

© А.Ю. БОТАЛОВ¹, С.П. РОДИОНОВ²

^{1,2}Тюменский государственный университет,
^{1,2}Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН (Тюменский филиал)
simpler3d@gmail.com, timms@tmn.ru

УДК 532.59

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОЛОСТЬЮ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

FORCED OSCILLATION OF THE RIGID CAVITY BODY PARTIALLY FILLED WITH FLUID

АННОТАЦИЯ. В работе рассматриваются вынужденные колебания твердого тела с одной степенью свободы, имеющего полость прямоугольной формы, частично заполненную вязкой жидкостью. В полости располагаются вставки в виде вертикальных решеток с различной относительной длиной пластин. Движение тела описывается линейным уравнением колебаний, движение жидкости в полости описывается нелинейными уравнениями Навье-Стокса. Исследуется как вихревое течение жидкости, возникающее при колебаниях сосуда с решетками, так и влияние полости с жидкостью на амплитуду колебаний твердого тела в установившемся режиме. Показано, что полость с жидкостью оказывает дополнительное демпфирующее воздействие на колебания тела, изменяя резонансные частоты системы тела с жидкостью, причем размещение в полости двух перегородок с определенной относительной длиной пластин увеличивает скорость диссипации энергии колебаний твердого тела по сравнению с рассмотренными случаями. Рассматривается случай конечной глубины, течение предполагается ламинарным, жидкость несжимаемая.

SUMMARY. In this paper, forced oscillation of the rigid body with a single degree of freedom with a rectangular cavity partially filled with viscous fluid is studied. There are outfit slat screens with different relative height slats in the cavity. The motion of the rigid body is described by a linear equation of oscillation; the motion of fluid in cavity is described by nonlinear Navier-Stokes equation. Fluid flow in oscillating cavity with slat screens is investigated. In addition, influence of the cavity with fluid on the oscillation amplitude of the rigid body is investigated. Cavity with fluid render adds damping effect on body oscillation and changes resonance frequency of body system with fluid. Installed two slat screens with a certain relative height slat increase the rate of energy dissipate of oscillation body as compared with the examined case. The case of finite depth is investigated. Flow is laminar, fluid is incompressible.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Полость с жидкостью, вынужденные колебания, волновое движение.

KEY WORDS. Cavity with fluid, forced oscillation, wave motion.

Введение. Задачи динамики тел с полостями, частично заполненными жидкостью, имеют важное теоретическое и практическое значение. Одним из ключевых приложений данных задач является разработка эффективного демпфера вибраций различных структур: высотных зданий во время землетрясений или при ветровой нагрузке, нефтяных платформ. Таким эффективным демпфером могут служить резервуары, частично заполненные жидкостью, с частотой собственных колебаний жидкости, согласующейся с собственной частотой колебания структуры (TLD — Tuned Liquid Damper). При этом жидкость воздействует на структуру с силой, изменяющейся в противофазе к внешней нагрузке [1]. Исследование данных демпферов преимущественно ведется экспериментальными методами, на основе которых разрабатываются различные полуаналитические модели [2], и методами, основанными на численном решении приближенных уравнений гидродинамики (уравнения теории мелкой воды) [3]. Для увеличения эффективности TLD применяются различные дополнительные механизмы, интенсифицирующие диссипативные процессы в жидкости: поверхностные примеси [1], изменение геометрии дна бака [4] и размещение в баке перегородок или решеток [5], [6].

В данной работе проведено численное исследование влияния прямоугольной полости, частично заполненной жидкостью, на прямолинейные колебания твердого тела в нелинейной постановке, при этом рассматривается случай конечной глубины.

Постановка задачи. Тело массы M , имеющее прямоугольную полость размерами $L \times H$, частично заполненную вязкой несжимаемой жидкостью массы m , совершает прямолинейные колебания под действием линейной возвращающей силы: $F = -Kx_s$. Также на тело действует сила трения: $F_c = -C\dot{x}_s$ и внешняя возмущающая сила $F_{ex} = F\sin(\omega t)$ (рис. 1). Рассматриваем такие размеры полости, что влиянием поверхностного натяжения можно пренебречь.

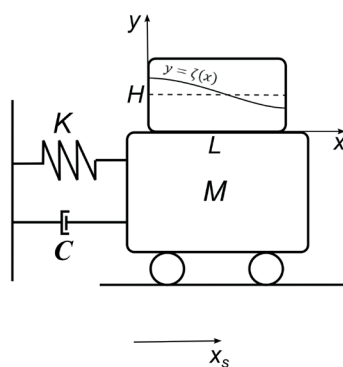


Рис. 1. Схема структуры

Уравнения, описывающие движение системы «тело+жидкость», записанные в безразмерной форме:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}_g} \Delta U - \varepsilon \ddot{X}_s \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}_g} \Delta V - 1 \quad (3)$$

$$\ddot{X}_s + 2\delta_s \omega_0 \dot{X}_s + \omega_0^2 X_s = \sin(\omega \tau) - \frac{\mu}{1 + \mu} \frac{1}{\varepsilon \tilde{h}} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\zeta(X)} \int_0^{\zeta(X)} U dY dX \quad (4)$$

Краевые условия:

При $\tau = 0$: $X_s = 0, \dot{X}_s = 0, U = V = 0$

При $y = 0$: $U = V = 0$

При $x = 0, 1$: $U = 0, \frac{dV}{dX} = 0$

$$\text{При } y = \zeta(X, \tau): \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = V - U \frac{\partial \zeta}{\partial X}, \begin{cases} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 0 \\ \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \cdot \vec{s} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Здесь:

$$\text{Re}_g = \frac{L^{1.5} \sqrt{g}}{\nu}, \omega_0^2 = \frac{K}{(M+m)g}, \delta_s = \frac{C}{\sqrt{(M+m)K}}, \tilde{h} = \frac{h}{L}, \mu = \frac{m}{M}, \Omega = \frac{\omega_0}{\omega_f}, \varepsilon = \frac{x_0}{L}, \beta = \frac{\omega}{\omega_0}$$

ω_f — частота первой моды колебания жидкости.

Параметры задачи принимают следующие значения:

$$\text{Re}_g = 3 \cdot 10^{-7}, \delta_s = 0.01, \tilde{h} = 0.5, \mu = 0.01, \Omega = 1, \varepsilon = 0.00075, 0.9 \leq \beta \leq 1.1$$

В полости будем располагать вставки в виде вертикальных решеток (рис. 2).

Параметры вставок: $0.5 \leq d \leq 0.9$; $0.3 \leq S_n \leq 0.7$, где $S_n = \frac{d_s}{d_s + d_i}$ — относительная высота пластин, расстояние между решетками примем равным $0.2L$

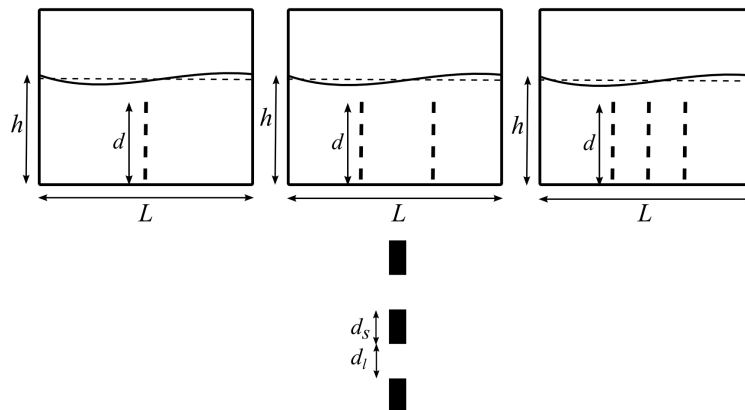


Рис. 2. Расположение перегородок в полости

Численная методика. Решение гидродинамической части данной задачи (уравнения (1)-(3)) проводилось методом контрольного объема с использованием Эйлера-Лагранжевого (ALE) подхода [7] и алгоритма SIMPLER, реализованного на подвижной криволинейной сетке [8]. Особенностью данного метода является перестроение расчетной сетки на каждом шаге по времени, в соответствии с формой свободной поверхности, которая определяется из кинематического граничного условия. Производная по времени в условии (5) аппроксимируется методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Для построения расчетной сетки используется метод эллиптических уравнений [9]. Число контрольных объемов, на которое разбивается расчетная область: 200×100 . Решение уравнения колебания тела (4) проводилось BDF (Backward Differentiation Formula) методом 2-го порядка точности [10].

Результаты расчета. В данной работе представлен анализ течения жидкости в сосуде при размещении в полости вертикальных решеток. На рис. 3 изображены изолинии функции тока для случая размещения в полости двух вертикальных решеток. Как видно из этого рисунка, наличие решеток приводит к возникновению интенсивного вихревого течения жидкости, причем при увеличении расстояния между решетками интенсивность течения между ними падает, что сказывается на скорости диссипации энергии движения жидкости. Также наличие вставок в колеблющейся полости приводит к тому, что смена направления течения жидкости в полости сопровождается возникновением крупных вихревых структур.

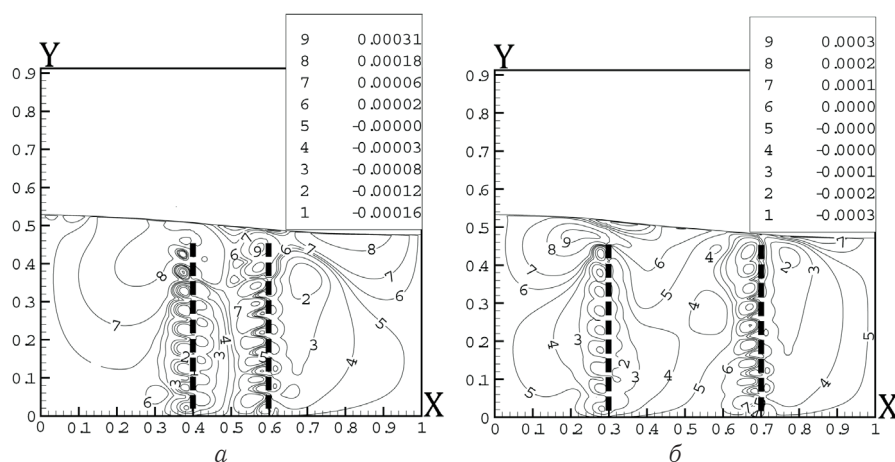


Рис. 3. Изолинии функции тока в прямоугольной полости.
 а — расстояние между решетками $0.2L$; б — расстояние между решетками $0.4L$

Рассмотрим влияние полости с жидкостью на вынужденные колебания твердого тела. На рис. 4 изображена зависимость амплитуды колебания тела в установившемся режиме от относительной частоты внешнего воздействия для случаев без полости с жидкостью и с полостью, в центре которой расположена вертикальная решетка. Из данного рисунка видно, что наличие полости с жидкостью значительно уменьшает амплитуду колебания тела. Также из рисунка видно, что когда вставки слабо интенсифицируют диссипативные процессы в жидкости (решетка $d=0.5$), зависимость амплитуды от относительной частоты

имеет два ярко выраженных максимума, иначе — один максимум. Стоит отметить немонотонную зависимость скорости диссипации энергии колебаний тела от параметров, отвечающих за интенсивность диссипативных процессов в жидкости. В случае, когда диссипация энергии движения жидкости мала, например, когда в полости отсутствуют вставки, энергия, переходящая от движения тела в движение жидкости не успевает диссипировать и переходит обратно к телу. В обратном случае, например, при размещении в полости трех решеток с $S_n = 0.6$ (рис. 5б) когда интенсивность волнового движения жидкости мала, полость слабо влияет на движение тела, что приводит к росту амплитуды колебания.

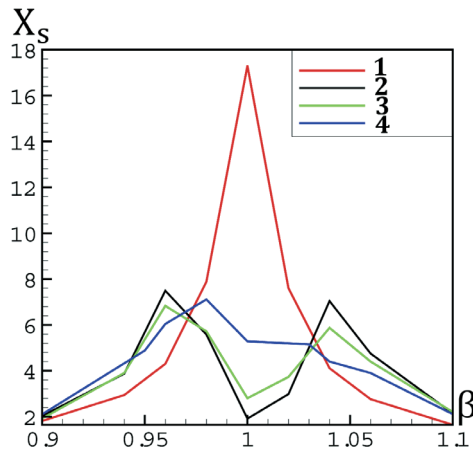


Рис. 4. Зависимость амплитуды колебания тела от внешней относительной частоты в случае наличия в центре полости решетки.

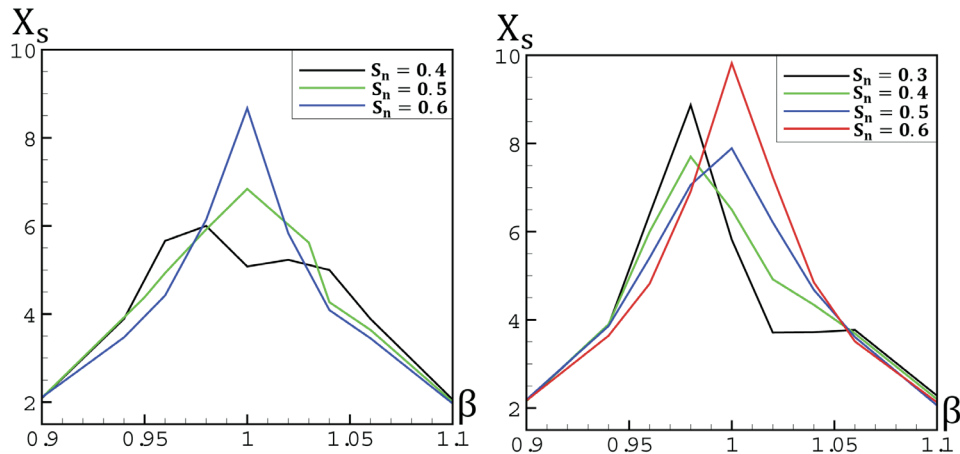


Рис. 5. Зависимость амплитуды колебания тела от внешней частоты в случае наличия в центре полости решеток. (а) — две решетки, (б) — три решетки

В результате расчетов получено, что среди рассмотренных случаев эффективным демпфером является полость с двумя решетками, относительная длина пластин которых равна 0.4. В этом случае максимум амплитуды колебания тела

минимален по сравнению с другими случаями и, кроме того, малое изменение частоты внешнего воздействия не приводит к резкому изменению амплитуды колебания тела.

Выводы. Исследовано влияние жидкого наполнителя на вынужденные колебания тела с одной степенью свободы. Получены следующие выводы:

— при прямолинейных колебаниях открытого сосуда, имеющего вставки в виде решеток, наиболее интенсивное вихревое течение возникает между решетками, причем его интенсивность спадает при увеличении расстояния между ними;

— скорость диссипации энергии колебаний тела с полостью, частично заполненной жидкостью, немонотонно зависит от параметров системы «тело+жидкость»: наиболее быстрая диссипация энергии среди рассмотренных случаев происходит в случае расположения в полости двух вертикальных решеток с относительной высотой пластин: $S_n = 0.4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sun, L. Semi-analytical modeling of Tuned Liquid Damper (TLD) with emphasis on damping of liquid sloshing, Ph.D., University of Tokyo, 1991. 156 p.
2. Love, J.S., Tait M.J. Parametric depth ratio study on tuned liquid dampers: fluid modelling and experimental work // *Computers & Fluids*. 2013. Vol. 79. Pp. 13-26.
3. Krabbenhoft, J. Shallow water Tuned Liquid Damper: modelling, simulation and experiments. Ph.D. Technical University of Denmark, 2010. 124 p.
4. Gardarsson S., Yeh H., Reed D. Behavior of sloped-bottom Tuned Liquid Dampers // *J. Eng. Mech*. 2001. Vol. 127. Pp. 266-271.
5. Tait, M.J. Modelling and preliminary design of a structure-TLD system // *Engineering Structures*. 2008. Vol. 30. Pp. 2644-2655.
6. Maravani M., Hamed M. S. Numerical modeling of sloshing motion in a tuned liquid damper outfitted with a submerged slat screen // *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. 2011. Vol. 65. Pp. 834-855.
7. Souli, M., Zolesio, J.P. Arbitrary Lagrangian-Eulerian and free surface methods in fluid mechanics // *J. Comput. Methods Appl. Mech. Energ*. 2001. Vol. 191. Pp. 451-466.
8. Кудинов П.И. Численное моделирование гидродинамики и теплообмена в задачах с конвективной неустойчивостью и неединственным решением: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Днепропетровск, 1999. 229 с.
9. Thompson, Joe F., Warsi, Z.U.A., Mastin Wayne C. Numerical Grid Generation: Foundations and Applications. New York: Elsevier, 1985. 483 p.
10. Хайрпер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 512 с.

REFERENCES

1. Sun, L. Semi-analytical modeling of Tuned Liquid Damper (TLD) with emphasis on damping of liquid sloshing, Ph.D., University of Tokyo, 1991. 156 p.
2. Love, J.S., Tait M.J. Parametric depth ratio study on tuned liquid dampers: fluid modelling and experimental work. *Computers & Fluids*. 2013. Vol. 79. Pp. 13-26.
3. Krabbenhoft, J. Shallow water Tuned Liquid Damper: modelling, simulation and experiments. Ph.D. Technical University of Denmark, 2010. 124 p.
4. Gardarsson S., Yeh H., Reed D. Behavior of sloped-bottom Tuned Liquid Dampers. *J. Eng. Mech*. 2001. Vol. 127. Pp. 266-271.
5. Tait, M.J. Modelling and preliminary design of a structure-TLD system. *Engineering Structures*. 2008. Vol. 30. Pp. 2644-2655.

6. Maravani M., Hamed M. S. Numerical modeling of sloshing motion in a tuned liquid damper outfitted with a submerged slat screen. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. 2011. Vol. 65. Pp. 834-855.

7. Souli, M., Zolesio, J.P. Arbitrary Lagrangian-Eulerian and free surface methods in fluid mechanics. *J. Comput. Methods Appl. Mech. Energ.* 2001. Vol. 191. Pp. 451-466.

8. Kudinov, P. I. *Chislennoe modelirovanie gidrodinamiki i teploobmena v zadachakh s konvektivnoi neustoichivost'iu i needinstvennym resheniem* (Extended Abstract of Doct. Sci. Diss.) [Numerical simulation of fluid flow and heat transfer in problems with convective instability and non-unique solution (Dr. Sci. (Philos.) Diss.)]. Dnepropetrovsk, 1999. 229 p. (in Russian).

9. Thompson, Joe F., Warsi, Z.U.A., Mastin Wayne C. *Numerical Grid Generation: Foundations and Applications*. Elsevier, New York, 1985.

10. Hairer, E., Nyrseth, S., Wanner, G. *Reshenie obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii. Nezhestkie zadachi* [Solving ordinary differential equations. Non-rigid problems] / Transl. fr. Eng. Moscow, 1990. 512 p. (in Russian).

Авторы публикации

Боталов Андрей Юрьевич — аспирант Тюменского государственного университета, лаборант Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН (Тюменский филиал)

Родионов Сергей Павлович — профессор Тюменского государственного университета, заведующий лабораторией нефтегазовой механики Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН (Тюменский филиал), доктор физико-математических наук

Authors of the publication

Andrey Yu. Botalov — Post-graduate student, Tyumen State University; Laboratory Assistant, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanic (Tyumen Branch), Siberian Branch of Russian Academy of Sciences

Sergey P. Rodionov — Dr. Sci. (Physic.-Math.), Professor, Tyumen State University; Head of the Laboratory of Oil and Gas Mechanics, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanic (Tyumen Branch), Siberian Branch of Russian Academy of Sciences