

© А. Г. ОБУХОВ<sup>1</sup>, Л. В. АБДУБАКОВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тюменский государственный нефтегазовый университет

<sup>2</sup>Тюменский государственный университет

<sup>1</sup>aobukhov@tsogu.ru, <sup>2</sup>ablili@mail.ru

УДК 519.63+533.6

**ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ГАЗА, ИНИЦИИРОВАННОГО  
ХОЛОДНЫМ ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПРОДУВОМ**

**NUMERICAL CALCULATION OF SPEED CHARACTERISTICS  
OF SWIRLED GAS FLOW INITIATED BY VERTICAL BLOWING COLD**

При использовании явной разностной схемы в прямоугольном параллелепипеде численно строятся решения полной системы уравнений Навье–Стокса. Такие решения описывают трехмерные нестационарные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа в восходящих закрученных потоках в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. Восходящий закрученный поток инициируется вертикальным продувом, который моделируется заданием вертикальной составляющей скорости в верхнем отверстии расчетной области. Диссипативные свойства газа как сплошной среды учитываются через постоянные коэффициенты вязкости и теплопроводности. За начальные условия принимается набор функций, являющихся точным решением полной системы уравнений Навье–Стокса. Предложены конкретные граничные условия, описывающие поведение газодинамических параметров на плоскостях расчетного параллелепипеда. Приведены результаты расчетов скоростных характеристик возникающего восходящего закрученного потока. Показано, что компоненты скорости газа при таком сложном течении претерпевают заметные изменения на начальной стадии. При увеличении времени расчета скоростные параметры и все течение в целом стабилизируются с постепенным выходом на стационарный режим.

*When using the explicit difference scheme in a rectangular parallelepiped, numerical solutions of the full Navier-Stokes equations are constructed. These solutions describe an unsteady three-dimensional flow of compressible viscous heat-conducting gas in a rising swirling flows under the action of gravity and Coriolis. Upward vertical swirling flow is initiated by blowing, which is modelled by specifying the vertical component of the velocity at the top opening of the computational domain. The dissipative properties of the gas as a continuous medium are taken into account through constant coefficients of viscosity and thermal conductivity. The initial conditions are a set of functions that are an exact solution of the full Navier-Stokes equations. We propose specific boundary conditions, describing the behavior of gas-dynamic parameters on the planes of the settlement of the box. The results*

*of calculations of rising swirling stream speed characteristics are demonstrated. It has been shown that the components of the gas velocity in this complex undergo noticeable changes during the initial stage. By increasing the time of calculation, the speed parameters and all the flow gradually stabilize, reaching a steady state.*

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Полная система уравнений Навье–Стокса, сила Кориолиса, краевые условия, численное моделирование.*

*KEY WORDS. The complete system of Navier-Stokes equations, the Coriolis force, boundary conditions, numerical modeling.*

Для исследования сложных течений газа в трубах или в свободных восходящих закрученных потоках желательнее использовать модели сжимаемой сплошной среды, наиболее адекватно описывающие физические процессы в указанных течениях. К числу таких моделей вполне можно отнести модели, основанные либо на решении системы уравнений газовой динамики [1], либо на решении полной системы уравнений Навье–Стокса [2]. В первом случае решаются моделирующие течения идеального политропного газа, а во втором — течения сжимаемой сплошной среды, обладающей диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности.

Детальные теоретические исследования, проведенные в последние годы [3-7], подтвердили предложенную в [8] общую схему возникновения и последующего функционирования восходящего закрученного потока. В указанных работах были изучены течения газа в разных частях восходящего закрученного потока. Основная идея предложенной в [8] схемы возникновения восходящего закрученного потока заключается в том, что в результате локального прогрева поверхности суши или водной поверхности появляется восходящий поток воздуха. Замещающее его радиальное течение под действием силы Кориолиса — силы инерции — приобретает осевую закрутку.

В работах [9-11] предложенная схема получила экспериментальное подтверждение. В этих работах свободный вихрь инициировался нагревом металлического круглого стола снизу газовой горелкой. Принципиально важно при этом отметить, что для появления радиального движения воздуха не имеет значения способ создания первоначального восходящего потока — либо нагрев подстилающей поверхности, либо холодный вертикальный продув. Последний способ получения восходящего закрученного потока, хотя и в малых масштабах, был успешно реализован в лабораторных условиях [12; 13]. Поэтому было бы весьма интересно попытаться математически и численно смоделировать возникновение и развитие восходящего закрученного потока именно с использованием холодного продува воздуха. Тем более что в работах [14-16] предприняты попытки исследований сложных течений газа, предполагающих математическое моделирование и численные расчеты трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в целом.

Целью данной работы является численный расчет всех газодинамических параметров, включая скоростные характеристики трехмерного нестационарного восходящего закрученного течения газа конкретного масштаба, вызванного

холодным продувом. Численный расчет подобного течения газа позволит дать конкретные предложения и рекомендации по возможному проведению крупномасштабного эксперимента по закрутке больших масс воздуха.

Для описания сложных течений сжимаемой сплошной среды, обладающей диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности, используется полная система уравнений Навье–Стокса, которая будучи записанной в безразмерных переменных с учетом действия силы тяжести и Кориолиса в векторной форме имеет следующий вид [7]:

$$\begin{cases} \rho_t + \vec{V} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0, \\ \vec{V}_t + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{T}{\gamma \rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \frac{\mu_0}{\rho} \left[ \frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \vec{V}) + \frac{3}{4} \Delta \vec{V} \right], \\ T_t + \vec{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T \operatorname{div} \vec{V} = \frac{\kappa_0}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_0 \gamma (\gamma - 1)}{2\rho} \left\{ [(u_x - v_y)^2 + \right. \\ \left. + (u_x - w_z)^2 + (v_y - w_z)^2] + \frac{3}{2} [(u_y + v_x)^2 + (u_z + w_x)^2 + (v_z + w_y)^2] \right\}, \end{cases} \quad (1)$$

где значения безразмерных постоянных коэффициентов вязкости и теплопроводности следующие:  $\mu_0 = 0,001$ ;  $\kappa_0 \approx 1,458333 \mu_0$ .

Эта система в дифференциальной форме передает законы сохранения массы, импульса и энергии в движущейся сплошной среде.

В системе (1):  $t$  — время;  $x, y, z$  — декартовы координаты;  $\rho$  — плотность газа;  $\vec{V} = (u, v, w)$  — вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси;  $T$  — температура газа;  $\vec{g} = (0, 0, -g)$  — вектор ускорения силы тяжести;  $\gamma = 1,4$  — показатель политропы для воздуха;  $-2\vec{\Omega} \times \vec{V} = (av - bw, -au, bu)$  — вектор ускорения Кориолиса, где  $a = 2 \Omega \sin \psi$ ,  $b = 2 \Omega \cos \psi$ ,  $\Omega = |\vec{\Omega}|$ ;  $\vec{\Omega}$  — вектор угловой скорости вращения Земли;  $\psi$  — широта точки  $O$  — начала декартовой системы координат  $xuzO$ , вращающейся вместе с Землей.

В качестве начальных условий при описании соответствующих течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в случае постоянных значений коэффициентов вязкости и теплопроводности в данной работе берутся функции, задающие точное решение [14] системы (1):

$$u = 0, v = 0, w = 0, \quad (2)$$

$$T_0(z) = 1 - kz, \quad k = \frac{l x_{00}}{T_{00}}, \quad l = 0.0065 \frac{\text{К}}{\text{м}}, \quad x_{00} = 50 \text{ м}, \quad T_{00} = 288^\circ \text{К} \quad (3)$$

$$\text{и} \quad \rho_0(z) = (1 - kz)^{\nu-1}; \quad \nu = \frac{\gamma g}{k} = \text{const} > 0. \quad (4)$$

Краевые условия задаются с учетом того, что расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с безразмерными длинами сторон  $x^0 = 1, y^0 = 1$  и  $z^0 = 0,04$  вдоль осей  $Ox, Oy$  и  $Oz$  соответственно. Для плотности на всех шести гранях параллелепипеда ставится «условие непрерывности» потока [15].

Краевые условия для компонент вектора скорости газа соответствуют «условиям непротекания» для нормальной составляющей вектора скорости и «условиям симметрии» для двух других компонент вектора скорости течения [15].

Для температуры на всех шести гранях задаются условия теплоизоляции [15].

Учитывая цель данной работы, продув газа через вертикальную трубу моделируется заданием вертикальной скорости течения газа в зависимости от времени  $t$  в виде:

$$w(t) = 0,003 \cdot [1 - \exp(-10t)] \quad (5)$$

в квадратном отверстии размером  $0,1 \times 0,1$  в центре верхней грани расчетной области. Соотношение (5) описывает постепенное увеличение вертикальной скорости продува от 0 до 0,003 (размерное значение 1 м/с).

Расчеты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно

$$p_{00} = 1,2928 \text{ кг/м}^3, u_{00} = 333 \text{ м/с}, x_{00} = 50i, t_{00} = x_{00}/u_{00} = 0,15 \text{ с}$$

Разностные шаги по трем пространственным переменным  $\Delta x = \Delta y = 0,005$  (размерное значение — 0,25 м),  $\Delta z = 0,004$  (размерное значение — 0,2 м), а шаг по времени  $\Delta t = 0,001$  (размерное значение — 0,00015 с).

На рис. 1-4 представлены в виде поверхностей результаты расчетов первой компоненты  $u$  скорости газа на высоте  $z = 0,02$  (размерное значение 1 м) для четырех различных моментов расчетного времени.

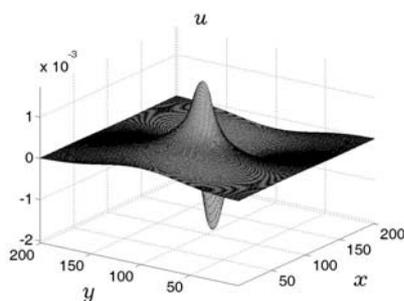


Рис. 1. 500 шагов по времени

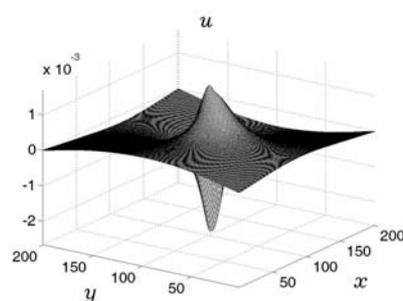


Рис. 2. 2000 шагов по времени

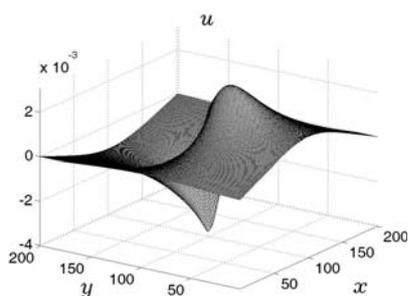


Рис. 3. 10 000 шагов по времени

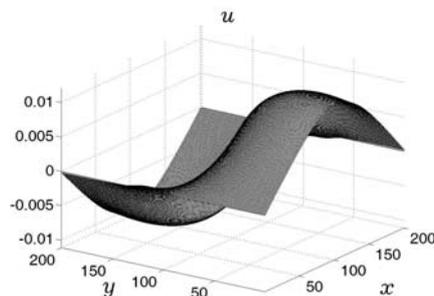


Рис. 4. 300 000 шагов по времени

Из рисунков видно, что первоначально встречные и соосные в направлении оси  $Ox$  потоки газа с течением времени перераспределяются в пространстве. Такое перераспределение движущихся встречных потоков является причиной возникновения закрутки газа в положительном направлении, т. е. против хода часовой стрелки. С течением времени происходит постепенный рост абсолютных значений скоростей встречных потоков и постепенный выход на стационарный режим течения.

На рис. 5-8 представлены результаты расчетов второй компоненты  $v$  скорости газа на высоте  $z = 0,02$  (размерное значение — 1 м) для четырех различных моментов расчетного времени.

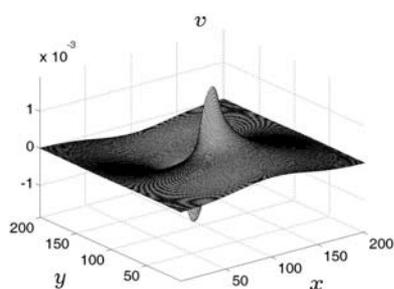


Рис. 5. 500 шагов по времени

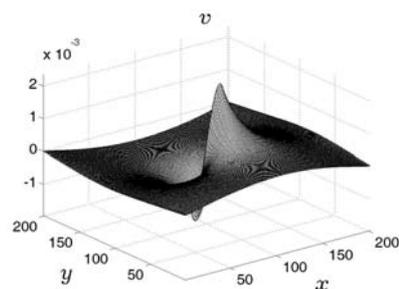


Рис. 6. 2000 шагов по времени

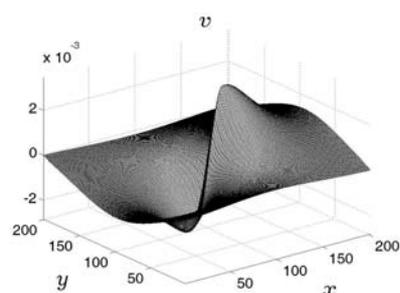


Рис. 7. 10 000 шагов по времени

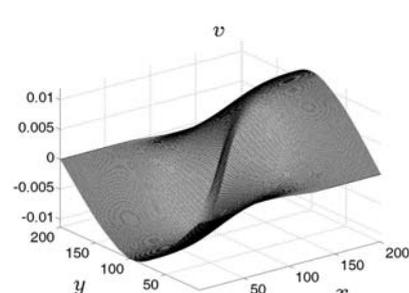


Рис. 8. 300 000 шагов по времени

Из рисунков видно, что первоначально встречные в направлении оси  $Ox$  потоки газа с течением времени также перераспределяются в пространстве, что приводит к закрутке газа в положительном направлении. Максимальное значение окружной скорости течения газа в данном расчете составляет 0,015 (размерное значение 5 м/с).

Таким образом, расчеты показывают, что при скорости продува газа через трубу с квадратным сечением, размером пять метров на пять метров, скорость окружного течения (закрутки) газа в придонной части составит 5 м/с.

Сопоставление численных значений кинетических энергий позволяет сделать вывод о том, что основной вклад порядка 97% в общую кинетическую энергию восходящего закрученного потока дает кинетическая энергия вращательного движения. Именно эта часть энергии была получена восходящим закрученным потоком от энергии вращения Земли.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 336 с.
2. Баутин С. П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009. 368 с.
3. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. Новосибирск: Наука, 2012. 152 с.
4. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование и численный расчет течений в придонной части тропического циклона // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика. 2012. № 4. С. 175-183.
5. Обухов А. Г. Математическое моделирование и численные расчеты течений в придонной части торнадо // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика. 2012. № 4. С. 183-189.
6. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование придонной части восходящего закрученного потока // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51. № 4. С. 567-570.
7. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. 215 с.
8. Баутин С. П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008. 96 с.
9. Вараксин А. Ю., Ромаш М. Э., Копейцев В. Н., Горбачев М. А. Моделирование свободных тепловых вихрей: генерация, устойчивость, управление. Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48. № 6. С. 965-972.
10. Вараксин А. Ю., Ромаш М. Э., Копейцев В. Н., Горбачев М. А. Физическое моделирование воздушных смерчей: некоторые безразмерные параметры // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49. № 2. С. 317-320.
11. Вараксин А. Ю., Ромаш М. Э., Копейцев В. Н. Торнадо. М.: Физматлит, 2011. 312 с.
12. Баутин С. П., Баутин К. В., Макаров В. Н. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса // Вестник УрГУПС. 2013. № 2 (18). С. 27-33.
13. Макаров В. Н., Баутин С. П., Баутин К. В., Горбунов С. А. Исследование циркуляционного течения атмосферного воздуха под действием силы Кориолиса // Известия Уральского государственного горного университета. 2013. № 2(30). С. 35-38.
14. Баутин С. П., Обухов А. Г. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия вузов. Нефть и газ. 2013. № 4. С. 81-86.
15. Баутин С. П., Обухов А. Г. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия вузов. Нефть и газ. 2013. № 5. С. 55-63.
16. Обухов А. Г., Сорокина Е. М. Математическое моделирование и численный расчет трехмерного конвективного течения газа // Известия вузов. Нефть и газ. 2013. № 6. С. 57-63.

## REFERENCES

1. Ovsyannikov, L. V. The lectures on the basics of gas dynamics. M.: Izhevsk: Institute of Computer Science, 2003. 336 p.

2. Bautin, S. P. Characteristic Cauchy problem and its application to gas dynamics. Nauka, 2009. 368 p.
3. Bautin, S. P., Obukhov, A. G. Mathematical modeling of destructive atmospheric vortices. Nauka, 2012. 152 p.
4. Bautin, S. P. Obukhov, A. G. Mathematical modeling and numerical simulation of flows in the bottom of the tropical cyclone // Bulletin of the Tyumen State University. Physics and mathematics. Informatics. 2012. № 4. Pp. 175-183.
5. Obukhov, A. G. Mathematical modeling and numerical calculations of currents in the bottom of the tornado // Bulletin of the Tyumen State University. Physics and mathematics. Informatics. 2012. № 4. Pp. 183-189.
6. Bautin, S. P. Obukhov, A. G. Mathematical modeling of the bottom portion of the ascending swirling flow // High Temperature. 2013. T. 51. № 4. Pp. 567-570.
7. Bautin, S. P., Krutova, I. Y., Obukhov, A. G., Bautin, K. V. Devastating atmospheric vortices: theorem, calculations, experiments. Nauka; Ekaterinburg: Izd USURT, 2013. 215 p.
8. Bautin, S. P. Tornado and the Coriolis force. Nauka, Novosibirsk, 2008. 96 p.
9. Varaksin, A. Y., Romash, M. E., Kopeytsev, V. N., Gorbachev, M. A. Modeling free thermal vortices generation, stability control. High Temperature. 2010. T. 48. № 6. Pp. 965-972.
10. Varaksin, A. J., Romash, M. E., Kopeytsev, V. N., Gorbachev, M. A. Physical modeling of air tornadoes, some dimensionless parameters // High Temperature. 2011. T. 49. № 2. Pp. 317-320.
11. Varaksin, A. J., Romash, M. E., Kopeytsev, V. N. Tornado. M.: FIZMATLIT, 2011. 312 p.
12. Bautin, S. P., Bautin, K. V., Makarov, V. N. Experimental confirmation of the possibility of creating an air flow swirling Coriolis force // Herald USURT. 2013. № 2 (18). Pp. 27-33.
13. Makarov, V. N., Bautin, S. P., Bautin, K. V., Gorbunov, S. A. A study of the circulation of air flow under the influence of the Coriolis force // Proceedings of the Ural State Mining University. 2013. № 2 (30). Pp. 35-38.
14. Bautin, S. P., Obukhov, A. G. One exact stationary solution of equations of gas dynamics // Proceedings of the universities. Oil and gas. 2013. № 4. Pp. 81-86.
15. Bautin, S. P., Obukhov, A. G. A form of the boundary conditions in the calculation of three-dimensional non-stationary flows of compressible viscous heat-conducting gas // Proceedings of the universities. Oil and gas. 2013. № 5. Pp. 55-63.
16. Obukhov, A. G., Sorokina, E. M. Mathematical modeling and numerical calculation of three-dimensional convection gas flow // Proceedings of the universities. Oil and gas. 2013. № 6. Pp. 57-63.

#### Авторы публикации

**Обухов Александр Геннадьевич** — профессор Тюменского государственного нефтегазового университета, доктор физико-математических наук

**Абдубакова Лилия Варисовна** — старший преподаватель кафедры алгебры и математической логики Тюменского государственного университета

#### Authors of the publication

**Alexandr G. Obukhov** — Dr. Phys. And Math. Sci., Professor, Tyumen State Oil and Gas University

**Liliya V. Abdubakova** — Senior Lecturer, Department of Algebra and Mathematical Logics Tyumen State University