

© Д. Е. ИГОШИН¹, Н. А. ХРОМОВА²

¹Тюменский филиал Института теоретической
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

^{1,2}Тюменский государственный университет
igoshinde@gmail.com

УДК 532.5

**ОСНОВНЫЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА
ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, ОБРАЗОВАННОЙ СООБЩАЮЩИМИСЯ
ОСЕСИММЕТРИЧНЫМИ КАНАЛАМИ**

**MAIN FILTRATION PROPERTIES
OF POROUS MEDIUM FORMED BY COMMUNICATING
AXISSYMMETRICAL CHANNELS**

Широкая распространенность высокопористых проницаемых ячеистых материалов (ВПЯМ) в различных отраслях промышленности делает актуальным изучение их свойств. Фильтрационные свойства подобных сред можно определять с помощью гидродинамического моделирования. В работе рассмотрена модель пористой среды, образованной сообщающимися осесимметричными каналами переменного сечения, позволяющая задавать пористость во всем диапазоне значений.

Проницаемость рассмотренных сред определена аналитически и численно. Аналитическая оценка получена на основе допущения о квазиодномерности течения, компьютерное моделирование проведено с помощью набора пакетов с открытым программным кодом: SALOME-OpenFOAM-Paraview.

По результатам прямого гидродинамического моделирования течения в объеме одного канала найден объемный расход флюида через поперечное сечение, откуда, с учетом уравнения Дарси, получена численная оценка проницаемости и хорошее количественное соответствие между обеими оценками.

The prevalence of a highly porous permeable cellular materials (HPPCM) in a variety of industries makes it relevant to study their properties. Filtration properties of such media can be determined by hydrodynamic simulation. The model of a porous medium formed by communicating axissymmetrical channels of variable section is considered in the paper. The model allows setting the porosity throughout the value range. The permeability of the considered medium is determined analytically and numerically. Analytical estimation is obtained based on the assumption concerning quasi one-dimensional flow.

Computer simulations are carried out by using a set of open source programs, such as SALOME-OpenFOAM-Paraview. Based on the direct hydrodynamic flow simulation in the

volume of one channel the volumetric flow rate of fluid through the cross section is found, and numerical estimate of permeability is obtained taking into account the Darcy's equation. The good quantitative agreement between the numerical and analytical estimates of permeability is obtained.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Пористая среда, просветность, пористость, проницаемость, вычислительная гидродинамика, периодическая структура.

KEY WORDS. Porous medium, voidage, porosity, permeability, computational fluid dynamics, periodic structure.

Структурные модели пористых сред впервые рассмотрены в работе Сликтера [6], в отечественной науке начало исследований положено работой академика Лейбензона [10]. Дальнейшее развитие структурные модели получили в [15]. В литературе, как правило, рассматриваются модельные пористые среды, воспроизводящие горные породы, характеризующиеся низкой пористостью [2, 13, 14].

Высокопористые проницаемые ячеистые материалы (ВПЯМ) и их получение является одним из перспективных направлений неорганического материаловедения. ВПЯМ используются в таких направлениях, как очистка промышленных газов от примесей, разделение парогазовых сред, газораспределение и выравнивание газовых потоков, смешивание, электрохимия, экология, охрана окружающей среды, теплообмен, связанный с передачей тепла между средами, создание композиционных материалов. Разнообразные области применения ВПЯМ определяют сочетание в материале таких свойств, как развитая удельная поверхность, конструктивная прочность, низкое гидравлическое сопротивление, высокая проницаемость. ВПЯМ, получаемые дублированием ячеистых полимерных материалов, имеют пористость 75-97%, проницаемость 10^{-8} - 10^{-9} м² и размер каналов 0,2-5 мм [1].

В работе предложена модель пористой среды периодической структуры, описывающая практически весь интервал возможных значений пористости (0; 1). В отличие от ранее рассмотренных моделей [5, 6, 7], в качестве основного структурного элемента среды взяты осесимметричные каналы переменного сечения. Осевая симметрия часто используется при моделировании массопереноса в микроканалах пористой среды [3, 4].

Геометрия задачи

Рассмотрим канал переменного сечения длиной L со слабо меняющимся радиусом $R = R(z)$, $dR/dz \ll 1$. Форму канала зададим вращением относительно оси Oz кривой:

$$R(z) = \frac{R_{max} + R_{min}}{2} + \frac{R_{max} - R_{min}}{2} \cos \frac{2\pi z}{L}, \quad (1)$$

$$R_{max} \leq 0.1L, R_{min} \leq R_{max}.$$

Использование трех независимых геометрических параметров при моделировании пористой среды позволяет воспроизвести широкий диапазон зна-

чений пористости в различных средах. Смещая соседние каналы (один относительно другого) на $L/2$ вдоль оси Oz , можно добиться большого диапазона изменения проницаемости в модельной среде даже при высокой пористости (рис. 1):

$$R'(z) = \frac{R_{max} + R_{min}}{2} - \frac{R_{max} - R_{min}}{2} \cos \frac{2\pi z}{L}. \quad (2)$$

Располагая оси каналов (1) и (2) в вершинах ромбов со стороной d так, как показано на рис. 2, получим высокопористую среду, каналы которой сообщаются при $R_{max} > d \cdot \sin(\alpha/2)$. При $R_{max} > d \cdot \cos(\alpha/2)$ происходит сообщение в двух поперечных направлениях. Элементом рассмотренной пористой среды является ячейка в виде прямого параллелепипеда высотой L с основанием в виде ромба со стороной d и острым углом $\alpha \in (\pi/3 \leq \alpha \leq \pi/2)$. Однако рассматривать удобнее ячейку в виде прямоугольного параллелепипеда с верхним основанием ABCD, содержащем в общей сложности два полных канала. На рис. 2 справа показан центральный.

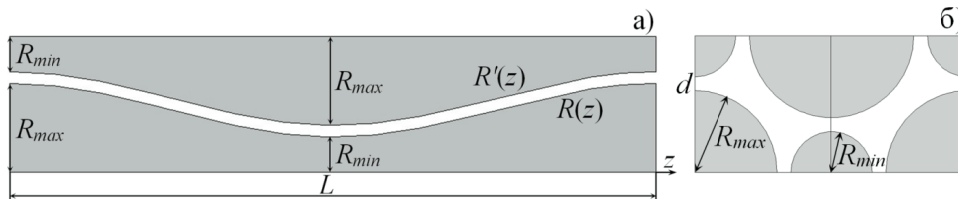


Рис. 1. Схема расположения каналов: продольное (а) и поперечное (б) сечения

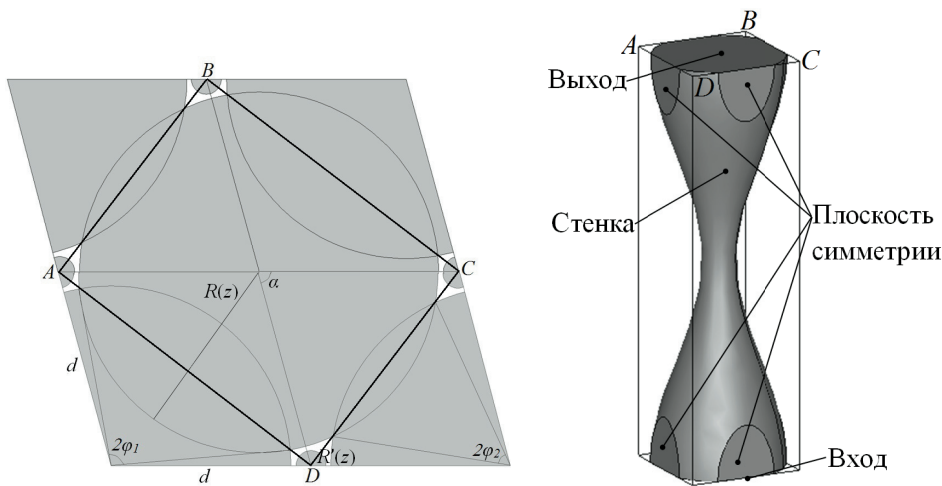


Рис. 2. Поперечное сечение четырех смежных ячеек при $z = 0$ (слева) и отдельный канал (справа)

Анализ геометрии каналов показывает, что при $R_{min} + R_{max} \geq d$ скелет «рвется» в поперечном направлении. Поэтому ограничимся областью допустимых значений для максимального и минимального радиусов канала в виде $R_{min} + R_{max} < d$.

Просветность и пористость

Рассмотрим ячейку в виде прямоугольного параллелепипеда с верхним основанием $ABCD$. Просветность есть отношение площади пор в поперечном сечении к общей площади сечения:

$$n(z) = \frac{S_{п}(z)}{S}, \quad S = 2d^2 \sin \alpha. \quad (3)$$

Площадь пор в ячейке составляют окружности за вычетом их пересечений в виде сегментов:

$$\begin{aligned} S_{п}(z) &= \pi R(z)^2 + \pi R'(z)^2 - 2 \cdot S_{сегм1}(z) - 2 \cdot S_{сегм2}(z), \\ S_{сегм1}(z) &= \begin{cases} R(z)^2 \cdot (\varphi_1 - 0.5 \cdot \sin 2\varphi_1), & R(z) > d \cdot \sin(\alpha/2), \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \\ \varphi_1(z) &= \arccos[(d/R(z)) \cdot \sin(\alpha/2)], \\ S_{сегм2}(z) &= \begin{cases} R(z)^2 \cdot (\varphi_2 - 0.5 \cdot \sin 2\varphi_2), & R(z) > d \cdot \cos(\alpha/2), \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \\ \varphi_2(z) &= \arccos[(d/R(z)) \cdot \cos(\alpha/2)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Введем безразмерные параметры $\rho_{max} = R_{max}/d$, $\rho_{min} = R_{min}/d$. На рис. 3 представлена зависимость просветности от продольной координаты при различных значениях ρ_{min} . Видно, что максимальное значение просветности достигается в середине ячейки и на краях. С увеличением ρ_{min} растет среднее значение просветности, а при $\rho_{min} = \rho_{max}$ просветность не зависит от z .

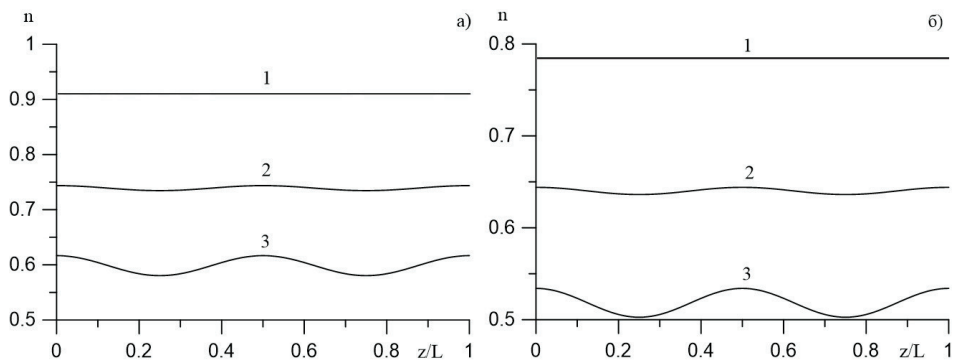


Рис. 3. Просветность в зависимости от продольной координаты при $\rho_{max} = 0,5$, $\alpha = 60^\circ$ (а) и $\alpha = 90^\circ$ (б); $\rho_{min} = 0,5$ (линия 1), $\rho_{min} = 0,4$ (линия 2), $\rho_{min} = 0,3$ (линия 3)

На рис. 4 в виде изолиний приведена зависимость максимальной просветности от двух параметров: ρ_{min} и ρ_{max} . Видно, что с увеличением угла α при фиксированных значениях ρ_{min} и ρ_{max} просветность уменьшается.

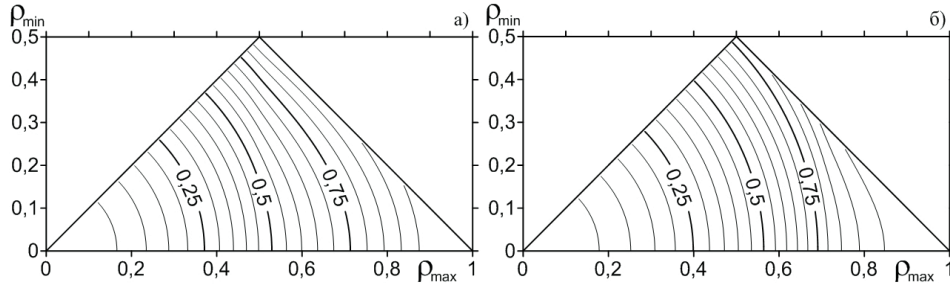


Рис. 4. Максимальная просветность (при $z = 0$) в зависимости от ρ_{min} и ρ_{max} в виде изолиний при $\alpha = 60^\circ$ (а) и $\alpha = 90^\circ$ (б)

Пористость среды найдем, интегрируя просветность (3) с учетом (4) вдоль выделенного направления:

$$m = \frac{1}{L} \int_0^L n(z) dz.$$

На рис. 5 в виде изолиний приведена зависимость пористости от двух параметров: ρ_{min} и ρ_{max} . Видно, что с увеличением угла α при фиксированных значениях ρ_{min} и ρ_{max} пористость уменьшается.

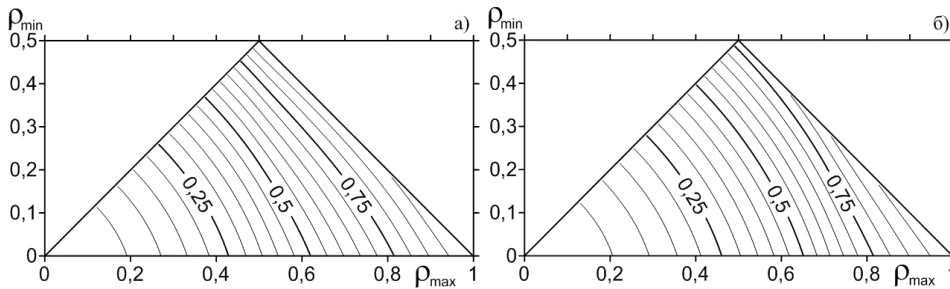


Рис. 5. Пористость в зависимости от ρ_{min} и ρ_{max} в виде изолиний при $\alpha = 60^\circ$ (а) и $\alpha = 90^\circ$ (б)

Проницаемость рассмотренной среды определим по результатам численного решения системы уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p, \quad \nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (5)$$

в стационарной постановке с граничными условиями, соответствующими прилипанию на стенке, непротеканию на плоскостях симметрии и заданному давлению на входе и выходе:

$$\begin{array}{ll}
\text{вход} & \frac{d\vec{v}}{dn} = 0, \quad p = p_1, \\
\text{выход} & \frac{d\vec{v}}{dn} = 0, \quad p = p_2, \\
\text{стенка} & v = 0, \quad \frac{dp}{dn} = 0, \\
\text{плоскость симметрии} & v_n = 0, \quad \frac{dp}{dn} = 0.
\end{array} \tag{6}$$

Одномерная фильтрация флюида через пористую среду описывается уравнением Дарси:

$$u = \frac{k \Delta p}{\mu L}, \tag{7}$$

где $\Delta p = p_1 - p_2$ — перепад давления, L — толщина среды, k — проницаемость среды, μ — динамическая вязкость флюида. С другой стороны, скорость фильтрации по определению:

$$u = \frac{Q}{S}, \tag{8}$$

где Q — объемный расход флюида через поперечное сечение среды площадью S . Определяя объемный расход через поперечное сечение канала по результатам численного решения системы (5) (6) из (7) (8), найдем проницаемость рассмотренной среды с учетом размеров ячейки:

$$k = \frac{\mu L Q}{S \Delta p} = \frac{\mu L Q}{d^2 \sin \alpha \Delta p}. \tag{9}$$

В [11] показано, что для каналов цилиндрической формы объемный расход:

$$Q = \frac{\pi R_*^4 \Delta p}{8 \mu L}. \tag{10}$$

В [7] получена аналитическая оценка проницаемости для каналов со слабо меняющимся радиусом. Такому каналу можно поставить в соответствие цилиндрический канал с эквивалентным радиусом R_* , при котором объемные расходы через указанные каналы будут равны при соответствующих Δp , L , μ :

$$R_*^4 = L / \left(\int_0^L \frac{dz}{R^4(z)} \right). \tag{11}$$

Подставляя (1) в (11), имеем:

$$R_*^4 = \frac{16 R_{max}^3 \sqrt{R_{max} R_{min}} R_{min}^3}{5 R_{max}^3 + 3 R_{max}^2 R_{min} + 3 R_{max} R_{min}^2 + 5 R_{min}^3} = \frac{(4 R_{max} R_{min})^2 \sqrt{\rho_m^3}}{5 \rho_m^3 + 3 \rho_m^2 + 3 \rho_m + 5} \tag{12}$$

$$\rho_m = R_{max} / R_{min}.$$

Окончательно из системы (9), (10), (12) получим аналитическую оценку проницаемости для рассмотренной среды:

$$k = \frac{2\pi\sqrt{\rho_m^3}}{(5\rho_m^3 + 3\rho_m^2 + 3\rho_m + 5)\sin\alpha} \cdot \left(\frac{R_{max}R_{min}}{d}\right)^2. \quad (13)$$

Численная реализация

Геометрия задачи и расчетная сетка построены в пакете SALOME. Для сообщающихся каналов использована сетка с элементарными объемами в виде тетраэдров, для не сообщающихся — в виде гексаэдров [8, 9]. Расчеты проведены в пакете OpenFOAM. Для задачи стационарного течения несжимаемой жидкости оптимально подходит приложение simpleFoam с алгоритмом SIMPLE (с одним неортогональным корректором). При численном решении системы уравнений Навье — Стокса была использована следующая конечно-разностная аппроксимация: для градиента давления — линейная схема Гаусса второго порядка, для дивергенции — схема Гаусса с ограничителем SuperBeeV, для лапласиана — линейная схема Гаусса второго порядка с коррекцией. Для решения СЛАУ был использован алгоритм GAMG.

В расчетах были использованы следующие параметры: длина канала $L = 10^{-2}$ м, поперечный размер ячейки $d = 2 \cdot 10^{-3}$ м, плотность флюида $\rho = 10^3$ кг/м³, динамическая вязкость флюида $\mu = 10^{-3}$ Па·с, перепад давления на входе и выходе $\Delta p = 1$ Па. Задача (5)-(6) решалась численно для различных значений R_{min} и R_{max} .

На рис. 6 в виде изолиний приведена зависимость проницаемости от безразмерных параметров ρ_{min} и ρ_{max} . Видно, что при фиксированных значениях ρ_{min} и ρ_{max} с увеличением угла α проницаемость уменьшается. Это связано с тем, что уменьшается средняя по длине канала просветность (пористость).

Безразмерную величину $\tilde{k} = kS = k(d^2 \sin\alpha)$ назовем приведенной проницаемостью. Например, для среды, образованной плотно уложенными параллельными цилиндрическими каналами из (9) и (10):

$$\tilde{k} = \frac{\pi R_*^4}{8d^4 \sin^2\alpha} = |d = 2R_*| = \frac{\pi}{128 \sin^2\alpha}.$$

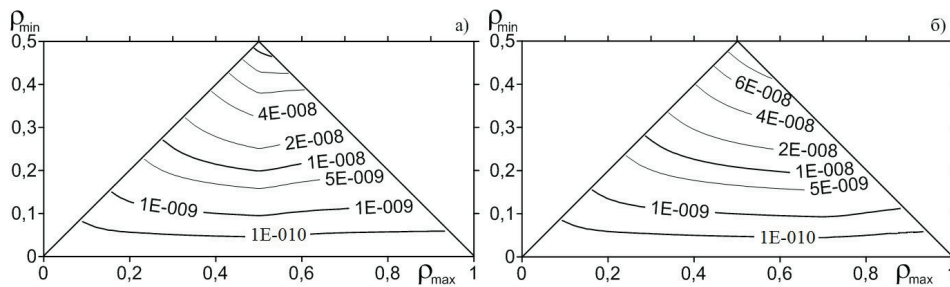


Рис. 6. Проницаемость (м²) в зависимости от ρ_{min} и ρ_{max} в виде изолиний при $\alpha = 60^\circ$ (а) и $\alpha = 90^\circ$ (б)

При $\alpha = 60^\circ$ имеем $\tilde{k} = \pi/96 \approx 0,03272$ (точка P_1 на рис. 7а), при $\alpha = 90^\circ$ — $\tilde{k} = \pi/128 \approx 0,02454$ (точка P_2 на рис. 7б). Приведенной проницаемостью удобно пользоваться, поскольку она не зависит от линейных размеров канала.

На рис. 8 показано относительное отклонение аналитической оценки проницаемости от численной. Видно, что при $\rho_{max} > 0.5$ (рис. 8а) и при $\rho_{max} > 0.7$ (рис. 8б) оно быстро растет с увеличением ρ_{max} . В первую очередь это связано с тем, что при таких ρ_{max} расчетная сетка состоит из тетраэдров. Кроме этого, поперечное сечение каналов в широких местах отличается от круга, для которого получена аналитическая оценка. В рассмотренной модельной среде в перспективе интересно провести численное исследование многофазного течения по аналогии с проведенным исследованием в [12] на геометрии, описанной в [6].

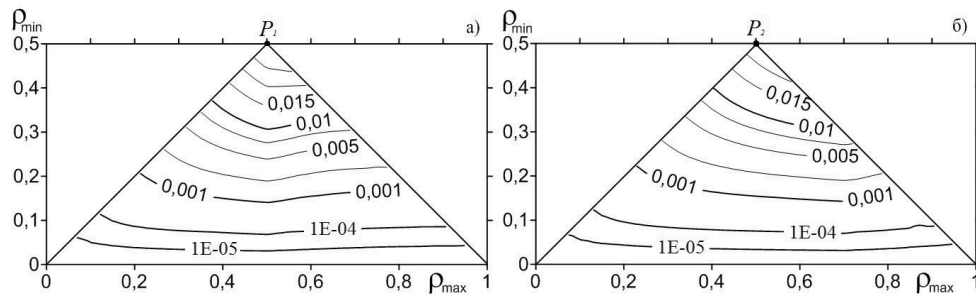


Рис. 7. Приведенная проницаемость в зависимости от ρ_{min} и ρ_{max} в виде изолиний для ячеек при $\alpha = 60^\circ$ (а) и $\alpha = 90^\circ$ (б)

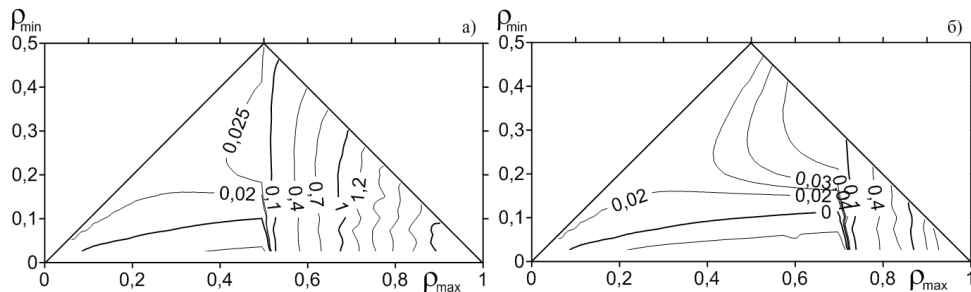


Рис. 8. Отклонение аналитической оценки проницаемости относительно численной (изолинии) в зависимости от ρ_{min} и ρ_{max} при $\alpha = 60^\circ$ (а) и $\alpha = 90^\circ$ (б)

Заключение

Для модельной среды, рассмотренной в работе, определены основные фильтрационные свойства: пористость и проницаемость. Для проницаемости получены как аналитическая, так и численная оценки, хорошо соответствующие друг другу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анциферов В. Н. Применение ячеистых высокопористых материалов / В. Н. Анциферов, М. Ю. Калашникова // Экология и промышленность России. 1997. № 1. С. 14-17.
2. Басниев К. С. Нефтегазовая гидромеханика: учебное пособие для вузов / К. С. Басниев, Н. М. Дмитриев, Г. Д. Розенберг. М. — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 544 с.
3. Губайдуллин А. А. Моделирование динамики капли нефти в капилляре с сужением / А. А. Губайдуллин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. 2013. № 7. С. 71-77.
4. Губайдуллин А. А. Собственные частоты продольных колебаний капли в сужении капилляра / А. А. Губайдуллин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2). С. 85-91.
5. Игошин Д. Е. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова, П. Я. Мостовой // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика. 2014. № 7. С. 34-42.
6. Игошин Д. Е. Проницаемость пористой среды периодической структуры с разветвляющимися каналами / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2). С. 131-141.
7. Игошин Д. Е. Численные и аналитические оценки проницаемости пористой среды, образованной каналами, имеющими вращательную симметрию / Д. Е. Игошин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 3(3). С. 112-121.
8. Игошин Д. Е. Численное исследование зависимости проницаемости от пористой среды, образованной каналами регулярной структуры / Д. Е. Игошин, Р. С. Сабуров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 1(1). С. 84-90.
9. Игошин Д. Е. Численное определение проницаемости в среде периодической структуры, образованной разветвляющимися каналами / Д. Е. Игошин // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 12. С. 30-33.
10. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л. С. Лейбензон. М., 1947. С. 11-24.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: учеб. для вузов / Л. Г. Лойцянский; 7-е изд., испр. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
12. Максимов А. Ю. Поведение капли несмачивающей жидкости в трехмерной модели пористой среды / А. Ю. Максимов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 12. С. 34-37.
13. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет; пер. с англ. М. — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 640 с.
14. Ромм Е. С. Структурные модели порового пространства горных пород / Е. С. Ромм. Л.: Недра, 1985. 240 с.

15. Хейфец Л. И. Многофазные процессы в пористых средах / Л. И. Хейфец, А. В. Неймарк. М.: Химия, 1982. С. 29-33.
16. Slichter C. S. Theoretical investigations of the motion of groundwater / C. S. Slichter // 19th Annual Report of the United States Geological Survey. 1899. Part 2. Pp. 295-384.

REFERENCES

1. Antsiferov V. N., Kalashnikova, M. Yu. Primenenie jacheistyh vysokoporistyh materialov [Application of Cellular Highly Porous Materials] // Jekologija i promyslennost' Rossii [Ecology and Industry of Russia]. 1997. No 11. Pp. 14-17. (In Russian)
2. Basniev K. S., Dmitriev N. M., Rozenberg G. D. Neftegazovaja gidromehaniika [Petroleum hydromechanics]: Textbook for high schools. M. – Izhevsk: Institute of computer research, 2005. 544 p. (In Russian)
3. Gubaidullin A. A., Maksimov A. Yu. Gubajdullin A. A., Maksimov A. Ju. Modelirovanie dinamiki kapli nefti v kapilljare s suzheniem [Modeling the Oil Droplet Dynamics in the Capillary with a Constriction] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Herald]. 2013. No 7. Pp. 71-77. (In Russian)
4. Gubaidullin A. A., Maksimov A. Yu. Sobstvennye chastoty prodol'nyh kolebanij kapli v suzhenii kapilljara [Natural Frequencies of Longitudinal Oscillations of a Droplet in the Constriction of the Capillary Tube] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie. Neft', gaz, jenergetika [Tyumen State University Herald. Physico-Mathematical Modeling. Oil, Gas and Energy Engineering]. 2015. Vol. 1. No 2 (2). Pp. 85-91. (In Russian)
5. Igoshin D. E., Nikonova O. A., Mostovoy P. Y. Modelirovanie poristoj sredy reguljarnymi upakovkami peresekajushhijhsja sfer [Simulation of the Porous Medium Regular Packages Intersecting Spheres] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Herald]. 2014. No 7. Pp. 34-42. (In Russian)
6. Igoshin D. E., Nikonova O. A. Pronicaemost' poristoj sredy periodicheskoj struktury s razvetvljajushhimisja kanalami [The Permeability of the Porous Medium with a Periodic Structure Branching Channels] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie. Neft', gaz, jenergetika [Tyumen State University Herald. Physico-Mathematical Modeling. Oil, Gas and Energy Engineering]. 2015. Vol. 1. No 2(2). Pp. 131-141. (In Russian)
7. Igoshin D. E., Maksimov A. Yu. Chislennye i analiticheskie ocenki pronicaemosti poristoj sredy, obrazovannoj kanalami, imejushhimi vrashhatel'nuju simmetriju [Numerical and Analytical Estimates of Permability of Porous Medium Formed by the Channels having Rotational Symmetry] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie. Neft', gaz, jenergetika [Tyumen State University Herald. Physico-Mathematical Modeling. Oil, Gas and Energy Engineering]. 2015. Vol. 1. No 3. Pp. 112-121. (In Russian)
8. Igoshin D. E., Saburov R. S. Chislennoe issledovanie zavisimosti pronicaemosti ot poristoj sredy, obrazovannoj kanalami reguljarnoj struktury [Numerical Research of Permeability Dependence of Porosity in Media Formed by Regular Structure Channels] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoe

- modelirovanie. Neft', gaz, jenergetika [Tyumen State University Herald. Physico-Mathematical Modeling. Oil, Gas and Energy Engineering]. 2015. Vol. 1. No 1 (1). Pp. 84-90. (In Russian)
9. Igoshin D. E. Chislennoe opredelenie pronicaemosti v srede periodicheskoj struktury, obrazovannoj razvetvljajushhimisja kanalami [Numerical Determination of Permeability in Cyclic Structure Media Formed by Branching Channels] // Avtomatizacija, telemehanizacija i svjaz' v neftjanoj promyshlennosti [Automation, Teleautomation and Communications in Oil Industry]. 2015. No 12. Pp. 30-33. (In Russian)
 10. Leibenzon L. S. Dvizhenie prirodnyh zhidkostej i gazov v poristoj srede [Natural Liquids and Gases Flow through Porous Medium]. M., 1947. Pp. 11-24. (In Russian)
 11. Loytsyanskiy L. G. Mehanika zhidkosti i gaza [Fluid Mechanics]: Textbook for high schools. M.: Drofa, 2003. 840 p. (In Russian)
 12. Maksimov A. Yu. Povedenie kapli nesmachivajushhej zhidkosti v trehmernoj modeli poristoj srede [Behaviour of the Non-wetting Liquid Droplet in the Three-dimensional Model of a Porous Medium] // Avtomatizacija, telemehanizacija i svjaz' v neftjanoj promyshlennosti [Automation, Teleautomation and Communications in Oil Industry]. 2015. No 12. Pp. 34-37. (In Russian)
 13. Masket M. Techenie odnorodnyh zhidkostej v poristoj srede [The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Medium]. M. – Izhevsk, 2006. 640 p. (In Russian)
 14. Romm E. S. Strukturnye modeli porovogo prostranstva gornyh porod [Structural Models of Porous Medium of Rock Formations]. Leningrad, 1985. 240 p. In Russian)
 15. Kheifets L. I., Neimark A. V. Mnogofaznye processy v poristyh sredah [Multiphase Processes in Porous Medium]. M.: Himija [Chemistry], 1982. Pp. 29-33. (In Russian)
 16. Slichter C. S. Theoretical investigations of the motion of groundwater. In: 19th Annual Report of the United States Geological Survey, part 2. 1899. Pp. 295- 384.

Авторы публикации

Игошин Дмитрий Евгеньевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики многофазных систем Физико-технического института Тюменского государственного университета, научный сотрудник Тюменского филиала ФГБУН Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

Хромова Надежда Александровна — магистрант Института математики и компьютерных наук Тюменского государственного университета

Authors of the publication

Dmitry E. Igoshin — Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor at the Department of Multiphase Systems Mechanics, Institute of Physics and Technical Science, Tyumen State University, Researcher at the Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences

Nadezhda A. Khromova — Master's Degree Student, Institute of Mathematics and Computer Science, Tyumen State University