

© Б.Г. АКСЕНОВ, С.В. КАРЯКИНА

aksenov@tgasu.ru, karyakinaswetlan@mail.ru

УДК 536.12

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ГРАНИЦЫ
ПРОМЕРЗАНИЯ-ОТТАИВАНИЯ
В СЛОЕ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ НАДЗЕМНЫХ ТЕПЛОВЫХ СЕТЕЙ**

АННОТАЦИЯ. В работе предложен метод моделирования температурного поля в слое теплоизоляции надземных тепловых сетей. Метод основан на решении задачи теплопроводности без начальных условий. В граничных условиях используются суточные колебания температуры.

SUMMARY. Method of an overground heat pipeline thermal insulator layer temperature field modeling is presented. The method is based on solution of a heat conduction problem without initial conditions. Daily temperature oscillation is used in boundary conditions.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Теплоизоляция, суточные колебания температуры, задача теплопроводности без начальных условий.

KEY WORDS. Thermal insulator, daily temperature oscillation, heat conduction problem without initial conditions.

При надземной прокладке тепловых сетей теплотери в зимнее время определяются не только среднесуточной температурой воздуха, но и суточными колебаниями температуры, которые в первом приближении можно считать периодическими.

В теплоизолирующем материале всегда содержится влага. В зимнее время в наружном слое теплоизоляции влага кристаллизуется, так что образуется граница фазового перехода ζ . Джоулево тепло, которое выделяется или поглощается на границе ζ , оказывает демпфирующее влияние на процесс теплообмена и поэтому колебание границы ζ в течение суточного цикла можно считать ключевой характеристикой. Колебания величины ζ однозначно определяют колебания суммарных теплотерь.

В настоящей работе излагается методика расчета температурного поля в слое теплоизоляции. Эта методика основана на использовании для моделирования суточных колебаний температуры задачи теплопроводности без начальных условий, как это было сделано в работе [1] для процессов в мерзлом грунте, в работе [2] для процессов в плоской стенке.

В нашем случае теплообмен происходит в области с осевой симметрией, поэтому оказалось целесообразным применить методику приведения осесимметричных задач к плоским, изложенную в работе [3].

Для внешнего слоя теплоизоляции, аналогично [2], записываем задачу без начальных условий:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{a^2}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial t}{\partial x} \right), \quad \xi < x < R, \quad (1)$$

$$t(\xi, \tau) = t_*, \quad (2)$$

$$t(R, \tau) = A + B \sin(\omega t + \varepsilon) = f(\tau), \quad (3)$$

где τ — время, x — пространственная координата, R — внешний радиус теплоизоляции; ξ — координата границы раздела фаз, t — температура, t_* — температура фазового перехода, a^2 — коэффициент температуропроводности, A — среднесуточная температура, B , ω , ε — константы, характеризующие суточные колебания температуры.

Для решения задачи (1)-(3) рассмотрим вспомогательную плоскую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad 0 < y < \xi, \quad (4)$$

$$u(\xi, \tau) = t_*, \quad (5)$$

$$u(0, \tau) = A + B \sin(\omega t + \varepsilon) = f(\tau). \quad (6)$$

Аналитическое решение задачи (4)–(6) приведено в работе [2].

Полагаем $\xi_1 = R - \xi$. В задаче (4)–(6) производим замену переменных

$$x = R - y, \quad (7)$$

которая приводит ее к виду:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \xi < x < R, \quad (8)$$

$$u(\xi, \tau) = t_*, \quad (9)$$

$$u(R, \tau) = A + B \sin(\omega t + \varepsilon) = f(\tau). \quad (10)$$

Граничные условия в задачах (1)–(3) и (8)–(10) одинаковы, что позволяет использовать метод приведения решения осесимметричной задачи к плоской [3].

Следуя [3], рассмотрим решения соответствующих стационарных задач, полагая $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial \tau} = 0$, $f(\tau) = f = \text{const}$.

Решение стационарной задачи (1)–(3):

$$t(x) = t_* - \frac{(t_* - f) \cdot \text{Ln}(x/\xi)}{\text{Ln}(R/\xi)}. \quad (11)$$

Решение стационарной задачи (8)—(10):

$$u(x) = t_* - \frac{(t_* - f) \cdot (x - \xi)}{R - \xi}. \quad (12)$$

Выразив x из (12) и подставив в (11), получим

$$t(x) = t_* - (t_* - f) \frac{\operatorname{Ln} \left(1 + (\rho - 1) \cdot \frac{t_* - u(x)}{t_* - f} \right)}{\operatorname{Ln} \rho}, \quad \rho = \frac{R}{\xi}. \quad (13)$$

Принимая во внимание, что граница раздела фаз $u(0, \tau) = A + B \sin(\omega t + \varepsilon) = f(\tau)$ движется медленно, так что в каждый момент времени τ поле температур в области $\xi < x < R$ можно считать стационарным, получим приближенную формулу, связывающую $u(x, \tau)$ и $t(x, \tau)$:

$$t(x, \tau) \approx t_* - (t_* - f(\tau)) \frac{\operatorname{Ln} \left(1 + (\rho - 1) \cdot \frac{t_* - u(x, \tau)}{t_* - f(\tau)} \right)}{\operatorname{Ln} \rho}, \quad \rho = \frac{R}{\xi}. \quad (14)$$

Условие Стефана на границе фазового перехода задаем в однофазной постановке, что обусловлено тем, что величина ξ мала в сравнении с самой этой величиной. Тогда закон движения границы $\xi(\tau)$ задается уравнением:

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=\xi} = k \gamma w \frac{d \xi}{d \tau}, \quad (15)$$

где λ — коэффициент теплопроводности, γ — удельная масса материала, w — относительная влажность, k — скрытая теплота таяния воды, C — удельная теплоемкость.

С учетом (14) уравнение (15) перепишется в виде

$$\frac{d \xi}{d \tau} = \frac{\lambda}{k \gamma w} \cdot \frac{1 - \rho}{\operatorname{Ln} \rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\xi}. \quad (16)$$

В (15)—(16) не учитывается изменение межфазной поверхности при изменениях ξ . Такое допущение основано на том, что колебания ξ малы.

Численный анализ показал целесообразность применения данной методики для расчета суммарных теплопотерь, подбора толщины и материала теплоизоляции надземных трубопроводов, эксплуатируемых в районах с большой амплитудой суточных колебаний температуры воздуха, таких как север Западной Сибири.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенов Б.Г., Карякина С.В. Моделирование процессов промерзания-оттаивания грунта на основе задачи теплопроводности без начальных условий // НТЖ: Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. М.: ВНИИОЭНГ, 1997. №7-8. С. 8-11.
2. Аксенов Б.Г., Карякина С.В. Обоснование суточного режима отопления здания на основе задачи теплопроводности без начальных условий // НТЖ: Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. М.: ВНИИОЭНГ, 1997. №12. С. 10-12.
3. Аксенов Б.Г., Медведский Р.И. Приближенный метод приведения решений осесимметричных задач фильтрации к плоским // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. №2. С. 185-189.