# © И. К. ГИМАЛТДИНОВ, Л. Ф. СИТДИКОВА

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета iljas\_g@mail.ru, SitdikovaLF@yandex.ru

# УДК 534-18

# ДИНАМИКА ЗВУКОВЫХ ВОЛН ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ НА ГРАНИЦУ «ПОРИСТАЯ СРЕДА — ГАЗ»

# THE DYNAMICS OF THE SOUND WAVES AT OBLIQUE INCIDENCE ON THE BORDER «POROUS MEDIUM — GAS»

Рассматриваются процессы отражения и прохождения звуковой волны на границе «пористая среда — газ» при наклонном падении со стороны пористой среды. Изучена зависимость коэффициентов отражения и прохождения от частоты и угла падения. Показано, что существует критический угол падения, при котором происходит полное внутреннее отражение.

The processes of reflection and transmission of sound waves at the "porous medium — gas" at oblique incidence from the side of the porous medium are examined. The dependence of the reflection and transmission coefficients on the frequency and angle of incidence is studied. It is shown that there is a critical angle of incidence at which total internal reflection occurs.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Звуковая волна, пористая среда, коэффициенты отражения и прохождения, полное внутреннее отражение.

KEY WORDS. The sound wave, the porous medium, reflection and transmission coefficients, total internal reflection.

### Введение

Исследование динамики звуковых волн при прохождении через пористые перегородки, а также их воздействие на преграды, покрытые пористым слоем, представляет значительный научный и практический интерес в связи с широким распространением пористых материалов в природе, современной технике и промышленности. Также это связанно с задачами акустического зондирования пористых пластов.

В работе [1] исследованы волновые процессы во влажных, насыщенных парогазовой смесью пористых средах, с учетом межфазных сил взаимодействия, тепло- и массообмена между скелетом пористой среды, жидкостью и парогазовой смесью. Получены дисперсионные выражения для случаев насыщения пористой среды парогазовой смесью, паром или газом.

В [2] проведено исследование взаимодействия волнового импульса с пористым слоем. Исследованы особенности прохождения акустической волны в пористый слой и отражение от преграды. Также проведено сравнение расчетных данных с данными эксперимента в части прохождения импульса через погруженную в воду пористую пластину.

В [3] исследовано отражение и прохождение плоских волн, падающих под углом к границе раздела между двумя пористыми полупространствами, насыщенными различными жидкостями. Получена зависимость амплитудных коэффициентов прохождения и отражения от угла падения.

В работе [4] рассмотрены процессы прохождения волны типа «ступенька» через границу раздела «газ — пористая среда» и отражения от жесткой стенки, покрытой пористым материалом. Проанализировано влияние параметров пористой среды и волны на процесс отражения. Показано, что с увеличением толщины слоя до некоторого значения амплитуда колебаний полного напряжения на стенке растет; при дальнейшем увеличении толщины слоя амплитуда остается постоянной. В случае насыпной среды степень усиления может быть больше, чем для консолидированной среды. Степень усиления также зависит от толщины слоя, его структуры и размера зерен.

В [5] рассмотрено отражение и прохождение ступенчатой волны давления от пористого полупространства. Показано, что в случае отражения происходит увеличение давления в два раза с запозданием в зависимости от пористости, проницаемости и вязкости флюида.

В [6] исследовано отражение волн давления от твердых поверхностей, покрытых пористым слоем. Получено, что уменьшение пористости газонасыщенной пористой среды приводит к уменьшению полного напряжения на стенке и к сглаживанию фронта волны давления из-за уменьшения акустической жесткости. Также проведено сравнение с экспериментом и показано, что данная модель хорошо согласуется с данным экспериментом.

#### Основные уравнения

Пусть волновой импульс, распространяясь по пористой среде, насыщенной газом, воздействует на плоскую поверхность, которая является границей между пористой средой и окружающим газом. Причем газ, граничащий с пористой средой, и газ в порах — один и тот же. Будем полагать, что границы «открыты»: т. е. газ, содержащийся в порах, расположенных непосредственно на границе, соприкасается со «свободным» газом, окружающим пористую среду.

Запишем систему уравнений, описывающих движение в пористой среде в линеаризованном виде [7]:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \rho_{j0} \frac{\partial \upsilon_j}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2)

$$\rho_{g0} \frac{\partial \upsilon_{g}}{\partial t} = -\alpha_{g0} \frac{\partial p_{g}}{\partial x} - F, \quad F = F_{m} + F_{\mu} + F_{B},$$

$$\rho_{g0} \frac{\partial \upsilon_{g}}{\partial t} + \rho_{s0} \frac{\partial \upsilon_{s}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{s}^{*}}{\partial x} - \frac{\partial p_{g}}{\partial x},$$

$$\sigma_{s}^{*} = \alpha_{s0}(\sigma_{s} + p_{g})$$

$$F_{m} = \frac{1}{2} \eta_{m} \alpha_{g0} \alpha_{s0} \rho_{g}^{0} \left( \frac{\partial \upsilon_{g}}{\partial t} - \frac{\partial \upsilon_{s}}{\partial t} \right),$$

$$F_{\mu} = \frac{9}{2} \eta_{\mu} \alpha_{g0} \alpha_{s0} \mu_{g} \left( \upsilon_{g} - \upsilon_{s} \right) a_{0}^{-2},$$

$$F_{B} = 6 \eta_{B} \alpha_{g0} \alpha_{s0} a_{0}^{-1} \sqrt{\pi \rho_{g}^{0} \mu_{g}} \int_{-\infty}^{t} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \upsilon_{g} - \upsilon_{s} \right) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}.$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E_{s}} \frac{\partial \sigma_{s}}{\partial t} + \frac{\sigma_{s}}{\mu_{s}}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial \upsilon_{s}}{\partial x}, \quad p_{g} = \rho_{g0}^{0} BT_{g}^{0}$$

Здесь  $\rho_j$ ,  $\rho_j^0$ ,  $v_j$ ,  $\rho_j$ ,  $\alpha_j$  — средняя по объему и средняя по фазе плотность, скорость, давление, объемные содержания. Нижний индекс j = g, *s* соответствует параметрам газа (gas) и скелета пористой среды (skeleton).  $\rho_g$  — давление в газовой фазе;  $\alpha_s$  и  $\alpha_g$  — объемные содержания твердой и газовой фаз соответственно;  $F_m$  — сила присоединенных масс, вызванная инерционным взаимодействием фаз;  $F_{\mu}$  — аналог силы вязкого трения Стокса;  $F_B$  — аналог силы Бассэ, проявляющейся при высоких частотах из-за нестационарности вязкого пограничного слоя около границы с твердой фазой;  $\sigma_s^*$  — приведенное напряжение;  $\sigma_s$  — напряжение в скелете;  $\mu_o$  — динамическая вязкость газа.

Дополнительным нижним индексом (0) снабжены параметры, соответствующие невозмущенному состоянию, а без этого индекса параметры соответствуют малому возмущению от равновесного значения; верхний индекс (0) соответствует истинному значению параметра. Штрихами наверху снабжены микропараметры.

Для описания неоднородностей температуры произведем схематизацию структуры среды, используя ячеистую схему [2] рис. 1. При этом пористую среду, насыщенную газом, примем как систему сферических газовых пузырьков, окруженных материалом скелета. При описании процесса теплообмена в насыщенной пористой среде примем, что длина рассматриваемых волн намного больше размеров пор. В качестве характерных размеров среды примем средний радиус пор  $\alpha_0$  и среднюю полутолщину стенок пор  $b_0$ .

Таким образом, в каждой макроскопической точке, определяемой координатой *x*, вводим типичную ячейку, состоящую из газового пузырька и приходящегося на него скелета. Внутри ячейки имеется распределение микропараметров, а именно температуры  $T'_{j}(t, x, r)$  и плотности газа  $\rho'_{g}{}^{0}(t, x, r)$ , где r — микрокоордината, отсчитываемая от центра ячейки.



Рис. 1. Ячейка пористой среды

Для объемных содержаний *а*<sub>о</sub> справедливы следующие соотношения:

$$\alpha_{g0} = \alpha_{g0}^{3} / (\alpha_{0} + b_{0})^{3}, \, \alpha_{g0} + \alpha_{s0} = 1.$$

На основе системы уравнений теплопроводности получим распределения температур в ячейке пористой среды:

$$\rho_{g0}^{0}c_{g}\frac{\partial T'_{g}}{\partial t} = \lambda_{g}r^{-2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{2}\frac{\partial T'_{g}}{\partial r}\right) + \frac{\partial p_{g}}{\partial t}, \quad (0 < r \le a_{0}),$$

$$\rho_{s0}^{0}c_{s}\frac{\partial T'_{s}}{\partial t} = \lambda_{s}\frac{\partial^{2}T'_{s}}{\partial r^{2}}, \quad (a_{0} < r < a_{0} + b_{0}),$$
(2)

где  $\lambda_j$  и  $c_j$  — соответственно коэффициенты теплопроводности и удельной теплоемкости при постоянном давлении (j = g, s).

Граничные условия для данной системы (2) имеют вид:

$$T'_{g} = T'_{s}, \quad \lambda_{s} \frac{\partial T'_{s}}{\partial r} = \lambda_{g} \frac{\partial T'_{g}}{\partial r}; \qquad (r = a_{0}),$$

$$\frac{\partial T'_{g}}{\partial r} = 0, \quad (r = 0); \quad \frac{\partial T'_{s}}{\partial r} = 0 \qquad (r = a_{0} + b_{0}).$$
(3)

Решения уравнений (1-3) определяются в виде затухающих волн:

$$\rho_{j}^{0}, \upsilon_{j}, p_{j}, a_{j} \cong A_{j}(r) \exp\left[i\left(Kx - \omega t\right)\right],$$

$$T_{j}' = T_{j}(r) \exp\left[i\left(Kx - \omega t\right)\right], \quad K = k + i\delta, \quad j = g, s,$$
(4)

где  $A_j(r)$  — амплитудное значение;  $\omega$  — круговая частота; K — комплексное волновое число;  $\delta$  — коэффициент затухания.

Дисперсионное уравнение для волновых чисел К получено в [1].

$$K^{2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^{2} + \frac{c}{a}},$$
(5)

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2)

$$\begin{split} \frac{c}{a} &= -\omega^2 B_1 B_5, B_1 = \frac{\omega^2}{2\chi_{\mu} \alpha_{s0}}, B_2 = \left[ 1 + i \left( 1 - \alpha_{g0} \right) \chi_{\nu} \right] \alpha_{s0} \chi_{\mu} \left( 1 + \chi_T \right) C_g^{-2}, \quad \tilde{\rho}_2 = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{s0}^0}, \\ B_3 &= \left[ \alpha_{s0} + i (1 - \alpha_{g0}) \chi_{\nu} \tilde{\rho}_2 \right] C_s^{-2}, \quad C_g = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_{g0}^0}}, \\ C_s &= \sqrt{\frac{E_s}{\rho_{s0}^0}}, \chi_T = 3 \left( 1 - \gamma^{-1} \right) \Pi_g \left( y_g \right) \cdot \tilde{A}, \\ B_5 &= \left[ \alpha_{s0} + i \left( 1 - \alpha_{g0} \right) \chi_{\nu} \left( \alpha_{s0} + \alpha_{g0} \tilde{\rho}_2 \right) \right] \left( 1 + \chi_T \right) C_g^{-2} C_s^{-2}, \quad \chi_{\nu} = \frac{1}{\omega \tau^*}, \\ y_g &= \sqrt{-\frac{i\omega a_0^2}{\aleph_g}} \quad \Pi_g \left( y_g \right) = \left[ y_g \operatorname{cth} \left( y_g \right) - 1 \right] y_g^{-2}, \quad \aleph_g = \frac{\lambda_g}{\rho_{g0}^0 c_g}, \\ \tau^{*-1} &= \frac{1}{2} \left( -i\omega \eta_m + 9 \eta_\mu v_g a_0^{-2} + \frac{9}{2} \eta_B (1 - i) a_0^{-1} \sqrt{2 v_g \omega} \right), \quad \chi_{\mu} = \frac{1}{1 + \frac{iE_s}{\omega \mu_s}}. \end{split}$$

Из (5) следует выражение для волнового числа «быстрой» волны  $K_{f}^{2} = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^{2} + \frac{c}{a}}$  и «медленной» волны  $K_{sl}^{2} = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^{2} + \frac{c}{a}}$ , в дальней-

шем нижние индексы f u sl соответствуют параметрам «быстрой» и «медленной» волн (*fast* — быстрый, *slow* — медленный).

## Граничные условия

Пусть на границу раздела «пористая среда — газ» падает волна. Будем полагать, что, как и в случае обычных однофазных сред, отраженная от границы и преломленная волны представляют плоские гармонические волны [8]. Тогда в зоне пористой среды малые возмущения представляют сумму из двух гармонических волн, а в зоне газа — одну гармоническую волну. Возмущения, соответствующие падающей, отраженной и преломленной волнам, снабдим верхними значками (0), (r) и (t). Тогда условие неразрывности давления на границе раздела можно записать как

$$p_g^{(0)} + p_g^{(r)} = p_g^{(t)}$$
(6)

где  $P_g^{(l)}$  — возмущение давления в области газа. Запишем также условие непрерывности потока газа через границу:

$$\alpha_{g0} \left( \nu_g^{(0)} \cos \theta_{sl}^{(0)} + \nu_g^{(r)} \cos \theta_{sl}^{(r)} \right) = \nu_{eg}^{(t)} \cos \theta_{sl}^{(t)}.$$
(7)

где

Вестник Тюменского государственного университета

Здесь  $v^{(i)}_{eg}$  — возмущение скорости газа, окружающего пористую среду, из-за преломления на границе раздела «пористая среда — газ» «медленной» волны.  $\theta_n^{(0)}$ ,  $\theta_n^{(r)}$ ,  $\theta_n^{(r)}$ ,  $\theta_n^{(r)}$  — соответственно углы падения, отражения и преломления, где n = f, sl.

Условие равенства сил, действующих на единицу площади поверхности, т. е. равенство суммарных напряжений запишем в виде:

$$-\alpha_{s0} \left( \sigma_s^{(0)} + \sigma_s^{(r)} \right) + \alpha_{g0} \left( p_g^{(0)} + p_g^{(r)} \right) = p_e^{(t)}, \tag{8}$$

где  $p_e^{(0)}$  — суммарное возмущение давления в газе, окружающем пористую среду, из-за прохождения в область газа возмущений по скелету и по газу из пористой среды.

Ось x направим вертикально вниз в сторону газа, а ось y — так, чтобы волновой вектор был параллелен координатной плоскости *хоу*.

Так как «быстрая» волна при прохождении границы «пористая среда — газ» из-за большой разницы акустических импедансов отражается как от свободной поверхности (т. е. возмущение в область газа практически не проходит), будем рассматривать процесс прохождения и отражения только «медленной» волны.

Тогда для давлений и скоростей падающей, отраженной и преломленной волн вида (4) при наклонном падении можно записать:

$$\begin{split} p_{g}^{(0)} &= A_{pf}^{(0)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(0)}\left(n_{xf}^{(0)}x + n_{yf}^{(0)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{psl}^{(0)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(0)}\left(n_{xsl}^{(0)}x + n_{ysl}^{(0)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ p_{g}^{(r)} &= A_{pf}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(r)}\left(n_{xf}^{(r)}x + n_{yf}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{psl}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(r)}\left(n_{xsl}^{(r)}x + n_{ysl}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ p_{e}^{(r)} &= A_{pe}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{e}^{(r)}\left(n_{x}^{(r)}x + n_{y}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \psi_{e}^{(r)} &= A_{ve}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{e}^{(r)}\left(n_{x}^{(r)}x + n_{y}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \psi_{g}^{(0)} &= A_{vf}^{(0)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(0)}\left(n_{xf}^{(0)}x + n_{yf}^{(0)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{vsl}^{(0)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(0)}\left(n_{xsl}^{(0)}x + n_{ysl}^{(0)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \psi_{g}^{(r)} &= A_{vf}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(r)}\left(n_{xf}^{(r)}x + n_{yf}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{vsl}^{(o)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(r)}\left(n_{xsl}^{(r)}x + n_{ysl}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \psi_{g}^{(r)} &= A_{vf}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(r)}\left(n_{xf}^{(r)}x + n_{yf}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{vsl}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(r)}\left(n_{xsl}^{(r)}x + n_{ysl}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \psi_{g}^{(r)} &= A_{vf}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(r)}\left(n_{xf}^{(r)}x + n_{yf}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{vsl}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(r)}\left(n_{xsl}^{(r)}x + n_{ysl}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \mu_{g}^{(r)} &= A_{vf}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{f}^{(r)}\left(n_{xf}^{(r)}x + n_{yf}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right] + A_{vsl}^{(r)} \exp\left[i \cdot \left(K_{sl}^{(r)}\left(n_{xsl}^{(r)}x + n_{ysl}^{(r)}y\right) - \omega t\right)\right], \\ \mu_{g}^{(r)} &= \sin\theta_{sl}^{(r)}, n_{xf}^{(r)} &= \cos\theta_{sl}^{(0)}, n_{xsl}^{(r)} &= \cos\theta_{sl}^{(r)}, n_{xsl}^{(r)} &= \cos\theta_{sl}^{(r)}, \\ n_{ysl}^{(r)} &= \sin\theta_{sl}^{(r)}, n_{ysl}^{(r)} &= \sin\theta_{sl}^{(r)}, \\ n_{ysl}^{$$

 $A^{(0)}_{yn}, A^{(0)}_{pn'}, n = f, sl$  — соответственно амплитуды значения скорости и давления, верхние индексы f = 0, r, t соответствуют падающей, отраженной и преломленным волнам.

Для волнового числа  $K_e^{(t)}$  имеет место  $K_e^{(t)} = \omega/C_e$ , где  $C_e = C_g$ ; волновые числа  $K_f^{(0)} = K_f^{(r)} = K_p K_{sl}^{(0)} = K_{sl}^{(r)} = K_{sl}$ .

Амплитуда возмущений скоростей с амплитудами давления связаны следующим выражением:

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2)

$$A_{p}^{(1)} = \rho_{e}^{0} C_{e} A_{ve}^{(1)}, \qquad (10)$$
  
$$\omega \rho_{s0}^{0} + K_{sl} K_{f} E_{s} / \omega \chi_{\mu} \Big] \Big[ E_{s} K_{f} / \chi_{\mu} + \gamma p_{0} K_{sl} / (1 + \chi_{T}) - \omega^{2} \rho_{s0}^{0} / K_{q} \Big]^{-1} \gamma p_{0} / \rho_{g0}^{0} (1 + \chi_{T}) A_{vn}^{(0)},$$

$$A_{pn}^{(r)} = -\left[\omega\rho_{s0}^{0} - \omega\rho_{s0}^{0} + K_{sl}K_{f}E_{s}/\omega\chi_{\mu}\right]\left[E_{s}K_{f}/\chi_{\mu} + \gamma p_{0}K_{sl}/(1+\chi_{T}) - \omega^{2}\rho_{s0}^{0}/K_{f}\right]^{-1}\gamma p_{0}/\rho_{g0}^{0}(1+\chi_{T})A_{\nu n}^{(r)},$$

0 ----

*(1*)

Здесь  $p_{e}^{0} = p_{g}^{0}$  и  $C_{e} = C_{g}$  — плотность газа и скорость распространения волны в граничащем с пористой средой газе.

Условия (6-8) выполняются при произвольных значениях у, поэтому

$$K_{f}^{(0)}n_{yf}^{(0)} = K_{f}^{(r)}n_{yf}^{(r)} = K_{e}n_{y}^{(t)},$$

$$K_{f}^{(0)}n_{yf}^{(0)} = K_{f}^{(r)}n_{yf}^{(r)} = K_{e}n_{y}^{(t)},$$
(11)

Из (11) следует:

 $A_{pn}^{(0)} = \left[ \omega \rho_{s0}^0 - \right]$ 

$$\sin \theta_{f}^{(0)} = \sin \theta_{f}^{(r)}, \sin \theta_{f}^{(t)} = \frac{K_{f}C_{e}}{\omega} \sin \theta_{f}^{(0)},$$

$$\sin \theta_{sl}^{(0)} = \sin \theta_{sl}^{(r)}, \sin \theta_{sl}^{(t)} = \frac{K_{sl}C_{e}}{\omega} \sin \theta_{sl}^{(0)}.$$
(12)

Поскольку волновые числа  $K_{sp}$   $K_f$  — комплексные, то, как это следует из равенств (12), углы преломления имеют мнимую часть.

Найдем коэффициенты отражения  $N_{(sl)}$  и прохождения  $M_{(sl)}$  волн, определяемые соответственно как отношения амплитуд давления отраженной волны к падающей волне и прошедшей волны к падающей волне. Исходя из граничных условий (6-8) с учетом (9-12), после соответствующих выкладок и преобразований, для границы «пористая среда — газ» получим следующие коэффициенты отражения и прохождения:

$$N_{(sl)} = \frac{D_{(sl)} - 1}{D_{(sl)} + 1}, \quad M_{(l)} = \frac{2D_{(sl)}}{D_{(sl)} + 1},$$
  
rge  $D_{(sl)} = \frac{\rho_{e0}^0 C_e}{\rho_{g0}^0 \omega} \left[ K_s + \frac{i\alpha_{g0}\chi_V \omega^2 (1 + \chi_T)}{K_f C_g^{-2}} \right] \left[ 1 + i\alpha_{s0}\chi_V + \frac{i\alpha_{g0}\chi_V K_{sl}}{K_f} \right]^{-1} \frac{\cos\theta_{sl}^{(0)}}{\cos\theta_{sl}^{(1)}}.$ 

### Результаты расчетов

Положим, что граничащий с пористой средой газ является воздухом. В качестве пористого материала взята резина, насыщенная воздухом (губка). Для численного расчета параметры фаз взяты при температуре среды 300 К. Для воздуха:  $\gamma = 1.4$ ,  $\rho_{g0}^0 = 1.17$  кг/м3,  $c_g = 1006 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K})$ ,  $\lambda_g = 0.027 \text{ Дж/(м} \cdot \text{c} \cdot \text{K})$ ,  $\mu_g = 1.86 \cdot 10^{-5} \text{Па} \cdot \text{c}$ . Для резины:  $\mu_s = 10^8 \text{Па} \cdot \text{c}$ ,  $\lambda_s = 0.15 \text{Дж/(м} \cdot \text{c} \cdot \text{K})$ ,  $c_s = 1571 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K})$ ,  $\rho_{s0}^0 = 920 \text{ кг/M}^3$ ,  $E_s = 10^8 \text{Па}$ .

Вестник Тюменского государственного университета

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости «медленной» (сплошные линии) и «быстрой» (штриховые линии) волн от частоты. Из рис. 2 видно, что скорость «быстрой» волны больше, чем скорость «медленной» волны. Причем скорость «быстрой» волны постоянна для частот  $\omega \ge 10c^{-1}$  и достигает значения  $C_s = \sqrt{E_s / \rho_{s0}^0}$ . Скорость «медленной» волны возрастает с увеличением частоты. Для частот  $\omega \ge 105c^{-1}$  также достигается значение  $C_g = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_{g0}^0}$ . Коэффициент затухания «медленной» волны больше, чем коэффициент затухания «быстрой» волны на всем диапазоне частот.



Рис. 2. Зависимость фазовой скорости  $C_p$  и коэффициента затухания  $\delta$  «медленной» (сплошные линии) и «быстрой» (с штриховые линии) волн от частоты  $\omega$ . Параметры системы:  $\alpha_p = 0.8$ ,  $\alpha_s = 0.2$ ,  $\alpha_0 = 10^{-3}$ м.

В [3] показано, что из-за большого различия акустических сопротивлений амплитуда возмущения в граничащей с пористой средой газе из-за преломления «быстрой» волны на границе «пористая среда — газ» ничтожно мала, «быстрая» волна не проходит в область газа при прохождении границы «пористая среда — газ». Так как для некоторого диапазона частот скорость «медленной» волны меньше, чем скорость звука в окружающем пористую среду газе, то при наклонном падении «медленной» волны на границу «пористая среда — газ» может произойти полное внутреннее отражение [9].

Зависимости реальной и мнимой части косинуса угла преломления для «медленной» волны от угла падения представлены на рис. 3. Наличие мнимой части угла преломления связано с тем, что падающая волна в пористой среде является затухающей. При этом действительная часть угла имеет обычный геометрический смысл. Видно, что при угле падения  $\theta_{sl}^{(0)} = 63^{\circ}$  при  $\omega = 10^{3}c^{-1}$ и  $\theta_{sl}^{(0)} \ge 34^{\circ}$  при  $\omega = 10c^{-1}$  угол преломления  $\theta_{sl}^{(i)} \ge 90^{\circ}$ . При этом для косинуса угла преломления превалирует его мнимая часть. Для этих углов преломления  $(\theta_{sl}^{(i)} \ge 90^{\circ})$  в воздухе волна хотя и остается затухающей бегущей волной, но для нее характерное расстояние затухания амплитуды волны будет значительно ниже, чем длина волны. То есть будет справедливо монотонное экспоненциальное снижение амплитуды волны в направлении, перпендикулярном к поверхности раздела. И тем самым фактически будет реализовано полное внутреннее отражение [9].

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2)

Таким образом, когда «медленная» волна падает на границу «пористая среда — газ» при углах, превышающих некоторое критическое значение, зависящее от частоты звука, реализуется условие полного отражения.



*Рис. 3.* Влияние угла падения на действительную и мнимую части косинуса угла преломления для «медленной» (сплошные линии) волны для границы раздела «пористая среда — газ». Линия 1 — ω = 10с<sup>-1</sup>, линия 2 — ω = 10<sup>3</sup> с<sup>-1</sup>. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

На рис. 4 представлены зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения и прохождения на границе раздела «пористая среда — газ» от частоты для «медленной» волны. Линия 1 соответствует нормальному падению, а линия 2 — падению под углом 30° к границе раздела «пористая среда — газ».



Рис. 4. Модуль и аргумент коэффициентов отражения и прохождения (сплошная линия — модуль, пунктирная линия — аргумент) на границе «пористая среда — газ» для «медленной» волны. Линия 1 соответствует нормальному падению, линия 2 — под углом 30°.Остальные параметры такие же, как на рис. 2

Из рис. 4 видно, что модуль коэффициента прохождения в случае косого падения меньше, чем в случае нормального падения. То есть для наклонного падения «медленной» волны пористая среда становится еще более акустически мягкой. Это означает, что в данном случае «медленная» волна проходит через границу «пористая среда — газ» меньше, чем при нормальном падении.

Вестник Тюменского государственного университета

Отметим, что в случае падения волны на границу «пористая среда — газ» под углом  $\theta_{sl}^{(l)} \ge 30^{\circ}$  в диапазоне частот  $0 \le \omega \le 10c^{-1}$  модули коэффициентов отражения и прохождения равны 1 и 0 соответственно, т. е. для этого диапазона частот реализуется полное внутреннее отражение.

На рис. 5 представлены зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения и прохождения на границе раздела «пористая среда — газ» от угла падения для «медленной» волны.



*Puc. 5.* Модуль и аргумент коэффициентов отражения и прохождения (сплошная линия — модуль, пунктирная линия — аргумент) на границе «пористая среда — газ» для «медленной» волны. Линия 1 — ω = 10 с<sup>-1</sup>, линия 2 — ω = 10<sup>3</sup> с<sup>-1</sup>. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

Из рис. 5 видно, что модуль отражения растет с увеличением угла падения до некоторого критического угла, а затем становится равным 1, при этом модуль прохождения становится равным 0, т. е. наступает полное отражение от границы раздела «пористая среда — газ».

Поэтому можно утверждать, что пористый слой обладает некоторыми волноводными свойствами, может быть, несколько слабыми с точки зрения обычных волноводов. Интересно расширить рассмотренную задачу на случай пористой среды, содержащей водонефтяную эмульсию [10].

#### Заключение

Решена задача о наклонном падении «медленной» волны на границу раздела «пористая среда — газ». Показано, что при падении «медленной» волны со стороны пористой среды для некоторого диапазона частот при углах падения, превышающих некоторое критическое значение, реализуется полное внутреннее отражение. Это связано с тем, что скорость «медленной» волны для некоторого диапазона частот меньше, чем скорость звуковых волн в окружающем пористую среду газе. Установлено, что пористый слой обладает свойствами звукового канала.

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гималтдинов И. К., Дмитриев В. Л., Ситдикова Л. Ф. Динамика звуковых волн в насыщенных парогазовой смесью пористых средах // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52. С. 572-580.

2. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю., Дудко Д. Н. Взаимодействие акустических волн с пористым слоем // Теплофизика и аэродинамика. 2009. Т. 16. № 3. С. 455-470.

3. Кумар Р., Кумар С., Миглэни А. Исследование отражения и прохождения плоских волн между двумя различными жидкостями, насыщающими пористые полупространства // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 5. С. 115-126.

4. Губайдуллин А. А., Дудко Д. Н., Урманчеев С. Ф. Моделирование взаимодействия воздушной ударной волны с пористым экраном // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36. № 4. С. 87-96.

5. Шагапов В. Ш., Султанов А. Ш., Урманчеев С. Ф. К решению задачи об отражении линейных волн в флюиде от насыщенного этим флюидом пористого полупространства // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47. № 5. С. 16-26.

6. Лукин С. В., Губайдуллин А. А., Урманчеев С. Ф. Закономерности отражения волн давления от твердых поверхностей, покрытых пористым слоем // Нефтегазовое дело. 2006. Т. 4. № 1. С. 35-40.

7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.

8. Шагапов В. Ш., Хусаинов И. Г., Дмитриев В. Л. Распространение линейных волн в насыщенных газом пористых средах с учетом межфазного теплообмена // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т. 45. № 4. С. 114-120.

9. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 448 с.

10. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю., Дудко Д. Н. Распространение и затухание возмущений в цилиндрической полости, окруженной пористой средой, содержащей водонефтяную эмульсию // Вестник Тюменского государственого университета. Физикоматематическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Т. 1. № 1(1). 2015 С. 77-83.

## REFERENCES

1. Gimaltdinov, I. K., Dmitriev, V. L., Sitdikova, L. F. Dynamics of acoustic waves in porous media saturated with gas-vapor mixture // High Temperature. 2014. Vol. 52. № 4. Pp. 545-553.

2. Gubaidullin, A. A., Boldyreva, O. J., Dudko, D. N. Interaction of acoustic waves within porous layer // Thermophysics and aerodynamics. 2009. Vol. 16. № 3. Pp. 429-443.

3. Kumar R., Kumar S., Migleni Asim. Reflection and transmission of plane waves between two different fluid-saturated porous half-space // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2011. Vol. 5. Pp. 115-126.

4. Gubaidullin, A. A., Dudko, D. N., Urmancheev, S. F. Modeling of the interaction between an air shock wave and a porous screen // Combustion, explosion, and shock waves. 2000. Vol. 36. № 4. Pp. 496-505.

5. Shagapov, V. S., Sultanov, A. S., Urmancheev, S. F. On solving the problem of reflection of linear waves in the fluid from a porous half-space saturated by this fluid // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2006. Vol. 47. № 5. Pp. 628-636.

6. Lukin, S. V., Gubaidullin, A. A., Urmancheev, S. F. Regularities of pressure wave reflection from solid surfaces covered with porous layer // Oil and gas business. 2006. Vol. 4. N 1. Pp. 35-40.

7. Nigmatulin, R. I. The dynamics of multiphase media . Vol. 1 M.: Nauka, 1987. 464 p.

8. Shagapov, V. S., Husainov, I. G., Dmitriev, V. L. Propagation of linear waves in gassaturated porous media with allowance for interphase heat transfer // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2004. Vol. 45. № 4. Pp. 552-557.

9. Lependin, L. F. Acoustics. M.: Higher School, 1978. 448 p.

10. Gubaidullin, A. A., Boldyreva, O. Yu., Dudko, D. N. Propagation and attenuation of perturbabations along the cylindrical bore in a porous medium saturated with water-oil emulsion // Bullettin of the Tyumen State University. Physical and mathematical modeling. Oil, Gas, Energy.  $N_{2}$  1(1). T. 1. 2015. Pp. 77-83.

#### Авторы публикации

**Гималтдинов Ильяс Кадирович** — профессор, заведующий кафедрой прикладной информатики и программирования Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета, доктор физико-математических наук

Ситдикова Лилия Фидарисовна — ассистент кафедры прикладной информатики и программирования Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета

#### Authors of the publication

**Ilyas K. Gimaltdinov** — Doctor of Physics and Mathematics, professor, head of the Department of Applied Informatics and programming, Sterlitamaksky branch of the Bashkir State University

**Liliya F. Sitdikova** — an assistant professor, Department of Applied Informatics and programming, Sterlitamaksky branch of the Bashkir State University

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2)