

© А. А. КИСЛИЦЫН, У. Ю. ШАСТУНОВА

Тюменский государственный университет  
akislitcyn@utmn.ru, u.y.shastunova@utmn.ru

УДК 536.24.08

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ПРОЦЕССА ПРОТАИВАНИЯ МЕРЗЛОГО ГРУНТА  
ПОД РЕЗЕРВУАРОМ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ НЕФТЕПРОДУКТОВ\***

**EXPERIMENTAL AND THEORETICAL RESEARCH ON THAWING  
PROCESS OF FROZEN SOIL UNDER STORAGE TANK**

На экспериментальной установке, в мерзлом грунте под резервуаром, заполненным нефтепродуктами, имеющими плюсовую температуру, измерены температурные поля, а также изменение формы и положения фронта плавления льда (изотермы  $T = 0^{\circ}\text{C}$ ) с течением времени. Приведено приближенное решение двумерной задачи Стефана о протаивании мерзлого грунта, показано, что удовлетворительное согласие с результатами экспериментов может быть получено только с учетом конвективного переноса тепла, обусловленного движением воды в области оттаявшего грунта.

The temperature fields in frozen soil under the tank filled with above-zero temperature petroleum products, as well as the changes in the shape and position of ice melting front (the isotherm  $T = 0^{\circ}\text{C}$ ) over time are measured by applying an experimental facility. The approximate solution of a two-dimensional Stefan problem for thawing of the frozen soil is given, and it is demonstrated that the satisfactory agreement with the experimental results can be obtained only taking into account convective heat transfer caused by the movement of water in the soil thawed.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.** Задача Стефана с конвективным переносом тепла, горячий резервуар, температурное поле, фронт протаивания мерзлого грунта.

**KEY WORDS.** Stefan problem with convective heat transfer, hot tank, temperature field, the front of frozen soil thawing.

**Введение**

Север Тюменской области — это территории с низкими среднегодовыми температурами и широко простирающимися вечномерзлыми грунтами. При

---

\* Статья подготовлена в ведущей научной школе НШ-2669.2014.1 (рук. — академик РАН Р. И. Нигматулин).

проектировании сооружений на таких грунтах важную роль играют расчеты их теплового воздействия на мерзлый грунт. Поэтому крайне необходимо изучить процессы тепломассопереноса применительно к задачам строительства, включая разработку двух- и трехмерных нестационарных моделей теплового режима их работы [8, 11]. Необходимо обеспечить такой тепловой режим эксплуатации сооружений, чтобы не допустить глубокого протаивания мерзлого грунта. Ошибки в расчетах могут привести к потере грунтом несущей способности, к аварии и к разрушению инженерного сооружения.

Экспериментальная установка [2, 3, 12] состоит из следующих основных элементов: морозильной камеры, деревянного лотка, модели нефтехранилища, системы нагрева и автоматизированной системы измерения температуры в грунте.

Морозильная камера (рис. 1) имеет размеры 2250 × 1600 × 2000 мм и объем  $\approx 5\text{ м}^3$ . Стенки камеры изготовлены из пенополистирольных плит, которые герметично состыкованы друг с другом; толщина стенок — 100 мм.

Доступ во внутреннее пространство камеры осуществляется через дверь размером 950 × 2000 мм, которая герметично закрывается, что позволяет уменьшить попадание влажного воздуха в объем камеры и устранить возможное появление изморози на охлаждающей поверхности морозильного агрегата. Для охлаждения внутреннего объема камеры используется съемная моноблочная холодильная машина мощностью 2.2 кВт. Вынужденная циркуляция воздуха в камере создается электрическим вентилятором, что обеспечивает равномерное распределение температуры. Настройки блока управления холодильным агрегатом позволяют регулировать необходимый тепловой режим до  $-24^\circ\text{C}$ . В камере предусмотрено освещение.

Модель нефтехранилища (рис. 2) представляет собой металлический цилиндрический резервуар диаметром 240 мм и высотой 120 мм, заполненный жид-

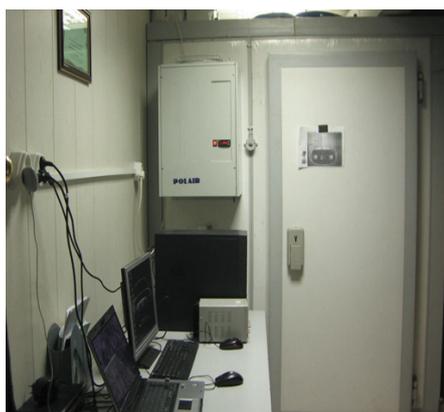


Рис. 1. Морозильная камера

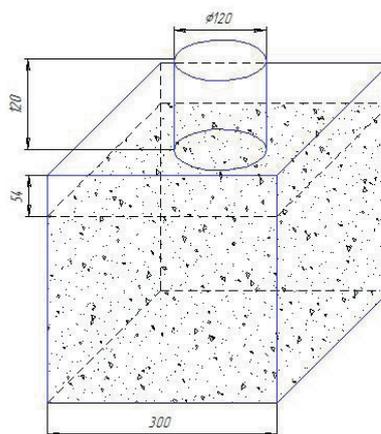


Рис. 2. Схема деревянного лотка и модельного нефтехранилища

костью (мазутом марки М-40). Предусмотрена возможность нагрева жидкости, т. к., согласно действующим стандартам [1, 10], температура нефтепродуктов в нефтехранилище может достигать 40°C. Нагрев производится электрическим нагревателем мощностью 500 Вт, встроенным в крышку резервуара. Лоток для засыпки модели грунта под нефтехранилищем имеет форму куба размерами 300 × 300 × 300 мм; толщина стенок — 30 мм. Стенки лотка изготовлены из дерева, пропитанного водоотталкивающим материалом. Лоток заполняется грунтовым материалом (песчаником) и заливается водой до достижения влажности 10%; контроль влажности осуществляется с помощью прибора ВИМС-2.

Автоматизированная система измерения температуры в модели грунта состоит из 50 цифровых датчиков температуры DS18B20, подключенных к персональному компьютеру через COM порт. Датчики установлены симметрично центру модели резервуара с шагом 3 см по горизонтали, и 2 см по вертикали в глубину грунта.

Схема расположения датчиков в модели грунта показана на рис. 3, их подключения к компьютеру — на рис. 4. Для работы с датчиками используется программа TempKeeper, с помощью которой осуществляется считывание и сохранение показаний температуры. Программа позволяет задать временной интервал, через который опрашиваются все подключенные датчики. Полученная информация о значениях температуры сохраняется в текстовом файле с указанием времени опроса датчиков.

Перед началом эксперимента морозильная камера была запущена, и грунт охладился до -9°C. Коэффициент температуропроводности влажного песчаника  $a \approx 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ , поэтому процесс полного промораживания грунта в лотке занял сутки (число Фурье, равное 2, соответствует 21 часу). По мере охлаждения грунта производился периодический контроль температуры. После достижения -9°C был включен подогрев резервуара, и показания температуры считывались с датчиков с интервалом в 3 минуты. По истечении девяти часов эксперимент был завершен.

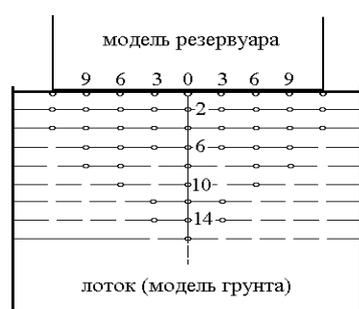


Рис. 3. Расположение датчиков температуры в грунте

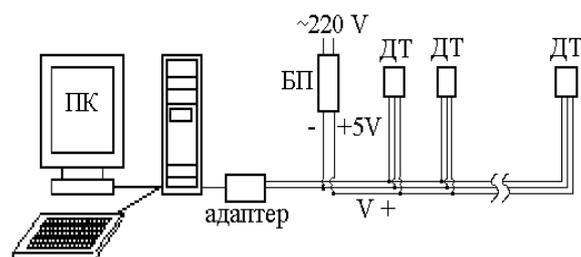


Рис. 4. Схема подсоединения датчиков температуры к персональному компьютеру.  
ПК — персональный компьютер;  
БП — блок питания; ДТ — датчики температуры

### Результаты эксперимента

По показаниям датчиков, с помощью программного пакета Sigma Plot были построены поля температур в мерзлом грунте в различные моменты времени. Некоторые результаты приведены на рис. 5-8.

На этих рисунках видно, что протаивание грунта начинается через несколько минут после начала прогрева; через 10 минут нулевая изотерма находится на глубине  $\approx 1$  см; в дальнейшем температура грунта растет, ореол протаивания увеличивается, и в момент окончания эксперимента (9 часов) глубина оттаивания достигает 14 см.

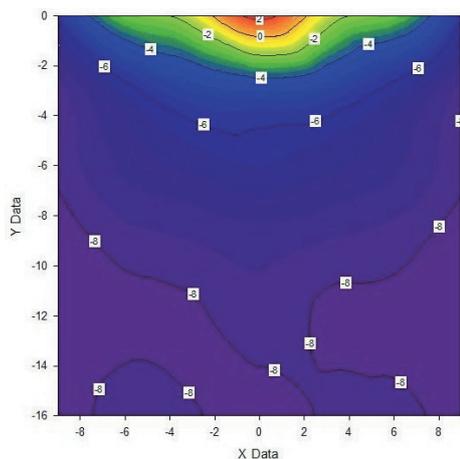


Рис. 5. Температурное поле грунта через  $t = 10$  минут после включения подогрева

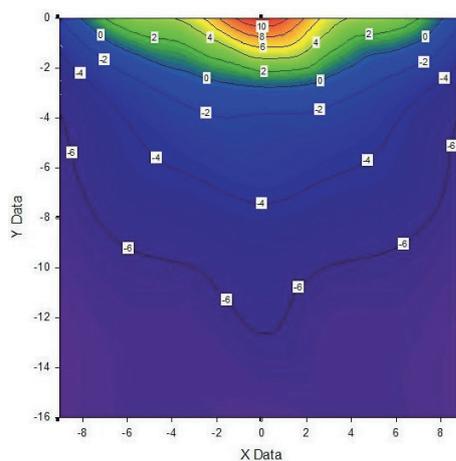


Рис. 6. Температурное поле грунта через  $t = 1.5$  часа после включения подогрева

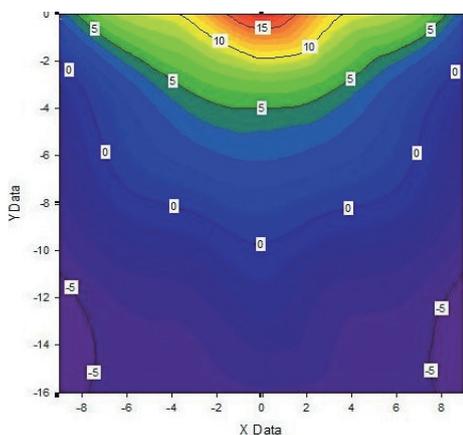


Рис. 7. Температурное поле грунта через  $t = 4.5$  часа после включения подогрева

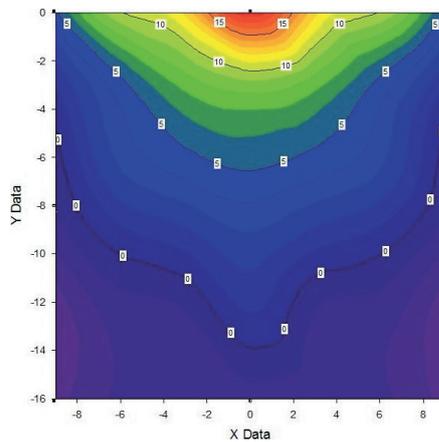


Рис. 8. Температурное поле грунта через  $t = 9$  часов после включения подогрева

Как и следовало ожидать, распределение температур и фронт плавления (изотерма  $T = 0^\circ\text{C}$ ) почти симметричны относительно вертикальной оси, проходящей через центр модели резервуара. Небольшие отклонения от симметрии можно объяснить неизбежными погрешностями эксперимента: неоднородностью грунта, небольшим смещением датчиков температуры в процессе подготовки и проведения эксперимента, разбросом параметров датчиков и т. п. Однако неожиданным оказывается изменение формы фронта плавления со временем. Вначале, как и должно быть, фронт имеет форму овала с плавно и монотонно меняющимся радиусом кривизны. Но через 1.5 часа в центре фронта начинается формирование выступа («языка»), который со временем растет, и в конце прогрева фронт имеет четко выраженную центральную зону, продвинутую далеко вперед по сравнению с боковыми участками. Объяснить это можно так: из-за того, что объем воды меньше объема льда, в оттаявшем грунте появляются поры, через которые талая вода движется вниз к центру фронта плавления, поэтому возникает конвективный перенос тепла, приводящий к увеличению скорости протаивания.

#### Физико-математическая модель

Система уравнений для задачи о протаивании грунта (двумерной задачи Стефана в цилиндрических координатах  $r, x$  в классической постановке без учета конвекции) имеет вид [4, 5, 9]:

$$\frac{\partial T_{1,2}}{\partial t} = a_{1,2} \left( \frac{\partial^2 T_{1,2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{1,2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{1,2}}{\partial x^2} \right), \quad (1)$$

где индексы 1 и 2 относятся к талой и мерзлой зонам. Эти зоны разделены движущейся поверхностью (фронтом плавления):  $F(r, x, t) = 0$ . Начальным условием является отсутствие талой зоны и равенство температуры во всей области начальному значению  $T_0$  (в данном случае  $T_0 = -9^\circ\text{C}$ ). Граничные условия на неподвижных границах имеют вид:

$$T_{1,2}(x=0, r > R) = T_0, \quad -\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=0, r < R} = q = \frac{W}{\pi R^2}, \quad \left. \frac{\partial T_{1,2}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T_2(r \rightarrow \infty, x \rightarrow \infty) \rightarrow T_0,$$

где  $R$  — радиус резервуара,  $W$  — мощность нагревателя (в нашей модели  $R = 12$  см,  $W = 500$  Вт). На фронте плавления задано равенство температур  $T_1 = T_2 = 0^\circ\text{C}$ , а также условие баланса энергии, которое часто называют условием Стефана:

$$\left( \lambda_1 |\text{grad} T_1| - \lambda_2 |\text{grad} T_2| \right) \Big|_{F=0} = L \frac{\partial F / \partial t}{|\text{grad} F|}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{1,2}$  — коэффициенты теплопроводности в талой и мерзлой зонах,  $L$  — объемная теплота плавления (Дж/м<sup>3</sup>).

Точного аналитического решения данная задача не имеет, однако известны приближенные квазистационарные решения ряда сходных задач, опубликован-

ные в статьях [6, 7]. Следуя методике, изложенной в этих работах, будем искать решение уравнения (1) в виде  $T(F)$ , где  $F = const$  — уравнение изотермической поверхности; в частности,  $F = 0$  — уравнение нулевой изотермы. Функцию  $F$  будем искать в виде:

$$F = x - f(r) - \int_0^t g(t) dt, \quad (3)$$

где  $f(r)$  и  $g(t)$  — неизвестные заранее функции. Дифференцируя  $T(F)$  по  $r, x, t$ , находим:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -T' \cdot f', \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = f'^2 \cdot T'' - T' \cdot f'', \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = T'', \quad \frac{\partial T}{\partial t} = -g \cdot T', \quad (4)$$

где  $T' = \frac{dT}{dF}$ ,  $T'' = \frac{d^2 T}{dF^2}$ ,  $f' = \frac{df}{dr}$ ,  $f'' = \frac{d^2 f}{dr^2}$ . Подставляя (4) в (1) и прене-

брегая различием между  $a_1$  и  $a_2$  (т. е. считаем  $a_1 \approx a_2 = a$ ), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно функции  $f(r)$ :

$$P(1 + f'^2) - f'' - \frac{1}{r} f' + \frac{g}{a} = 0, \quad (5)$$

где

$$P = T'' / T'. \quad (6)$$

Для уравнения (5) может быть получено аналитическое решение, если считать величины  $g$  и  $P$  константами. Однако после того, как поле температур найдено, при его подстановке в условие Стефана (2) будем считать  $g$  и  $P$  функциями, что позволит найти скорость движения фронта. Физически это означает, что фронт плавления движется настолько медленно, что можно считать температурное поле мало отличающимся от стационарного (квазистационарное приближение). Вводя обозначения  $P = B^2$ ,  $B^2 + g/a = A^2$ ,  $y = ABr$ ,  $f' = w'(y)/(B^2 w(y))$ , преобразуем уравнение (5) к виду:

$$w'' + \frac{1}{y} w' + w = 0, \quad (7)$$

решением которого, как известно, является функция Бесселя первого рода нулевого порядка  $J_0(y)$ . Возвращаясь к прежним обозначениям, получаем решение для функции  $f(r)$ :

$$f(r) = -\frac{1}{B^2} \left\{ \ln \frac{273 + T_1(r)}{273} + \ln [J_0(ABr)] \right\}, \quad (8)$$

где  $T_1(r)$  — температура на поверхности грунта. Очевидно, полученное решение имеет смысл, если:

$$ABr < 2.4, \tag{9}$$

где 2.4 — первый нуль функции Бесселя  $J_0$ . Отсюда, полагая, что  $ABR = 2.4$ , находим:

$$g = a \left( \frac{2.4}{BR} \right)^2 - aB^2. \tag{10}$$

С другой стороны, интегрируя (6), находим:

$$T' = PT_1 e^{PF}, T = T_1 e^{PF} + T_0. \tag{11}$$

Подставляя в условие (2), получаем второе соотношение между  $g$  и  $P = B^2$ :

$$g = \frac{B^2 T_1 |\lambda_1 - \lambda_2|}{L}. \tag{12}$$

Исключая  $B^2$  из (10) и (12), получаем соотношение между  $g$  и  $T_1$ :

$$g = \frac{2.4}{R} \sqrt{\frac{a(T_1 |\lambda_1 - \lambda_2|)^2}{L(T_1 |\lambda_1 - \lambda_2| + aL)}}. \tag{13}$$

Экспериментальная зависимость температуры поверхности грунта в точке  $r = 0$  от времени приведена на рис. 9: кривая 1 аппроксимирует экспериментальные точки, расчетная кривая 2 получена в результате численного интегрирования функции  $g(T_1(t))$ . Как видно из рисунка, совпадение с экспериментальными точками (обозначены символами +) наблюдается только для начала прогрева, когда перенос тепла талой водой очень мал.

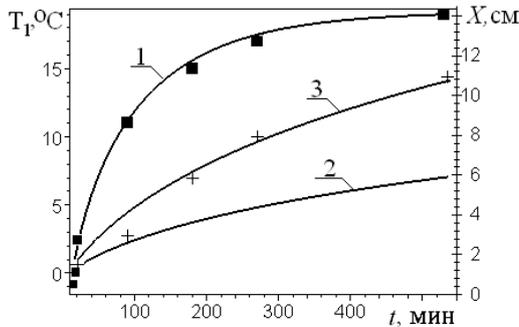


Рис. 9. 1 — Температура поверхности грунта, 2 — координата центра фронта протаивания без учета конвективного переноса тепла, 3 — то же с учетом конвективного теплопереноса, + — экспериментальные точки

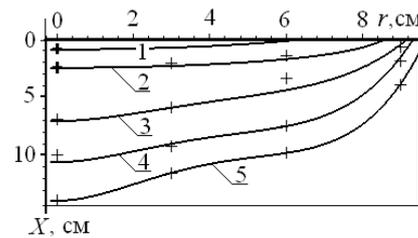


Рис. 10. Положение и форма фронта протаивания с учетом конвективного теплопереноса: 1 —  $t = 10$  мин., 2 —  $t = 90$  мин., 3 —  $t = 180$  мин., 4 —  $t = 270$  мин., 5 —  $t = 540$  мин

Запишем уравнение теплопроводности с учетом конвективного переноса тепла; при этом будем считать, что существенным является конвективный перенос только по оси  $x$ , а перенос по оси  $r$  очень мал:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v(r, t) \frac{\partial T}{\partial x} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right), \quad (14)$$

где  $v(r, t)$  — средняя проекция скорости талой воды на вертикальную ось  $x$ .

Как и выше, будем искать решение в виде  $T(F)$ , а функцию  $F$  будем искать в виде:

$$F = x - f(r) - h(r) \int_0^t g(t) dt = x - f(r) - h(r) \cdot z(t), \quad (15)$$

$$v(r, t) = g(t) \cdot h(r)$$

где функцию  $f(r)$  будем считать известной из предыдущего решения для неподвижной среды, а функцию  $h(r)$  — неизвестной. Дифференцируя  $T(F)$  по  $r$ ,  $x$ ,  $t$  и подставляя в (14), получаем дифференциальное уравнение относительно функций  $f(r)$  и  $h(r)$ :

$$P \left[ 1 + (f' + h'z)^2 \right] - (f'' + h''z) - \frac{1}{r} (f' + h'z) = 0, \quad (16)$$

где  $P$ , как и выше, определяется формулой (6). Делая замену  $y = P \cdot r$ ,

$$f' + h'z = -u' / (Pu), \quad (17)$$

получаем уравнение для функции  $u$ :

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{du}{dy} + u = 0, \quad (18)$$

совпадающее по форме с уравнением (7). Решением этого уравнения является функция Бесселя  $u = J_0(y) = J_0(Pr)$ , а  $u' = P \cdot J_1(P \cdot r)$ , где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода первого порядка. Из уравнения (17) находим:

$$h'(r) = -\frac{1}{z} \left( \frac{u'}{Pu} + f' \right) = \frac{1}{z} \left( \frac{J_1(P \cdot r)}{J_0(P \cdot r)} - f' \right). \quad (19)$$

Используя экспериментальные значения функции  $z(t) = \int_0^t g(t) dt$ , можно

произвести численное интегрирование уравнения (19). Результат расчетов представлен на рис. 10 в виде функции  $F(r, x, t) = 0$  в различные моменты времени  $t$ , а также на рис. 9 в виде зависимости координаты центра фронта от времени (кривая 3). Видно, что авторам, в отличие от решения в неподвижной среде, удается получить удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

**Выводы**

Экспериментально обнаружено, что при прогреве сверху замороженного влажного грунта возможно возникновение вертикального фильтрационного потока талой воды, и, благодаря этому, существенное (примерно в два раза) увеличение средней скорости движения фронта протаивания. Найдено приближенное аналитическое решение двумерной задачи о движении фронта протаивания, которое дает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бахмат Г. В. Тепловой режим гидравлических испытаний резервуара вертикального стального объемом 20 000 м<sup>3</sup> / Г. В. Бахмат, А. А. Кислицын, У. Ю. Шастинова // Вестник Тюменского государственного университета. 2011. № 7. С. 64-72.
2. Григорьев Б. В. Экспериментальное исследование промерзания — оттаивания грунтов в неравновесных условиях / Б. В. Григорьев, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. 2012. № 4. С. 53-60.
3. Григорьев Б. В. Экспериментальное исследование тепломассопереноса в мерзлом грунте вблизи подземного трубопровода / Б. В. Григорьев, П. Ю. Михайлов, А. Б. Шабаров // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. 2013. № 1(45). С. 42-47.
4. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. М.: Наука, 1964. 488 с.
5. Кислицын А. А. Основы теплофизики: лекции и семинары / А. А. Кислицын. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2002. 152 с.
6. Кислицын А. А. Приближенное решение фронтовым методом двумерной задачи об образовании лунки в металле под действием импульса ОКГ / А. А. Кислицын, А. В. Морар // Инженерно-Физический Журнал. 1976. Т. 30. № 3. С. 540-545.
7. Кислицын А. А. Решение фронтовым методом двумерной задачи об испарении металлического конуса под действием излучения большой мощности / А. А. Кислицын, А. В. Морар // Теплофизика высоких температур. 1976. Т. 15. № 5. С. 1030-1033.
8. Кислицын А. А. Место и роль физического факультета ТюмГУ в подготовке кадров и решении наукоемких проблем нефтегазового комплекса / А. А. Кислицын, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. 2005. № 3. С. 190-194.
9. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
10. Стандарт организации СТО 02494680-0044-2008 «Резервуары вертикальные цилиндрические стальные для хранения жидких продуктов. Правила проведения испытаний на прочность, устойчивость и герметичность». М.: ЗАО «ЦНИИПСК им. П. И. Мельникова», 2008.

11. Шабаров А. Б. Региональные проблемы теплофизики и механики многофазных систем / А. Б. Шабаров, А. А. Кислицын // Вестник Тюменского государственного университета. 2005. № 3. С. 131-137.
12. Шабаров А. Б. Физико-математическое моделирование полей температуры и льдистости в мерзлых грунтах вокруг заглубленного трубопровода / А. Б. Шабаров, П. Ю. Михайлов, У. Ю. Шастунова, А. А. Вакулин, И. А. Суровцев // Материалы международной научно-практической конференции по инженерному мерзлотоведению. Тюмень: Сити-Пресс, 2011. С. 225-229.

#### REFERENCES

1. Bahmat G. V., Kislitsyn A. A., Shastunova U. Yu. Teplovoj rezhim gidravlicheskih ispytaniy rezervuara vertikal'nogo stal'nogo obyemom 20 000 m<sup>3</sup> [Thermal Conditions of Hydraulic Test of the Vertical Steel Tank of 20,000 m<sup>3</sup> Capacity] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Herald]. 2011. No 7. Pp. 64-72. (In Russian)
2. Grigoryev B. V., Shabarov A. B. Jeksperimental'noe issledovanie promerzaniya — ottaivaniya gruntov v neravnesnykh usloviyah [Experimental Study of Freezing and Thawing of Soil in Disequilibrium Conditions] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Herald]. 2012. No 4. Pp. 53-60. (In Russian)
3. Grigoryev V. B., Mikhaylov P. Yu., Shabarov A. B. Jeksperimental'noe issledovanie teplomassoperenosa v merzлом grunte vblizi podzemnogo truboprovoda [Experimental Investigation of Heat and Mass Transfer in the Frozen Soil Near Underground Pipelines] // Voprosy sovremennoj nauki i praktiki. Universitet im. V. I. Vernadskogo [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University]. 2013. No 1(45). Pp. 42-47. (In Russian)
4. Carslaw H. S., Jaeger J. C. Teploprovodnost' tverdykh tel [Conduction of Heat in Solids]. M.: Nauka [Science], 1964. 488 p. (In Russian)
5. Kislitsyn A. A. Osnovy teplofiziki: lektsii i seminary [Fundamentals of Thermal Physics]. Tjumen': Izdatel'stvo Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Publishing House], 2002. 152 p. (In Russian)
6. Kislitsyn A. A., Morar A. V. Priblizhennoe reshenie frontovym metodom dvumernoj zadachi ob obrazovanii lunki v metalle pod dejstviem impul'sa OKG [Approximate Solution by Frontal Method of Two-dimensional Problem on Formation of Crater in a Metal by a Laser Pulse] // Inzhenerno-fizicheskij zhurnal [Journal of Engineering Physics and Thermophysics]. 1977. Vol. 30. No 3. Pp. 359-363. (In Russian)
7. Kislitsyn A. A., Morar A. V. Reshenie frontovym metodom dvumernoj zadachi ob isparenii metallichesкого konusa pod dejstviem izlucheniya bol'shoj moshhnosti [Solution by Frontal Method of Two-dimensional Problem about Evaporation of a Metal Cone by High Power Radiation] // Teplofizika vysokikh temperatur [High Temperature]. 1976. Vol. 15. No 5. Pp. 1030-1033. (In Russian)
8. Kislitsyn A. A., Shabarov A. B. Mesto i rol' fizicheskogo fakul'teta TjumGU v podgotovke kadrov i reshenii naukoemkikh problem neftegazovogo kompleksa [The Place and Role of Physics Department of TSU in Training of Specialists and

- Knowledge-intensive Problem Solving in Oil and Gas Industry] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Herald]. 2005. No 3. Pp. 190-194. (In Russian)
9. Lykov A. V. Teorija teploprovodnosti [Theory of Thermal Conductivity]. M.: Vysshaja shkola [Higher School], 1967. 600 p. (In Russian)
  10. Standart organizacii STO 02494680-0044-2008 Rezervuary vertikal'nye cilindricheskie stal'nye dlja hranenija zhidkih produktov. Pravila provedenija ispytanij na prochnost', ustojchivost' i germetichnost' [STO 02494680-0044-2008 Vertical Cylindrical Steel Tanks for Storage of Liquid Products. Rules for Durability, Stability and Tightness Testing]. M.: CNIIPSK im. P. I. Mel'nikova, 2008. (In Russian)
  11. Shabarov A. B., Kislitsyn A. A. Regional'nye problemy teplofiziki i mehaniki mnogofaznyh system [Regional Problems of Thermophysics and Multiphase Systems Mechanics] // Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta [Tyumen State University Herald]. 2005. No 3. Pp. 131-137. (In Russian)
  12. Shabarov A. B., Mikhaylov P. Yu., Shatunova U. Yu., Vakulin A. A., Surovtsev I. A. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie polej temperatury i l'distosti v merzlyh gruntah vokrug zaglublennogo truboprovoda [Mathematical Modelling of Temperature Fields and Ice Content in Frozen Soils in the Range of Buried Pipelines] // Materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii po inzhenernomu merzlotovedeniju [Proceedings of the International Scientific and Practical Conference on Permafrost Engineering]. Tjumen: Siti-Press [City Press Publishing House], 2011. Pp. 225-229. (In Russian)

#### Авторы публикации

**Кислицын Анатолий Александрович** — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой микро- и нанотехнологий Тюменского государственного университета

**Шастунова Ульяна Юрьевна** — старший преподаватель кафедры механики многофазных систем Тюменского государственного университета

#### Authors of the publication

**Anatoliy A. Kislitsyn** — Dr. Sci. (Phys. and Math.), Professor, Head of the Department of Micro- and Nanotechnologies, Tyumen State University

**Uliana Yu. Shastunova** — Senior Lecturer at the Department of Multiphase Systems Mechanics, Tyumen State University