

**Иван Николаевич ЖИЖИМОНТОВ<sup>1</sup>**  
**Алексей Васильевич МАЛЬШАКОВ<sup>2</sup>**

УДК 681.5:622.276

## **МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОРИСТОСТИ И ПРОНИЦАЕМОСТИ ГОРНОЙ ПОРОДЫ НА ОСНОВЕ КРИВЫХ КАПИЛЛЯРНОГО ДАВЛЕНИЯ**

<sup>1</sup> студент 2 курса магистратуры,  
Физико-технический институт,  
Тюменский Государственный университет  
totti-1993@yandex.ru

<sup>2</sup> кандидат геолого-минералогических наук,  
старший эксперт, ООО «ТННЦ»  
avmalshakov@rosneft.ru

### **Аннотация**

Цель данной работы — создание научно-методической основы для изучения влияния масштабных эффектов на фильтрационно-емкостные свойства горной породы. Для выполнения поставленных целей был разработан алгоритм стохастического воссоздания топологии порового пространства на основе кривых капиллярного давления. Также был реализован расчет двухмерного потока флюида в масштабе порового пространства для прогнозирования фильтрационных свойств горной породы и были приведены результаты расчетов для неокомских отложений Западной-Сибири. Результаты численного моделирования представлены для исследуемого образца как целиком, так и в зависимости от размеров расчетной области. Дана оценка влияния корреляционного параметра — максимального радиуса связи (максимальное расстояние, на котором две поры могут быть соединены между собой) — на коэффициенты общей и связанной (открытой) пористости. Показано, что для настройки стохастической сетевой модели на керновые исследования необходим подбор ряда корреляционных и топологических параметров.

---

**Цитирование:** Жижимонтов И. Н. Метод расчета коэффициентов пористости и проницаемости горной породы на основе кривых капиллярного давления / И. Н. Жижимонтов, А. В. Мальшаков // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 1. С. 72-81.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-72-81

---

**Ключевые слова**

Стохастическая сетевая модель, пористость, абсолютная проницаемость, капиллярные кривые.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-72-81

**Введение**

В основе методик определения подсчетных параметров по данным геофизических исследований скважин (ГИС) лежат петрофизические модели, основанные на зависимостях, полученных на традиционных лабораторных исследованиях кондиционных образцов керна. Традиционные эксперименты позволяют получать такие макроскопические свойства, как пористость ( $K_p$ ), проницаемость ( $K_{пр}$ ), капиллярные давления и др., однако они имеют ограниченную область применения и требуют существенных временных и денежных затрат. Помимо этого зачастую мы имеем недостаточное количество керновых исследований для создания реальной физической картины исследуемого объекта [2]. Для расширения статистической информации об исследуемом объекте (пласте) предлагается альтернативный способ прогнозирования свойств коллектора на основе представлений о физике потока флюида в поровом масштабе.

Реальные пористые среды имеют сложную топологию, поэтому структура пустотного пространства оказывает решающее влияние на характер потока. В данной работе для реконструкции порового пространства используется стохастическая сетевая модель. Существуют и другие подходы в моделировании пористой среды: случайные и детерминированные структуры полей [5]; модели пористой среды, реализованные регулярными упаковками сфер [3] и сети горизонтально ориентированных не пересекающихся капиллярных каналов [1].

**Стохастическая сетевая модель**

Воссоздание топологии порового пространства реализовано через построение стохастической сетевой модели, основанной на функции распределения пор, получаемой из кривых капиллярного давления.

Принцип построения модели: в объеме выделяются элементарные ячейки, в которые согласно используемому распределению (см. выше) случайно размещаются поры. Две поры соединяются между собой, если расстояние между ними меньше, чем корреляционный параметр — максимальный радиус связи ( $R_{max}$ ). Этот параметр определяет координационное число для каждой поры, а также отвечает за образование бесконечного кластера [6]. Размер порового канала, соединяющего две поры, зависит от весовых функций [8] и тоже является настраиваемым корреляционным параметром.

Сходимость результатов численного моделирования и экспериментальных данных настраивалась за счет топологических и корреляционных зависимостей [8]. Например, исследовалась зависимость образования бесконечного кластера от максимального радиуса связи.

На рис. 1 представлена топология порового пространства при различном параметре  $R_{\max}$ . Синим цветом покрашены ячейки, содержащие связанные между собой поры, черным цветом — ячейки без пор, либо с закрытой пористостью.

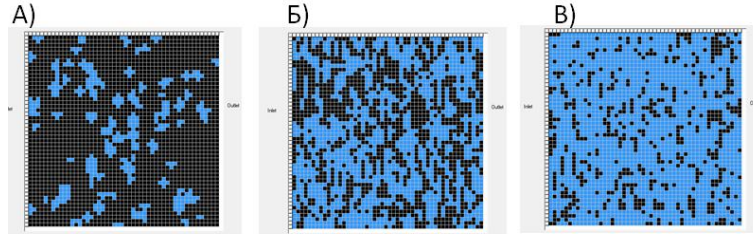


Рис. 1. а)  $R_{\max} = 8$  мкм, б)  $R_{\max} = 11$  мкм, в)  $R_{\max} = 14$  мкм

### Математическая модель

Сетевые модели используются для понимания физики потока флюида в поровом масштабе и прогнозирования макроскопических свойств. В сетевых моделях, как и в перколяционных моделях пористых сред [4], пустотное пространства пористой среды описывается как сеть крупных пор, соединенных узкими поровыми каналами.

В рамках порово-сетевой модели расчет проницаемости осуществляется путем решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для нахождения поровых давлений. Записываем баланс расходов стационарного потока для каждой поры [9]:

$$\sum_{j=1}^z q_{ij} = 0, \quad (1)$$

где  $q_{ij}$  — объемный расход между  $i$  и  $j$  порой,  $z$  — координационное число. Для однофазного потока расход определяется как

$$q_{ij} = C_{ij}(p_i - p_j), \quad (2)$$

где  $C_{ij}$  — проводимость из закона Пуазейля для потока в капилляре.

Коэффициент проводимости:

$$C_i = \frac{\pi R_{eff}^4}{8\mu L_i}, \quad (3)$$

где  $R_{eff}$  — эффективный радиус,  $L$  — длина порового канала (для поры  $L = 2r$ , где  $r$  — радиус поры).

Проводимость  $C_{ij}$  рассчитывается, как средняя гармоническая проводимость между центрами поры  $i$  и  $j$ , следующим образом [9]:

$$\frac{1}{C_{ij}} = \frac{1}{C_t} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_j} \right), \quad (4)$$

где  $C_i$  — проводимость  $i$  поры,  $C_j$  — проводимость  $j$  поры,  $C_t$  — проводимость порового канала между порами.

Подставив (2) и (4) в (1) с учетом соединения нескольких пор между собой, получаем систему линейных уравнений для неизвестных поровых давлений [10]:

$$\begin{cases} p_1 \times \sum_{j=1}^z \frac{c_{1j}}{L_{1j}} - \sum_{j=1}^z \frac{c_{1j}}{L_{1j}} p_j = 0, \\ p_n \times \sum_{j=1}^z \frac{c_{nj}}{L_{nj}} - \sum_{j=1}^z \frac{c_{nj}}{L_{nj}} p_j = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Количество уравнений в системе равно количеству связанных пор в модели. Для решения используется стабилизированный метод бисопряженных градиентов. Результаты решения для упрощенной (с меньшим количеством неизвестных) сетевой модели были сопоставлены с аналитическим решением для проверки достоверности полученных поровых давлений. Результаты показали удовлетворительную сходимость, что говорит о возможности применений данной итерационной схемы для расчета полной сетевой модели.

### Результаты

По результатам численного моделирования были получены коэффициенты общей и открытой пористости, а также проницаемости для рассматриваемого образца. Было проведено сопоставление  $K_n$  и  $K_{np}$  с экспериментальными данными.

Корреляционный параметр  $R_{\max}$  отвечает за связанность пор и напрямую влияет на образование бесконечного кластера в стохастической сетевой модели. Для оценки отношения между общей и связанной пористостью была случайным образом сгенерирована выборка сетевых моделей с различной топологией порового пространства с максимальным радиусом связи 5, 8 и 11 мкм (рис. 2-4). Была построена зависимость среднеквадратичного отклонения общей и открытой пористости на полной модели от максимального радиуса связи (рис. 5).

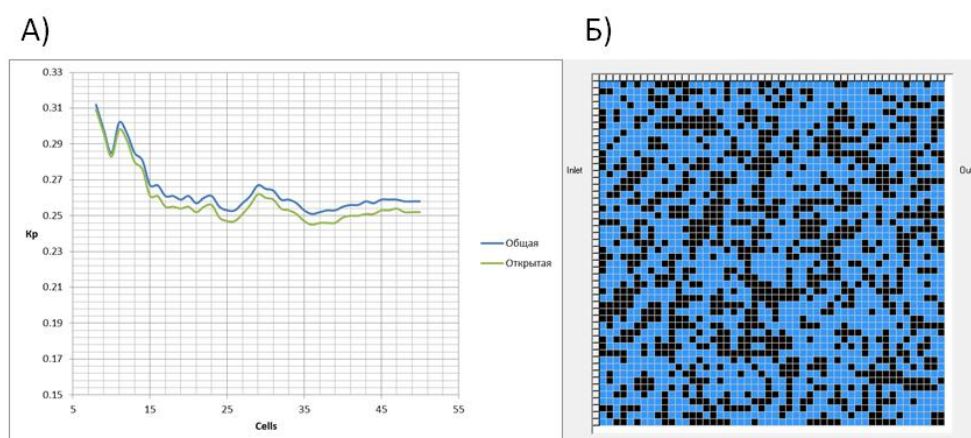


Рис. 2. а) зависимость  $K_n$  от линейных размеров расчетной области,  $R_{\max} = 11$  мкм; б) вариант топологии порового пространства для одной из реализаций

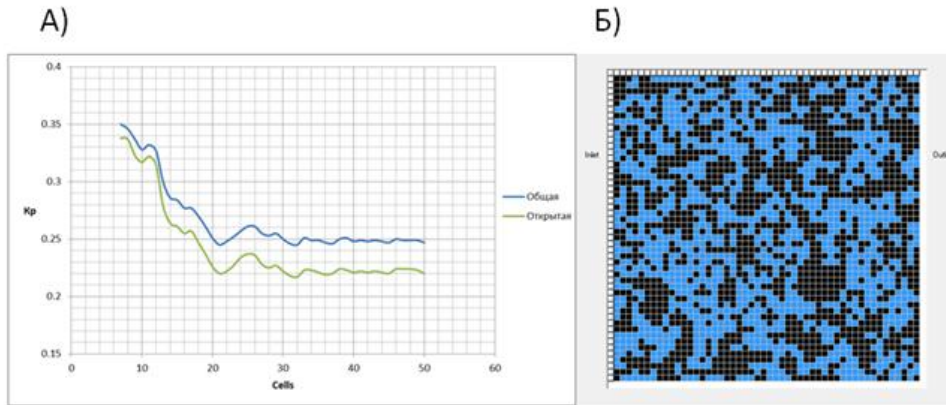


Рис. 3. а) зависимость  $K_p$  от линейных размеров расчетной области,  $R_{\max} = 8$  мкм; б) вариант топологии порового пространства для одной из реализаций

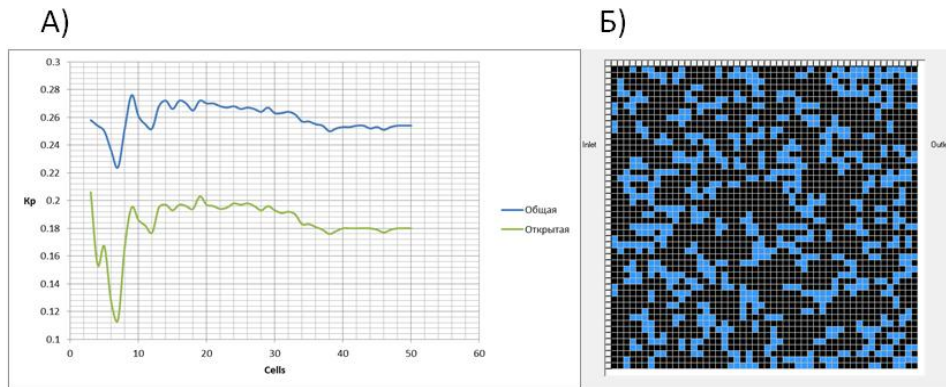


Рис. 4. а) зависимость  $K_p$  от линейных размеров расчетной области,  $R_{\max} = 5$  мкм; б) вариант топологии порового пространства для одной из реализаций.

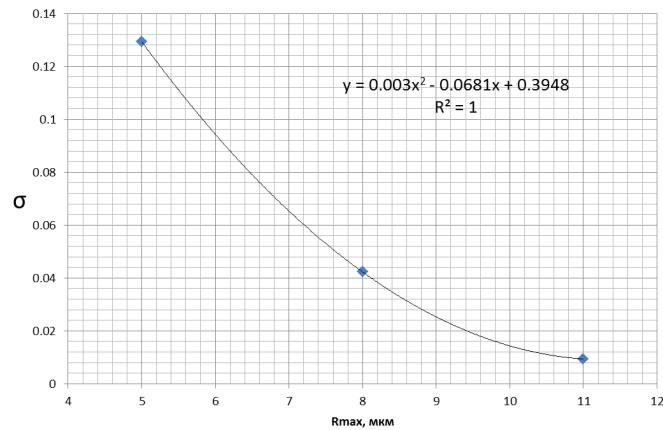


Рис. 5. Зависимость  $\sigma = \sigma(R_{\max})$

На рис. 6 показаны зависимости коэффициента связанной пористости от размеров расчетной области для различных вариантов стохастической сетевой модели с одинаковыми корреляционными и топологическими параметрами.

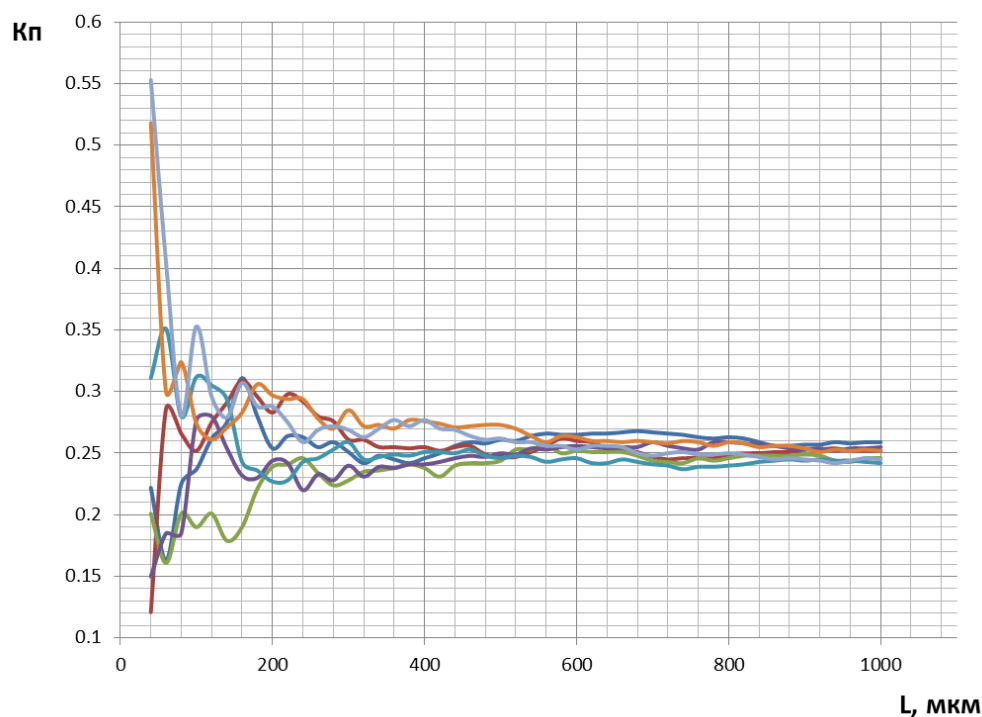


Рис. 6. Зависимость пористости от размеров расчетной области для различных реализаций стохастической сетевой модели

Пористость образца керна — 24,5%. Среднее значение  $K_p$  для выборки из 100 вариантов стохастических сетевых моделей представлены в таблице 1.

Абсолютная проницаемость рассчитывалась из закона Дарси. На рис. 7 представлена зависимость для абсолютной проницаемости, полученная из сетевой модели с различными корреляционными параметрами (параметры сетевой модели № 3 позволяют получить результат более близкий к кернавым исследованиям). Прямая линия на графике – экспериментальное значение  $K_{пр}$ .

Таблица 1

#### Результаты расчета $K_p$

№ образца	1	2	3	4	5	6	...	98	99	100	Среднее значение
$K_p, \%$	24,5	26,0	24,5	25,3	25,6	24,0	...	24,3	24,9	25,1	24,6

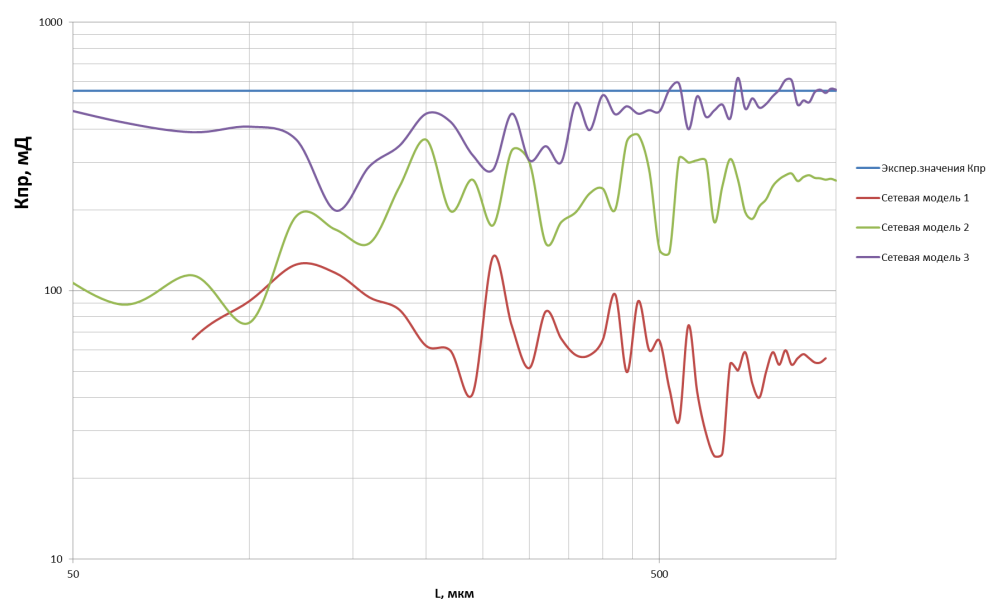


Рис. 7. Зависимость абсолютной проницаемости от размера расчетной области

## Выводы

1. Разработан и реализован алгоритм стохастического воссоздания топологии порового пространства, основанный на кривых капиллярного давления.
2. Создана физико-математическая модель однофазного потока флюида в пористой среде для прогнозирования фильтрационно-емкостных свойств горной породы. Модель основана на представлении пористой среды в виде двухмерной сетевой модели.
3. Показано, что для настройки стохастической сетевой модели на керновые исследования необходим подбор корреляционных параметров, прямое измерений которых невозможно без томографии образца.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бембель Г. С. Математическое моделирование четочного двухфазного течения в системе капиллярных каналов / Г. С. Бембель, С. В. Степанов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 6. С. 30-38.
2. Жижимонтов И. Н. Исследование элементарного представительного объема в масштабе порового пространства / И. Н. Жижимонтов, С. В. Степанов, А. Б. Шабаров // Труды IX школы-семинара молодых ученых «Теплофизика, теплотехника, гидрогазодинамика. Инновационные технологии» под руководством Заслуженного деятеля науки РФ, профессора Шабарова А. Б. (Тюмень, 25-27.05.2016 г.). ТюмГУ, 2016.

3. Игошин Д. Е. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова, П. Я. Мостовой // Вестник Тюменского государственного университета. 2013. № 7. С. 71-77.
4. Селяков В. И. Перколяционные модели процессов переноса в микронеоднородных средах / В. И. Селяков, В. В. Кадет. 1995.
5. Томин П. Ю. О понятии Representative elementary volume / П. Ю. Томин // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2011. № 13. 23 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-13>
6. Эфрос А. Л. Физика и геометрия беспорядка / А. Л. Эфрос. М.: изд-во «Наука», Гл. редакция физ.-мат. литературы, 1982.
7. Fenwick D. H. Calculating three-phase relative permeabilities using network modeling / Darry H. Fenwick, Martin J. Blunt // Paper presented at the 5<sup>th</sup> European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. 1996.
8. Idowu N. A. Pore-Scale Modeling: Stochastic Network Generation and Modeling of Rate Effects in Waterflooding: Ph. D dissertation / Nasiru Abiodun Idowu. Imperial College London, July 2009.
9. Martins A. A. Modeling of transport phenomena in porous media using network models / A. A. Martins, P. E. Laranjeira, C. H. Braga, T. M. Mata // Progress in Porous Media Research. Ch. 5. Pp. 165-261. Nova Science Publishers, 2009.
10. Nowroozi H. A New Approach for Constructing Pore Network Model of Two Phase Flow in Porous Media / H. Nowroozi, R. Bozorgmehry Boozarjomehry, S. Jamshidi, M. R. Pishvaie // Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering. 2009. No 4. Pp. 37-50.



Ivan N. ZHIZHIMONTOV<sup>1</sup>  
Alexey V. MALSHAKOV<sup>2</sup>

## THE METHOD OF DETERMINING THE COEFFICIENTS OF POROSITY AND PERMEABILITY OF THE ROCK ON THE BASIS OF CAPILLARY PRESSURE CURVES

<sup>1</sup> Master's Degree Student,  
Institute of Physics and Technology,  
Tyumen State University  
Totti-1993@yandex.ru

<sup>2</sup> Cand. Sci. (Geol.-Mineral.), Senior Expert,  
Tyumen Petroleum Research Center  
avmalshakov@rosneft.ru

### Abstract

The purpose of the work is to create the scientific and methodological basis for the study of the influence of large-scale effects on the reservoir porosity and permeability of earth material. The algorithm of the stochastic reconstruction of the pore space topology is developed on the basis of capillary pressure curves. The two-dimensional fluid flow in the pore space was calculated to predict reservoir properties of the earth material. The calculation results are given for the neocomian deposits of Western Siberia. The results of numerical simulation are shown for the sample as a whole and depending on the size of the computational domain. The estimation of the influence of the correlation parameter, which is maximum connection range (the maximum distance at which two pores may be interconnected) on the coefficients of open (effective) and connected porosity, is determined in this paper. It is shown that setting the stochastic network model based on core research requires selection of a number of correlation and topological parameters.

### Keywords

Stochastic network models, porosity, absolute permeability, capillary curves.

---

**Citation:** Zhizhimontov I. N., Malshakov A. V. 2016. "The Method of Determining the Coefficients of Porosity and Permeability of the Rock on the Basis of Capillary Pressure Curves." Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 72-81.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-72-81

---

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-72-81

**REFERENCES**

1. Bembel G. S., Stepanov S. V. 2015. "Matematicheskoe modelirovanie chetochnogo dvukhfaznogo techeniya v sisteme kapillyarnykh kanalov" [Mathematical Modeling of Slug Two-Phase Flow in the System of Capillary Canals]. *Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz v neftyanoi promyshlennosti*, no 6, pp. 30-38.
2. Efros A. L. 1982. *Fizika i geometriya besporyadka* [Physics and Geometry Disorder]. Moscow: Nauka.
3. Fenwick D. H., Blunt M. J. 1996. "Calculating three-phase relative permeabilities using network modeling." Paper presented at the 5<sup>th</sup> European Conference on the Mathematics of Oil Recovery.
4. Idowu N. A. 2009. "Pore-Scale Modeling: Stochastic Network Generation and Modeling of Rate Effects in Waterflooding." Ph. D. diss, Imperial College London.
5. Igoshin D. E., Nikonova O. A., Mostovoy P. Y. 2013. "Modelirovanie poristoi sredy regulyarnymi upakovkami peresekayushchikhsya sfer" [Simulation of Porous Medium in the Form of Systematically Packed Intersecting Spheres]. *Tyumen State University Herald*, no 7, pp. 71-77.
6. Martins A. A., Laranjeira P. E., Braga C. H., Mata T. M. 2009. "Modeling of transport phenomena in porous media using network models." In: *Progress in Porous Media Research*, ch. 5, pp. 165-261.
7. Nowroozi H., Bozorgmehry Boozarjomehry R., Jamshidi S., Pishvaie M. R. 2009. "A New Approach for Constructing Pore Network Model of Two Phase Flow in Porous Media." *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering*, no 4, pp. 37-50.
8. Selyukov V. I., Kadet V. V. 1995. *Perkolyatsionnye modeli protsessov perenosa v mikroneodnorodnykh sredakh* [Percolation Models of Transport Processes in the Micro-Inhomogeneous Media]. Moscow: Nedra.
9. Tomin P. Y. 2011. "O ponyatii Representative elementary volume" [On the Concept of Representative Elementary Volume]. In: *Preprints of Keldysh Institute of Applied Mathematics*, no 13. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-13>
10. Zhizhimontov I. N., Stepanov S. V., Shabarov A. B. 2016. "Issledovanie elementarnogo predstavitel'nogo obyema v masshtabe porovogo prostranstva" [The Research of Representative Elementary Volume on the Pore Space Scale]. In: *Proceedings of the 9<sup>th</sup> seminar-school of young scientists "Teplofizika, teplotekhnika, gidrogazodinamika. Innovatsionnye tekhnologii"* under the supervision of honored RF science representative professor Shabarov A. B. (Tyumen, May 25-27, 2016). Tyumen: Tyumen State University.