

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

© Д.А. ГУБАЙДУЛЛИН, Г.А. НИКИФОРОВ

Институт механики и машиностроения
Казанского научного центра Российской академии наук
gubaidullin@imm.knc.ru, ganikiforov@mail.ru

УДК 532.546

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СЛОИСТОМ НЕФТЯНОМ ПЛАСТЕ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ ФИЛЬТРАЦИИ*

THE SIMULATION OF TWO-PHASE FLUID FLOW IN A LAYERED OIL RESERVOIR UNDER A NONLINEAR FILTRATION LAW

Отклонения от линейного закона фильтрации наблюдаются при движении нефти в низкопроницаемых коллекторах, при высокой вязкости нефти, а также при малых и при больших скоростях движения нефти. Среди неньютоновских жидкостей можно выделить две группы: нелинейно вязкие жидкости и жидкости с памятью. В настоящей работе численно решаются задачи с законами из первой группы. Рассмотрены случаи движения жидкости с предельным градиентом сдвига и псевдопластической жидкости. Учтены капиллярные и гравитационные силы. Рассчитан пласт с непроницаемой кровлей и подошвой, состоящий из двух литологически связанных пропластков. Сравниваются результаты, полученные при одних и тех же начальных и граничных условиях. Показано, что коэффициент извлечения нефти при расчете по нелинейному закону фильтрации существенно отличается от расчета по линейному закону, тогда как расчеты по выбранным нелинейным законам близки друг к другу.

Deviation from the linear filtration law is observed in the oil in low permeability reservoirs, at high oil viscosity, as well as both at high and low oil velocity. Among the non-Newtonian fluids it is possible to distinguish two groups—nonlinear viscous liquids and liquids with memory. In this paper we suggest a numerical solution to the problem with the laws for the liquids of the first group. The cases of motion of the fluid with maximum shear rate and of the pseudo plastic fluid have been studied, with capillary and gravitational forces taken into consideration. The reservoir that has the impermeable top and bottom and consists of two interlayers with lithologic contact has been calculated. The results obtained with the same initial and boundary conditions have been compared. It has been shown that when the nonlinear filtration law is applied in calculation, the oil recovery rate differs substantially from the rate calculated linearly, while the results of the calculations by the selected nonlinear laws are close.

* Исследование проведено при поддержке РФФИ (№ 14-01-31096 мол_а).

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Пористая среда, неньютоновская жидкость, двухфазный поток, моделирование.

KEY WORDS. Porous media, non-Newtonian fluid, two-phase flow, simulation.

Отклонения от линейного закона фильтрации Дарси обнаруживались уже на ранних этапах развития теории фильтрации. В ряде экспериментальных исследований было выявлено, что отклонения от линейного закона наблюдаются при высоких скоростях фильтрации [1; 2]. Значительный вклад в экспериментальное исследование нелинейной фильтрации в случае больших скоростей принадлежит Ф. Форхгеймеру, который на основании многочисленных экспериментов в различных средах установил двучленный закон фильтрации, носящий его имя и являющийся обобщением закона Дарси [3]. Этот закон применим при изучении течений вблизи скважин, где скорости велики, и для описания движения жидкостей в трещиноватых породах.

Нарушения закона Дарси наблюдаются и при малых скоростях фильтрации жидкостей, когда особенно сильно проявляется взаимовлияние жидкости и пористого тела [4]. Многочисленные отклонения от линейного закона Дарси были обнаружены при движении в пористой среде суспензий, эмульсий, растворов полимеров, коллоидных растворов, тяжелых нефтей, глинистых растворов и т. д., обладающих псевдопластическими реологическими свойствами. В монографии [5] подробно описывается множество нелинейных законов движения в пористых средах. Типичным примером неньютоновских жидкостей являются растворы полимеров.

Теоретические исследования нелинейного закона движения в случае многофазной фильтрации выполнены в работах [6; 7]. В [6] закон Форхгеймера обобщен на случай двухфазной фильтрации.

В настоящей работе численно решается задача о течении в пласте нелинейно вязкой жидкости в случае с предельным градиентом сдвига [8]. Учтены капиллярные и гравитационные силы. Рассчитан пласт с непроницаемой кровлей и подошвой, состоящий из двух литологически связанных пропластков.

Постановка задачи. Решается задача о изотермическом течении двухфазной несжимаемой жидкости в пористом теле с учетом капиллярных и гравитационных сил. Моделируется течение неньютоновской жидкости в пористой среде в переменных «скорость—насыщенность».

С учетом капиллярных и гравитационных сил законы фильтрации для двух фаз можно записать [9] в виде уравнений неразрывности:

$$m \frac{\partial S_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{U}_i) = 0, \quad (i = o, w), \quad (1)$$

и уравнений движения в форме обобщенного закона Дарси:

$$\mathbf{U}_i = -k \frac{R_i(U_i) f_i}{\mu_i} \operatorname{grad}(P_i - \rho_i g z), \quad (i = o, w), \quad (2)$$

где m — пористость; k — абсолютная проницаемость; P_i — давление в фазах; μ — динамическая вязкость; \mathbf{U}_i — скорость фильтрации i -й фазы; S_i — насыщенность пористого тела i -й фазой; $R_i(U_i)$ — безразмерный комплекс,

определяющий нелинейный закон; f_i — функция относительной фазовой проницаемости; ρ_i — плотность фазы; g — ускорение свободного падения. Индексы w и o соответствуют величинам, характеризующим соответственно смачивающую и несмачивающую фазы.

Разность давлений в фазах принимается равной капиллярному давлению: $P_o - P_w = P_c$, а насыщенности фаз удовлетворяют условию полного насыщения $S_o + S_w = 1$.

Введем суммарную скорость фильтрации:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_o + \mathbf{U}_w . \quad (3)$$

В работе [10] в случае линейной фильтрации ($R_i(U_i)=1$) описан способ сведения системы уравнений (1)-(2) к системе уравнений относительно суммарной скорости фильтрации \mathbf{U} и насыщенности пласта смачивающей фазой S_w . В случае нелинейной фильтрации выкладки принципиально не отличаются, поэтому выпишем сразу конечный результат (здесь и далее у насыщенности индекс w опускается):

$$\operatorname{div}(\mathbf{U}) = 0 , \quad (4)$$

$$\operatorname{rot}(\mathbf{U} / K) = \operatorname{rot}(F \operatorname{grad}(P_k)) , \quad (5)$$

$$m \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}[F \mathbf{U} + F_{ow} \operatorname{grad}(P_k)] = 0 , \quad (6)$$

где $K_o = k \frac{R_w(U_o) f_o}{\mu_o}$, $K_w = k \frac{R_w(U_w) f_w}{\mu_w}$, $K = K_o + K_w$, $F_{ow} = K_o \frac{K_w}{K}$ и $F = \frac{K_w}{K}$.

Пусть процесс фильтрации происходит в области Ω с границей $\partial\Omega$, состоящей из двух частей — $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$. Будем считать, что для начального момента времени известно распределение насыщенности $S=S^0$, а на $\partial\Omega$ задана нормальная составляющая скорости фильтрации U_n , которая должна удовлетворять условию $\int_{\partial\Omega} U_n d\gamma$, где n — внешняя нормаль к $\partial\Omega$. На части границы $\partial\Omega_1$ будем считать известной насыщенность — $S|_{\partial\Omega_1} = S^0|_{\partial\Omega_1}$, а на другой ее части $\partial\Omega_2$ — $\partial S / \partial n|_{\partial\Omega_2} = 0$.

Численные результаты. Моделируется течение жидкости в нефтяном пласте размерами 50 м в длину и 11 м по напластованию, ограниченном непроницаемыми кровлей и подошвой. Пласт состоит из двух пропластков, каждый из пропластков однородный мощностью 5 метров. Пропластки разделены непроницаемой перемычкой, имеющей литологические окна, длина которых 5 м, мощность перемычки 1 м. Проницаемость верхнего пропластка $k_1 = 1$ мкм², нижнего — $k_2 = k_1/20$. Задача решалась в вертикальном сечении пласта. Шаг сетки, равномерной по горизонтали, принят равным 0.5 м, а по вертикали — 0.33 м. Пористость коллектора постоянная: $m_1 = m_2 = 0.2$. В начальный момент времени залежь целиком заполнена нефтью и связанной водой. Динамическая вязкость нефти $\mu_o = 400$ мПа·с, воды — $\mu_w = 1$ мПа·с. На левой границе задан расход воды. Считается, что приемистость пласта пропорциональна проницаемости.

Через правую границу жидкость отбирается из пласта. После того как обводненность продукции на выходе из пласта превысит 98%, закачка воды прекращалась. Было произведено два расчета — по линейному закону движения и закону с предельным градиентом сдвига, который задавался с использованием функции $R_i(U_i)$ ($i = o, w$) в следующем виде:

$$R_o(U_o) = \begin{cases} 1 - |U_o^e - U_o|, & \text{если } |U_o^e| < |U_o| \\ 0, & \text{если } |U_o^e| \geq |U_o| \end{cases},$$

$$R_w(U_w) = 1.$$

После 30 лет простоя в обоих случаях закачка воды возобновилась. В линейном случае при повторном пуске обводненность продукции на выходе из пласта составила 94%, т. е. в результате гравитационной сегрегации в течение 30 лет появилась возможность дополнительного отбора нефти из пласта. В нелинейном случае при повторном пуске залежи в разработку обводненность продукции на правой границе осталась прежней — 98%, так как предельный градиент компенсировал влияние гравитационных и капиллярных сил. На нижеприведенных рисунках показаны поля насыщенности для обоих случаев.

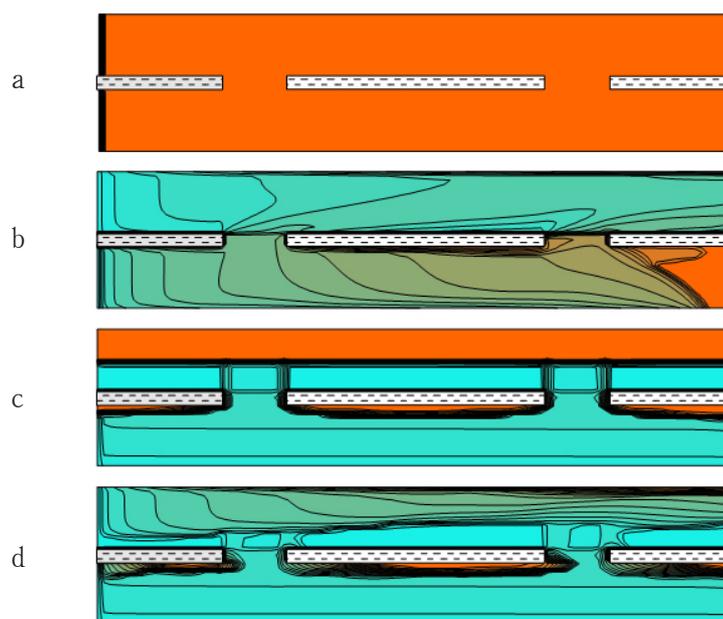


Рис. 1. Распределение водонасыщенности для различных моментов времени: а — начальное распределение водонасыщенности, б — момент достижения обводненности пласта 98%, с — после достижения 98% пласт находился в покое 30 лет, д — момент достижения вторичного обводнения пласта 98%

На рис. 1 показана динамика изменения насыщенности в пласте при линейном законе движения. На рис. 2 показано распределение нефтенасыщенности на момент

достижения обводненности продукции 98% при законе с предельным градиентом. После 30 лет простоя распределение нефтенасыщенности не меняется.

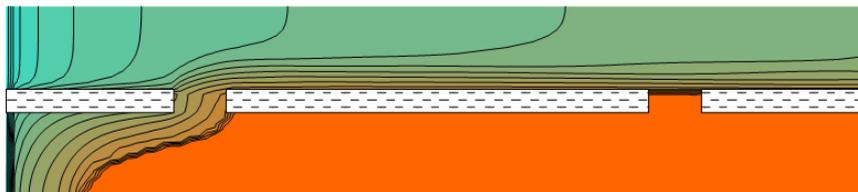


Рис. 2. Конечный момент заводнения пласта при достижении 98% обводненности на правой границе для нелинейного закона движения (сверху)

Выводы. В зависимости от свойств нефти необходимо корректно выбирать как метод расчета, так и метод разработки месторождения. В частности, закон с предельным градиентом не позволяет воспроизвести явления естественной сегрегации нефти в пласте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Щелкачев В.Н., Лапук Б.Б. Подземная гидравлика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 736 с.
2. Краснопольский А.А. Грунтовые и артезианские колодцы // Горный журнал. 1912. № 3-7.
3. Форхгеймер Ф. Гидравлика. М.; Л.: ОНТИ, 1935.
4. Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.
5. Хасанов М.М., Булгакова Г.Т. Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003. 288 с.
6. Bennethum, L.S., Giorgi, T. Generalized Forchheimer Equation for Two-Phase Flow Based on Hybrid Mixture Theory // Transport in Porous Media. 1997. Iss. 26. Pp. 261-275.
7. Whitaker, S. The Forchheimer Equation: A Theoretical Development // Transport in Porous Media. 1996. Iss. 25. Pp. 27-61.
8. Панько С.В. О некоторых задачах фильтрации с предельным градиентом // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1973. № 4. С. 177-181.
9. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
10. Никифоров Г.А. О вихревых течениях двухфазной жидкости в пористой среде // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 3. С. 253-259.

REFERENCES

1. Shchelkachev, V.N., Lapuk, B.B. Underground hydraulics. Izhevsk, 2001. 736 p. (in Russian).
2. Krasnopolsky, A.A. Groundwater and artesian wells // Journal of Mining. № 3-7. (in Russian).
3. Forchheimer, Ph. Hydraulics. Moscow, Leningrad: ONTI, 1935. (in Russian).
4. Bernadiner, M.G., Entov, V.M. Hydrodynamic anomalous liquids filtration theory. Moscow: Nauka, 1975. 199 p. (in Russian).
5. Khasanov, M.M., Bulgakova, G.T. Non-linear and non-equilibrium effects in rheological complicated media. Moscow, Izhevsk: Institute of Computer Investigations, 2003. 288 p. (in Russian).

6. Bennethum, L.S., Giorgi, T. Generalized Forchheimer equation for two-phase flow based on hybrid mixture theory // *Transport in Porous Media*. Iss. 26. 1997. Pp. 261-275.
7. Whitaker, S. The Forchheimer equation: A theoretical development // *Transport in Porous Media*. Iss. 25. 1996. Pp. 27-61.
8. Panko, S.V. On some problems of filtration with maximum gradient // *USSR Academy of Sciences Herald, Fluid and Gas Mechanics*. № 4, 1973. Pp. 177-181. (in Russian).
9. Barenblatt, G.I., Entov, V.M., Ryzhik, V.M. The flow of liquids and gases in natural layers. Moscow: Nedra, 1984. 211 p. (in Russian).
10. Nikiforov, G.A. On vortex flows of a two-phase fluid in porous media // *Computational Continuum Mechanics*. Vol. 7. № 3. 2014. Pp. 253-259. (in Russian).

Авторы публикации

Губайдуллин Дамир Анварович — директор Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук

Никифоров Григорий Анатольевич — научный сотрудник Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, кандидат физико-математических наук

Authors of the publication

Damir A. Gubaidullin — Dr. Phys. and Math. Sci., Corresponding Member of The Russian Academy of Sciences, Director of Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, The Russian Academy of Sciences

Grigory A. Nikiforov — Dr. Phys. and Math. Sci., Research Associate, Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, The Russian Academy of Sciences