

© П.Т. ЗУБКОВ, А.В. ЯКОВЕНКО

pzubkov@utmn.ru, yak-anuta@yandex.ru

УДК 533.6.011.7

ТЕПЛОВОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ГАЗА НА ГРАНИЦЫ ВИБРИРУЮЩЕЙ ОБЛАСТИ*

АННОТАЦИЯ. Разработана математическая модель вибрационного движения области, заполненной вязким газом. Проведены расчеты задачи в одномерной постановке. Получены максимальные значения температуры и давления газа у границ области в зависимости от частоты вибрации.

SUMMARY. The mathematical model of the vibrational motion of the cavity filled with viscous gas is defined. The computations in one-dimensional formulation of the problem were performed. The maximum values of temperature and pressure of the gas on the walls of the cavity depending on the frequency of vibration were found.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Частота вибрации, амплитуда вибрации, акустическая волна, ударная волна.

KEY WORDS. Vibration frequency, vibration amplitude, acoustic wave, shock wave.

Введение

По мере развития техники человек все больше и больше соприкасается с вибрационными явлениями, практически все машины в той или иной степени подвержены механическим колебаниям. Даже при свободном полете космического корабля ощущается вибрация от работающей аппаратуры [1]. Вибрация машин может оказаться причиной ненормального функционирования техники и привести к серьезным авариям. В материале, образующем механизмы, часто встречаются трещины, поры или пустоты, заполненные воздухом. Поэтому очень важно изучить влияние газа, заключенного внутри некоторой полости, на окружающий материал. В работе исследуется влияние вибрационного воздействия с постоянной частотой на прямоугольную область, заполненную совершенным вязким газом. Вследствие сжимаемости среды происходит формирование акустических волн, интенсифицирующих процесс теплообмена. Наблюдаются две доминирующие частоты колебания: заданная частота внешнего вибрационного воздействия и собственная частота системы, вызванная движением акустических волн [2]. При интенсивном воздействии происходит образование ударных волн. Важной задачей является определение интенсивности воздействия таких волн на границы области для предотвращения возможного разрушения

* Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-834.2012.1).

изделия. Используя полученные данные (максимальное давление и температура вблизи границы области), можно высчитать максимально допустимую частоту вибрации для заданных остальных характеристик.

Постановка задачи

Рассматривается область длиной L с непроницаемыми границами, заполненная совершенным вязким газом с теплофизическими свойствами воздуха. Изначально газ в области находится в состоянии покоя при постоянной температуре T_0 и постоянном давлении p_0 . Система выводится из равновесия вибрационным воздействием с амплитудой A и частотой ω . Изначально область находится в крайнем правом положении. На границах области задана температура, равная начальной. Коэффициенты теплопроводности, теплоемкости и вязкости считаются постоянными. Предполагается одномерность поставленной задачи.

Математическая постановка задачи

Движение газа описывается одномерной нестационарной системой уравнений гидродинамики, состоящей из законов сохранения массы, импульса и энергии. В качестве уравнения состояния используется уравнение Клапейрона. Система уравнений, записанная относительно неинерциальной системы отсчета, связанной с вибрирующей областью, в безразмерных переменных имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{p}\tilde{u}}{\partial X} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{p}\tilde{u}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{p}\tilde{u}\tilde{u}}{\partial X} &= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial X} + \frac{4}{3} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{\rho} \tilde{A} \Omega^2 \cos(\Omega \tau), \\ \frac{\partial \tilde{p}\Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{p}\tilde{u}\Theta}{\partial X} &= \frac{\gamma}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} - \gamma(\gamma-1)\tilde{p} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial X} + \frac{4}{3} \frac{1}{\text{Re}} \gamma(\gamma-1) \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial X} \right)^2, \\ \tilde{p} &= \frac{\tilde{p}(\Theta+1)}{\gamma}. \end{aligned}$$

Начальные условия:

$$\tilde{u}|_{\tau=0} = 0, \quad \Theta|_{\tau=0} = 0, \quad \tilde{p}|_{\tau=0} = \frac{1}{\gamma}, \quad \tilde{\rho}|_{\tau=0} = 1.$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \Theta|_{X=0} &= 0, \quad \tilde{u}|_{X=0} = 0, \\ \Theta|_{X=1} &= 0, \quad \tilde{u}|_{X=1} = 0. \end{aligned}$$

Использовались следующие формулы перехода к безразмерным переменным:

$$X = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t\sqrt{\gamma RT_0}}{L}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\gamma p_0}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{\sqrt{\gamma RT_0}},$$

где $\sqrt{\gamma RT_0}$ — адиабатическая скорость звука в области при температуре T_0 .

Здесь ρ — плотность, u — скорость, p — давление, T — температура, A — амплитуда вибрации, ω — частота вибрации, t — время, x — пространственная координата, R — газовая постоянная, μ — коэффициент динамической вязкости, k — коэффициент теплопроводности, c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Безразмерные параметры, характеризующие систему:

$$\text{Re} = \frac{\rho_0 L \sqrt{\gamma RT_0}}{\mu}, \quad \text{Pe} = \frac{\rho_0 L c_p \sqrt{\gamma RT_0}}{k}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad \Omega = \frac{\omega L}{\sqrt{\gamma RT_0}}, \quad \tilde{A} = \frac{A}{L},$$

где Re — акустическое число Рейнольдса, Pe — число Пекле, γ — показатель адиабаты, Ω — безразмерная частота вибрации, \tilde{A} — безразмерная амплитуда вибрации.

Параметры расчета и численная схема

Задача решалась численно при помощи алгоритма численного расчета сжимаемых сред, краткое описание которого приведено в [2], использовался метод контрольного объема и второй порядок аппроксимации граничных условий [3].

Вибрации осуществлялись с безразмерной амплитудой $\tilde{A}=2$ и с различными безразмерными частотами $\Omega = 0.144, 0.288, 0.432, 0.576, 0.720, 0.864, 1.008, 1.152$. Остальные безразмерные параметры были взяты следующими: $\text{Re} = 100000$, $\text{Pe} = 80000$, $\gamma = 1.4$. Для анализа использовались данные, выраженные в безразмерных переменных.

Анализ полученных результатов

Рассмотрим момент начала движения области. Область, изначально находившаяся в состоянии покоя, начинает движение влево. Вследствие этого происходит приток массы газа к правой границе и резкое повышение давления вблизи нее. Расчеты показали, что давление на правую границу области в момент первого скопления около нее газа будет максимальным за все время вибрации. У левой границы в тот же момент времени, напротив, наблюдается резкое разрежение газа и минимальное давление. Зависимость давления в ближайших к границам точках от времени для частоты $\Omega = 0,144$ показана на рис. 1. Как было описано в [2] и видно из рис. 1, помимо движения газа за счет вибрации области с заданной частотой $\Omega = 0,144$, изменение характеристик газа происходит за счет движения акустических волн, перемещающихся по области со скоростью звука. Однако все последующие соударения волн со стенками будут вызывать все меньшие скачки давления, по сравнению с его скачком у правой границы, вызванным воздействием на покоящийся газ. С увеличением частоты вибрации максимальное значение давления в приграничных точках увеличивается.

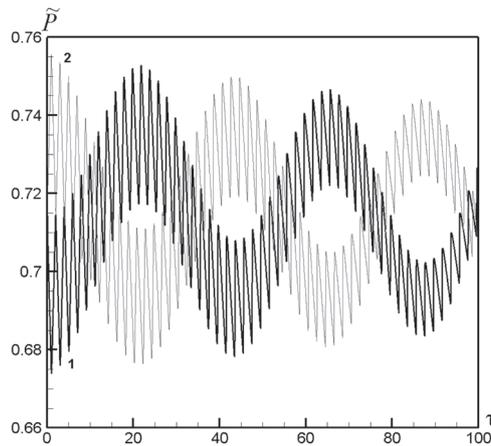


Рис. 1. Изменение давления с течением времени в точке $X=0.0005$;
2 — в точке $X=0.9995$

Из численных экспериментов получено, что максимальная температура в ближайших к границам расчетных точек достигается не одновременно с максимальным давлением. Одной из причин этого является влияние заданной постоянной температуры стенки, которая сдерживает скачки температуры у границы. Рассмотрим наиболее интенсивные частоты вибрации области, начиная с $\Omega = 0,720$. При таких частотах первая акустическая волна при столкновении с левой границей уже является ударной, поэтому вызывает интенсивный скачок температуры и несколько менее интенсивный скачок давления. Последующие столкновения ударных волн будут вызывать меньшее повышение температуры, так как интенсивность ударных волн с течением времени ослабевает. На рис. 2 показаны профили давления и температуры для частоты вибрации области $\Omega = 0,864$ в моменты времени, соответствующие максимальному давлению ($\tau = 0,74$), максимальной температуре ($\tau = 1,38$) и промежуточному моменту времени, когда происходит образование ударной волны ($\tau = 0,89$).

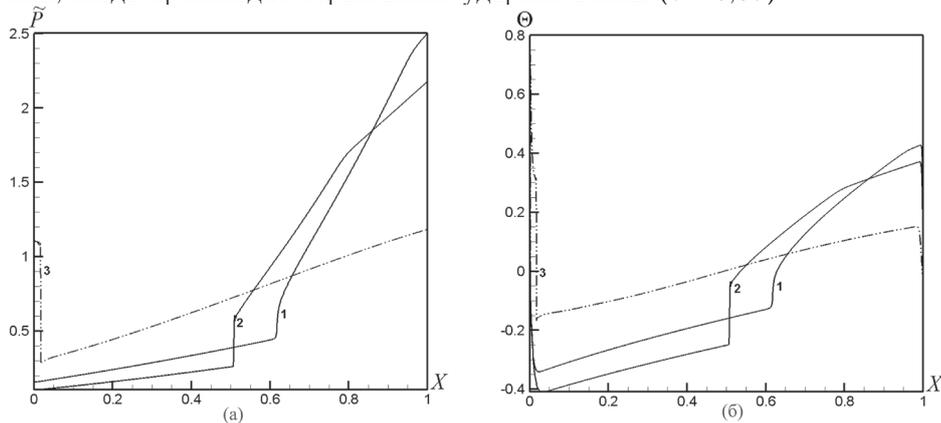


Рис. 2 Распределения давления (а) и температуры (б) по области 1- при $\tau = 0,74$,
2- при $\tau = 0,89$, 3- при $\tau = 1,38$

При менее интенсивных частотах вибрации области $0,144 < \Omega < 0,720$ ударные (в некоторых случаях — близкие к ударным) волны достигают наибольшей интенсивности позже, чем при первом прохождении акустической волной области, поэтому наиболее сильное соударение со стенкой происходит по прошествии более длительного времени, чем при рассмотренных ранее частотах.

Полученные результаты представлены в табл. 1, где для каждой из рассмотренных частот указаны период вибрации области T , максимальное значение давления (\tilde{P}_{\max}) у границ области, максимальное значение температуры Θ_{\max} у границ области и время их наблюдения $\tau(\tilde{P}_{\max})$ и $\tau(\Theta_{\max})$.

Таблица 1

Ω	T	\tilde{P}_{\max}	$\tau(\tilde{P}_{\max})$	Θ_{\max}	$\tau(\Theta_{\max})$
0.144	43.617	0.756	0.99	0.006	55.57
0.288	21.809	0.884	0.96	0.045	11.52
0.432	14.539	1.111	0.91	0.114	5.50
0.576	10.904	1.456	0.85	0.190	3.49
0.720	8.723	1.940	0.79	0.305	1.41
0.864	7.270	2.593	0.74	0.897	1.38
1.008	6.231	3.445	0.68	1.413	1.30
1.152	5.4521	4.511	0.63	2.337	1.20

Заключение

Получены максимальные значения давления и температуры у границ области для частот из исследуемого диапазона. Найдено время наблюдения этих значений. Результаты работы дают возможность определить предельную частоту вибрации при заданных остальных параметрах вибрации, учитывая свойства конкретного материала, образующего стенку области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фролов К.В. Вибрация — друг или враг? М.: Наука, 1984. 144 с.
2. Yakovenko, A.V., Zubkov, P.T., Abdubakova, L.V. Computation of vibrations in the area with perfect viscous gas // Proc. of XXXIX Summer School — Conference «Advanced Problems in Mechanics» (July 1-5, 2011, St. Petersburg (Repino), Russia). СПб.: Политехнический университет, 2011. С. 532-542.
3. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: МЭИ, 2003. 312 с.