

На правах рукописи

ЧЕРЕНЦОВ ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ
МАНОМЕТРИЧЕСКИХ ТРУБЧАТЫХ ПРУЖИН В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ**

Специальность 05.13.18. – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Тюмень - 2015

Работа выполнена на кафедре «Транспорт углеводородных ресурсов»
ФГБОУ ВО «Тюменский государственный нефтегазовый университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Пирогов Сергей Петрович

Официальные оппоненты: **Соколов Владимир Григорьевич**
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный
архитектурно - строительный университет»,
заведующий кафедрой «Строительная
механика»

Смолин Николай Иванович
кандидат технических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Государственный аграрный
университет Северного Зауралья»,
заведующий кафедрой «Лесного хозяйства,
деревобработки и прикладной механики»

Ведущая организация: ФГАОУ ВПО «УрФУ имени первого
Президента России Б.Н. Ельцина», г.
Екатеринбург

Защита состоится «15» декабря 2015 г. в 14-00 часов на заседании
диссертационного совета Д 212.274.14 при ФГБОУ ВО «Тюменский
государственный университет» по адресу: 625003, г. Тюмень, ул.
Перекопская, 15А, ауд. 410.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО
«Тюменский государственный университет» и на сайте
<http://d21227414.utmn.ru/alltransdef>.

Автореферат разослан «___» _____ 2015 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

Е.А.Оленников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В Федеральном законе «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» от 21.07.97 №116-ФЗ (ред. от 04.03.2013), «Концепции федеральной системы мониторинга критически важных объектов и (или) потенциально опасных объектов инфраструктуры Российской Федерации и опасных грузов» одобренной распоряжением правительства РФ от 27.08.2005 №1314-р обозначена необходимость совершенствования работ в области своевременного выявления и предупреждения угроз техногенного характера.

В сложных условиях строительства, в современных условиях эксплуатации и управления системами добычи, транспорта, хранения нефти и газа, а так же при ликвидации аварий большое значение приобретают вопросы управления, организации и контроля технологическими процессами. Одним из основных параметров всех технологических процессов нефтегазовой отрасли, требующим высокого контроля, является рабочее давление. В свою очередь приборы для измерения давления должны обладать высокой надежностью и необходимой точностью.

С ужесточением условий работы, растут интенсивность и частота вибраций агрегатов, установок и др., так же негативное влияние оказывают пульсации давлений, приводящие к повышенной погрешности измерения давления, изнашиванию механических приборов и как следствие введут к срыву технологического процесса. В связи с чем, резко возрастают требования к виброзащите чувствительных элементов приборов для измерения давления. Проанализировав существующие методы снижения вибрации, можно сделать вывод, что вибродемпфирование жидкостью является эффективным, экономичным и простым в исполнении методом снижения виброактивности чувствительных элементов приборов. Однако, исследования в этой области все чаще сводятся к определению частот колебаний и не дают ответа на вопросы о скорости затухания колебаний, зависящих от свойств демпфирующей жидкости. В связи с этим, исследования в этой области являются актуальными.

Цель исследования

Исследование процесса колебаний манометрических трубчатых пружин в вязкой среде.

Основные задачи исследования

1. Учет влияния вязкости демпфирующей жидкости при колебаниях манометрических трубчатых пружин в вязкой среде.
2. Модификация численных методов для решения математических моделей колебательного процесса манометрических трубчатых пружин.
3. Разработка алгоритма и комплекса программ для автоматического определения параметров затухания колебаний.
4. Оценка влияния геометрических характеристик манометрических трубчатых пружин и физических свойств демпфирующей жидкости на параметры затухания колебаний.
5. Экспериментальное подтверждение достоверности полученных результатов.

Объектом исследования является чувствительный элемент приборов для измерения давления - манометрическая трубчатая пружина (МТП) в вязкой среде.

Предметом исследования являются параметры затухания колебаний МТП (коэффициент затухания колебаний и частота затухающих колебаний).

Научная новизна полученных результатов по трем областям специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ – отражена в следующем:

В области математического моделирования:

- Впервые учтено влияние вязкости демпфирующей жидкости в известных математических моделях, основанных на уравнениях Лагранжа второго рода для определения параметров затухания колебаний МТП.
- Впервые учтено влияние вязкости демпфирующей жидкости и внутреннего давления в известных математических моделях деформации твердого тела и линейной теории упругости для определения параметров затухания колебаний манометрических пружин и сведению задачи к расчету затухающих колебаний криволинейного стержня.

В области численных методов:

- Для впервые поставленной задачи модифицирован численный метод решения задачи колебаний манометрических пружин в вязкой среде на основе метода Бубнова - Галеркина.

В области создания и реализации комплексов программ:

- Создан программный комплекс, для впервые поставленной задачи, ориентированный на численное решение задачи колебаний манометрических трубчатых пружин в вязкой среде. Программный комплекс прошел государственную регистрацию.

Практическая значимость исследования. С помощью разработанного метода расчета и пакета прикладных программ можно определять параметры затухания колебаний и другие технические характеристики МТП, тем самым совершенствовать конструкции вибростойких манометров. Результаты работы внедрены и используются в ОАО «Манотомь» (г. Томск).

Достоверность результатов, определяется корректностью постановки задач исследования, применением классических математических методов для построения решений, результатами численных экспериментов, а так же экспериментальными исследованиями на натурных образцах.

На защиту выносятся следующие результаты, соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по техническим наукам:

Пункт 2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.

1. Впервые учтено влияние вязкости демпфирующей жидкости в известных математических моделях, основанных на уравнениях Лагранжа второго рода для определения параметров затухания колебаний МТП.

2. Впервые учтено влияние вязкости демпфирующей жидкости и внутреннего давления в известных математических моделях деформации твердого тела и линейной теории упругости для определения параметров затухания колебаний манометрических пружин и сведению задачи к расчету затухающих колебаний криволинейного стержня.

Пункт 4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

3. Программный комплекс, предназначенный для численного решения задач, связанных с описанием затухающих колебаний МТП в вязкой

среде. Программный комплекс внедрен и используется в ОАО «Манотомь» (г. Томск).

Пункт 5: Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

4. С помощью модифицированного численного метода получены решения задачи колебаний манометрических пружин в вязкой среде и впервые определены параметры затухания колебаний.

Таким образом, в соответствии с формулой специальности 05.13.18 в диссертации представлены оригинальные результаты одновременно из трех областей: математического моделирования, численных методов и комплекса программ.

Апробация научных положений и результатов исследования

Основные положения и результаты исследования докладывались на следующих конференциях и семинарах: Проблемы функционирования систем транспорта: всероссийская научно-практическая конференция, посвященная 50-летию со дня основания Тюменского индустриального института (г. Тюмень, 2013); XII Научно-техническая конференция молодежи. 1-й тур. «АК Транснефть. ОАО «Сибнефтепровод». (г. Тюмень, 2013); XXVII-XXIX Международная заочная научно-практическая конференция – Научная дискуссия: вопросы технических наук. (г. Москва, 2014); На расширенном заседании кафедры «Прикладная механика» ТюмГНГУ (г. Тюмень, 2015); На научном семинаре кафедры «Транспорт углеводородных ресурсов» ТюмГНГУ (г. Тюмень, 2015); На научном семинаре кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» ОмГТУ (г. Омск, 2015).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ, в том числе 6 в журналах из перечня ведущих периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ, получено 2 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, содержит 125 страниц машинописного текста, 16 таблиц, 60 рисунков, 3 приложения, библиографического списка использованной литературы из 131 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность темы исследования, определена научная новизна и практическая значимость.

В первой главе рассмотрено устройство, принцип действия, приведены классификация и обзор наиболее распространённых конструкций МТП. Проведен обзор методов повышения виброзащиты, рассмотрены известные решения задач в области колебаний стержней и оболочек, дан обзор исследованиям в области определения коэффициента сопротивления. Показано, что методы расчета параметров затухания колебаний МТП, работающих в жидкости, отсутствуют. Кроме того отсутствуют результаты экспериментальных исследований колебаний в демпфирующей жидкости.

Все это позволило сформулировать цель и задачи исследования.

Во второй главе разработаны математические модели движения МТП в вязкой среде.

В первом параграфе приведена аналитическая модель, основанная на уравнениях Лагранжа второго рода.

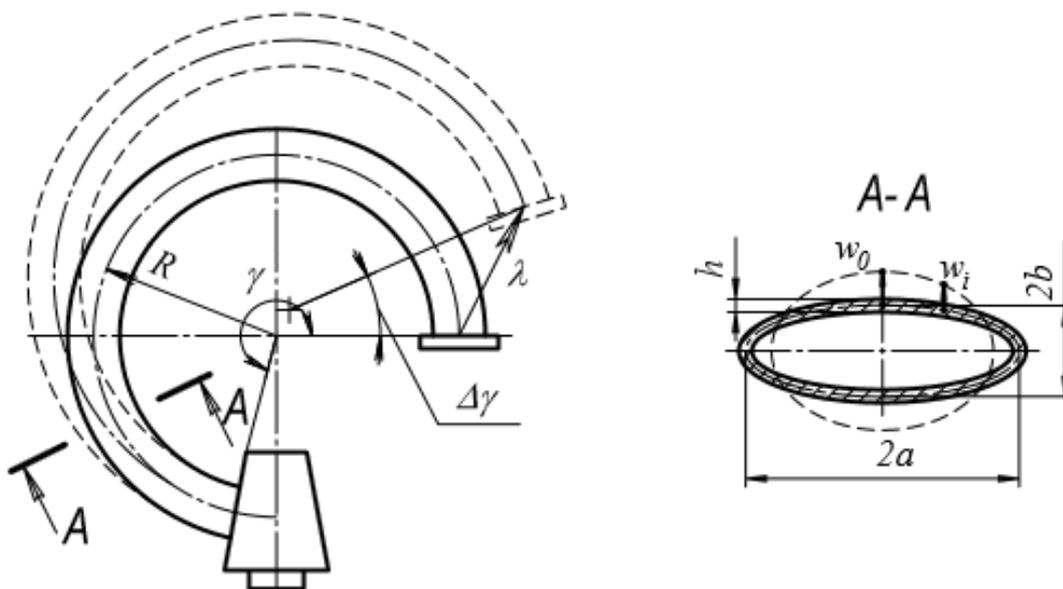


Рис.1 Обобщенные координаты.

В данной модели МТП представлена в виде механической системы с двумя степенями свободы, за обобщенные координаты приняты: относительный угол раскрытия пружины - φ и величина увеличения малой полуоси поперечного сечения трубки - w .

Система дифференциальных уравнений движения для системы с двумя степенями свободы, основанная на уравнениях Лагранжа второго рода, имеет известный вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) + \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U}{\partial \dot{w}} \right) + \frac{\partial U}{\partial w} - \frac{\partial T}{\partial w} = Q_w, \end{cases} \quad (1)$$

где t – время; T – кинетическая энергия, U – потенциальная энергия, Q_{φ}, Q_w – обобщенные силы сопротивления по обобщенным координатам.

Выражение для определения потенциальной энергии было получено в [1,2] и имеет вид:

$$U = \frac{Eh\gamma}{2R(1-\mu^2)} \left[\frac{A_1}{m^2} w_0^2 - 2b \frac{A_2}{m} \varphi w_0 + b^2 A_3 \varphi^2 + \frac{\chi^2}{12} \frac{n}{m^2} w_0^2 \right], \quad (2)$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона материала пружины; χ – характеристика манометрической пружины, $\chi = \frac{Rh}{a^2}$;

$$A_1 = \frac{1}{a} \int_0^{\frac{s}{4}} \omega^2 ds; \quad A_2 = \frac{1}{ab} \int_0^{\frac{s}{4}} y\omega ds; \quad A_3 = \frac{1}{ab^2} \int_0^{\frac{s}{4}} y^2 ds; \quad n = \frac{1}{a} \int_0^{\frac{s}{4}} \Omega^2 ds.$$

$A_1, A_2, A_3, m, n, \Omega$ и ω – коэффициенты, зависящие от формы поперечного сечения МТП.

Выражение для определения кинетической энергии было получено в [2] и имеет вид:

$$T = 2\rho h R^3 \gamma \left(\frac{\gamma^3}{3} - 4 \sin \gamma + 2\gamma \cos \gamma + 2\gamma \right) B_1 \dot{\varphi}^2 + 2\rho h R \gamma \left(\frac{B_2}{m^2} + \frac{B_3}{K_6^2 m_6^2} \right) \dot{w}_0^2, \quad (3)$$

где ρ – плотность материала трубки; h – толщина стенки трубки; γ – центральный угол МТП; $B_1 = \int_0^{\frac{s}{4}} ds$, $B_2 = \int_0^{\frac{s}{4}} \omega^2 ds$, $B_3 = \int_0^{\frac{s}{4}} \omega_6^2 ds$, w_6 , K_6 и m_6 – коэффициенты, зависящие от формы поперечного сечения пружины.

Сила сопротивления движению в жидкости направлена по нормали к центральной оси МТП и пропорциональна её нормальной скорости.

-
1. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов / Л. Е. Андреева. – 2 изд., перераб. и доп. – Москва : Машиностроение, 1981. – 392 с.
 2. Чуба А. Ю. Расчет собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 : защищена 13.11.07 / А. Ю. Чуба. – Тюмень, 2007. – 137 с.

Выражение для определения силы сопротивления получено с помощью метода неопределенных коэффициентов.

$$F = C_x S^x \nu^y \rho^z \nu^n \quad (4)$$

где C_x – коэффициент лобового сопротивления; S – площадь миделевого сечения; ρ – плотность жидкости; ν – скорость колебаний МТП; ν – кинематическая вязкость; x, y, z и n – неизвестные показатели степени.

Для симметричных тел коэффициент лобового сопротивления определяется формулой Стокса - $C_x = 24/Re$. Значения показателей степени были подобраны таким образом, чтобы колебания оставались линейными, выражение для определения силы сопротивления примет вид:

$$F = \frac{6\mu_{ж}R^2}{a_*} \left(\frac{\gamma^2}{2} + \cos \gamma \right) \dot{\varphi} + 12\mu_{ж}\gamma R \frac{A}{m} \dot{w}_0. \quad (5)$$

где a_* – характерный линейный размер (расстояние между стенками колбы манометра и большой осью пружины), $\mu_{ж}$ – динамическая вязкость жидкости; $A = \int \frac{\omega}{s} ds$ – величина, зависящая от формы сечения.

Выражения для определения обобщенных сил сопротивления:

$$Q_{\varphi R} = -\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} \left(\frac{6\mu_{ж}R^2}{a_*} \frac{\left(\frac{\gamma^2}{2} + \cos \gamma \right) \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{12\mu_{ж}\gamma R \frac{A}{m} \dot{w}_0^2}{2} \right) = -\frac{6\mu_{ж}R^2}{a_*} \left(\frac{\gamma^2}{2} + \cos \gamma \right) \dot{\varphi}, \quad (6)$$

$$Q_{w_0 R} = -\frac{\partial}{\partial \dot{w}_0} \left(\frac{6\mu_{ж}R^2}{a_*} \frac{\left(\frac{\gamma^2}{2} + \cos \gamma \right) \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{12\mu_{ж}\gamma R \frac{A}{m} \dot{w}_0^2}{2} \right) = -12\mu_{ж}\gamma R \frac{A}{m} \dot{w}_0.$$

Продифференцировав потенциальную и кинетическую энергии, система (1) была получена в виде системы двух однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{\varphi} + b_1 \dot{\varphi} + c_1 \varphi + c_3 w = 0, \\ a_2 \ddot{w} + b_2 \dot{w} + c_2 w = 0. \end{cases} \quad (7)$$

где a_1, a_2 – коэффициенты инерции, b_1, b_2 – коэффициенты диссипации, c_1, c_2, c_3 – коэффициенты жесткости, зависящие от геометрических характеристик и физических свойств материала МТП:

$$a_1 = 4\rho h R^3 \gamma \left(\frac{\gamma^3}{3} - 4 \sin \gamma + 2\gamma \cos \gamma + 2\gamma \right) B_1, \quad a_2 = 4\rho h R \gamma \left(\frac{B_2}{m^2} + \frac{B_3}{K_6^2 m_6^2} \right),$$

$$b_1 = \frac{6\mu_{ж}R^2}{a} \left(\frac{\gamma^2}{2} + \cos \gamma \right), \quad b_2 = 12\mu_{ж}\gamma R \frac{A}{m},$$

$$c_1 = \frac{Eh\gamma}{2R(1-\mu^2)}(2b^2A_3), \quad c_2 = \frac{Eh\gamma}{2R(1-\mu^2)}\left(\frac{A_1}{m^2} + \frac{\chi^2 n}{12m^2}\right), \quad c_3 = \frac{Eh\gamma}{2R(1-\mu^2)}\left(-2b\frac{A_2}{m}\right).$$

Если все 4 корня окажутся комплексными с отрицательными действительными частями, то будут наблюдаться затухающие колебания (малое вязкое сопротивление).

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -n_1 + ik_1 \\ \bar{x}_1 &= -n_1 - ik_1 \\ x_2 &= -n_2 + ik_2 \\ \bar{x}_2 &= -n_2 - ik_2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где n_1 и n_2 – коэффициенты затухания (положительные); k_1 и k_2 – частоты затухающих колебаний; \bar{x}_1 и \bar{x}_2 – числа, сопряженные с соответствующими комплексными числами.

Если все корни окажутся действительными, то будет наблюдаться аperiodическое движение (в случае большого сопротивления).

Общие уравнение движения получено путем суммирования двух затухающих колебаний:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi^{(1)} + \varphi^{(2)} = D_1 e^{-n_1 t} \sin(k_1 t + \alpha_1) + D_2 e^{-n_2 t} \sin(k_2 t + \alpha_2) \\ \omega_0 &= \omega_0^{(1)} + \omega_0^{(2)} = E_1 e^{-n_1 t} \sin(k_1 t + \beta_1) + E_2 e^{-n_2 t} \sin(k_2 t + \beta_2) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где D_1, D_2, E_1 и E_2 – амплитуды колебаний определяемые из начальных условий; $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ и β_2 – значения угла сдвига фазы, определяемые из начальных условий.

С помощью полученного метода можно аналитически определить первые два параметра затухания колебаний МТП, а так же оценить скорость затухания.

Во втором параграфе приводится модель, в которой МТП представляется как изогнутый стержень, совершающий колебания в плоскости кривизны центральной оси. Перемещение бесконечно малого элемента вырезанного из криволинейного стержня (рис.2) будет складываться из продольной u и поперечной w составляющей.

Сила сопротивления движению в жидкости - распределенная нагрузка q , направлена по нормали к оси стержня и, в связи с малыми скоростями движения, пропорциональна первой степени её нормальной скорости. Силы от внутреннего давления на верхнюю и нижнюю части поперечного сечения бесконечно малого элемента, представлены как распределённые нагрузки

внутри трубки. N – продольная сила, Q – поперечная сила, M – изгибающий момент.

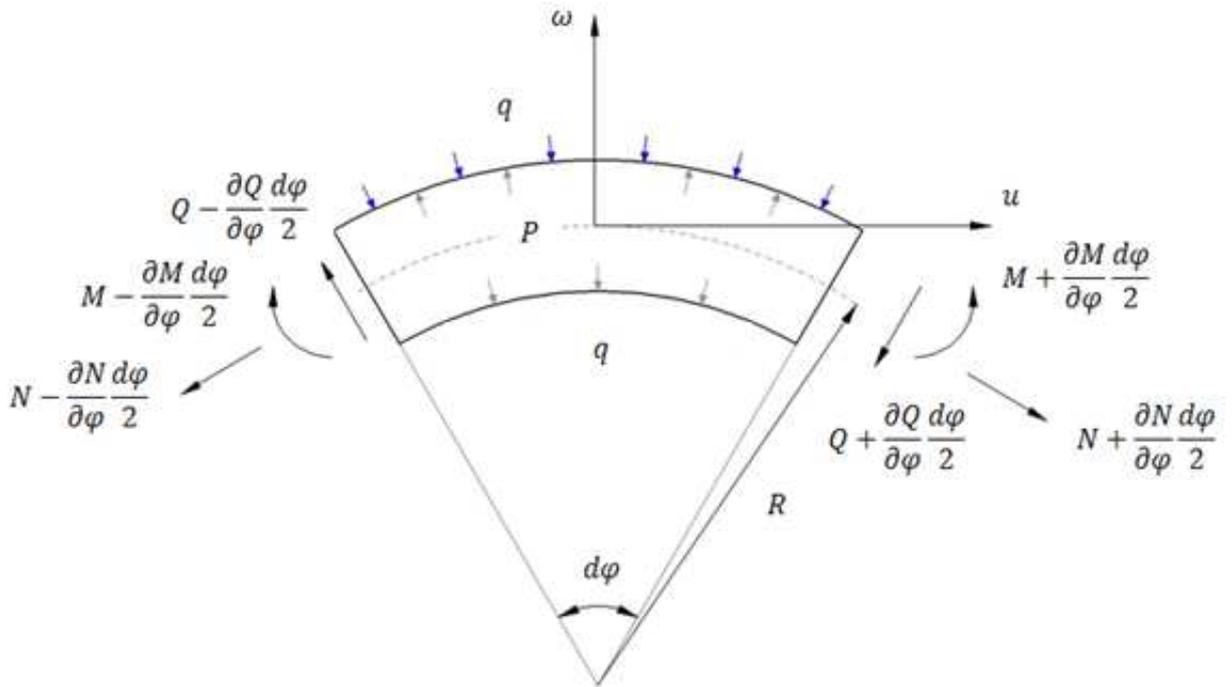


Рис.2 Бесконечно малый элемент стержня.

Система уравнений движения МТП в вязкой среде в перемещениях u и w имеет вид:

$$m(\varphi) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(1 + \frac{b}{R}\right) \beta \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left\{ H_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} + \left\{ D_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} = \frac{4ab}{R} P, \quad (9)$$

$$m(\varphi) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ H_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ D_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} = 0.$$

где $m(\varphi)$ – масса единичной длины трубки; $H_R = \frac{EJ(\varphi)K_k(\varphi)}{(1-\mu^2)R^4}$; $D_R = \frac{ES(\varphi)}{(1-\mu^2)R^2}$;

E – модуль упругости материала трубки; $J(\varphi)$ – момент инерции поперечного сечения трубки; $S(\varphi)$ – площадь поперечного сечения трубки.

Система (9) имеет следующие граничные условия: у основания манометрической пружины (в сечении, где пружина жестко закреплена) - $\varphi=0$ продольные и поперечные перемещения, а также угол поворота поперечного сечения трубки равны нулю. На свободном конце $\varphi=\gamma$, поперечные, растягивающие усилия, а так же изгибающий момент равны нулю.

В третьей главе разработаны численное решение системы (9), комплекс программ для ЭВМ. Здесь же исследовано влияние геометрических

характеристик МТП и вязкости демпфирующей жидкости на колебательное движение МТП в вязкой среде.

В первом параграфе приведен численный метод решения системы дифференциальных уравнений (9) основанный на методе Бубнова-Галеркина. Искомые перемещения представлены в виде:

$$u \approx \psi_1(\varphi)a_1(t) + \psi_2(\varphi)a_2(t) + \dots + \psi_n(\varphi)a_n(t) \approx \sum_{i=1}^n \psi_i(\varphi)a_i(t),$$

$$w \approx \zeta_1(\varphi)b_1(t) + \zeta_2(\varphi)b_2(t) + \dots + \zeta_n(\varphi)b_n(t) \approx \sum_{i=1}^n \zeta_i(\varphi)b_i(t),$$
(10)

где $a_1, a_2 \dots a_n, b_1, b_2 \dots b_n$ – неизвестные функции переменной t ;

$\psi_1, \psi_2 \dots \psi_n, \zeta_1, \zeta_2 \dots \zeta_n$ – заданные базисные функции переменной φ .

Так как перемещения (10) не являются точным решением уравнений движения, то подставляя их в (9) вместо нуля получим невязки R_1 и R_2 . В соответствии с методом Бубнова – Галеркин требуется выполнение условий ортогональности невязок R_1 и R_2 базисным функциям ζ_j и ψ_i , которые в свою очередь должны удовлетворять главным граничным условиям. Заданные базисные функции переменной φ имеют вид:

$$\psi_i(\varphi) = \varphi^i; \quad i = 1, \dots, n.$$

$$\zeta_j(\varphi) = \varphi^{j+1}; \quad j = 1, \dots, n.$$

Функции переменной t имеют вид:

$$a_n(t) = c_n \cdot e^{rt}, \quad b_n(t) = f_n e^{rt},$$

где c_n, f_n и r – неизвестные постоянные.

Условие ортогональности сводится к системе $2n$ однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\left[\begin{aligned} & \left(r^2 f_1 m_0 \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi + r f_1 \beta \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi + f_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi + f_1 H \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi \right) + \dots \\ & + \left(r^2 f_n m_0 \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_1 d\varphi + r f_n \beta \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_1 d\varphi + f_n G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi + f_n H \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_1 d\varphi \right) + \dots \\ & + \left(c_1 H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \zeta_1 d\varphi - c_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi \right) + \dots \end{aligned} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \left(c_n H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \zeta_1 d\varphi - c_n G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi \right) = 0, \\
& \dots \\
& \left(r^2 f_1 m_0 \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_n d\varphi + r f_1 \beta \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_n d\varphi + f_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} d\varphi + f_1 H \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_n d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(r^2 f_n m_0 \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_n d\varphi + r f_n \beta \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_n d\varphi + f_n G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} d\varphi + f_n H \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_n d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(c_1 H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \zeta_n d\varphi - c_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(c_n H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \zeta_n d\varphi - c_n G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} d\varphi \right) = 0, \\
& \left(f_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi - f_1 H \int_0^\gamma \zeta_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(f_n G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi - f_n H \int_0^\gamma \zeta_n \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi \right) + \dots \tag{11} \\
& + \left(r^2 c_1 m_0 \int_0^\gamma \psi_1 \psi_1 d\varphi - c_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi - c_1 H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(r^2 c_n m_0 \int_0^\gamma \psi_n \psi_1 d\varphi - c_n G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi - c_n H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} d\varphi \right) = 0. \\
& \dots \\
& \left(f_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi - f_1 H \int_0^\gamma \zeta_1 \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(f_n G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi - f_n H \int_0^\gamma \zeta_n \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(r^2 c_1 m_0 \int_0^\gamma \psi_1 \psi_n d\varphi - c_1 G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi - c_1 H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi \right) + \dots \\
& + \left(r^2 c_n m_0 \int_0^\gamma \psi_n \psi_n d\varphi - c_n G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi - c_n H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} d\varphi \right) = 0.
\end{aligned}$$

Условием существования нетривиального решения является равенство нулю главного определителя системы. Из этого условия находим r . Запишем определитель в виде:

$$\begin{vmatrix} F_{1,1} & \dots & C_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ F_{2n,1} & \dots & C_{2n,n} \end{vmatrix} = 0, \quad (12)$$

где $F_{1,1} = r^2 m_0 \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi + r\beta \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi + G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi + H \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi$,

$$C_{1,n} = H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \zeta_1 d\varphi - G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi,$$

$$F_{2,n} = r^2 m_0 \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_2 d\varphi + r\beta \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_2 d\varphi + G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial \varphi^2} d\varphi + H \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_2 d\varphi,$$

$$C_{2n,n} = r^2 m_0 \int_0^\gamma \psi_n \psi_{2n} d\varphi - G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_{2n}}{\partial \varphi} d\varphi - H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_{2n}}{\partial \varphi} d\varphi.$$

Порядок определителя равен $2n$. Элементы определителя содержат r^2 , значит, определитель эквивалентен алгебраическому уравнению степени $4n$, поэтому уравнение $\det(A)=0$ должно иметь $4n$ корней.

Как отмечалось раньше, если все $4n$ корня окажутся комплексными с отрицательными действительными частями, то будут наблюдаться затухающие колебания (при малом вязком сопротивлении). Если все корни окажутся действительными, то будет наблюдаться апериодическое движение (в случае большого сопротивления).

Во втором параграфе определяются коэффициент Кармана для МТП с помощью полубезмоментной теории оболочек по выражениям предложенным Э.Л. Аксельрадом.

В третьем параграфе определяется зависимость параметров затухания колебаний в зависимости от числа удерживаемых функций в аппроксимации перемещений (10). Результаты численного эксперимента показали, что с увеличением количества базисных функций, значения параметров затухания колебаний стремятся к некоторому пределу. Для получения удовлетворительных результатов достаточно удерживать по пять функций.

В четвертом параграфе приводится описание программного комплекса «МАНОМЕТР». На рис.3 показан интерфейс программы «Расчет затухающих колебаний».

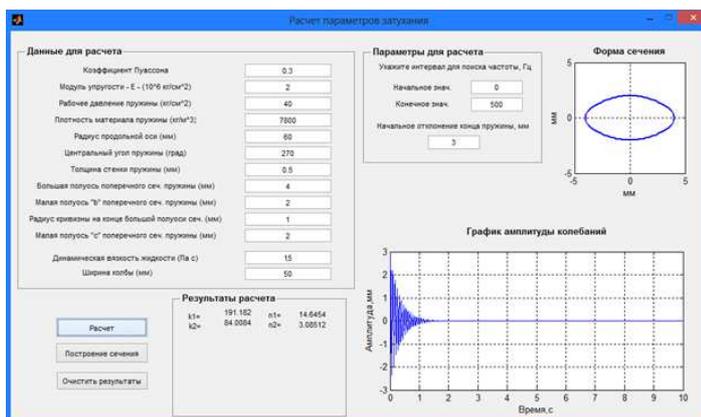
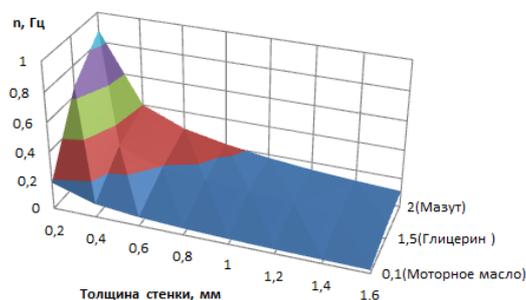


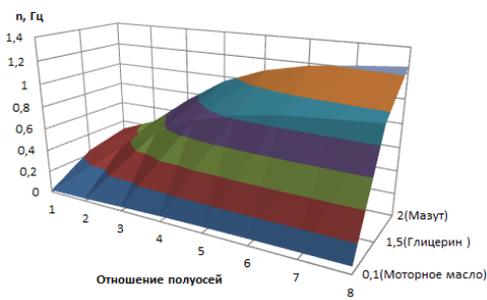
Рис.3. Интерфейс программы «Расчет затухающих колебаний»

В пятом параграфе производится сравнение результатов двух моделей. Полученные значения параметров затухания колебаний для одних и тех же образцов дают близкие значения при параметре кривизны менее 10, с увеличением параметра кривизны разница между параметрами затухания увеличивается.

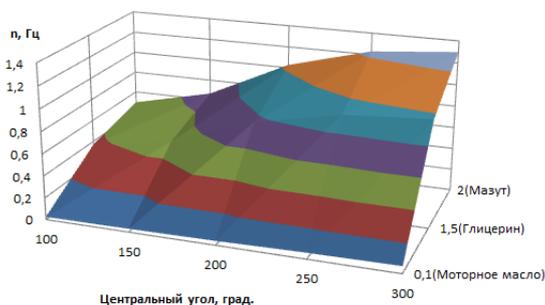
В шестом параграфе оценивается влияние геометрических характеристик МТП и вязкости демпфирующей жидкости на параметры затухания колебаний. На рис.4(а-г) показано влияние геометрических характеристик МТП на коэффициент затухания.



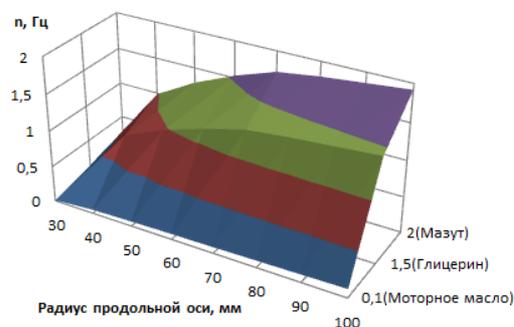
а) Влияние толщины стенки



б) Влияние отношения полуосей



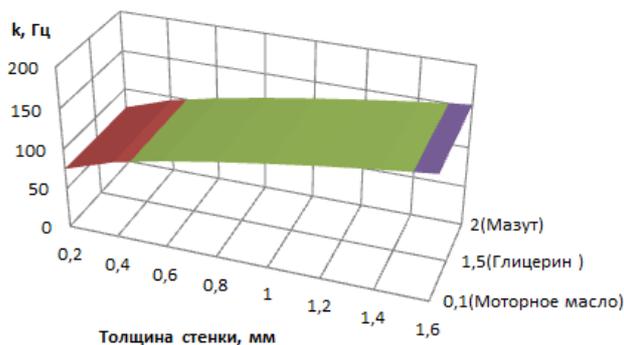
в) Влияние центрального угла



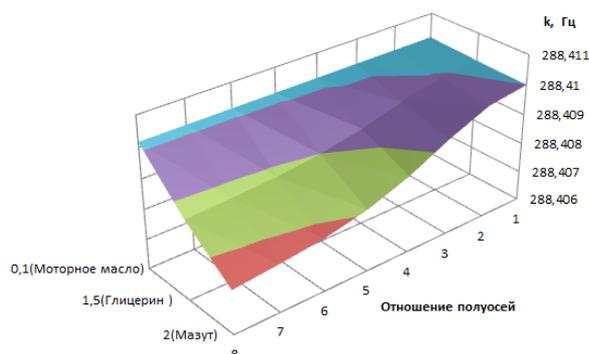
г) Влияние радиуса

Рис.4 Влияние геометрических характеристик МТП на коэффициент затухания

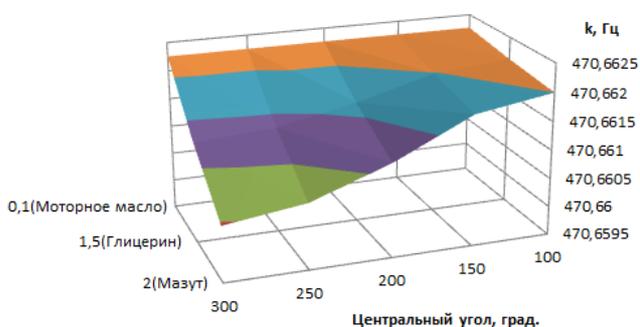
На рис.5(а-г) показано влияние геометрических характеристик МТП на частоты.



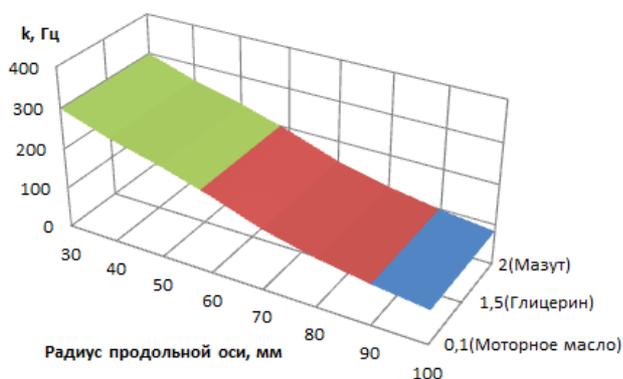
а) Влияние толщины стенки



б) Влияние отношения полуосей



в) Влияние центрального угла



г) Влияние радиуса

Рис.5 Влияние геометрических характеристик МТП на частоты колебаний

Исследование влияния геометрических характеристик МТП и свойств демпфирующей жидкости на параметры затухания колебаний показало, что увеличение толщины стенки ведет к увеличению частоты затухающих колебаний и уменьшению коэффициента затухания, а увеличение отношения полуосей, центрального угла и радиуса продольной оси ведет к уменьшению частот затухающих колебаний и увеличению коэффициента затухания. Частоты затухающих колебаний зависят от геометрических характеристик трубчатых пружин. Коэффициент затухания определяется динамической вязкостью демпфирующей жидкости и в меньшей степени зависит от геометрических характеристик трубчатых пружин.

В седьмом параграфе приводится оценка влияния вязкости демпфирующей жидкости на скорость затухания колебаний. В зависимости от динамической вязкости демпфирующей жидкости (табл.1) у 5 различных образцов МТП было получено время затухания колебаний. Результаты сведены в табл.2

Таблица 1

Значение вязкостей жидкостей

№	Жидкость	Вязкость, Па с
1	Моторное масло SAE 40	0,319
2	Касторовое масло	0,985
3	Глицерин	1,49
4	Мазут	2,022

Таблица 2

Время затухания колебаний

Номер образца	Время затухания колебаний, с			
	Моторное масло SAE 40	Касторовое масло	Глицерин	Мазут
1	11,1	3,2	2,3	1,7
2	21,4	6,1	4,4	3,4
3	29,8	8,5	6,1	4,7
4	53,6	15,3	11,1	8,5
5	47,9	13,6	9,8	7,5

Результаты расчетов показали, что при увеличении вязкости демпфирующей жидкости в 3-6 раза, время затухания колебаний уменьшается в 1,3-6,5 раз. Наиболее эффективным является применение глицерина, в силу его доступности и хорошей демпфирующей способности.

В восьмом параграфе произведено исследование аperiодического движения. Для тех же пяти образцов было определено значение динамической вязкости, при котором наблюдается аperiодическое движение. Результаты расчетов приведены в табл.3.

Таблица 3

Значение динамической вязкости при аperiодическом движении, Па с

Номер образца	1	2	3	4	5
Значение динамической вязкости	1000	1200	1200	1400	1600

Расчеты показали, что значение динамической вязкости не соответствует реальным вязкостям жидкостей, см. табл. 1, можно сделать вывод, что при демпфировании колебаний МТП жидкостью будут наблюдаться только затухающие колебания.

В четвертой главе приведены экспериментальные исследования параметров затухания колебаний МТП с целью определения достоверности созданных методов расчета.

В первом параграфе приведены описание опытных образцов МТП и приборов для определения параметров затухания колебаний МТП, описание стенда для измерения параметров затухания колебаний.

Во втором параграфе проводятся сравнения расчетных и экспериментальных значений параметров затухания колебаний. На рис.6 представлен стенд для измерения параметров затухания. Работа на стенде производилась в следующем порядке, пружина, закрепленная в емкости, зажимается в тисках. У основания трубки (в месте перехода пружины в фасонную часть) устанавливался датчик прибора, измеряющего параметры затухания. После установки прибора в режим ожидания испытуемый образец, имеющий до этого начальное отклонение, начинал совершать колебательные движения. Прибор воспринимал сигналы от датчика и после восьми замеров обрабатывал и выдавал в результате среднеарифметическое значение.



Рис.6. Стенд для измерения параметров затухания

Сравнение значений показало, что отклонения частот от теоретических значений не превышали 10% для анализатора вибрации и 3%

для вискозиметра. Отклонения значений коэффициента затухания больше для анализатора вибрации не более 15% и для вискозиметра не более 8%. Это подтверждает хорошую точность теоретических результатов.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Учтено влияние вязкости демпфирующей жидкости в известных математических моделях, основанных на уравнениях Лагранжа второго рода для определения параметров затухания колебаний манометрических пружин в вязкой среде
2. Учтено влияние вязкости демпфирующей жидкости и внутреннего давления в известных математических моделях деформации твердого тела и линейной теории упругости для определения параметров затухания колебаний манометрических пружин в вязкой среде.
3. Модифицирован численный метод решения задачи колебаний МТП в вязкой среде на основе метода Бубнова-Галеркина.
4. Разработан алгоритм, реализованный в комплексе программ «МАНОМЕТР», служащий для определения параметров затухания колебаний.
5. Исследование влияния геометрических характеристик трубчатых пружин и свойств демпфирующей жидкости на параметры затухания колебаний показало, что увеличение толщины стенки ведет к увеличению частоты затухающих колебаний и уменьшению коэффициента затухания, а увеличение отношения полуосей, центрального угла и радиуса продольной оси ведет к уменьшению частот затухающих колебаний и увеличению коэффициента затухания. Частоты затухающих колебаний зависят от геометрических характеристик трубчатых пружин. Коэффициент затухания определяется динамической вязкостью демпфирующей жидкости и в меньшей степени зависит от геометрических характеристик трубчатых пружин. При увеличении вязкости демпфирующей жидкости в 3-6 раза, время затухания колебаний уменьшается в 1,3-6,5 раз.
6. Экспериментальные исследования показали, что отклонение расчетных значений частот колебаний от экспериментальных значений во всем диапазоне не превышает 10% для анализатора вибрации и 3% для

вискозиметра, отклонение коэффициента затухания 15% и 8% соответственно.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК РФ

1. Черенцов Д.А., Пирогов С.П., Дорофеев С.М. Математическая модель манометрической пружины в вязкой среде.//Вестник тюменского государственного университета №7 2014, с. 234.
2. Черенцов Д.А. Определение обобщенных сил сопротивления в уравнениях Лагранжа второго рода, описывающих колебания манометрической пружины при наличии сил вязкого трения.// Естественные и технические науки. 2014. №4 (72). С.12-15.
3. Черенцов Д.А., Пирогов С.П. Исследование затухающих колебаний манометрической трубчатой пружины в вязкой среде.//Известия высших учебных заведений. Нефть и газ №5 2014, с.66-72.
4. Черенцов Д.А., Пирогов С.П., Земенков Ю.Д., Чуба А.Ю. Решение задачи колебаний манометрической трубчатой пружины в вязкой среде.//Естественные и технические науки. 2014. №11-12. С.19-22.
5. Черенцов Д.А., Пирогов С.П., Земенков Ю.Д., Чуба А.Ю. Результаты расчета параметров затухания манометрических трубчатых пружин // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ №1 2015, с.70-74.
6. Черенцов Д.А. Расчет параметров затухающих колебаний манометрических трубчатых пружин. / Д.А. Черенцов, С.П. Пирогов, С.М. Дорофеев, А.Ю. Чуба // Вестник Тюменского государственного университета. Серия "Физико-математическое моделирование, нефть, газ, энергетика", 2015. Том 1. N 1(1). с.136-145.

Статьи в других изданиях

7. Черенцов Д.А. Методы уменьшения влияния вибраций на точность измерения давления / Д.А. Черенцов, Е.А. Ищук, А.Ю. Чуба // Материалы всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых: Новые технологии – нефтегазовому региону/ Тюменский государственный нефтегазовый университет. – 2013. - .321-323.
8. Черенцов Д.А., Чуба А.Ю., Пирогов С.П. Модель колебаний манометрической трубчатой пружины в вязкой жидкости.//Материалы

- всероссийской заочной научно-практической конференции: Проблемы функционирования систем транспорта/ Тюменский государственный нефтегазовый университет.-2013.-373-377.
9. Черенцов Д.А., Пирогов С.П. Определение параметров затухающих колебаний манометрических трубчатых пружин, при наличии сил вязкого сопротивления.//Научно-теоретический и практический журнал. №20 (99) 2014.
 - 10.Черенцов Д.А., Пирогов С.П., Чуба А.Ю. Программный комплекс «МАНОМЕТР» для расчета параметров затухания колебаний манометрических трубчатых пружин.//Сборник статей по материалам XXVII-XXIX международной заочной научно-практической конференции: Научная дискуссия: вопросы технических наук./ «Международный центр науки и образования», 2014.-174с.
 - 11.Черенцов Д.А. Оценка влияния геометрических характеристик и вязкости демпфирующей жидкости на параметры затухания колебаний манометрических трубчатых пружин / Черенцова С.А., Ищук Е.А., Пирогов С.П. // Материалы всероссийской научно-практической конференции «Механика и процессы управления». Тюмень 2015 г. Изд.: ТюмГНГУ.
 - 12.Черенцов Д.А. Экспериментальное исследование параметров затухания колебаний манометрических трубчатых пружин работающих в вязкой среде с помощью анализатора вибрации AU014. / Черенцова С.А., Ищук Е.А., Пирогов С.П. // Материалы всероссийской научно-практической конференции «Механика и процессы управления». Тюмень 2015 г. Изд.: ТюмГНГУ.

Свидетельства о регистрации программы для ЭВМ

- 13.Свидетельство об официальной регистрации программы ЭВМ 2014618861 РФ. Программный комплекс «ПРЗКМП» для расчета манометрических трубчатых пружин/ Черенцов Д.А. – 2014616833; Заявл. 15.07.14; Оpubл. 1.09.14.
- 14.Свидетельство об официальной регистрации программы ЭВМ 2015615645 РФ. Программный комплекс для расчета манометрических пружин (МАНОМЕТР) / Черенцов Д.А., Пирогов С.П., Чуба А.Ю. - №2015612166; Заявл.: 25.03.15; Оpubл.: 22.05.15.