Вестник Тюменского государственного университета.
Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 3(3) 30-38

© А. В. ТАТОСОВ, В. Е. ВЕРШИНИН
Тюменский государственный университет
atatosov@utmn.ru, vvershinin@list.ru

УДК 622.279:532:519.6

МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОКОНДЕНСАТНОЙ СМЕСИ В ГАЗОСБОРНОЙ СИСТЕМЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ

COMPUTATIONAL METHOD FOR FLOW PARAMETERS OF GAS-CONDENSATE MIXTURE IN GAS-GATHERING SYSTEM OF RANDOM TOPOLOGY

Предложена схема расчета давления и температуры двухфазных стационарных течений в элементах поверхностной газосборной системы с произвольной топологической структурой применительно к газоконденсатным месторождениям. Сформулирована система нелинейных алгебраических уравнений и типичных граничных условий, определяющих параметры потока при добыче. Предложен алгоритм формирования системы алгебраических уравнений, описывающих течение потока в трубах с учетом граничных условий и топологии системы. Учет структуры газосборной системы предлагается реализовать с помощью матрицы инциденций. Формирование системы уравнений строится на основании набора вспомогательных матриц, учитывающих количество ребер, связанных с узлами, и направление в них потока. На примере с элементарной структурной единицей газосборной системы типа «вилка» приведены результаты построения замкнутой системы уравнений. Записана схема итерационной процедуры решения системы нелинейных уравнений.

The computation scheme of pressure and temperature for two-phase stationary flows in elements of surface gas-gathering system with random topological structure is introduced as applied to gas-condensate fields. The system of nonlinear algebraic equations and typical boundary conditions determining the flow parameters during production is formulated. The algorithm for the formation of the system of algebraic equations describing a flow in pipes taking into account the boundary conditions and system topology is presented. The structure of gas-gathering system is recommended to be calculated by means of the incidence matrix. The formation of the system of equations is built from a set of the auxiliary matrices considering the number of edges tied with nodes and the direction of a flow in them. The results of the formation of the closed equation system are given by the example of "fork" gas-gathering system with the elementary building block. The scheme of iterative procedure for the solution of nonlinear equations is written.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Математическая модель, расчет газопровода
KEY WORDS. Mathematical model, calculation of gas-gathering system

Введение

При определении технологических режимов работы добывающих скважин на газоконденсатных месторождениях необходимо контролировать давление и температуру смеси, поступающей на вход сепарационных установок. Отклонение от оптимальных величин ведет к ухудшению степени сепарации конденсата из смеси, что в свою очередь снижает экономическую эффективность добычи [1]. Исходные значения давления и температуры смеси на выходе из скважин в газосборную систему месторождения зависит от уровня дебита. По мере его роста, происходит повышение температуры потока и падение давления. По мере движения смеси в поверхностной газосборной системе происходит снижение ее давления в результате потерь на трение, и снижение ее температуры вследствие теплообмена со стенками труб, расположенными в грунте или на открытом воздухе. В результате смешения потоков, имеющих различную начальную температуру, формируется поток, поступающий на вход сепарационной установки. Алгоритм расчета давления и температуры потока на выходе из газосборной системы должен строиться на основании ее структуры. Вместе с тем известно, что в результате проведения геолого-технологических мероприятий на промысле происходит регулярная остановка части скважин, что изменяет конфигурацию работающих участков сети [3, 6]. Т. е. алгоритм расчета должен быть построен таким образом, чтобы обеспечивать расчет параметров в газосборной системе произвольно изменяемой конфигурации.

Основные положения

Газотранспортная сеть (ГТС) на промысле предназначена для транспортировки газа к установке его комплексной подготовки (УКПГ), на которой осуществляется сепарация газа на легкие и тяжелые (C^{5+}) фракции. Выпадение конденсата начинается при снижении давления ниже его уровня в начале конденсации уже на стадии движения потока в скважине и газосборной системе [2, 4, 8]. Это обусловливает двухфазность потока в газосборной системе. В дальнейшем будем использовать ряд упрощающих допущений:

— режим двухфазного потока в газосборной сети на всех режимах является турбулентным по числу Рейнольдса ($Re >> 2300$);
— режим течения относится к дисперсно-кольцевому типу, т. к. объемное содержание жидкости в газе обычно не превышает 5-6%;
— поскольку режим двухфазного течения вдоль трубопровода не меняется, можно применить упрощенные методики гидравлического и теплового расчета, сводящиеся к решению алгебраических уравнений взамен дифференциальных;
— небольшое влагосодержание потока позволяет использовать односкоростное приближение и учитывать наличие влаги как поправку к расчетам, проводимым по методикам однофазных потоков [5];
— протяженность трубопроводов на промысле незначительна и перепадами по высоте отдельных элементов можно пренебречь.

Уравнения одномерного неизотермического движения газа с теплообменом через стенки трубы можно представить в виде [11]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}=0,\\
&\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x}=-\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\zeta\rho}{r}|u|u,\\
&\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho u^2}{2}+\rho e\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u\left(\frac{u^2}{2}+e\right)+up\right)=-\frac{2\chi(T-T_s)}{r},
\end{aligned} \tag{1}
$$

где r — плотность; p — давление; T — температура газа; u — скорость; e — удельная внутренняя энергия; T_s — температура стенки (внешняя температура); r — радиус трубы; z — коэффициент сопротивления; c — коэффициент теплоотдачи.

В качестве уравнений состояния газа примем:

$$p=c^2\rho,\qquad e=c_vT, \tag{2}$$

где $c=\sqrt{ZRT/\mu}$ — изотермическая скорость звука; R — универсальная постоянная; m — молярная масса газа; c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме, Z — коэффициент сверхсжимаемости.

Обозначим плотность потока вещества $q = ru$

В стационарном случае уравнения движения газа в трубах можно разрешить в явном виде [2, 5]:

$$P_1^2-P_2^2-\lambda\,|Q|Q\;=0, \tag{3}$$

где λ — интегральный коэффициент сопротивления участка трубы, зависящий от температуры, плотности, вязкости газа, диаметра, длины и шероховатости трубы, Q — объемный расход, приведенный к стандартным условиям (коммерческий расход).

Система уравнений для расчета дебитов газа в ребрах и давлений в узловых точках газосборной системы содержит уравнения типа (3) для активных ребер, в которых $Q \neq 0$, и уравнения баланса массы для внутренних узловых точек:

$$\sum_i Q_i=0. \tag{4}$$

Суммирование в (4) проводится по всем ребрам, с которыми связан узел. Входящие в узел потоки имеют положительные дебиты, а выходящие из узла — отрицательные. В случае двухфазного потока в уравнениях (1)-(3) следует использовать осредненную плотность газоконденсатной смеси [4]:

$$\rho_{см}=\frac{M_{см}}{Q_{см}}=\rho_{ж}(1-\beta)+\rho_{г}\beta\;, \tag{5}$$

где $M_{CM}Q_{CM}$ — массовый и объемный расход смеси в условиях перекачки, $p_{ж}$ и $p_{г}$ — плотности жидкости (конденсата) и газа при среднем давлении и температуре; β — объемное расходное газосодержание $\beta = Q_{г}/Q_{CM}$.

Система уравнений для поля температур без учета внешнего теплообмена представляет собой баланс потока теплосодержания во внутренних узлах сети. Для однофазного потока уравнения в узловых точках имеют вид:

$$\sum_i c_p T_i Q_i = 0, \tag{6}$$

где c_p — удельная теплоемкость при постоянном объеме, T_i — температура потока в i-м ребре, Q_i — коммерческий расход газа. Обобщая данные уравнения на случай двухфазного потока «газ-конденсат», получим:

$$\sum_i c_i T_i Q_i = 0. \tag{7}$$

Теперь c_i — теплоемкость смеси на i-м ребре при постоянном давлении. Обозначим индексом (г) величины, относящиеся к газовой фазе, а индексом (ж) — к дисперсной. Имеем следующие очевидные соотношения:

$$c_i = m_{i(г)} c_{i(г)} + m_{i(ж)} c_{i(ж)}, \tag{8}$$

$$m_{(г)} = \frac{Q_{(г)}}{Q},\ m_{(ж)} = \frac{Q_{(ж)}}{Q}. \tag{9}$$

$$Q = Q_{(г)} + Q_{(ж)},\ m_{(г)} + m_{(ж)} = 1. \tag{10}$$

Массовое содержание каждой фазы (без учета массообмена) подчиняется закону сохранения массы. Все объемные расходы приводятся к нормальным условиям. Поэтому для жидкого конденсата эта величина переводится в условный расход, исходя из закона Авогадро и известной молярной массы конденсата [5].

Матричное представление ГТС и узловой анализ

Для организации расчетов параметров газосборной сети необходимо провести т. н. узловой анализ всей системы, который должен выделить структурные элементы газосборной сети. После этого алгоритм должен создать требуемую систему уравнений. Следуя методике, изложенной в [9, 10], в первую очередь введем систему обозначений элементов газотранспортной системы, позволяющую учесть топологию соединений. Вся система представляется в виде набора узлов-вершин и соединяющих их ребер. Ребро — это участок трубопровода, вершина — это точка соединения нескольких ребер либо источник (сток) потока. В первом случае речь идет о добывающей скважине, во втором — о точке сбора продукции (УКПГ).

Занумеруем все ребра и вершины ГТС, а также выберем положительные направления движения газа на каждом ребре. Составим матрицу инциденций $a\ [i, j]$ полученного графа. Элементы матрицы инциденций ориентированного графа принимают значения 0, 1, −1. Элемент равен нулю, если вершина не инцидентна (не принадлежит) ребру, +1 — если ребро ориентировано от вершины, −1 — в обратном случае.

Рассмотрим в качестве примера типичный элемент сети типа «вилки» (рис. 1), $1 \xrightarrow{1} 4,\ 2 \xrightarrow{2} 4,\ 4 \xrightarrow{3} 3$, матрица инциденций которого имеет вид:

$$a=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{pmatrix},\qquad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4\\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & -1\\ 2 & 0 & 1 & 0 & -1\\ 3 & 0 & 0 & -1 & 1\end{array}.$$

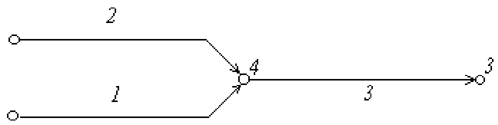

Рис. 1 Схематическое представление ГТС; цифры — номера узлов и ребер; стрелками указаны положительные направления

Здесь первый индекс — номер ребра (строки), второй индекс — номер вершины (столбца). Вершины 1 и 2 принимаем за вход магистрали, 3 — за выход. Вершина 4 является точкой ветвления трубопровода.

Определим степень $r = r\,[j]$ каждой вершины. Далее составим вспомогательные матрицы. Выбирая узел $j = \overline{1,n}$, присваиваем по порядку дополнительный номер $k = \overline{1,r}$ всем примыкающим к нему ребрам и составляем матрицу $nb\,[j,\ k]$ Элементы этой матрицы для заданных j и k равны первоначальному номеру i соответствующего ребра и принимают значения от 1 до m. Одновременно составляем матрицу $sg\,[j,\ k]$, элементы которой принимают значения $\{1, -1\}$: первое значение соответствует ребру, ориентированному от вершины, второе — в обратном случае. Указанные матрицы составляются по $a\,[i,\ j]$, так что каждой паре $[j,\ k]$ соответствуют определенный узел и инцидентное ребро. В рассмотренном выше примере, получим:

$$r=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\3\end{bmatrix},\qquad sg=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix},\qquad nb=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 0 & 0\\ 3 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix},$$

Представленные матрицы позволяют различить вершины по их типу как внешние и внутренние, определить количество входящих и выходящих из них ребер, определить номера соединяемых ребром вершин, что позволяет составить систему уравнений, описывающую данный тип ГТС, и создать единый вычислительный алгоритм, пригодный для расчета течений в произвольном разветвленном трубопроводе.

Алгоритм расчета течения. Основная система уравнений

Обратимся к рассмотренному выше примеру «вилка». Система уравнений, описывающих стационарное течение газа, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}&P_1^2-P_4^2=\lambda_1|Q_1|Q_1,\\ &P_2^2-P_4^2=\lambda_2|Q_2|Q_2,\\ &P_4^2-P_3^2=\lambda_3|Q_3|Q_3,\\ &Q_1+Q_2-Q_3=0.\end{aligned}\tag{11}$$

Здесь P_i — давление в i-м узле, Q_i — коммерческий расход на i-м ребре, λ_i — коэффициент сопротивления i-го ребра.

Вначале рассмотрим граничные условия трех типов. В граничном узле (на входе или выходе магистрали) задано:

1) давление газа $P = P\ (t)$;

2) коммерческий расход $Q = Q\ (t)$;

3) коммерческий расход как функция давления $Q = Q(P)$.

В одном граничном узле может быть задан расход, в другом — давление, и т. д.

Какие из величин, входящие в систему (11), требуют определения — заранее неизвестно. Это будет зависеть от выбора граничных условий. Для реализации метода последовательных приближений необходимо выбрать независимые переменные и перенести их в правые части равенств. С целью минимизации изменений системы (11) при выборе граничных условий запишем ее в «расширенном» виде. Пусть в граничных узлах 1 и 2 заданы давления P_1^* и P_2^*, а в узле 3 — расход Q_3^* как функция давления P_3. В этом случае, имеем:

$$\begin{aligned}
&P_1^2 - P_4^2 - \lambda_1 |Q_1| Q_1 = 0,\\
&P_2^2 - P_4^2 - \lambda_2 |Q_2| Q_2 = 0,\\
&-P_3^2 + P_4^2 - \lambda_3 |Q_3| Q_3 = 0,\\
&-Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0,\\
&P_1 = P_1^*,\\
&P_2 = P_2^*,\\
&Q_3 = Q_3^*.
\end{aligned} \tag{12}$$

Теперь все параметры P_1, P_2, P_3, P_4, Q_1, Q_2, Q_3 считаем «искомыми» величинами. При этом исходные соотношения (11), вне зависимости от граничных условий, не меняют формы. Выбор самих граничных условий сводится теперь не к переносу слагаемых, а к добавлению простейших уравнений к исходным соотношениям.

В дальнейшем за неизвестные удобнее принять расходы Q_1, Q_2, Q_3 и квадраты давлений P_1^2, P_2^2, P_3^2, P_4^2. Запишем уравнения (12) в матричном виде:

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & -1 & -\lambda_1|Q_1| & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -\lambda_1|Q_1| & 0\\
0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -\lambda_1|Q_1|\\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1\\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} P_1^2\\ P_2^2\\ P_3^2\\ P_4^2\\ Q_1\\ Q_2\\ Q_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ P_1^2\\ P_2^2\\ Q_3 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Размер системы $m + n$, где m — число ребер (расходов), n — число узлов (давлений). Подматрица $m \times n$, стоящая в левом верхнем углу, есть не что иное, как матрица $a\ [i, j]$ исходного графа. Правее ее находится диагональная матрица размером $m \times n$.

Ниже, в четвертой строке новой матрицы, присутствует транспонированный столбец матрицы $a\,[i,\,j]$. Этот столбец соответствует вершине графа, со степенью, большей единице. Само же четвертое уравнение определяет баланс расходов во внутреннем узле ветвления сети.

Система уравнений (13) может быть решена методом последовательных приближений [7]. Запишем (13) символически:

$$A(X)^*X = B(X), \tag{14}$$

где X — неизвестный вектор.

Построив итерационный процесс по схеме:

$$\begin{gathered} A(X_i)^*X_{i+1} = B(X_i), \\ |Q_i| = \sqrt{\left|\sum_{j=1}^{n} a_{ij}P_j^2\right| \Big/ \lambda_i}\,, \end{gathered} \tag{15}$$

находим решение $X_i \to X$.

Численная реализация предложенной схемы позволяет найти параметры стационарного течения газа в сложной системе магистрального трубопровода с любой заданной точностью. Итерационный процесс обладает высокой скоростью сходимости.

Расчет температуры потоков

Коэффициент сопротивления λ_i зависит от температуры газа, поэтому на каждом этапе последовательных приближений необходима его корректировка.

Для расчета температуры смеси «газ-конденсат» в узловых точках необходимо решить систему уравнений вида (7), дополненную граничными условиями и законами сохранения массы:

$$\begin{gathered} \sum_i c_i T_i Q_i = 0,\ T_i\big|_{in} = T_i^*, \\ \sum_i m_{(г)i} Q_i = 0,\ m_{(г)i}\big|_{in} = m_i^*, \\ \sum_i m_{(ж)i} Q_i = 0,\ m_{(ж)i}\big|_{in} = m_i^{**}. \end{gathered} \tag{16}$$

Видим, что структуры систем уравнений для расчета давлений/расходов и температур/массовых содержаний подобны и связаны между собой расходами смеси на ребрах. Приведем алгоритм расчета поля температур дисперсного потока на выбранной итерации основной системы:

1) находим массовое содержание первой фазы на ребрах;
2) определяем массовое содержание второй фазы;
3) определяем теплоемкость смеси на ребрах;
4) рассчитываем поле температур.

Итерационная процедура расчета давлений и температур предполагает последовательное решение двух систем уравнений. На каждом итерационном шаге сначала решается система уравнений для расчета давлений и расходов, затем — система уравнений для нахождения температур и массовых содержаний фаз в потоке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брусиловский А. И. Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа / А. И. Брусиловский. М.: «Грааль», 2002. 575 с.
2. Гриценко А. И. Гидродинамика газожидкостных смесей в скважинах и трубопроводах / А. И. Гриценко, О. В. Клапчук, Ю. А. Харченко. М: Недра, 1994. 240 с.
3. Дурмишьян А. Г. Газоконденсатные месторождения / А. Г. Дурмишьян. М.: Недра, 1979. 335 с.
4. Иванов С. С. Подбор оптимальных режимов работы установок комплексной подготовки газа / С. С. Иванов, М. Ю. Тарасов, А. А. Зобнин, В. Ю. Жиряков, Е. Л. Мартынов // Газовая промышленность. № 02 (702). 2014. С. 100-103.
5. Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных месторождений. / под ред. Г. А. Зотова, З. С. Алиева. М.: Недра, 1980. 301 с.
6. Рязанцев А. Э. Моделирование технологических режимов работы газоконденсатных скважин с целью повышения конденсатоотдачи / А. Э. Рязанцев, В. Е. Вершинин // Вестник ЦКР. Роснедра. № 2. 2015. С. 20-27
7. Самарский А. А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А. А. Самарский, Ю. П. Попов. М.: Наука, 1992.
8. Тер-Саркисов Р. М. Разработка месторождений природных газов / Р. М. Тер-Саркисов. М.: Недра, 1999. 659 с.
9. Татосов А. В. Непрерывное течение газа в разветвленном трубопроводе / А. В. Татосов // Математическое моделирование. 2005. Т. 17. № 3. С. 83-89.
10. Татосов А. В. Схема расчета нестационарных течений газа в пневматической системе / А. В. Татосов // Вычислительные технологии. 2004. Т. 9. № 4. С. 96-105.
11. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах / И. А. Чарный. М.: Недра, 1975.

REFERENCES

1. Brusilovskij A. I. Fazovye prevrashhenija pri razrabotke mestorozhdenij nefti i gaza [Phase Transformations during Development of Oil and Gas Fields]. M.: Graal, 2002. 575 p. (In Russian)
2. Gritsenko A. I., Gritsenko A. I., Klapchuk O. B., Harchenko Yu. A. Gidrodinamika gazozhidkostnyh smesej v skvazhinah i truboprovodah [Hydrodynamics of Gas-liquid Mixtures in Wells and Pipelines]. M.: Nedra, 1994. 240 p. (In Russian)
3. Durmish'jan A. G. Gazokondensatnye mestorozhdenija [Gas Condensate Field]. M.: Nedra.1979. 335 p. (In Russian)
4. Ivanov S. S., Tarasov M. Ju., Zobnin A. A., Zhirjakov V. Ju., Martynov E. L. Podbor optimal'nyh rezhimov raboty ustanovok kompleksnoj podgotovki gaza [Optimization of Gas Treatment Units] // Gazovaja promyshlennost' [Gas Industry]. 2014. No 2 (702). Pp. 100-103. (In Russian)
5. Instrukcija po kompleksnomu issledovaniju gazovyh i gazokondensatnyh mestorozhdenij [Instruction on Complex Research of Gas and Gas-condensate fields] / G. A. Zotov, Z. S. Aliyeva (Eds). M.: Nedra, 1980. 301 p. (In Russian)
6. Rjazancev A. Je., Vershinin V. E. Modelirovanie tehnologicheskih rezhimov raboty gazokondensatnyh skvazhin s cel'ju povyshenija kondensatootdachi [Modeling of Technological Regimes of Gas Condensate Wells] // Vestnik CKR Rosnedra [CKR Rosnedra Herald]. 2015. No 2. Pp. 20-27. (In Russian)

7. Samarskij A. A., Popov Ju. P. Raznostnye metody reshenija zadach gazovoj dinamiki [Differential Methods of Problem Solving in Gas Dynamics]. M.: Nauka, 1992. (In Russian)
8. Ter-Sarkisov R. M. Razrabotka mestorozhdenij prirodnyh gazov [Natural Gas Fields Development]. M.: Nedra, 1999. 659 p. (In Russian)
9. Tatosov A. V. Nepreryvnoe techenie gaza v razvetvlennom truboprovode [The Continuous Gas Flow in Branching Pipeline] // Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical Models and Computer Simulations]. 2005. Vol. 17. No 3. Pp. 83-89. (In Russian)
10. Tatosov A. V. Shema rascheta nestacionarnyh techenij gaza v pnev-maticheskoj sisteme [Numerical Scheme for Calculation of Non-stationary Gas Flows in a Pneumatic System] // Vychislitel'nye tehnologii [Computational Technologies]. 2004. Vol. 9. No 4. Pp. 96-105. (In Russian)
11. Charnyj I. A. Neustanovivsheesja dvizhenie real'noj zhidkosti v trubah [Unsteady Motion of a Real Fluid in Pipes]. M.: Nauka, 1975. (In Russian)

Авторы публикации

Татосов Алексей Викторович — доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математического моделирования Тюменского государственного университета

Вершинин Владимир Евгеньевич — старший преподаватель кафедры моделирования физических процессов и систем Тюменского государственного университета

Authors of the publication

Aleksey V. Tatosov — Dr. Sci. (Phys. and Math.), Head of the Department of Mathematical Modeling, Tyumen State University

Vladimir E. Vershinin — Senior Lecturer at the Department of Phusical Processes and Systems Modeling, Tyumen State University