \gamma^\pm, \quad 0 < \tau \leq \tau_{max} \quad (1.16)$$

Температуру фазового перехода принимаем равной 0 и поэтому свободная граница S определяется следующим образом:

$$S(\tau) = \{x | x \in \Omega, \quad t(x, \tau) = 0\} \quad (1.17)$$

На ней выполнены два условия сопряжения, отражающие непрерывность температуры и закон сохранения тепла:

$$t^+ - t^- = 0, \quad x \in S(\tau) \quad (1.18)$$

$$+ \frac{\partial t^+}{\partial n} - k^- \frac{\partial t^-}{\partial n} = -LV_n, \quad x \in S(\tau) \quad (1.19)$$

Рассматриваемая двухфазная задача Стефана (1.14) - (1.19) может быть записана в виде одного общего уравнения теплопроводности во всей области

$\Omega$ . Пусть  $\delta(t)$  - дельта функция, тогда вместо уравнений (1.14) и условий сопряжения (1.17)-(1.19) можно рассматривать одно уравнение теплопроводности

$$(c(t) + L\delta(t)) \frac{\partial t}{\partial \tau} - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( k(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right) = 0, \quad x \in \Omega, \quad 0 < \tau \leq \tau_{max} \quad (1.20)$$

Здесь коэффициенты теплоемкости и теплопроводности разрывны и имеют вид

$$\begin{aligned} c(t) &= \begin{cases} c^+, & t > 0, \quad (x \in \Omega^+) \\ c^-, & t < 0, \quad (x \in \Omega^-) \end{cases} \\ k(t) &= \begin{cases} k^+, & t > 0, \quad (x \in \Omega^+) \\ k^-, & t < 0, \quad (x \in \Omega^-) \end{cases} \end{aligned}$$

В соответствие с (1.15) и (1.16) уравнение (1.20) дополняется условиями

$$t(x, 0) = t_0(x), \quad x \in \Omega(0) \quad (1.21)$$

$$t(x, \tau) = g(x, \tau), \quad x \in \partial\Omega, \quad 0 < \tau \leq \tau_{max} \quad (1.22)$$

Особенность задачи Стефана проявляется в наличии слагаемого с  $\delta$  - функцией в левой части уравнения (1.20). Выделение или поглощение тепла при фазовом переходе соответствует наличию сосредоточенной теплоемкости на границе фазового перехода. Сама краевая задача (1.20) - (1.22) не очень сильно отличается от квазилинейных задач теплопроводности. Это позволяет перейти к построению соответствующих разностных схем.

Простейший подход к приближенному решению задачи Стефана в (1.20) - (1.22) в том, что коэффициенты уравнения (1.20) сглаживаются, т.е. совершается переход к обычной задаче теплопроводности.

В (1.20) теплоемкость  $c(t)$  и слагаемое  $L\delta(t)$  входят одинаковым образом. Заменяя  $\delta$  - функцию  $\delta(t)$  некоторой функцией  $\delta(t, \Delta)$ , которая

отлична от 0 только внутри интервала сглаживания  $[-\Delta, \Delta]$ , введем эффективную сглаженную теплоемкость

$$\tilde{c}(t) = c(t) + L\delta(t, \Delta) \quad , \quad (1.23)$$

При необходимости проводится сглаживание  $k(t)$  заменяется на  $\tilde{k}(t)$  и вместо (1.20) ищется решение уравнения со сглаженными коэффициентами

$$\begin{aligned} (t) \frac{\partial t}{\partial \tau} - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \tilde{k}(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right) = 0 \quad \tilde{c}, \quad x \in \Omega, \quad 0 < \tau \leq \tau_{max} \\ (1.24) \end{aligned}$$

В вычислительной практике получили распространение аппроксимационные формулы для  $\delta(t, \Delta)$ , которые строятся из условия сохранения баланса тепла на интервале  $[-\Delta, \Delta]$ . Простейшая из них связана заданием

$$\begin{aligned} 1 \\ \delta(t, \Delta) = \begin{cases} 2 - \frac{|t|}{\Delta} & |t| \leq \Delta \\ 0 & |t| > \Delta \end{cases} \quad , \\ (1.25) \end{aligned}$$

Существенное влияние оказывает величина параметра сглаживания  $\Delta$ , который зависит от используемой сетки и определяется эмпирически в результате методических расчетов.

В методах сквозного счета разностную схему строят на основе использования (1.24), считая коэффициенты этого уравнения достаточно гладкими. Сама граница фазового перехода не выделяется, не участвует в построении разностной схемы. При необходимости свободная граница идентифицируется как нулевая изотерма после найденного решения.

## 2.2. Постановка задачи

Для решения задачи применим неявную конечно-разностную схему.

Преимущества этого подхода заключается в абсолютной устойчивости неявной схемы и поэтому шаг по времени можно взять довольно большой, в то время как при использовании явных схем встречаются серьезные ограничения на шаг по времени.

Расчет проводился в плоскости, проходящей через центр резервуара.

Неявная формула для вычисления значений функций на новом временном слое [13,14]:

$$T_{in,j+1} = T_{in,j} + \frac{a_{i,j} \Delta t}{\Delta x^2} \left( T_{-1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i+1,j}^{n+1} + T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1} \right) + \frac{\Delta x}{\Delta y^2} T_{in,yj}$$

Применив метод линеаризации уравнений, получим формулу в следующем виде:

$$A_{i,j} T_{in,j-1}^{n+1} + B_{i,j} T_{in,j+1}^{n+1} + C_{i,j} T_{in,j}^{n+1} + D_{i,j} T_{in,j}^n + E_{i,j} T_{in,j}^{n-1} = F_{i,j}$$

Где коэффициенты  $A_{i,j}$ ,  $B_{i,j}$ ,  $C_{i,j}$ ,  $E_{i,j}$ ,  $D_{i,j}$ ,  $F_{i,j}$  выражаются следующим образом:

$$A_{i,j} = -\frac{a_{i,j} \Delta t}{\Delta x^2}, \quad B_{i,j} = \frac{a_{i,j} \Delta t}{\Delta y^2} - \frac{\Delta x + \Delta^2 y^2}{\Delta x^2 \Delta y^2}, \quad C_{i,j} = 1 + \frac{2a_{i,j} \Delta t}{\Delta x^2}, \quad E_{i,j} = -\frac{\Delta}{\Delta y^2},$$

$$D_{i,j} = -\frac{\Delta}{\Delta y^2} a_{i,j} t, \quad F_{i,j} = T_{in,j}^n;$$

Где  $a_{i,j}$  – температуропроводность, соответствующая рассчитываемой области,  $\Delta t$  – шаг по времени,  $\Delta x$  – шаг по координате  $x$ ,  $\Delta y$  – шаг по координате  $y$ .

В соответствии с методом сквозного счета [9] температуропроводность имеет кусочный вид и определяется выражениями:

$$a(i, j) = \begin{cases} a_m & \text{при } T_{i,j}^n < T_f - \Delta \\ \frac{0,5(\lambda_m + \lambda_t)}{L} & \text{при } T_f - \Delta \leq T_{i,j}^n \leq T_f + \Delta \end{cases}$$

$$\{ 0,5(c_m + ac_{тт}) + 2 \Delta \quad \text{при } T_{i,j}^n > T_f + \Delta$$

Здесь  $a_t$ ,  $a_m$  - температуропроводности талого и мерзлого грунта соответственно,  $\lambda_t$ ,  $\lambda_m$  - коэффициенты теплопроводности талого и мерзлого грунта,  $c_t$ ,  $c_m$  - объемные теплоемкости талого и мерзлого грунта.

Величина  $\Delta$  определяет в методе эффективной теплоемкости [9] диапазон температур при которых идет фазовый переход, а именно  $T_f - \Delta \leq T_{i,j}^n \leq T_f + \Delta$ . При расчете  $a(i, j)$  дельта - функция Дирака в выражении (1) заменена на функцию  $f(T - T_f)$ , задающуюся следующими выражениями [64]

$$f(T - T_f) = \begin{cases} 0 & \text{при } |T - T_f| > \Delta \\ 1 & \text{при } |T - T_f| \leq \Delta \end{cases}$$

Сетка пространственных координат в расчетной области задаются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} x_i &= i \cdot \Delta x, & 0 \leq i \leq i_{max}, \\ y_j &= j \cdot \Delta y, & 0 \leq j \leq j_{max}, \\ \tau_n &= \Delta t \cdot n, & 0 \leq n \leq t_{end}, \end{aligned}$$

Где  $i_{max}$ ,  $j_{max}$  - максимальные значения  $i, j$ ,  $t_{end}$  - задает момент времени, в который определяется температурное поле.

Начальные условия:

1) Температура грунта меняется с глубиной

$$T = T(y)$$

2) Температура резервуара считается постоянной

$$T = T_H = const$$

Схема граничных условий в расчетной области представлена на рис.2.3.

Граничные условия:

1) условие II рода

$$y = y_{\Gamma}: \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}}{\partial y} = \alpha (T_{\text{В}} - T_{\Gamma})$$

2) условие (III род) конвективного теплообмена между воздухом и грунтом:

$$y = y_{\Gamma}: \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(x, y, t)}{\partial y} = \alpha (T_{\text{В}} - T_{\Gamma})$$

3) условие (III род) конвективного теплообмена между воздухом и железобетонными плитами:

$$y = y_{\text{б}}: \lambda_{\text{в}} \frac{\partial T_{\text{б}}(x, y, t)}{\partial y} = \alpha (T_{\text{б}} - T_{\text{В}})$$

4) условие (III род) конвективного теплообмена между нефтью и нагреваемой поверхностью:

$$y = y_{\text{п}}: \lambda_{\text{п}} \frac{\partial T_{\text{п}}(x, y, t)}{\partial y} = \alpha (T_{\text{н}} - T_{\text{п}})$$

Где  $T_{\text{б}}$ ,  $T_{\text{н}}$ ,  $T_{\text{п}}$  соответственно температуры железобетона, нефти и теплоизоляционного слоя.

Температуру по всему периметру расчетной области будем считать закрепленной, тогда коэффициенты будут равны:

$$A_{i,j} = 0, B_{i,j} = 0, C_{i,j} = 1, E_{i,j} = 0, D_{i,j} = 0, F_{i,j} = T_{\text{нн}};$$

На рис. . приведена схема граничных условий.

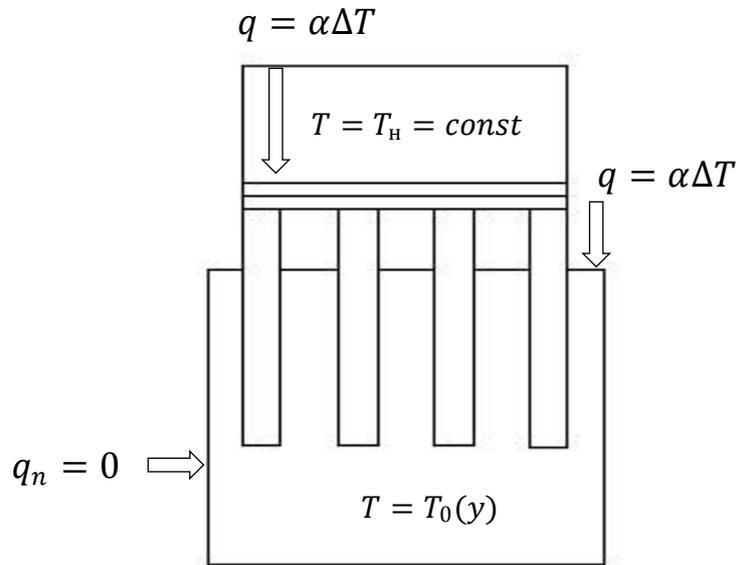


Рис.2.3. Схема граничных условий.

На боковых поверхностях расчетной области берется граничное условие 1 рода  $q_n = 0$ ,  $q_n$  - тепловой поток, перпендикулярный боковой поверхности расчетной области. На нижней границе расчетной области задается граничное условие первого рода  $T = T_0(y) = \text{const}$ . Здесь  $T_0(y)$  – начальное распределение температуры.

В работе были рассчитаны температурные поля резервуара на сваях в соответствии с вышеизложенной методикой.

### Глава 3. Расчет температурного поля под резервуаром, расположенного на сваях

Для тестирования методики расчетов, изложенных в 1 главе, нами были рассчитаны температурные поля исследуемого объекта. В данной работе выполнен расчет нестационарных температурных полей под нефтяным резервуаром на сваях объемом 5000 м<sup>3</sup>, расположенном на Тазовском месторождении.

Конструкция резервуара РВС-5000 на сваях приведена на рис. 3.1. Емкость стального резервуара установлена на железобетонное основание толщиной 0,22 м. Между резервуаром и бетонными плитами слой песка толщиной 0,3 м. Железобетонное основание (плиты) устанавливается на железобетонные сваи, с глубиной проникновения в грунт 10 метров. За характеристики горной породы примем свойства суглинок. Размеры свай в поперечном сечении 0,3 м × 0,3 м, длина свай 12 м [5,6].

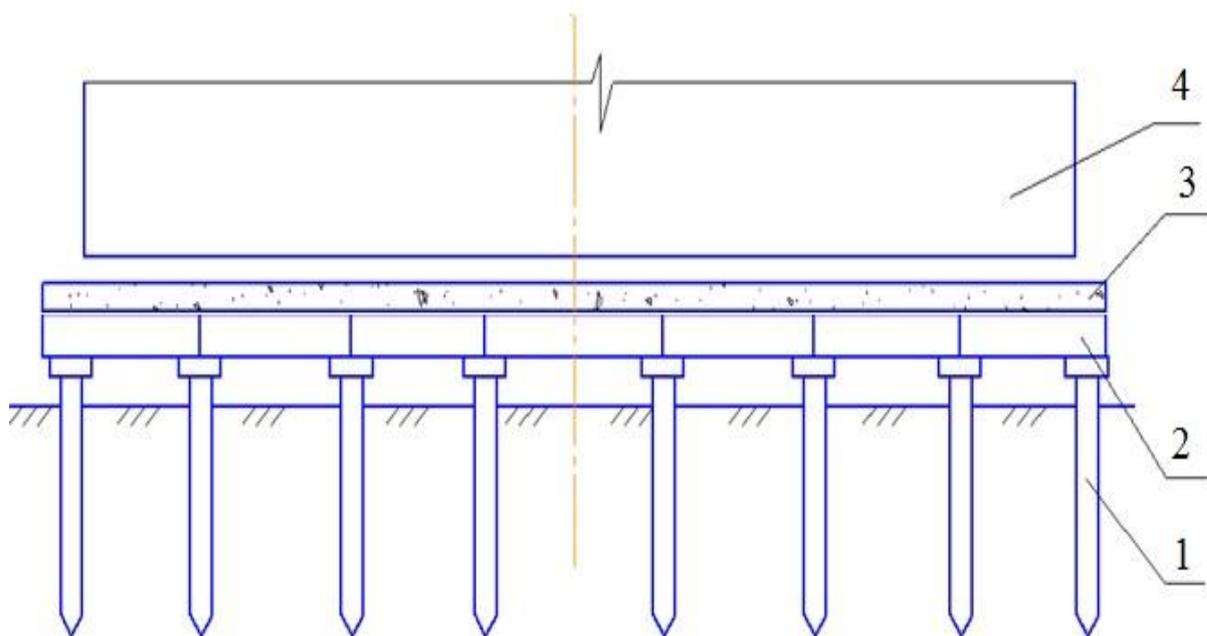


Рис.3.1. 1 – сваи, 2 – железобетонные плиты, 3 – слой песка, 4 – резервуар.

Высоту основания конструкции над уровнем грунта примем равной 2 м. Теплофизические свойства песка и суглинок приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1.

	кг $\gamma_{ск}, \frac{—}{3 \text{ м}}$	W	Вт $\lambda_{м}, \frac{—}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Вт $\lambda_{т}, \frac{—}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Дж $c_{м}, \frac{—}{3 \cdot \text{К} \cdot \text{м}}$	Дж $c_{т}, \frac{—}{3 \cdot \text{К} \cdot \text{м}}$
Песок	1620	0,17	2,51	2,18	2188	2761
Суглинок	1490	0,27	1,55	1,31	2340	2840

Теплофизические свойства нефти, железобетона, воздуха и снега приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

	кг $\rho, \frac{—}{\text{м}^3}$	Вт $\lambda, \frac{—}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Дж $c_p, \frac{—}{3 \cdot \text{К} \cdot \text{м}}$
Нефть	800	0,12	2100
Железобетон	2500	1,7	840
Воздух	1,29	0,024	1009
Снег	120	0,1	2090

Будем считать, что температура резервуара постоянна и равна  $T_n = 35^\circ\text{C}$ . За температуру грунта примем распределение температуры грунта по глубине на июнь для Тазовского месторождения. Распределение температуры по глубине приведено в таблице 3.3.

Таблица 3.3.

Глубина, м	Температура, $^\circ\text{C}$
1	7,9
2	5,9
3	-2,5

4	-6,457
5	-6,475
6	-6,091
7	-5,688
8	-5,698
9	-5,483
10	-5,428
11	-5,449
12	-5,547
13	-5,288
14	-5,037
15	-5,039

При вычислении применялись среднемесячные значения температуры воздуха. Для этого были использованы метеорологические данные, взятые из архива метеостанции Тазовского месторождения []. Среднемесячные температуры приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4.

Месяц	Температура, °С
Декабрь	-12,88
Ноябрь	-18,32
Октябрь	-2,97
Сентябрь	3,94
Август	9,96
Июль	15,79
Июнь	9,81
Май	-5,20

Апрель	-7,10
Март	-12,52
Февраль	-24,38
Январь	-25,58

На рисунке 3.2 изображена расчетная область.

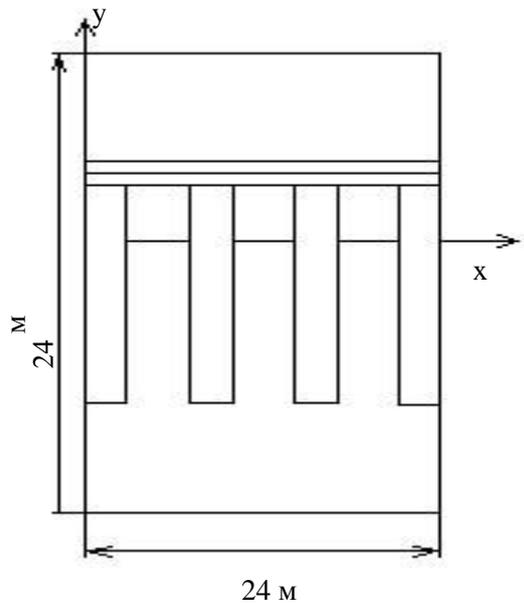


Рис. 3.2. Расчетная область.

Сетка пространственных и временных координат в расчетной области задается следующими выражениями

$$x_i = i \cdot \Delta x \quad 0 \leq i \leq 80, \Delta x = 0,3\text{м}$$

$$y_j = j \cdot \Delta y \quad 0 \leq j \leq 80, \Delta y = 0,3\text{м} \quad \tau_n =$$

$$\Delta t \cdot n, \Delta t = 0,001 \text{ сут.}$$

В Приложении 1 Представлен листинг программы.

На рисунке 3.3 представлено температурное поле грунта под воздействием теплового поля резервуара на сваях с учетом заснеженности подполья. Выявлено, что нулевая изотерма опустилась до конца сваи длиной 12 метров на 7 расчетный год, при учете, что температура нефти в резервуаре составляла на протяжении всего расчета постоянное значение равное 35°C.

Также при расчете было учтено, что проветриваемое подполье заполняется постоянно снегом в течение 1 месяца. Температура окружающей среды не вносит изменение в поле температуры грунта, так как скопленный снег под резервуаром является барьером для прохождения отрицательной температуры воздуха. Грунт не замерзает в зимнее время, а тепловой фронт движется вниз.

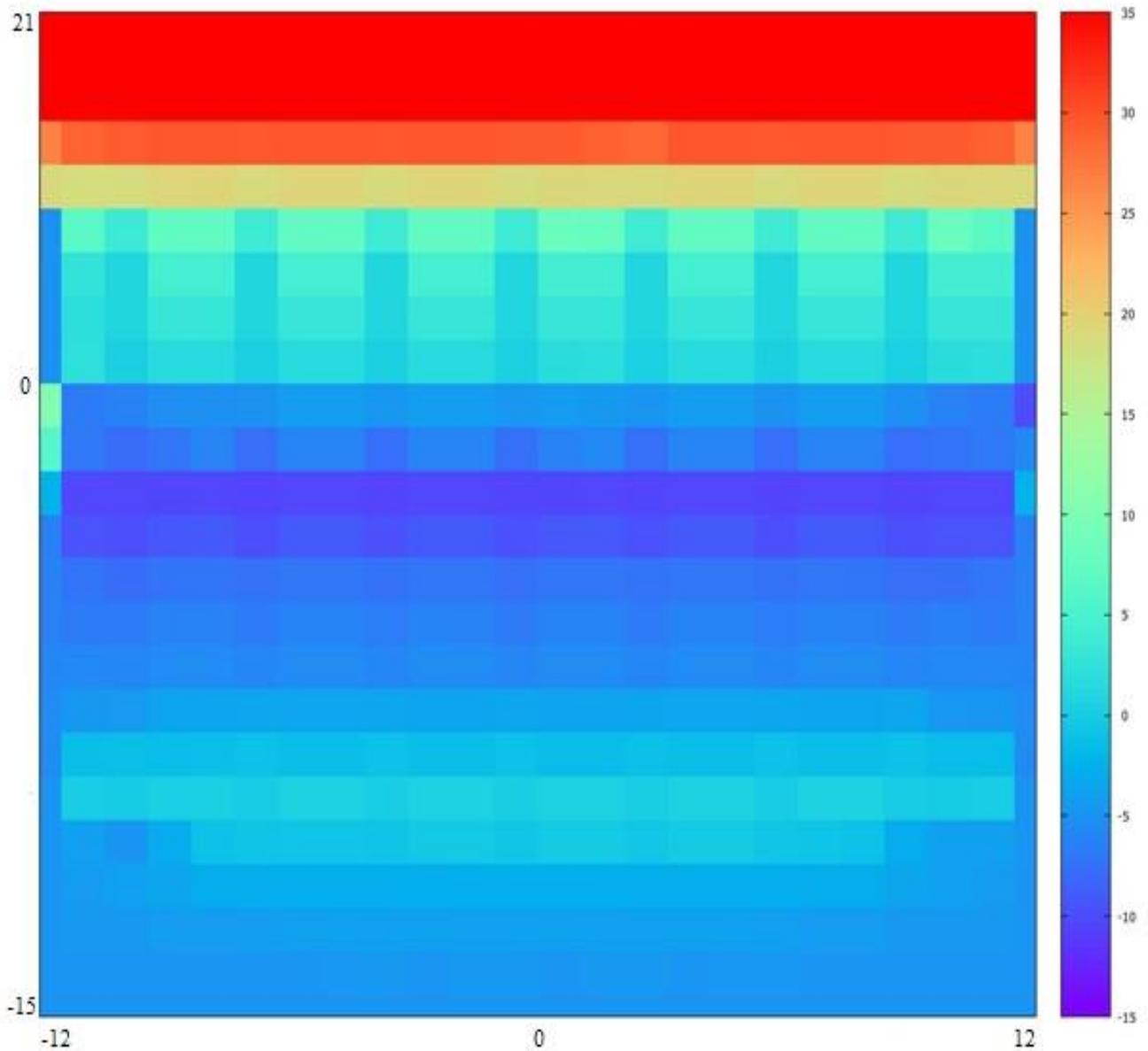


Рис. 3.3. Температурное поле грунта на 31 мая 2016 г. с учетом заснеженности подполья.

На рисунке 3.4 представлены результаты расчета температурного поля грунта без учета заснеженности подполья. Расчет проводился на 7 лет. На основе полученных результатов, можно сказать что правильная эксплуатация

резервуара и поддержании пустоты подполья уменьшает воздействие теплового поля резервуара на мерзлый грунт.

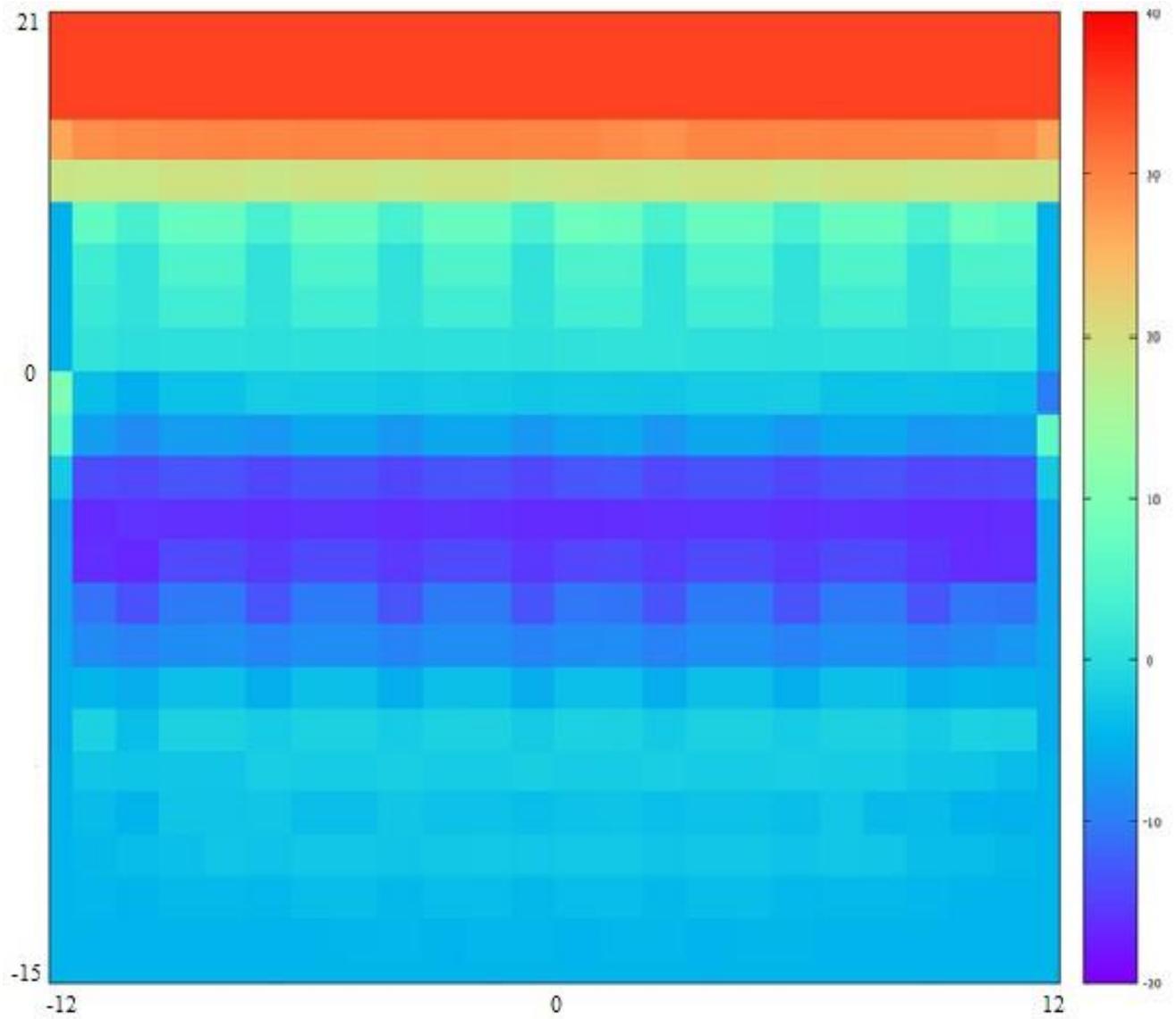


Рис. 3.4. Температурное поле грунта на 31 мая 2016 г. без учета заснеженности подполья.

После проведения расчетов выявлено, что для поддержания грунта в твердом состоянии необходимо постоянно очищать подполье от снега для того, чтобы происходило замерзание грунта. Но по факту никто этого не делает. Поэтому необходимо при эксплуатации резервуара дополнительно установить тепловой барьер – это можно сделать в качестве применения дополнительной изоляции в грунтовое основание.

В большинстве случаев для этого могут быть использованы синтетические теплоизолирующие материалы, изготовленные в виде плит различной толщины с заданными теплоизолирующим и гидроизолирующим слоем.

При выборе теплоизолирующего материала необходимо исходить из того, что плиты должны обладать минимальной сжимаемостью и иметь минимально возможную теплопроводность.

Для оптимального подбора изоляции было рассмотрено 3 вида изоляции: термический изолятор из диатомитового пеностекла, термический изолятор из пеноплекса и пенобетон. Характеристики теплоизолирующих материалов приведены в таблице.

Таблица

Материал	Вт $\lambda_m, \frac{\text{м}}{\text{К}}$	Прочность по сжатию, МПа
Термический изолятор из диатомитового пеностекла	0,1 – 0,15	50
Термический изолятор из пеноплекса	0,036	0,2
Пенобетон	0,09	1,3

В нефтяной промышленности большую роль играет класс горючести материалов. Из предложенных термических изоляторов высокой степенью

горючести обладает изолятор из пеноплекса. Пенобетон и изолятор из диатомитового пеностекла относятся к слабогорючим материалам и обладают хорошими прочностными характеристиками. Поэтому расчет температурного поля грунта выполнен для двух видов материалов. Также, согласно [1,4], температуру нефти в резервуаре будем считать постоянной и равной  $25^{\circ}\text{C}$ , для уменьшения теплового воздействия теплового поля резервуара.

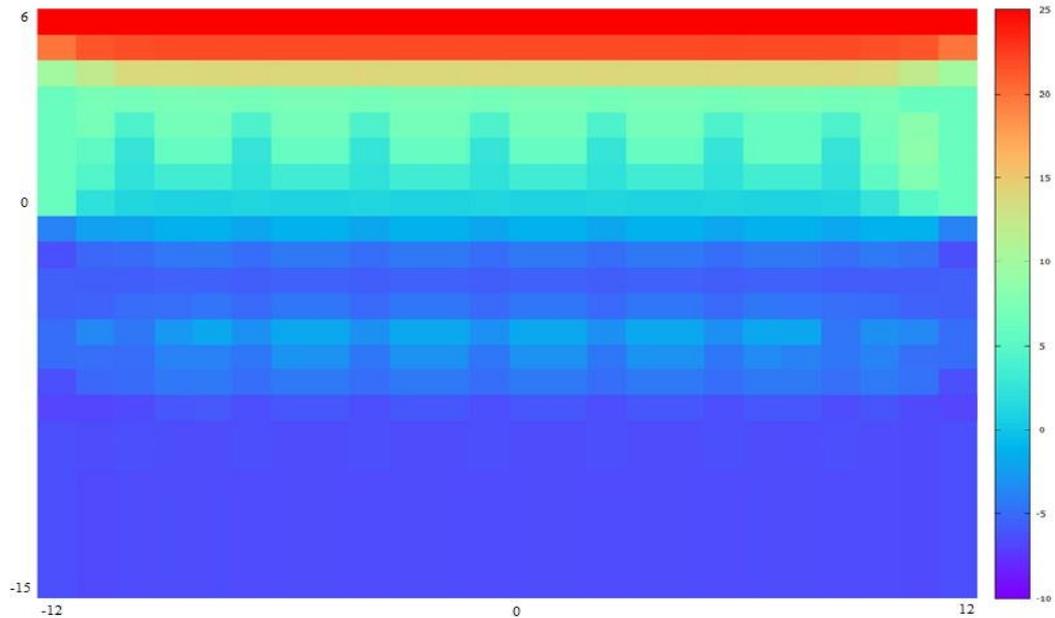


Рис. 3.5. Температурное поле грунта с учетом теплоизоляционного слоя пенобетон.

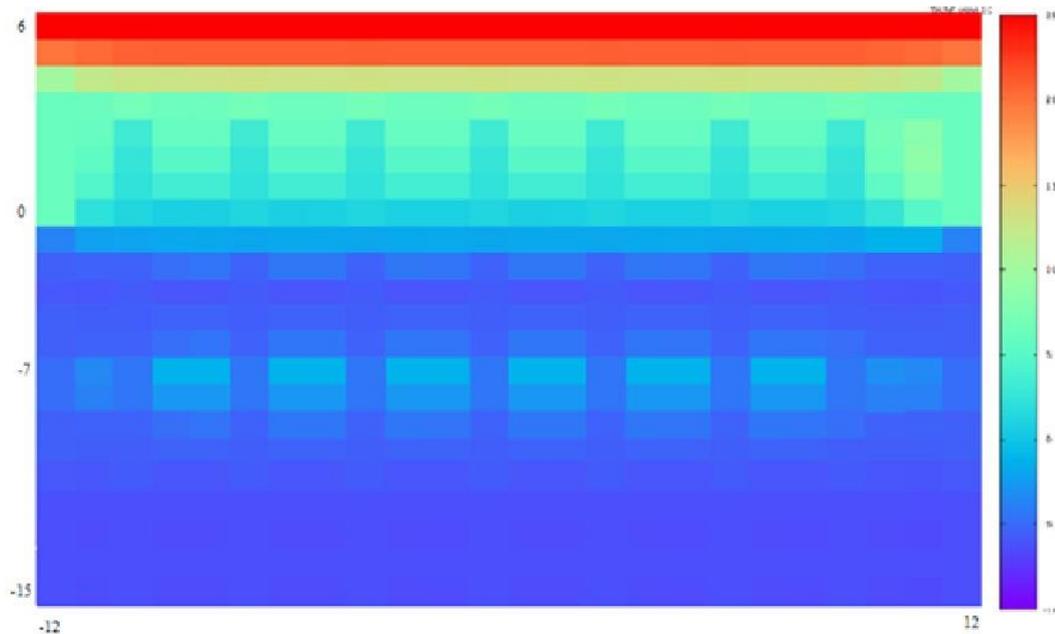


Рис. 3.6. Температурное поле грунта с учетом теплоизоляционного слоя из диатомитового пеностекла.

В случае использования изолятора из диатомитового пеностекла нулевая изотерма за расчетный период достигает глубины 7 метров, в случае использования пенобетона нулевая изотерма достигает глубины 5 метров.

Таким образом, выполнен расчет температурных полей грунта под резервуаром на сваях с учетом тепловых изоляторов. На основе полученных результатов рекомендуется использовать пенобетон в качестве дополнительного теплового барьера в сочетании с регулированием температуры хранения нефти в резервуаре. Однако, данные меры при наличии снега в подполье не исключают тепловое воздействие на резервуар.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проделанной работы была разработана нестационарная модель для расчета температурных полей учитывающая фазовые переходы. Также было реализовано численное решение задачи Стефана в безразмерном виде, для определения температурного поля под резервуаром на сваях с проветриваемым подпольем «Высокий ростверк» в криолитозоне.

На основе полученных результатов установлено что наличие снежного покрова приводит к распространению положительного теплового фронта к основанию свай. Это приводит к протаиванию грунта под сваями и уменьшению несущей способности конструкции резервуара. При таком режиме эксплуатации резервуара устройство проветриваемого подполья «Высокий ростверк» становится неэффективным.

В работе было предложено установление дополнительного теплового барьера в сочетании с понижением температуры хранения нефти в резервуаре. На основе полученных результатов, установлено что предложенные меры уменьшают тепловое воздействие резервуара на вечномёрзлый грунт, увеличивая срок эксплуатации сооружения.

## ЛИТЕРАТУРНЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. ГОСТ 1510 – 84. Нефть и нефтепродукты. Маркировка, упаковка, транспортирование и хранение. Москва: Стандартинформ. – 2010. – 34 с.
2. ГОСТ 25100-82. Грунты. Классификация. М., 1982.
3. ГОСТ Р 52910-2008. Резервуары вертикальные цилиндрические стальные для нефти и нефтепродуктов. Общие технические условия. М.: Стандартинформ, 2008.

4. СНиП 2.11.03-93. Склады нефти и нефтепродуктов.

Противопожарные нормы/Госстрой России. — М.: ФГУП ЦПП, 2007. — 20 с.

5. СНиП 2.02.04-88. Основания и фундаменты на вечномерзлых грунтах. М., 1998.

6. СНиП 2.02.03-85. Свайные фундаменты. 1987. — 92 с.

7. Достовалов Б.Н., Кудрявцев В.А., Общее мерзлотоведение. М.: Изд.

Московского ун-та. — 1967. — 404 с.

8. Вакулин А.А. Основы геокриологии. Учебное пособие. 2-ое изд. — Тюмень. — 2011. — 220с.

9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. —

М.: Едиториал УРСС. — 2003. — 782с.

10. Лыков А.В., Теория теплопроводности. — М.: «Высшая школа». — 1967. — 599с.

11. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. — Москва : Энергоатомиздат. — 1984. — 152с.

12. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. М.: Высшая школа, 1973. 448 с.

13. Сиковский Д. Ф. Методы вычислительной теплофизики: Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2013. 98 с.

14. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. - М.: Наука, 1989. - 432 с.

15. Ватин Н.И., Баданин А.Н., Булатов Г.Я., Колосова Н.Б. Устройство свайных фундаментов: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. – 227 с

16. Аникин Г.В., Плотников С. Н., Спасенникова К.А., Вакулин А.А. Расчет стабилизации температуры основания под резервуаром с нефтью // Вестник Тюменского государственного университета. — Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2009. – №6. – С. 35-45.

17. Мельников В.П., Мельникова А.А., Аникин Г.В., Иванов К.С., Спасенникова К.А. Инженерные решения в строительстве на вечной мерзлоте в плане повышения энергоэффективности сооружений // Криосфера Земли. 2014. – Т.ХVIII. – №3. – С.82-90.

18. Горелик Я.Б., Колунин В.С. Физика и моделирование криогенных процессов в литосфере. – Новосибирск, изд. СО РАН. – 2002. – 317с.

19. Григорьев, Б.В. Экспериментальное исследование промерзанияоттаивания грунтов в неравновесных условиях // Вестник Тюменского государственного университета. — Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2012. — С . 53–60.

20. Даниэлян, Ю.С. Исследования неравновесного тепломассопереноса в грунтах с фазовыми переходами влаги применительно к проектированию обустройства нефтяных месторождений: Дисс. д. ф-м. наук / Ю.С. Даниэля н. — 01.04.14 Тюмень, 1997. — 36 8 с.

21. Крылов Д.А. Математическое моделирование температурных полей с учетом фазовых переходов в криолитозоне // Наука и образование. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 26 с.

22. Аникин Г.В., Плотников С. Н., Вакулин А.А., Спасенникова К.А. Стахостическое прогнозирование состояния грунтов под объектами, построенными на вечной мерзлоте // Вестник Тюменского государственного университета. — Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2013. — №7. — С. 46-53.

23. Хрусталева Л.Н., Давыдова И.В. Прогноз потепления климата и его учет при оценке надежности оснований зданий на вечномерзлых грунтах // Криосфера Земли, — 2007. — Т.ХІ. — №2. — С.68-75.

24. Kolunin V.S., Kolunin A.V. Heat and mass transfer in saturated porous media with ice inclusions // Intern.J.Heat Mass Transfer, – 2006. – V.49. – P.25142522.
25. Stefan J. 1981. Uber die Theorie des Eisbildung, Insbesondere uber die Eisbildung im Polarmere, Ann. Phys. Chem. 42: 269-286.
26. Carslaw H.W. and Jaeger J.C. 1959. Conduction of Heat in Solids , 2nd ed., Oxford: Clarendon Press.
27. Cho S.H. and Sunderland J.E. 1969. «Heat conduction problems with melting or freezing» J. Heat Transfer 91: 421-426.
28. Foss S.D.and Fan.S.S.T.1972. Approximate solution to the freezing of the ice-water system with constant heat flux in the water phase, J. Water Resour. Res. 8: 1083-1086.
29. Lunardini V.J. Heat Conduction with Freezing or Thawing, CRREL Monograph 88\_/1, U.S. Army Corps of Engineers, 1988.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Листинг программы

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <iomanip>
#include <cstring> #include "GetFromFile.h" void
Yakobi(std::vector<double> &T0, double e, std::vector<double> &X,
std::vector<double> &d, std::vector<double> &val, std::vector<int> &col,
std::vector<int> &poi, int N, int M); int main(int nargs, char **arg) {
GetFromFile dataFile(arg[1]); GetFromFile txtFile(arg[2]); int N =
```

```

dataFile.getWord<int>("N");  std::cout << "N " << N << std::endl <<
std::endl;  int M = dataFile.getWord<int>("M");  std::cout << "M "
<< M << std::endl << std::endl;  double Mg =
dataFile.getWord<double>("Mg");  std::cout << "Mg " << Mg <<
std::endl << std::endl;  double Ms = dataFile.getWord<double>("Ms");
std::cout << "Ms " << Ms << std::endl << std::endl;  double Mb =
dataFile.getWord<double>("Mb");  std::cout << "Mb " << Mb <<
std::endl << std::endl;  double Mp = dataFile.getWord<double>("Mp");
std::cout << "Mp " << Mp << std::endl << std::endl;  double Mn =
dataFile.getWord<double>("Mn");  std::cout << "Mn " << Mn <<
std::endl << std::endl;  double Ts = dataFile.getWord<double>("Ts");
    std::cout << "Ts " << Ts << std::endl << std::endl;
    double Tb = dataFile.getWord<double>("Tb");
    std::cout << "Tb " << Tb << std::endl << std::endl;
    double Tp = dataFile.getWord<double>("Tp");
    std::cout << "Tp " << Tp << std::endl << std::endl;
double Tn = dataFile.getWord<double>("Tn");  std::cout
<< "Tn " << Tn << std::endl << std::endl;  double Tf =
dataFile.getWord<double>("Tf");  std::cout << "Tf " <<
Tf << std::endl << std::endl;  double roG =
dataFile.getWord<double>("roG");  std::cout << "roG " <<
roG << std::endl << std::endl;  double roB =
dataFile.getWord<double>("roB");  std::cout << "roB " <<
roB << std::endl << std::endl;  double roS =
dataFile.getWord<double>("roS");  std::cout << "roS " <<
roS << std::endl << std::endl;  double roP =
dataFile.getWord<double>("roP");  std::cout << "roP " <<
roP << std::endl << std::endl;  double roN =
dataFile.getWord<double>("roN");  std::cout << "roN " <<
roN << std::endl << std::endl;  double CpG =

```

```
dataFile.getWord<double>("CpG"); std::cout << "CpG " <<
CpG << std::endl << std::endl;    double CpB =
dataFile.getWord<double>("CpB"); std::cout << "CpB " <<
CpB << std::endl << std::endl;    double CpS =
dataFile.getWord<double>("CpS"); std::cout << "CpS " <<
CpS << std::endl << std::endl; double CpP =
dataFile.getWord<double>("CpP"); std::cout << "CpP " <<
CpP << std::endl << std::endl; double CpN =
dataFile.getWord<double>("CpN"); std::cout << "CpN " <<
CpN << std::endl << std::endl; double Cpm =
dataFile.getWord<double>("Cpm");
```

```

std::cout << "Cpm " << Cpm << std::endl << std::endl;
double Cpt = dataFile.getWord<double>("Cpt");
std::cout << "Cpt " << Cpt << std::endl << std::endl;
double lG = dataFile.getWord<double>("lG");
std::cout << "lG " << lG << std::endl << std::endl;
double lB = dataFile.getWord<double>("lB");    std::cout
<< "lB " << lB << std::endl << std::endl;    double lS =
dataFile.getWord<double>("lS");    std::cout << "lS " <<
lS << std::endl << std::endl;    double lP =
dataFile.getWord<double>("lP");    std::cout << "lP " <<
lP << std::endl << std::endl;    double lN =
dataFile.getWord<double>("lN");    std::cout << "lN " <<
lN << std::endl << std::endl;    double lm =
dataFile.getWord<double>("lm");    std::cout << "lm " <<
lm << std::endl << std::endl;    double lt =
dataFile.getWord<double>("lt");    std::cout << "lt " << lt
<< std::endl << std::endl;    double e =
dataFile.getWord<double>("e");    std::cout << "e " << e
<< std::endl << std::endl;    int tend =
dataFile.getWord<int>("tend");    std::cout << "tend " <<
tend << std::endl << std::endl;    double dt =
dataFile.getWord<double>("dt");    std::cout << "dt " << dt
<< std::endl << std::endl;    double dx =
dataFile.getWord<double>("dx");    std::cout << "dx " <<
dx << std::endl << std::endl;    double dy =
dataFile.getWord<double>("dy");    std::cout << "dy " << dy

```

```

<< std::endl << std::endl; double delta =
dataFile.getWord<double>("delta"); std::cout << "delta " <<
delta << std::endl << std::endl; double r =
dataFile.getWord<double>("r");
    std::cout << "r " << r << std::endl << std::endl;
    double w = dataFile.getWord<double>("w");
    std::cout << "w " << w << std::endl << std::endl;
    double wnz = dataFile.getWord<double>("wnz");
    std::cout << "wnz " << wnz << std::endl << std::endl;
double roSK = dataFile.getWord<double>("roSK");    std::cout
<< "roSK " << roSK << std::endl << std::endl;
std::vector<double> Tg = dataFile.getVector<double>("Tg");
std::cout << "Tg" << std::endl;    for (int i = 0; i < Tg.size();
i++)    std::cout << Tg[i] << " ";    std::cout << std::endl <<
std::endl;
    /*std::vector<double> T0 =
txtFile.getVector<double>("T0");    std::cout << "T0" <<
std::endl;    for (int i = 0; i < T0.size(); i++)    std::cout
<< T0[i] << " ";
    std::cout << std::endl << std::endl;*/    std::vector<double>
T = dataFile.getVector<double>("T");    std::cout << "T" <<
std::endl;    for (int i = 0; i < T.size(); i++)    std::cout <<
T[i] << " ";
    std::cout << std::endl << std::endl;
std::vector<double> T0;
std::vector<double> x;

```

```
std::vector<double> y;
std::vector<double> xg;
std::vector<double> yg;
std::vector<double> val; std::vector<int>
col; std::vector<int> poi;
    std::vector<double> V;
std::vector<double> aB;
std::vector<double> aL;
std::vector<double> aC;
std::vector<double> aR;
std::vector<double> aT;
std::vector<double> X;
std::vector<double> ab;
std::vector<double> al;
std::vector<double> ar;
std::vector<double> at;
std::vector<double> a;
std::vector<double> ro;
std::vector<double> Cp;
std::vector<double> l;
std::vector<double> d;
    double L;
    std::cout.precision(4);
std::cout << "T0" << std::endl;
    for (int j = 0; j < Mg; j++) {    for
(int i = 0; i < N; i++) {
```

```

    T0.push_back(Tg[j]);
  }
}
for (int i = N * Mg; i < N * Ms;
i++) T0.push_back(Ts); for (int i =
N * Ms; i < N * Mb; i++)
T0.push_back(Tb); for (int i = N *
Mb; i < N * Mp; i++)
  T0.push_back(Tp);
  for (int i = N * Mp; i < N * M;
i++) T0.push_back(Tn); for (int i
= 0; i < N * M; i++) std::cout <<
T0[i] << " ";
  std::cout << std::endl << std::endl;
std::cout << "x" << std::endl; for (int i
= 0; i < N; i++) {
    x.push_back(i);
    std::cout << x[i] << " ";}
std::cout << std::endl << std::endl;
std::cout << "y" << std::endl; for (int i
= 0; i < M; i++) {
    y.push_back(i);
    std::cout << y[i] << " ";}
std::cout << std::endl << std::endl; std::cout
<< "xg" << std::endl; for (int j = 0; j < M;

```

```

j++) {
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        xg.push_back(x[i] + 0 * j);}
    }
    for (int i = 0; i < N * M; i++)
std::cout << xg[i] << " ";
std::endl << std::endl;
std::cout << "yg" <<
std::endl;
for (int j = 0; j < M; j++) {
for (int i = 0; i < N; i++) {
yg.push_back(0 * i + y[j]);}
}
for (int i = 0; i < N * M; i++)
std::cout << yg[i] << " ";
std::cout << std::endl <<
std::endl;
std::cout << "L" <<
std::endl;
L=(r * (w - wnz) *
roSK);
std::cout << L << " ";
std::cout << std::endl <<
std::endl;
for (int t = 0; t < tend; t += dt) {
for (int i = 0; i < N * Ms; i++) {
if
(T0[i] < (Tf - delta)) {
a.push_back(lm / Cpm / roG);}
if (T0[i] > (Tf - delta) && T0[i] < (Tf + delta)) {
a.push_back(
0.5 * (lm + lt) / (0.5 * (Cpm + Cpt) + L / 2 / delta));}
if (T0[i] > (Tf + delta)) {
a.push_back(lt / Cpt / roG);}

```

```

    }
    for (int i = N * Mg; i < N * Ms; i++)
a.push_back(1S / CpS / roS);   for (int j = 0; j <
Ms; j++)           for (int i = 2; i < N; i += 3)
                a[i + N * j] = 1B / CpB / roB;   for
(int i = N * Ms; i < N * Mb; i++)
a.push_back(1B / CpB / roB);
    for (int i = N * Mb; i < N * Mp; i++)
    a.push_back(1P / CpP / roP);   for
(int i = N * Mp; i < N * M; i++)
        a.push_back(1N / CpN / roN);
    for (int i = 0; i < N * M; i++) {
        aB.push_back(-a[i - N] * dt / dy / dy);} for
(int i = 0; i < N * M; i++) { aL.push_back(-a[i -
1] * dt / dx / dx);}
    for (int i = 0; i < N * M; i++) {
        aR.push_back(-a[i + 1] * dt / dx / dx);} for
(int i = 0; i < N * M; i++) {    aT.push_back(-
a[i + N] * dt / dy / dy);}
    for (int i = 0; i < N * M; i++) {
        d.push_back(1 + 2 * a[i] * dt * (dx * dx + dy * dy) / (dx * dx * dy * dy));}
for (int i = 0; i < N; i++) {
    aB[i] = 0;
aL[i] = 0;           aR[i] =
0;           aT[i] = 0;
d[i] = 1;}

```

```

    for (int i = 0; i < N * M; i += N) {
        aB[i] = 0;
aL[i] = 0;        aR[i] =
0;        aT[i] = 0;
d[i] = 1;}
    for (int i = (N - 1); i < N * M; i += N) {
        aB[i] = 0;        aL[i] = 0;
aR[i] = 0;        aT[i] = 0;        d[i] =
1;}
    for (int i = (N * M - 2 * N); i < N * M; i++) {
        aB[i] = 0;    aL[i] = 0;    aR[i] = 0;    aT[i] =
0;

        d[i] = 1;}
    for (int i = 0; i < N * M; i++) {
        aC.push_back(0);}
    std::cout << std::endl; std::cout
<< "aB" << std::endl;
    for (int i = 0; i < aB.size(); i++) {
        std::cout << aB[i] << " ";}
    std::cout << std::endl;        std::cout
<< "aL" << std::endl;    for (int i = 0; i <
aL.size(); i++)        std::cout << aL[i]
<< " ";    std::cout << std::endl;
    std::cout << "aR" << std::endl;        for
(int i = 0; i < aR.size(); i++) {
    std::cout << aR[i] << " ";}    std::cout

```

```

<< std::endl;      std::cout << "aT" <<
std::endl;   for (int i = 0; i < aT.size();
i++) {          std::cout << aT[i] << "
";}   std::cout << std::endl;   std::cout
<< "aC" << std::endl;   for (int i = 0; i <
aC.size(); i++) {          std::cout << aC[i]
<< " ";}   std::cout << std::endl;
std::cout << "d" << std::endl;   for (int i =
0; i < d.size(); i++) {    std::cout << d[i]
<< " ";}

    poi.clear();
    col.clear();
    val.clear(); int j = 0;
    poi.push_back(j); for
    (int i = 0; i < N * M;
    i++) {        if (aB[i]
    != 0) {

                col.push_back(i - N);
val.push_back(aB[i]);
                j++;}
        if (aL[i] != 0) {
col.push_back(i - 1);
val.push_back(aL[i]);
                j++;}
        {                col.push_back(i);
val.push_back(aC[i]);

```

```

        j++;}
    if (aR[i] != 0) {
col.push_back(i + 1);
val.push_back(aR[i]);
        j++;}
    if (aT[i] != 0) {
col.push_back(i + N);
val.push_back(aT[i]);          j++;}
    poi.push_back(j);}
    std::cout << "T" << t << ":" << std::endl;
    Yakobi(T0, e, X, d, val, col, poi, N, M);
for (int i = 0; i < N * M; i++) {
    T0[i] = X[i);}
std::cout << std::endl;
std::cout.precision(6); for
(int i = 0; i < N * M; i++)
    std::cout << X[i] << "
";
std::cout << std::endl << std::endl;
std::ofstream          ostream;
ostream.open("T.txt");
ostream.precision(4);
ostream << "T ";
    for (int i = 0; i < N * M; i++) ostream << " " << X[i];          ostream
<< std::endl;          ostream.close(); ostream.open("dvasOut.txt");

```

```

ostream.precision(3);    ostream << std::setw(8) << "x " << std::setw(8) <<
"y " << std::setw(8)
    << "T " << std::setw(8) << std::endl << std::endl;    for (int i = 0; i <
N * M; i++)    ostream << std::setw(8) << xg[i] << std::setw(8) << yg[i]
    << std::setw(8) << X[i] << std::setw(8) << std::endl;    ostream << std::endl;
ostream.close();} void Yakobi(std::vector<double> &T0, double e,
std::vector<double> &X,    std::vector<double> &d, std::vector<double>
&val, std::vector<int> &col,    std::vector<int> &poi, int N, int M) {
double k;    do {    k = 0;
    for (int i = 0; i < N * M; i++) {
        X.push_back(T0[i]);
        for (int j = poi[i]; j < poi[i + 1]; j++)
            X[i] -= val[j] * T0[col[j]];
        X[i] /= d[i];

        if (fabs(2 * (X[i] - T0[i]) / (X[i] + T0[i])) > k)
            k = fabs(2 * (X[i] - T0[i]) / (X[i] + T0[i]));}
    for (int i = 0; i < N * M; i++)
        T0.push_back(X[i]);
    } while (k > e);}

```