

На правах рукописи



БАРАННИКОВА ДАРЬЯ ДМИТРИЕВНА

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУХА
В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ СИЛ ТЯЖЕСТИ И КОРИОЛИСА**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Тюмень – 2017

Работа выполнена на кафедре алгебры и математической логики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Тюменский государственный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Обухов Александр Геннадьевич

Официальные оппоненты: **Дерябин Сергей Львович,**
доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный университет путей сообщения», профессор кафедры естественнонаучных дисциплин

Скоркин Николай Андреевич,
доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное унитарное предприятие «Российский Федеральный Ядерный Центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики имени академика Е.И. Забабахина, ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук (ИВТ СО РАН), г. Новосибирск

Защита диссертации состоится «6» декабря 2017 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.274.14 при ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15А, ауд. 410.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» и на сайте <https://diss.utmn.ru/sovet/diss-sovet-212-274-14/zashchita/327890/>.

Автореферат разослан «_____» _____ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Е. А. Оленников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена математическому моделированию и численным методам при исследовании сложных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа в температурных закрученных потоках. Детально изучаются процессы возникновения и динамики трехмерного нестационарного движения воздуха, инициированного тепловыми источниками различной конфигурации при учете действия сил тяжести и Кориолиса. Результаты диссертационного исследования были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 1.4539.2017/8.9.

Актуальность темы исследований.

Раннее предупреждение о возникновении и эффективные способы борьбы с атмосферными вихрями (торнадо, смерчи, огненные торнадо, тропические циклоны) и их разрушительными последствиями невозможны без тщательного и глубокого изучения природы возникновения этих явлений, без понимания сути физических процессов, происходящих в них. Именно поэтому изучение сложных течений газа как сплошной сжимаемой среды в температурных закрученных потоках, предпринятое в данной диссертационной работе, является весьма актуальным.

Несмотря на большое количество публикаций, проведенных экспериментальных исследований, различных подходов к выбору математических моделей и способов их численной реализации, адекватное описание сложных течений газа в температурных вихрях пока далеко от завершения. Математическое и численное моделирование при этом рассматривается как важный и очень часто как единственный инструмент исследования подобного рода сложных движений сжимаемых сплошных сред.

Цели исследования.

1. Математическое численное моделирование нестационарных трехмерных течений сжимаемого газа с вязкими и теплопроводными свойствами в закрученном температурном потоке, инициированном локальным нагревом подстилающей поверхности одним источником нагрева, несколькими источниками нагрева и нагревом вертикально расположенной области при действии сил тяжести и Кориолиса.

2. Численное нахождение решений полной системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса, определяющих нестационарные трехмерные течения газа со свойствами вязкости и теплопроводности в температурных закрученных потоках.

Задачи исследования.

1. Математическое численное моделирование нестационарных трехмерных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в температурном закрученном потоке, являющихся следствием различных видов локального нагрева и воздействия сил тяжести и Кориолиса.

2. Постановка начальных и краевых условий для полной системы уравнений Навье-Стокса, дающих возможность численно моделировать нестационарные трехмерные течения вязкого сжимаемого теплопроводного газа в температурных закрученных потоках.

3. Разработка программно-вычислительного комплекса для расчета газодинамических характеристик трехмерных нестационарных течений газа в температурных закрученных потоках.

4. Выполнение серии вычислительных экспериментов для расчета всех газодинамических характеристик трехмерных течений, мгновенных линий тока в температурных закрученных потоках при различных способах нагрева.

5. Сопоставление рассчитанных газодинамических характеристик с их измеренными значениями в проведенных лабораторных экспериментах.

Объект исследований – нестационарные трехмерные течения политропного сжимаемого газа с вязкими и теплопроводными свойствами в закрученных температурных потоках.

Предметом исследований являются методы математического численного моделирования течений газа в закрученных температурных потоках при действии сил тяжести и Кориолиса.

Методы исследования.

Поставленные в диссертационном исследовании задачи решаются с использованием надежных и современных методов аналитического и численного моделирования движения сжимаемого газа со свойствами теплопроводности и вязкости. Используется адекватная природе математическая модель – полная система дифференциальных уравнений Навье-Стокса. В рамках этой модели ставятся отдельные начально-краевые задачи, которые по явной конечно-разностной схеме численно решаются в расчетной области.

Научная новизна результатов работы по трем областям специальности 05.13.18 сводится к следующим положениям.

Математическое моделирование

1. Приведены краевые условия для полной системы уравнений Навье-Стокса, связанные с проведенными лабораторными экспериментами по генерированию свободных воздушных вихрей, с наблюдаемыми в природе вихрями, и позволяющие вместе с начальными условиями численно строить решения для описания течений газа в температурных закрученных потоках.

2. Предложена оригинальная математическая модель, раскрывающая причины возникновения торнадо и тропических циклонов за счет появления закрутки соответствующего направления в радиальном движении воздуха при локальном нагреве поверхности Земли и при учете действия сил тяжести и Кориолиса.

3. Предложена новая математическая модель механизма возникновения и функционирования свободных огненных воздушных вихрей и огненных торнадо, наблюдающихся как в ла-

бораторных экспериментах, так и в природе, и объясняющая противоположную торнадо и тропическим циклонам направленность их вращения.

Численные методы

1. Посредством явной конечно-разностной схемы и специально выбранных начально-краевых условий, соответствующих проведенным экспериментам, численно найдены решения полной системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса, описывающие нестационарные трехмерные течения сжимаемого газа, обладающего вязкостью и теплопроводностью, в закрученном температурном потоке.

2. Численно определены значения газодинамических и энергетических характеристик нестационарных трехмерных течений газа в температурных закрученных потоках, генерируемых локальными нагревами различного вида.

3. Вычислены и построены мгновенные линии тока в температурных закрученных восходящих потоках и в огненных вихрях, позволивших сделать содержательные выводы об особенностях движения газа в различных фазах течений.

Комплексы программ

Разработан программно-вычислительный комплекс на основе пяти программ, предназначенный для численного решения задач описания нестационарных трехмерных течений газа в температурных закрученных потоках и определения газодинамических характеристик подобных течений.

Задав начальные входные параметры (масштабные значения расстояния, скорости, параметры Кориолиса, плотности, температуры) с помощью программ «Скорости ТВЗП», «Радиальная и окружная скорости ТВЗП», «Термодинамика ТВЗП», «Энергия ТВЗП» можно численно решить систему уравнений Навье-Стокса и рассчитать в узлах трехмерной прямоугольной сетки значения искоемых переменных в любой момент времени. Пятая программа комплекса «Визуализация ТВЗП» строит графики газодинамических характеристик температурного закрученного потока газа как функций двух пространственных переменных при фиксированных значениях высоты. К числу таких параметров относятся плотность, температура, давление, компоненты скорости, мгновенные линии тока.

Все программы прошли государственную регистрацию.

Теоретическая значимость.

В модели движения сплошной сжимаемой среды, которой присуща вязкость и теплопроводность, математически численно смоделирован различного вида локальный нагрев подстилающей поверхности и вертикальной области, который с учетом действия сил тяжести и Кориолиса ведет к осевой закрутке температурного потока газа.

В диссертации сформулированы и исследованы начально-краевые задачи для полной системы уравнений Навье-Стокса, которые моделируют нестационарные трехмерные течения сжимаемого газа в закрученных температурных потоках и в огненных вихрях.

Численно определены значения газодинамических характеристик течений, которые в части направления закрутки, геометрических и скоростных характеристик во многом совпали с измеренными экспериментальными значениями.

Рассчитаны мгновенные линии тока, с помощью которых можно детально проследить за всеми этапами появления, развития и существования температурных и огненных вихрей.

Практическая значимость работы состоит в том, что математическое численное моделирование течений газа позволяет сформулировать конкретные рекомендации по проведению будущих экспериментов с восходящими закрученными температурными потоками, которые, в свою очередь, могут вывести на многие их практические применения. В частности, предложить наиболее эффективные методы уничтожения температурных восходящих закрученных потоков воздуха (смерчи, торнадо) и огненных торнадо, часто наблюдающихся в природе.

Достоверность результатов диссертационных исследований обеспечивается использованием адекватной природным течениям математической модели – полной системы уравнений Навье-Стокса, применением классических методов математического анализа для построения решений системы дифференциальных уравнений с частными производными и исследования полученных решений. Достоверность результатов численного моделирования подтверждается так же тщательным тестированием численных методик на точных аналитических решениях и хорошими результатами сопоставления с экспериментально полученными данными.

На защиту выносятся результаты, соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по физико-математическим наукам.

Пункт 2: Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.

1. Предложенные в модели сплошной сжимаемой среды граничные условия для полной системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса, связанные с проведенными экспериментами, позволяющие вместе с выбранными начальными условиями численно строить решения для описания течений газа в закрученных температурных потоках, инициированных локальным нагревом.

2. Предложенные математические модели различных локальных нагревов сжимаемого газа, обладающего свойствами вязкости и теплопроводности, которые с учетом сил тяжести и Кориолиса ведут к появлению закрученных температурных потоков.

3. Метод определения газодинамических характеристик и параметров течений газа в температурных закрученных потоках, которые близки к полученным значениям в лабораторных экспериментах.

Пункт 4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

4. Программно-вычислительный комплекс, ориентированный на численное решение задач, связанных с описанием течений газа в закрученных температурных потоках, а также с определением газодинамических характеристик таких течений. Программно-вычислительный комплекс является базовым инструментом проведения численных экспериментов в ИВЦ Новосибирского государственного университета.

Пункт 5: Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

5. Численные методы получения нестационарных трехмерных течений сжимаемого газа со свойствами вязкости и теплопроводности в закрученных температурных потоках с учетом сил тяжести и Кориолиса.

6. Построение с помощью явных конечно-разностных схем и начально-краевых условий приближенных решений полной системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса и расчеты термодинамических, скоростных и энергетических характеристик нестационарных трехмерных газовых течений в закрученных температурных потоках.

Пункт 6: Разработка новых математических методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента.

7. Предложенная модель газа как сжимаемой сплошной среды со свойствами теплопроводности и вязкости, которая при численном моделировании появляющихся при локальном нагреве закрученных течений позволяет получить значения основных газодинамических характеристик, совпадающих с данными лабораторных экспериментов.

Таким образом, в соответствии с формулой специальности 05.13.18 в диссертации представлены оригинальные результаты одновременно из трех областей: математического моделирования, численных методов и комплекса программ.

Апробация. Основные положения и результаты диссертации докладывались на 9 международных (Новосибирск, 2014; Москва, 2014; Владивосток, 2014; Прага, 2016; Вологда, 2016, 2017; Снежинск, 2017; Алушта, 2017) и 7 всероссийских конференциях (Абрау-Дюрсо, 2014, 2016; Тюмень, 2014; Казань, 2015; Снежинск, 2015; Новосибирск, 2016, 2017).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 25 печатных работах [1–25], в том числе 3 статьи в периодических изданиях, рекомендованных ВАК [1–3] для представления основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора

или кандидата наук, 1 статья в периодическом рецензируемом журнале [4], 16 – в трудах конференций различного уровня [5–20], получено 5 свидетельств государственной регистрации программ для ЭВМ [21–25].

Личный вклад. Результаты, составляющие основное содержание диссертации, автором получены самостоятельно. Автор самостоятельно проводил математические выкладки и выводил расчетные формулы в рамках предложенных моделей, описывающих течение газа в закрученных температурных потоках, самостоятельно составлял алгоритмы расчета газодинамических характеристик, самостоятельно составлял программы, входящие в программно-вычислительный комплекс и проводил расчеты. В совместных работах Обухову А. Г. принадлежат постановки задач, выбор метода исследования и проверка полученных результатов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и пяти приложений. Текст диссертации содержит 144 страницы печатного текста, 124 рисунка. Список использованной литературы включает 180 наименований работ российских и зарубежных авторов.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы исследований, сформулированы цели и задачи, приведены сведения о научной новизне, практической значимости, основных результатах и положениях, выносимых на защиту, апробации результатов и публикациях. Кратко изложено содержание диссертации по главам.

В **первой главе** приводятся результаты многочисленных наблюдений за сложными природными явлениями, связанными с тепловыми восходящими закрученными потоками воздуха в атмосфере Земли. Описаны характерные особенности смерчей, торнадо, тропических циклонов, к числу которых относится их положительное направление закрутки в Северном полушарии, и отрицательное – в Южном полушарии. Однако, наблюдаемые в природе огненные вихри (огненные торнадо), имеют другое направление закрутки: отрицательное в Северном полушарии и положительное в Южном полушарии. Появление подобных вихрей всегда связано с интенсивным переносом тепла, поэтому причинами огненных смерчей бывают вулканические извержения, взрывы или пожары.

В данной главе приведены формулировки теорем, доказанных С. П. Баутиным с коллегами, о существовании соответствующих решений системы уравнений газовой динамики при учете действия силы Кориолиса, которые строго математически обосновывают факт возникновения закрутки в придонной части и ее направление.

Так же здесь рассматриваются результаты проведенных экспериментальных исследований по генерированию свободных тепловых вихрей и огненных вихрей. Описаны некоторые детали экспериментов, проводимых под руководством А. Ю. Вараксина в Объединенном институте высоких температур РАН. Результаты указанных лабораторных экспериментов определяют направление и исходные количественные характеристики численного моделирования нестационарных трехмерных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в температурных закрученных потоках и огненных вихрях, предпринятого в данной диссертационной работе.

Вторая глава посвящена описанию математических моделей численного исследования температурных закрученных течений воздуха в виде системы уравнений газовой динамики и полной системы уравнений Навье-Стокса с учетом действия сил тяжести и Кориолиса.

Для корректного учета вязкости и теплопроводности движущегося газа вместо системы уравнений газовой динамики предлагается использование полной системы уравнений Навье-Стокса

$$\begin{cases} \rho_t + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \\ \mathbf{V}_t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \frac{T}{\gamma \rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \mathbf{g} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} + \frac{\mu_0}{\rho} \left[\frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{3}{4} \Delta \mathbf{V} \right], \\ T_t + \mathbf{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T \operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\kappa_0}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_0 \gamma (\gamma - 1)}{2\rho} \{ [(u_x - v_y)^2 + \\ + (u_x - w_z)^2 + (v_y - w_z)^2] + \frac{3}{2} [(u_y + v_x)^2 + (u_z + w_x)^2 + (v_z + w_y)^2] \}, \end{cases} \quad (1)$$

где t – время; ρ – плотность газа; $\mathbf{V} = (u, v, w)$ – вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси Ox , Oy , Oz ; T – температура газа; $\gamma = 1.4$ – показатель политропы воздуха; $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ – вектор ускорения силы тяжести; $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} = (av - bw, -au, bu)$ – вектор ускорения Кориолиса, $a = 2\Omega \sin \psi$, $b = 2\Omega \cos \psi$, $\Omega = |\boldsymbol{\Omega}|$; $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли; ψ – широта точки O – начала декартовой системы координат $Oxyz$, вращающейся вместе с Землей; ∇ и div – операторы градиента и дивергенции по декартовым пространственным переменным, точкой обозначено скалярное произведение векторов.

Для расчета трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в качестве расчетной области берется прямоугольный параллелепипед, в котором строится равномерная прямоугольная сетка.

Для аппроксимации производной по времени используются значения функции с двух последовательных временных слоев, а для аппроксимации производных по пространственным переменным используются центральные разности значений функций.

В качестве начальных условий в диссертационном исследовании используется набор функций

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad T_0(z) = 1 - kz, \quad \rho_0(z) = (1 - kz)^{\nu-1}, \quad (2)$$

где

$$k = \frac{l x_{00}}{T_{00}}, \quad l = 0.0065 \text{ К/м}, \quad x_{00} \text{ м}, \quad T_{00} = 288^\circ \text{ К}, \quad \nu = \frac{\gamma g}{k} = \text{const} > 0.$$

Функции (2) задают точное решение системы (1) и описывают начальное стационарное распределение покоящегося в поле силы тяжести воздуха, плотность и температура которого убывает с увеличением пространственной координаты z .

Граничные условия для всех функций, характеризующих движущийся газ, имеют следующую численную реализацию: условие непротекания через грань расчетного параллелепипеда означает равенство нулю нормальной к соответствующей грани составляющей скорости; условие непрерывности потока означает, что значения искомой функции на соответствующую грань расчетного параллелепипеда сносятся линейной интерполяцией по нормали к данной грани из внутренней части расчетной области; условие симметрии, исходя из неизменности потока за пределами расчетной области, означает, что на грани расчетного параллелепипеда предполагается равенство нулю производных искомых функций в направлении нормали к граничной поверхности.

Локальный нагрев подстилающей поверхности моделируется соответствующими функциями для каждого из рассмотренных в диссертации физических процессов.

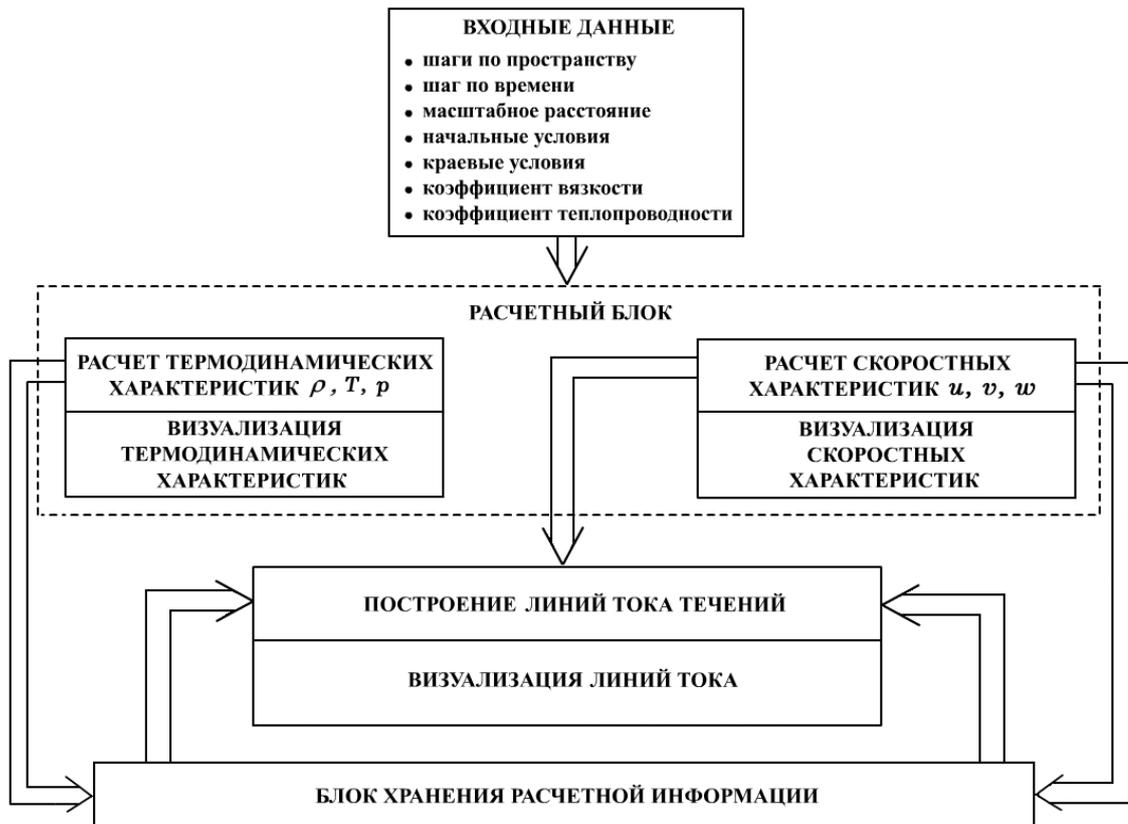


Рис. 1. Блок-схема программно-вычислительного комплекса

В этой же главе приведено описание разработанного автором диссертационной работы программно-вычислительного комплекса, основу которого составляют пять программ, получивших свидетельства о государственной регистрации. Программно-вычислительный комплекс состоит из четырех основных блоков (рис. 1): блока входных данных; расчетного блока; блока построений линий тока течений; блока хранения расчетной информации.

В **третьей главе** диссертации приводятся результаты численного моделирования трехмерных нестационарных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа в температурных закрученных потоках с различными геометрическими размерами и различными схемами локального нагрева.

Представлены результаты численного моделирования четырех физических процессов, часто наблюдаемых в природе и в лабораторных экспериментах: сложные трехмерные нестационарные течения воздуха на начальной фазе формирования восходящего закрученного потока, вызванного локальным прогревом солнечной энергией поверхности Земли (тропические циклоны); свободные воздушные вихри при локальном нагреве подстилающей поверхности одним источником (свободные тепловые вихри в экспериментах А. Ю. Вараксина); свободные концентрированные огненные вихри при локальном нагреве подстилающей поверхности несколькими источниками (концентрированные огненные вихри в экспериментах А. Ю. Вараксина); закрученное течение воздуха вокруг нагревающейся вертикальной цилиндрической области (природные огненные торнадо).

Моделирование всех четырех указанных физических процессов проводилось в рамках единой математической модели – полной системы уравнений Навье-Стокса (1), учитывающей диссипативные свойства вязкости и теплопроводности движущейся сплошной среды и действие сил тяжести и Кориолиса.

В качестве начальных условий во всех четырех случаях брался набор пяти функций (2), описывающих стационарное распределение покоящегося воздуха в атмосфере Земли.

Численное моделирование тропических циклонов проводилось в расчетной области в виде прямоугольного параллелепипеда, размеры которого соответствуют размерам среднего по интенсивности циклона: $100000 \text{ м} \times 100000 \text{ м} \times 5000 \text{ м}$.

Для плотности на четырех боковых гранях брались значения из начального стационарного состояния, а на нижней и верхней гранях ставилось условие непрерывности. Краевые условия для компонент вектора скорости газа соответствовали условиям непротекания для нормальной составляющей и условиям симметрии для двух других компонент вектора скорости течения. Для температуры на всех боковых гранях задавались значения из стационарного распределения,

на верхней грани – из условия непрерывности. На плоскости $z = 0$ температура задавалась функцией

$$T(x, y, t) = 1 + 0.125(1 - e^{-10t})e^{-\frac{(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2}{r_0^2}}, \quad (3)$$

где $r_0 = 0.05$ – безразмерное значение эффективного радиуса области нагрева.

Расчеты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно $\rho_{00} = 1.2928 \text{ кг/м}^3$, $u_{00} = 333 \text{ м/с}$, $x_{00} = 100000 \text{ м}$, $t_{00} = x_{00} / u_{00} = 300.3 \text{ с}$. Разностные шаги по пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0.01$, $\Delta z = 0.005$ и по времени $\Delta t = 0.001$ обеспечивали выполнение условий Куранта.

Расчеты показали следующее: поведение температуры (рис. 2) и плотности (рис. 3) таково, что характерное распределение давления (рис. 4) как их произведение для фиксированного момента времени $t_1 = 1 \text{ ч}$ имеет вокруг локального максимума кольцеобразную область пониженного давления.

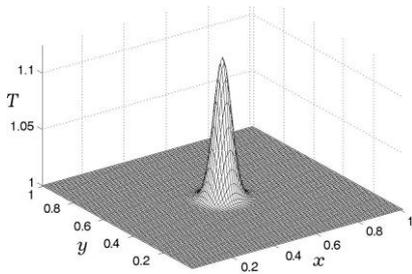


Рис. 2.

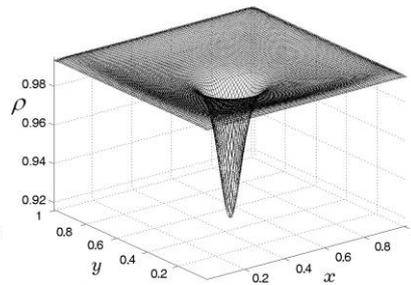


Рис. 3.

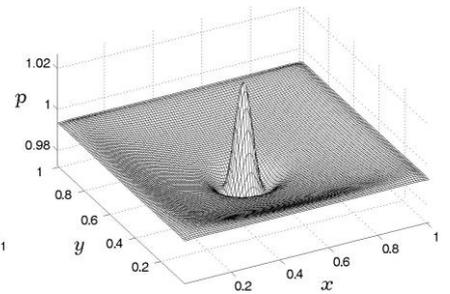


Рис. 4

В результате газ в начале нагрева движется в двух встречных направлениях. Одно из них радиальное направлено от центра области нагрева к его границе, а другое также радиальное, но направленное в противоположном направлении – от периферии к границе области нагрева.

Действие силы Кориолиса приводит к возникновению в этой области нескольких локальных противоположно направленных вихрей (линии тока на рис. 5). С течением времени радиальный поток газа, направленный к центру области нагрева и закрученный в положительном направлении, начинает превалировать над противоположным потоком от центра (рис.6).

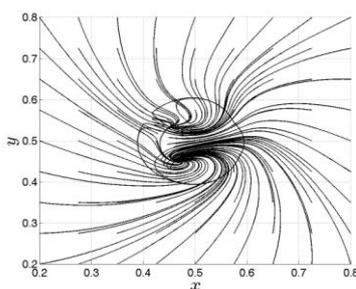


Рис. 5. $t_1 = 1 \text{ ч}$

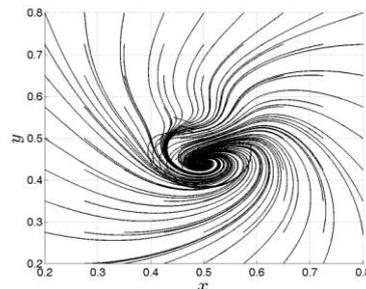


Рис. 6. $t_2 = 4 \text{ ч}$

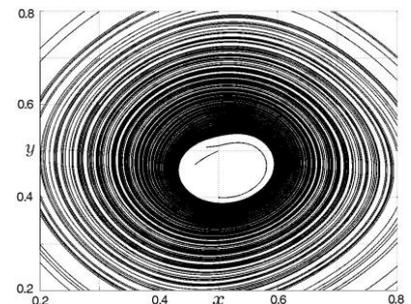


Рис. 7. $t_3 = 50 \text{ ч}$

Дальнейшее развитие восходящего закрученного потока при нагреве подстилающей поверхности идет без описанных выше особенностей, сопровождается возрастанием окружной скорости до больших значений порядка 0.2 (67 м/с) и соответствующим изменением всех газодинамических параметров.

Кроме того, расчеты показывают, что с течением времени в центре теплового вихря появляется расширяющаяся до диаметра 0.15 (15000 м) и перемещающаяся в горизонтальной плоскости свободная от линий тока область (рис. 7) – «глаз циклона».

Численное моделирование возникновения свободных тепловых вихрей, генерируемых в лабораторных экспериментах А.Ю.Вараксина, проводилось в расчетной области в виде прямоугольного параллелепипеда, геометрические размеры которого соответствуют размерам лаборатории: 10 м × 10 м × 2 м.

Для плотности на четырех боковых гранях берутся значения из начального стационарного распределения, а на нижней и верхней гранях ставится условие непрерывности. На боковых гранях для всех компонент скорости задаются условия непрерывности. На верхней и нижней гранях задаются условия непротекания. При этом третья компонента скорости равна нулю $w|_{z=0, z=z_0} = 0$, а первая и вторая компоненты вектора скорости определяются из условия симметрии, то есть считаются из условия равенства нулю их производных по нормали к данной грани.

Для температуры на всех боковых гранях задаются значения из стационарного распределения, а на верхней грани из условия непрерывности. На плоскости $z = 0$ температура задается функцией, моделирующей локальный нагрев до температуры 460,8 К

$$T(x, y, t) = 1 + 0.6(1 - e^{-10t})e^{-\frac{(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2}{r_0^2}}, \quad (3)$$

где $r_0 = 0.05$ – безразмерное значение эффективного радиуса области нагрева.

Расчеты проводились при следующих масштабных размерных значениях $\rho_{00} = 1.29$ кг/м³, $u_{00} = 333$ м/с, $x_{00} = 10$ м, $t_{00} = x_{00} / u_{00} = 0.03$ с. Разностные шаги по пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0.01$, $\Delta z = 0.02$ и по времени $\Delta t = 0.001$.

Из результатов расчетов следует, что на такие же особенности в течении газа, которые отмечаются при моделировании циклона, здесь добавляются периодические колебания значений температуры, плотности и давления над подстилающей поверхностью относительно их некоторых средних значений. В результате появляются еще более сложные изменения термодинамических характеристик потоков газа (рис. 8, 9, 10).

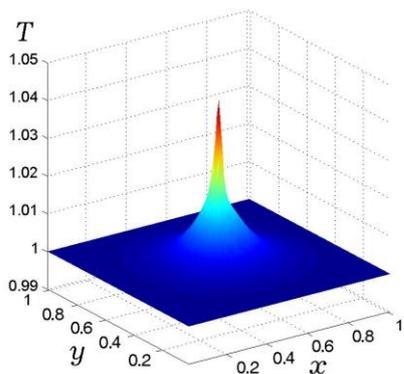


Рис. 8.

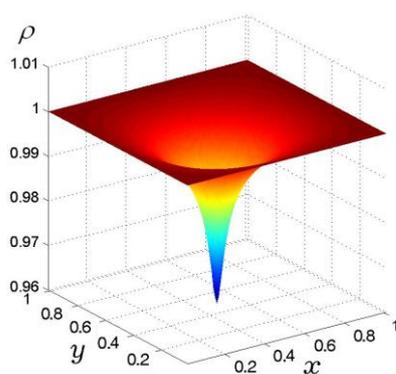


Рис. 9.

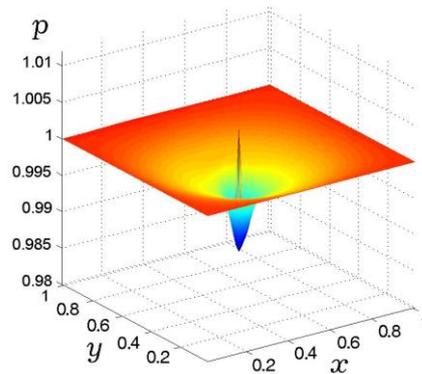


Рис. 10.

Такого рода немонотонные периодические изменения термодинамических характеристик течений газа с течением времени затухают. Объясняются подобные колебания, по-видимому, переходными, нестационарными процессами в изменениях газодинамических характеристик в возникающих сложных течениях газа при локальном нагреве.

О сложности возникающих течений можно судить, например, по результатам расчетов x -ой компоненты скорости в разные фиксированные моменты времени $t_1 < t_2$. В начальные моменты нагрева x -ая составляющая скорости в центре области нагрева имеет противоположные знаки (рис. 11), означающие радиальное, направленное от центра, движение газа. В процессе нагрева кроме указанных появляются противоположные им разные по знаку значения x -ой компоненты скорости, означающие возникновение радиального течения газа, направленного к центру области нагрева. С течением времени положительные и отрицательные x -ые компоненты скорости перераспределяются в пространстве, смещаясь к соответствующим граням расчетной области (рис. 12). Это фактически означает начало этапа закрутки внешнего потока газа в положительном направлении. Далее закрутка усиливается, значения x -ой компоненты скорости возрастают и достигают значений 0.13 (43 м/с).

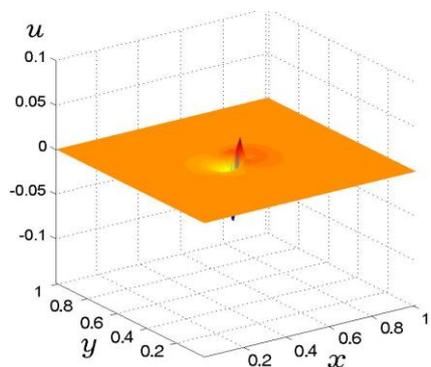


Рис. 11. x -ая скорость при t_1

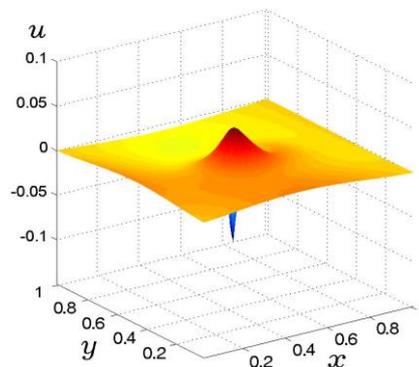


Рис. 12. x -ая скорость при t_2

На рисунках 13,14 представлен вид сверху на мгновенные линии тока, участвующих в сложном движении частиц газа вблизи поверхности $z = 0$ в различные фиксированные моменты времени.

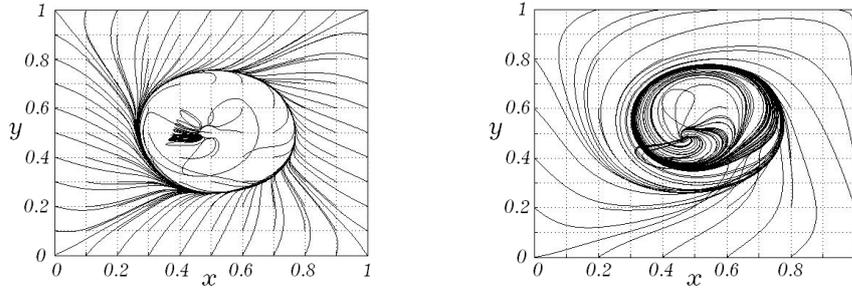


Рис. 13. Линии тока для $t = 1.5$ мин Рис. 14. Линии тока для $t = 6.25$ мин

В сформировавшемся тепловом вихре четко видно кольцо линий тока диаметром 0.5 (5 м), внутри которого почти отсутствуют линии тока. Аналогичная кольцеобразная структура закрученного потока наблюдается в экспериментах по генерации свободных тепловых вихрей.

Численное моделирование свободных концентрированных огненных вихрей, генерируемых несколькими источниками тепла, проводилось в расчетной области в виде куба с длиной ребра 5 м.

Постепенный нагрев до температуры 300° Цельсия в пяти областях моделировался следующей функциональной зависимостью температуры от координат точек и времени нагрева

$$T(x, y, t) = 1 + 0.99 \left(1 - e^{-10t}\right) \sum_{l=1}^5 e^{-\frac{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2}{r_0^2}}, \quad (4)$$

где $r_0 = 0.025$ (0.125 м) – значения радиусов нагрева, $x_l, y_l, l = 1, 2, 3, 4, 5$ – координаты центров источников нагрева нижней плоскости, расположенных в центре квадрата и на пересечении диагоналей квадрата и окружности радиусом $R = 0.25$ (1.25 м).

На нижней грани вертикальная составляющая скорости газа полагалась равной нулю. Значения для двух других составляющих скорости газа и плотности на нижней грани расчетной области брались из условия непрерывности. На остальных пяти гранях расчетной области для всех пяти газодинамических характеристик брались из условия непрерывности.

Расчеты проводились при следующих масштабных размерных значениях $\rho_{00} = 1.29$ кг/м³, $u_{00} = 333$ м/с, $x_{00} = 5$ м, $t_{00} = x_{00} / u_{00} = 0.015$ с. Разностные шаги по трем пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0.005$, $\Delta z = 0.05$ и по времени $\Delta t = 0.001$.

На рисунке 15 представлены результаты расчета термодинамических характеристик возникающего при нагреве нижней грани потока воздуха для среднего значения высоты 2.5 м в фиксированный момент времени 2 минуты. Из рисунков видно, что эффективные диаметры областей нагрева меньше, чем эффективные диаметры областей пониженной плотности. Это приводит к возникновению кольцеобразных областей пониженного давления. Такое распределение термодинамических характеристик влечет за собой возникновение противоположно закрученных потоков воздуха.

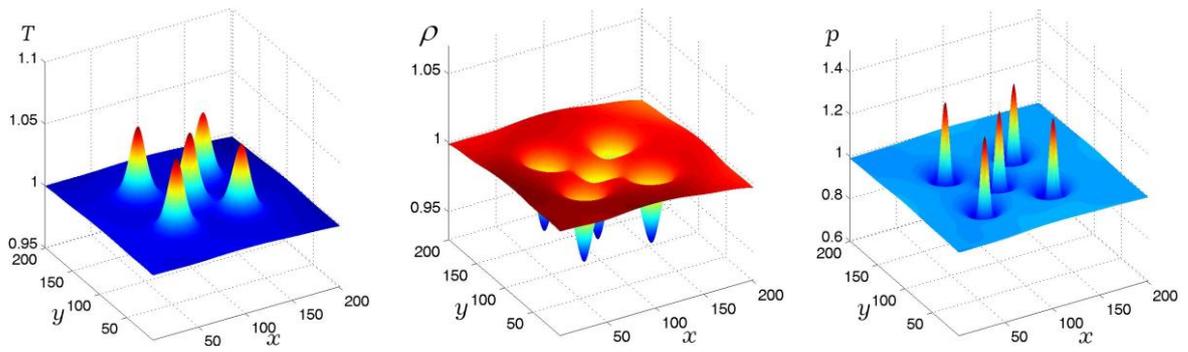


Рис. 15. Температура, плотность и давление при $t = 2$ мин

Действительно, из приведенных на рис. 16 графиков трех составляющих скорости, видно, что вокруг локальных областей нагрева наблюдаются как вихри с разным направлением вращения в горизонтальной плоскости, так и вихревые структуры в вертикальных плоскостях.

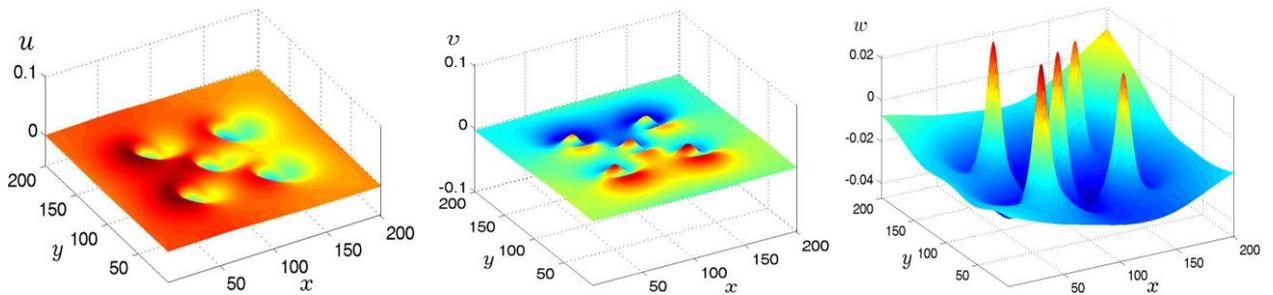


Рис. 16. Три компоненты скорости при $t = 2$ мин

Иллюстрацией сложности возникающего движения воздуха при локальном нагреве нижней подстилающей поверхности несколькими источниками, является и вид мгновенных линий тока, представленный на следующих рисунках 17-19.

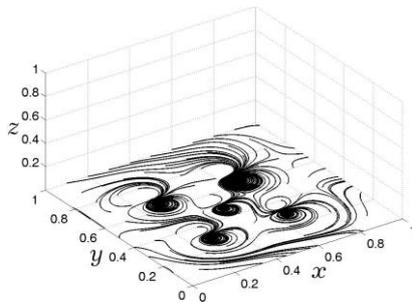


Рис. 17. $t_1 = 1$ мин

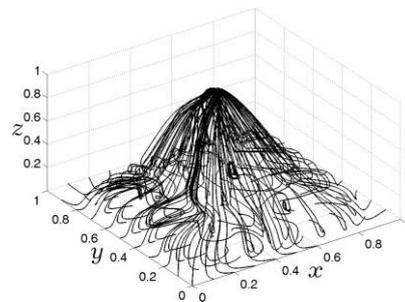


Рис. 18. $t_2 = 2$ мин

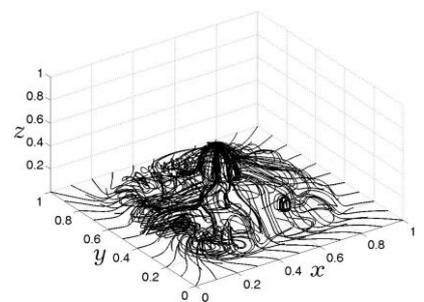


Рис. 19. $t_3 = 3$ мин

Кроме того, приведенные на рисунках линии тока, демонстрируют возникновение и исчезновение общего огненного вихря, наблюдаемого в лабораторных экспериментах.

В третьей главе рассматриваются и результаты численного моделирования закрученного течения воздуха вокруг плавно нагревающейся вертикальной цилиндрической области в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. Расчетной областью принимается при этом прямоугольный параллелепипед, размеры которого соответствуют наблюдаемым в природе огненным торнадо: $50 \text{ м} \times 50 \text{ м} \times 10 \text{ м}$.

На четырех боковых гранях для плотности и температуры брались значения из стационарного начального распределения, а для всех остальных газодинамических параметров на всех гранях – условие непрерывности. Постепенный осесимметричный нагрев до температуры 300° Цельсия в вертикальном цилиндре для каждого дискретного значения высоты моделировался следующей функциональной зависимостью температуры от координат точек и времени

$$T(x, y, t) = 1 + 0.99(1 - \exp(-10t)) \exp\left(-\frac{(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2}{r_0^2}\right), \quad (5)$$

где $r_0 = 0.05$ – безразмерное значение эффективного радиуса цилиндра нагрева. Размерное значение $r_0 = 2.5$ м. Выбор максимальной температуры нагрева объясняется тем, что эта температура является температурой возгорания для многих веществ.

Расчеты проводились при следующих масштабных размерных значениях: $\rho_{00} = 1.2928$ кг/м³, $u_{00} = 333$ м/с, $x_{00} = 50$ м, $t_{00} = x_{00} / u_{00} = 0.15$ с. Разностные шаги по трем пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0.005$, $\Delta z = 0.01$ и по времени $\Delta t = 0.001$.

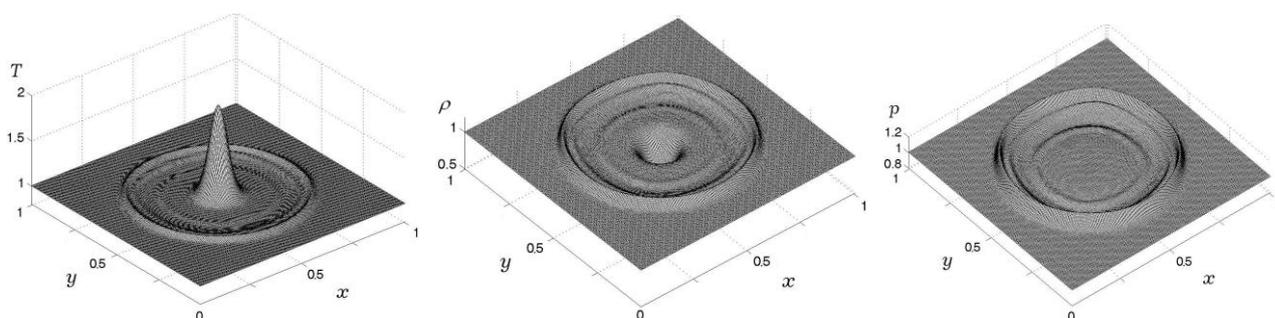


Рис. 20. Температура, плотность и давление при $t = 5$ мин

На рисунке 20 представлены результаты расчета температуры, плотности и давления возникающего при нагреве вертикальной цилиндрической области потока воздуха для среднего значения высоты 5 м в фиксированный момент времени 5 минут.

Видно, что тепловое возмущение, а также возмущение плотности и давления передаются в виде колец, распространяющихся от центральной области нагрева к боковым граням. Максимум температуры в центре нагреваемой цилиндрической области задается функцией (5), локальный минимум плотности в центре области нагрева получается в результате численного построения решений полной системы уравнений Навье-Стокса. Что касается давления, то в процессе расчетов в центре области нагрева образуется локальный максимум.

Поведение компонент скорости частиц газа, представленной на рисунке 21, говорит о том, что с течением времени расчета в области нагрева возникают два основных противоположно направленных от центра потока, которые характеризуются возрастающими по абсолютной величине и противоположными по направлению скоростями. Модули этой компоненты скорости возрастают до значений 0.03 (9.99 м/с).

Кроме того, возникают области с противоположными по знаку значениями скоростей, которые четко говорят о наличии закрученного движения газа вокруг центра нагрева в отрицательном направлении (по ходу часовой стрелки, если смотреть на поток сверху).

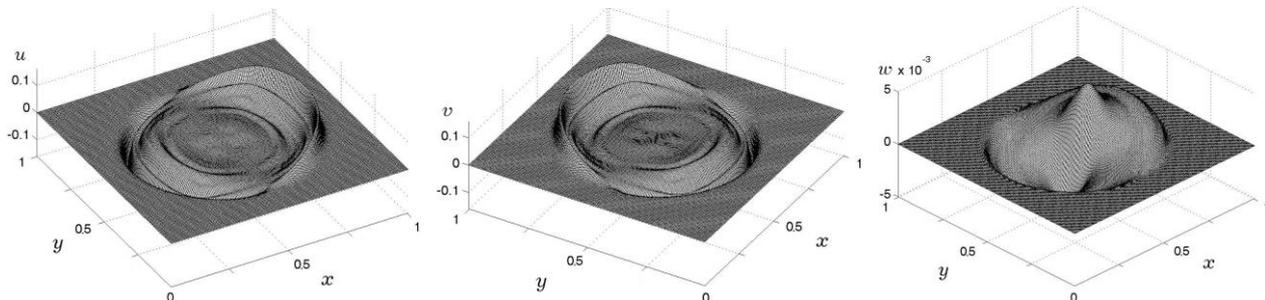


Рис. 21. Три компоненты скорости при $t = 5$ мин

С течением времени в центральной части начинает формироваться кольцеобразная область с положительными и отрицательными значениями вертикальной составляющей скорости частиц газа. Фактически это означает, что формирующийся при нагревании поток газа расположен не в горизонтальной плоскости, а под некоторым изменяющимся углом к ней.

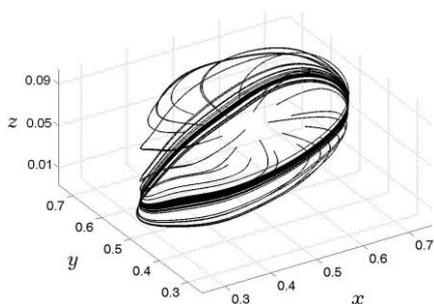


Рис. 22. Мгновенные линии тока

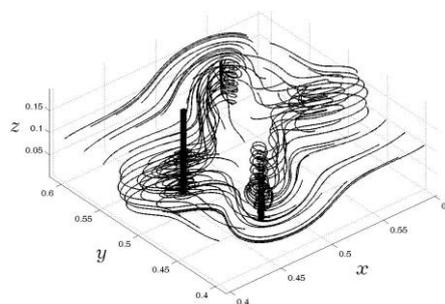


Рис. 23. Сложная вихревая структура

На рисунке 22 видно, как выпущенные из центра мгновенные линии тока, кроме закрутки в отрицательном направлении, еще и постепенно дрейфуют в вертикальном направлении. Хорошо фиксируется угол, под которым наклонены плоскости отдельных витков.

Существенным моментом является обнаруженное в расчете сложное поведение полученного огненного вихря: в процессе расчета он меняет свои размеры, перемещается вдоль горизонтальной плоскости, в некоторые моменты времени исчезает, а затем вновь возникает. Анализ полученных результатов не позволяет сделать вывод о периодических изменениях в структуре течений. Внутри основного вихря могут возникать одна или несколько вихревых структур меньших размеров и также с отрицательной закруткой (рис. 23).

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. В модели сплошной среды со свойствами вязкости и теплопроводности для полной системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса при учете действия сил тяжести и Кориолиса

предложены начально-краевые задачи, соответствующие экспериментам и описывающие нестационарные трехмерные течения газа в температурных закрученных потоках.

2. По явным разностным схемам и предложенным начально-краевым условиям численно найдены решения полной системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса. Определены значения газодинамических и энергетических характеристик нестационарных трехмерных течений газа в температурных закрученных потоках воздуха.

3. Численными методами построены нестационарные и трехмерные течения сжимаемого газа со свойствами вязкости и теплопроводности в разномасштабных закрученных температурных потоках в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. В частности, выполнено численное моделирование полученных экспериментально свободных тепловых вихрей, огненных вихревых структур, а также наблюдаемых в природе огненных торнадо.

4. Предложенная в работе модель газа при численном исследовании сложных закрученных течений, возникающих при локальном нагреве, дает значения основных газодинамических характеристик, совпадающие с данными натурных наблюдений и лабораторных экспериментов.

5. Создан программно-вычислительный комплекс, предназначенный для численного решения задач описания нестационарных трехмерных течений газа в температурных закрученных потоках и определения газодинамических характеристик подобных течений.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в периодических изданиях, рекомендованных ВАК

1. Баранникова Д. Д. Особенности течения газа в начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Известия вузов. Нефть и газ. – 2014. – № 6 – С. 65–70.

2. Баранникова Д. Д. Расчет термодинамических характеристик восходящего закрученного потока с пятью источниками нагрева / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. – 2017. – № 3 – С. 100–106.

3. Баранникова Д. Д. Математическое моделирование и расчет газодинамических характеристик свободных тепловых воздушных вихрей / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. – 2017. – № 4 – С. 93–98.

Публикации в периодических рецензируемых изданиях

4. Баранникова Д. Д. Влияние центробежной силы на газодинамические параметры теплового восходящего закрученного потока газа / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Академический журнал Западной Сибири. – 2015. – № 4 (59), том 11. – С. 59-61.

Публикации в трудах международных конференций

5. Баранникова Д. Д. Математическое моделирование и численный расчет начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Материалы XI Международной научно-практической конференции «Новое слово в науке и практике: гипотезы и апробация результатов исследований». – Новосибирск: Издательство ЦРНС, 2014. – С.113-118.

6. Баранникова Д. Д. Численное моделирование некоторых особенностей течения газа при формировании теплового восходящего закрученного потока / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Материалы международной научной конференции МКФМ-2014-012 «Актуальные вопросы современных физико-математических наук» Россия, г. Москва, 26-28 июня 2014 г. – С. 39–46.

7. Баранникова Д. Д. Численное моделирование трехмерных нестационарных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа / А. Г. Обухов, Л. В. Абдубакова, Е. М. Сорокина, Д. Д. Баранникова // Материалы международной конференции «Успехи механики сплошных сред» (УМСС'2014), приуроченной к 75-летию академика В.А. Левина, 28 сентября– 4 октября 2014 г. – Владивосток: С. 364–368.

8. Баранникова Д. Д. Численное исследование трехмерных нестационарных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа / Е. М. Сорокина, Д. Д. Баранникова, Л. В. Абдубакова, А. Г. Обухов // Материалы VII Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы развития инновационной деятельности в новом тысячелетии» Россия, г. Новосибирск, 15-16 августа 2014 г. – С. 51–54.

9. Баранникова Д. Д. Численный расчет течений газа вблизи нагретого цилиндра при учете сил тяжести и Кориолиса/А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // В сборнике: «Современные проблемы развития фундаментальных и прикладных наук». Материалы II международной научно-практической конференции. Чехия, г. Прага. – 2016. – С. 86-92.

10. Баранникова Д. Д. Преобразование уравнения неразрывности из декартовой в цилиндрическую систему координат / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Материалы международной научно-практической конференции «Наука сегодня: задачи и пути их решения». Вологда. – 2016. – С. 6-8.

11. Баранникова Д. Д. Численное моделирование теплового вихря / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Материалы международной научно-практической конференции «Наука сегодня: реальность и перспективы». – Вологда: ООО «Маркер», 2017. – С.6-8.

12. Баранникова Д. Д. Численное моделирование тепловых закрученных вихрей при учете сил тяжести и Кориолиса / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Забабахинские научные чтения: сборник материалов XIII Международной конференции 20-24 марта 2017. – Снежинск: Издательство РФЯЦ – ВНИИТФ, 2017. – С. 289-290.

13. Баранникова Д. Д. Численное моделирование тепловых закрученных потоков воздуха при учете действия сил тяжести и Кориолиса / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // XX Юбилейная Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–31 мая 2017 г. Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2017. – С. 379–380.

Публикации в трудах всероссийских конференций

14. Баранникова Д. Д. Трехмерный нестационарный расчет теплового закрученного потока вязкого сжимаемого политропного газа / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Материалы XX Всероссийской конференции «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики», посвященной памяти К.И. Бабенко (15–20 сентября, 2014) Абрау-Дюрсо, Новороссийск. – С. 23–24.

15. Баранникова Д. Д. Математическое моделирование течения газа в начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Материалы XV Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. – Тюмень, 29–31 октября 2014 г. – С. 20.

16. Баранникова Д. Д. Моделирование теплового восходящего закрученного потока воздуха / Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов // Сборник научных трудов Научной сессии НИЯУ МИФИ-2015. Пятое заседание тематических секций по направлению «Инновационные ядерные технологии». 5-6 февраля 2015 г. Снежинск. М.: НИЯУ МИФИ; Снежинск: СФТИ НИЯУ МИФИ, 2015. - С. 107-111.

17. Баранникова Д. Д. Математическое и экспериментальное моделирование восходящих закрученных потоков / С. П. Баутин, Л. В. Абдубакова, Д. Д. Баранникова, А. О. Казачинский, И. Ю. Крутова, А. В. Мезенцев, А. Г. Обухов, Е. М. Сорокина // Материалы XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – Казань, 20 – 24 августа 2015 года. – С. 378–380.

18. Баранникова Д. Д. Численное моделирование огненных вихрей / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Материалы всероссийской конференции «Нелинейные волны: теория и новые приложения», посвященной 70-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН В. М. Тешукова. 29 февраля–2 марта 2016 г. Новосибирск. – С. 78-79

19. Баранникова Д. Д. Численное моделирование огненного торнадо / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова, Р. Е. Волков // Тезисы докладов XXI Всероссийской конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посвященной памяти К. И. Бабенко (Дюрсо, 5–11 сентября, 2016). – М: Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, 2016. – С. 102-103.

20. Баранникова Д.Д. Расчет термодинамических характеристик восходящего закрученного потока с пятью источниками нагрева / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Материалы всероссийской конференции с международным участием, посвященной 60-летию института гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН «Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва». – Новосибирск. – 2017.– С. 189.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

21. Баранникова Д. Д. Программа визуализации результатов расчета трехмерных течений газа в тепловом восходящем закрученном потоке «Визуализация ТВЗП» / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016618300 от 26.07 2016.

22. Баранникова Д. Д. Программа трехмерного расчета скоростей течения газа в тепловом восходящем закрученном потоке «Скорости ТВЗП» / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016618337 от 27.07.2016.

23. Баранникова Д. Д. Программа расчета кинетической и внутренней энергии теплового восходящего закрученного потока газа «Энергия ТВЗП» /А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016618711 от 05.08.2016.

24. Баранникова Д. Д. Программа трехмерного расчета термодинамических параметров течения газа в тепловом восходящем закрученном потоке газа «Термодинамика ТВЗП» / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016618715 от 05.08 2016.

25. Баранникова Д. Д. Программа расчета радиальной и окружной скорости течения газа в тепловом восходящем закрученном потоке «Радиальная и окружная скорости ТВЗП» / А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016661324 от 05.10.2016.

Подписано в печать 02.11.2017г. Тираж 100 экз.
Объем 1,1 уч.-изд. л. Формат 60x84/16. Заказ 25

Издательство «Вектор Бук»
625004, г. Тюмень, ул. Володарского, 45.
Тел./факс (3452) 52-72-17; 46-90-03