На правах рукописи

Геворгян Гарник Гургенович

ВЕКТОРНОЕ ЭНТРОПИЙНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ МОНИТОРИНГА МНОГОМЕРНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Тюмень – 2018

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика» ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Научный руководитель:	Тырсин Александр Николаевич, доктор технических наук, доцент
Официальные оппоненты:	Краковский Юрий Мечеславович, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения, профессор кафедры «Информационные системы и защита информации»
	Панюков Анатолий Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)», профессор кафедры «Математическое и компьютерное моделирование»
Ведущая организация:	ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

Защита состоится «28» марта 2019 г. в 16:00 часов на заседании диссертационного совета **Д.212.274.14** при ФГАОУ ВО "Тюменский государственный университет" по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, ауд. 410.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ «Тюменский государственный университет» и на сайте https://diss.utmn.ru/sovet/diss-sovet-212-274-14/zashchita/633138/

Автореферат разослан «____» января 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент А.А. Оленников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Энтропия является фундаментальным свойством стохастических систем. Но несмотря на то, что этот термин очень часто используется в современной науке, в задачах моделирования открытых систем использование энтропии недостаточно формализовано. Существующие методы в основном носят качественный и частный характер, отсутствуют достаточно простые и адекватные математические модели, которые связывают энтропию с фактическими характеристиками состояний многомерных стохастических систем. Остается открытым вопрос интерпретации энтропии. В математическом моделировании является актуальной разработка единого подхода к энтропийному моделированию многомерных стохастических систем, мониторингу и управлению ими, которые бы учитывали энтропийный дуализм и возможность присутствия дискретных случайных компонент, и стохастическую неоднородность экспериментальных данных, а также его алгоритмическая и программная реализация.

Степень разработанности темы. Значительный вклад в создание и развитие теории энтропии внесли Р. Клаузиус (R.J.E. Clausius), Л. Больцман (L.E. Boltzmann), Дж. Гиббс (J.W. Gibbs), Р. Хартли (R.V.L. Hartley), К. Шеннон (C.E. Shannon), А.Н. Колмогоров, А. Реньи (A. Renyi), Дж. фон Нейман (J. von Neumann), С. Кульбак (S. Kullback), А.Я. Хинчин, К. Тсаллис (C. Tsallis), Дж. Ингленд (G.W. England), Н. Мартин (N.F.G. Martin) и другие ученые.

Многие реальные системы можно классифицировать как сложные многомерные стохастические системы. Особенностью таких систем является наличие множества элементов, которые сложным образом связаны между собой. Эти системы являются открытыми, т.е. могут обмениваться веществом, энергией и информацией с окружающей средой. Влияние энтропии на эволюцию открытых систем исследовалось в работах И. Стенгерса (I. Stengers), Г. Николиса (G. Nicolis), И.Р. Пригожина (I.R. Prigogine), Ю.Л. Климонтовича. В их публикациях отмечается, что изменение открытых систем, либо ведет к деградации, либо это процесс самоорганизации, в результате которого появляются более сложные структуры. И.Р. Пригожин[1] в 1955 г. сформулировал расширенный вариант второго начала термодинамики, согласно которому полное изменение энтропии открытой системы нужно представлять в виде двух частей: причиной первой из них служат внутренние процессы, которые необратимы и непременно сопровождаются переходом части энергии упорядоченных процессов в энергию неупорядоченных процессов, в конечном счете – в теплоту; вторая часть обусловлена обменом энергией и веществом между системой и окружающей средой.

В настоящее время энтропия часто используется для моделирования сложных систем различной природы (в экономике, технике, обществе, биологии, механике, экологии, физике, лингвистике и др.). Можно выделить ряд авторов, использовавших энтропию для построения математических моделей сложных систем: Г.Н. Алексеев, О.Г. Берестнева, А.В. Волков, И.Н. Еремина и А.Г. Саноян, Д.Г. Егоров, О.Л. Королев, М.Ю. Куссый и А.В. Сигал, В.Л. Лазарев, А.П. Левич, Е.В. Луценко, Г.Г. Малинецкий, А.Б Потапов и А.В. Подлазов, А.И. Пилипенко, Ю.С. Попков,

[1] Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов: Пер с англ. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2001. 160 с.

А.К. Приц, Е.А. Седов, С.М. Скоробогатов, А.М. Хазен, В.И. Хрусталев, О.В. Цветков, О.В. Чумак, Э.Т. Джейнс (E.T. Jaynes), Д. Лурье (D. Lurie) и Дж. Вагенсберг (J. Wagensberg), Б. Мандельброт (B.B. Mandelbrot), Ф. Нельсон (F. Nelson), У. Слейбо (W.H. Slabaugh) и Т. Персонс (Th.D. Parsons), М. Трибус (M. Tribus), Г. Хакен (H. Haken), П. Эткинс (P.W. Atkins) и др. Общим в этих работах является использование информационной энтропии, предложенной К. Шенноном[2] в 1948 г.

Анализ этих и других публикаций показал, что использование информационной энтропии для моделирования многомерных открытых стохастических систем сталкивается с несколькими затруднениями.

Во-первых, требуется оценивать вероятности элементарных состояний системы для расчета информационной энтропии. Поэтому, для обеспечения достаточной точности вычисления энтропии, требуются большие выборки.

Во-вторых, часто возникают трудности, как с однозначным выделением у сложной системы фиксированного конечного множества состояний, так и с тем, что некоторые состояния заранее могут быть вообще не известны.

В-третьих, затруднено моделирование взаимосвязей между элементами многомерных систем. А отсутствие возможности адекватного моделирования взаимосвязей приводит к проблеме выбора энтропийного критерия эффективности функционирования открытых систем. Ведь энтропия у них может, как возрастать, так и уменьшаться. Обычно критерий эффективности задается исходя из иных общих предпосылок, не учитывающих фактическое состояние системы.

В-четвертых, информационная энтропия не учитывает изменения дисперсии исследуемого процесса.

Результатом этого является то, что существующие адекватные энтропийные модели реальных систем получены лишь при решении частных задач. Данная проблема потенциально может быть устранена за счет использования дифференциальной энтропии, предложенной К. Шенноном в той же работе[2]. Длительное время применение дифференциальной энтропии ограничивалось только случаем многомерного нормального распределения[3,4], что ограничивало практическое использование дифференциальной энтропии. А.Н. Тырсиным была получена формула[5], позволяющая избавиться при вычислении дифференциальной энтропии необходимости знания или определения плотности вероятности многомерной случайной величины. А также, для дифференциальной энтропии был формализован сформулированный ранее И.Р. Пригожиным дуализм изменения энтропии в термодинамике: энтропия представлена как сумма энтропий хаотичности и самоорганизации. Однако остается нерешенным вопрос интерпретации энтропии в зависимости от области приложений[6]. Многие авторы отмечают, что задачу повышения эффективно-

---

[2] Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication // The Bell System Technical Journal. 1948. V. 27. № 3. P. 379-423, № 4. P. 623–656.

[3] Стратонович Р.Л. Теория информации. М.: Советское радио. 1975. 424 с.

[4] Cover T.M., Thomas J.A. Elements of information theory. Wiley & Sons, Inc. 1991.

[5] Тырсин А.Н. Энтропийное моделирование многомерных стохастических систем. Воронеж: Научная книга. 2016. 156 с.

[6] Левич А.П. Энтропия как мера структурированности сложных систем // Труды семинара «Время, хаос и математические проблемы». М.: Институт математических исследований сложных систем МГУ им. М.В.Ломоносова. 2000. Вып. 2. С. 163-176.

сти функционирования систем можно представлять в виде увеличения или уменьшения ее энтропии. Но оценка состояния системы и управление на основании энтропии как скалярной величины оказывается во многих случаях не реализуемым из-за разнонаправленного изменения энтропий хаотичности и самоорганизации.

Следует также отметить, что дифференциальная энтропия (далее, энтропия) требует, чтобы все компоненты стохастических систем являлись непрерывными случайными величинами, что приводит к ограничению ее применения при моделировании. Кроме того, в настоящее время недостаточно учитывается стохастическая неоднородность экспериментальных данных, что также ограничивает практическое использование энтропийной модели в задачах мониторинга систем и других приложениях, в которых возникает данная проблема.

Цели и задачи исследования. Целью работы является разработка и исследование векторного подхода для энтропийного моделирования многомерных стохастических систем различной природы в задачах мониторинга, а также создание на его основе комплекса алгоритмов и программ для практической реализации.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих задач:

1. Предложить и исследовать векторный подход для энтропийного моделирования многомерных стохастических систем в задачах мониторинга.
2. Обобщить энтропийную модель многомерной стохастической системы на случай дискретных компонент.
3. Разработать на основе векторного подхода методы энтропийного управления применительно к гауссовским стохастическим системам.
4. Повысить достоверность векторного энтропийного моделирования многомерных стохастических систем в условиях стохастической неоднородности данных.
5. Разработать комплекс проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов с целью исследования эффективности предложенных алгоритмов векторного энтропийного мониторинга и управления многомерными стохастическими системами.
6. На основе предложенных теоретических положений и инструментальных средств разработать и апробировать на примерах из разных областей эффективные алгоритмы для мониторинга, диагностики и управления многомерными стохастическими системами.

Научная новизна.

В области математического моделирования:

1. Предложен новый подход к энтропийному моделированию многомерных стохастических систем, основанный на векторном представлении энтропии случайного вектора. Он позволяет в энтропийных моделях мониторинга и управления учитывать независимо энтропии хаотичности и самоорганизации системы.
2. В рамках предложенного векторного подхода сформулированы задачи энтропийного мониторинга и управления многомерными стохастическими системами.
3. Предложены методика включения в состав многомерных стохастических систем дискретных компонент, что расширило возможности использования дифференциальной энтропии, и учет стохастической неоднородности экспериментальных данных, что позволило строить векторные энтропийные модели многомерных стохастических систем различной природы.

4. Разработаны методики оценки влияния компонент и их взаимосвязей в моделях мониторинга многомерных стохастических систем.

В области численных методов:

1. На основе сформулированной гипотезы векторного энтропийного моделирования разработаны и исследованы алгоритмы для мониторинга многомерных стохастических систем.

2. Разработан и исследован численный метод векторного энтропийного управления гауссовскими стохастическими системами в виде оптимизационной задачи, включающий различные варианты реализации на основе алгоритмов нулевого, первого и второго порядка.

3. Исследована устойчивость моделирования векторной энтропии к наличию в экспериментальных данных аномальных значений в виде выбросов, что позволило использовать предложенный подход в условиях стохастической неоднородности данных.

В области комплексов программ:

1. Разработан комплекс проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов с целью исследования эффективности предложенных алгоритмов векторного энтропийного мониторинга и управления многомерными стохастическими системами.

2. С помощью разработанного программного комплекса решено несколько задач мониторинга и управления стохастических систем и управления в медицине, промышленной безопасности и экономике.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в повышении адекватности методов энтропийного моделирования и управления многомерными стохастическими системами за счет учета дуализма энтропии, а также расширении его возможностей благодаря включению в состав систем дискретных компонент и учету стохастической неоднородности экспериментальных данных. Также в работе предложена новая методика оценки влияния компонент и их взаимосвязей, которая позволит повысить достоверность энтропийного моделирования. Полученные результаты развивают теорию энтропийного моделирования многомерных стохастических систем. Разработанные алгоритмы реализуют векторную энтропийную модель, что позволяет повысить достоверность и адекватность энтропийного моделирования в задачах мониторинга и управления.

Практическая значимость работы состоит в том, что предложенные алгоритмы численной реализации векторного энтропийного моделирования ориентированы на практическое использование разработчиками программного обеспечения в составе систем поддержки принятия решений, связанных с вопросами мониторинга и развития сложных систем. К таким системам можно отнести территории и города, системы критичных инфраструктур, популяционное и индивидуальное здоровье, промышленные предприятия и т.д. Разработанный программный комплекс является универсальным и может быть реализован для систем различных предметных областей. Функциональные модули программного комплекса могут быть использованы автономно. Положения и выводы диссертационной работы, а также разработанный комплекс программ, использованы:

- в Научно-инженерном центре «Надежность и ресурс больших систем и машин» УрО РАН для разработки и программной реализации векторной динамической модели, описывающей развитие энтропии в системах критичных инфраструктур;
- в Институте химической физики имени А.Б. Налбандяна НАН Республики Армения для моделирования и исследования сложных стохастических систем в задачах экологии окружающей среды;
- в Южно-Уральском государственном медицинском университете в учебном процессе в курсах «Клиническая фармакология» и «Профилактика неинфекционных заболеваний и формирование здорового образа жизни» для системно-энтропийного анализа эффективности и безопасности лекарственных средств, системно-энтропийного анализа популяционного здоровья по основным факторам риска сердечно-сосудистых и других хронических неинфекционных заболеваний.

Использование результатов диссертационной работы подтверждено справками.

Методология и методы диссертационного исследования.

Объектом исследования являются многомерные стохастические системы.

Предметом исследования является векторный подход к энтропийному моделированию многомерных стохастических систем, а также его алгоритмическая и программная реализация.

Для решения поставленных задач в работе используются методы математического моделирования, оптимизации, математической статистики, системного анализа, статистических испытаний Монте-Карло. Задача векторного энтропийного управления, которая является задачей нелинейной оптимизации с ограничениями, решается с помощью метода штрафных функций. Для решения задачи без ограничений были использованы численные методы разного порядка. Из методов нулевого порядка был выбран метод Нелдера-Мида (метод деформируемого многогранника), из методов первого порядка — метод сопряженных градиентов, из методов второго порядка – метод Ньютона. Для программной реализации предложенных методов и алгоритмов были применены современные средства и подходы программирования. Программный комплекс разработан в среде RStudio с использованием языка программирования R.

Степень достоверности результатов. Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечены математической строгостью постановок задач исследований, корректным применением методов математического моделирования, согласованностью результатов вычислительных экспериментов на модельных примерах с решением ряда практических задач, а также объемом апробации и представления работы на научных конференциях и семинарах. Адекватность математической модели и работоспособность алгоритмов и программ подтверждалась примерами их использования. Полученные результаты и выводы согласуются с результатами других авторов. Все выносимые на защиту результаты опубликованы.

Апробация работы. Теоретические и практические результаты исследований докладывались на следующих конференциях: VII Всероссийская научно-техническая конференция «Безопасность критичных инфраструктур и территорий» (Екатеринбург, 2016), 39-я международная научная школа-семинар «Системное моделирование социально-экономических процессов» имени академика С.С. Шаталина

(Санкт-Петербург, 2016), Вторая научно-техническая конференция молодых ученых Уральского энергетического института (Екатеринбург, 2017), VI Международная научная конференция «Информационные технологии и системы» (Банное, Республика Башкортостан, 2017), II International Conference on Sustainable Cities (Екатеринбург, 2017), VIII International Conference on Physics and Control (PhysCon 2017) (Флоренция, Италия, 2017), XI Международная школа-симпозиум «Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем» (Симферополь-Судак, 2017), 40-я международная научная школа-семинар «Системное моделирование социально-экономических процессов» имени академика С.С. Шаталина (Воронеж, 2017), 12-я международная конференция «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур» (Алтайский край, пос. Катунь, 2018), III Всероссийская конференция с международным участием «Здоровье и качество жизни» (Иркутск-Байкальск, 2018), Международная научная конференция «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация» (DSSCO’18) к 100-летию со дня рождения Е.А. Барбашина (Минск, Беларусь, 2018). Также результаты работы обсуждались на научном семинаре Научно-инженерного центра «Надежность и ресурс больших систем и машин» Уральского отделения РАН (Екатеринбург, 2018), научном семинаре Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина (УрФУ) «Модели и методы оптимизации, оценивания данных и управления в технических и экономических системах» под руководством профессора А.Ф. Шорикова (Екатеринбург, 2018) и семинарах кафедры прикладной математики УрФУ (Екатеринбург, 2016–2018).

Работа выполнялась в соответствии с планами научно-исследовательских работ по гранту РФФИ № 17-01-00315а «Разработка моделей, методов мониторинга состояния и оптимизации управления многомерными региональными социально-экономическими системами на основе энтропийного и минимаксного подходов», а также при проведении госбюджетных научно-исследовательских работ по направлению «Разработка и исследование энтропийных и вероятностных робастных диагностических моделей систем критичных инфраструктур на основе оценивания регрессионных моделей при ошибках в независимых переменных» (рег. № 01201361084) в НИЦ «НиР БСМ» УрО РАН.

Комплекс из трех программ, реализующий модели и методы векторного мониторинга и управления многомерными стохастическими системами, зарегистрирован в Федеральной службе по интеллектуальной собственности.

Публикации. Содержание работы отражено в 22 работах [1 – 22], в том числе в шести статьях в рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ [1 – 6], из которых одна статья включена в наукометрические базы Web of Science и Scopus [1], две статьи включены в наукометрические базы MathSciNet и Zentralblatt MATH [2, 3], и в трех программах, зарегистрированных в Федеральной службе по интеллектуальной собственности [7 – 9].

Личное участие автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Из выполненных в соавторстве работ в диссертацию вошли только результаты, полученные ее автором. Все результаты диссертационной работы, в числе: разработка, исследование и обоснование векторной энтропийной модели многомерной стохастической системы и методов ее исследования; разработка задач энтропийного мониторинга и управления, их алгоритмическая реализация и исследование эффективности; разработка и исследование методик включения в энтропийную модель дискретных случайных компонент и оценки влияния элементов систем и их взаимосвязей в моделях мониторинга и управления; проведение вычислительных экспериментов, численных расчетов и моделирования; решение практических задач получены лично автором диссертации. Научным руководителем предложены постановки задач.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы и приложений. Полный ее объем составляет 153 страницы, включая 36 рисунков, 18 таблиц, список литературы из 160 наименований, 6 приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** дана постановка задачи диссертации, определены цель и задачи работы, обосновывается актуальность, теоретическая и практическая значимость исследования, приводятся методы исследования и новизна полученных результатов, дана характеристика степени разработанности проблемы и степени достоверности результатов, представлена апробация результатов.

Первая глава состоит из четырех параграфов и содержит исследование современного состояния в области энтропийного моделирования сложных систем.

Использование энтропии для описания поведения сложных систем в различных областях достаточно распространено. Общим в этих работах является использование информационной энтропии[2]

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{M} p_i \ln p_i,$$

где $p_1, p_2 \dots p_M$ – вероятности того, что система S принимает конечное число соответствующих значений. Использование информационной энтропии для моделирования многомерных открытых стохастических систем сталкивается несколькими серьезными затруднениями, которые были перечислены выше.

Дифференциальная энтропия многомерной непрерывной случайной величины $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$, введенная К. Шенноном в 1948 году[2], и определяется как

$$H(\mathbf{Y}) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\mathbf{Y}}(x_1, \dots, x_m) \ln p_{\mathbf{Y}}(x_1, \dots, x_m) dx_1 \dots dx_m \ ,$$

где $p_{\mathbf{Y}}(x_1, \dots, x_m)$ – совместная плотность распределения случайных величин $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$.

С перечисленными затруднениями информационной энтропии справляется дифференциальная энтропия, но, с другой стороны, проблемой дифференциальной энтропии является невозможность ее использования для дискретных случайных величин. И для этого необходимо доопределить дискретные случайные величины до непрерывных. Это неоднозначная процедура, но кажется, что в ряде случаев мы можем от дискретной случайной величины перейти к непрерывной случайной величине. Известно[5], что если все компоненты Y_i имеют дисперсии $\sigma^2_{Y_i}$, то дифференциальная энтропия $H(\mathbf{Y})$ случайного вектора $\mathbf{Y}$ равна

$$H(\mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{m} \ln \sigma_{Y_i} + \sum_{i=1}^{m} \kappa_i + \frac{1}{2} \sum_{k=2}^{m} \ln\left(1 - R^2_{Y_k/Y_1Y_2\ldots Y_{k-1}}\right), \qquad (1)$$

где $\kappa_i = H(Y_i/\sigma_{Y_i})$ – энтропийный показатель типа закона распределения случайной величины Y_i, $R^2_{Y_k/Y_1Y_2\ldots Y_{k-1}}$ – индексы детерминации регрессионных зависимостей, $k = 2, 3, \ldots, m$.

Первые два слагаемых $H(\mathbf{Y})_V = \sum_{i=1}^{m} H(Y_i) = \sum_{i=1}^{m} \ln \sigma_{Y_i} + \sum_{i=1}^{m} \kappa_i$ представляют собой энтропию случайного вектора с взаимно независимыми компонентами и названы энтропией хаотичности, а третье $H(\mathbf{Y})_R = \sum_{k=2}^{m} \ln(1 - R^2_{Y_k/Y_1Y_2\ldots Y_{k-1}})$ – энтропией самоорганизации. Если случайный вектор **Y** является гауссовским, то имеем частный случай, для которого $H(\mathbf{Y})_V = \sum_{i=1}^{m} H(Y_i) = \sum_{i=1}^{m} \ln \sigma_{Y_i} + m \ln \sqrt{2\pi e}$, $H(\mathbf{Y})_R = \frac{1}{2} \ln|\mathbf{R}|$, **R** – корреляционная матрица случайного вектора **Y**.

Несмотря на то, что энтропийная модель (1) многомерных систем устраняет ряд проблем, у этой модели есть определенные недостатки.

- Не была предложена гипотеза для мониторинга системы на основе векторного представления энтропии. Не были сформулированы критерии эффективности, отвечающие на вопрос «что хорошо и что плохо?».
- При оценивании влияния конкретных компонент на энтропию самоорганизации была получена не точная оценка, а оценка сверху.
- Невозможность включения в энтропийную модель дискретных случайных величин, необходимо доопределить дискретные случайные величины до непрерывных.
- Были введены энтропии хаотичности и самоорганизации, но энтропийное управление и мониторинг реализовывались на скалярной основе.
- Не был исследован вопрос устойчивости оценивания энтропийных показателей к стохастической неоднородности данных.

К основным задачам, решаемым в мониторинге систем, обычно относят оценку, контроль состояния, диагностику систем, и на их основе – управление в виде управленческих решений. Поэтому при рассмотрении мониторинга в целом будем говорить о задачах мониторинга. Если же рассматриваем отдельно, с одной стороны, вопросы оценки, контроля состояния, диагностики, а с другой – формирование управленческих решений, то будем говорить о задачах мониторинга и управления. Применительно к сложным системам под управлением понимаем формирование управленческих решений или рекомендаций.

Гипотеза: *Для адекватного моделирования и исследования многомерных стохастических систем дифференциальную энтропию следует рассматривать не в скалярной, а векторной форме в виде двух компонент – энтропий хаотичности и самоорганизации. В конкретных задачах мониторинга и управления направление и величину энтропийного вектора следует задавать исходя из особенностей исследуемой системы.*

Во **второй главе** описан векторный подход к энтропийному моделированию в задачах мониторинга многомерных стохастических систем.

Многие реальные объекты, можно представлять в виде многомерных стохастических систем, которые часто моделируют в виде случайных векторов. Представим многомерную стохастическую систему в виде случайного вектора $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$, каждая компонента которого является одномерной случайной величиной, характеризующей функционирование соответствующего элемента системы.

Рассмотрены возможности векторного представления энтропии (1) для задач мониторинга и управления многомерными стохастическими системами.

Энтропия сложных открытых систем может, как возрастать, так и уменьшаться. У систем с различными значениями энтропий хаотичности $H(\mathbf{Y})_V$ и самоорганизации $H(\boldsymbol{Y})_R$ могут совпадать значения общей энтропии $H(\mathbf{Y})$. Поэтому предложено рассматривать энтропию (1) в векторной форме

$$h(\mathbf{Y}) = (h_V; h_R) = (H(\mathbf{Y})_V; H(\mathbf{Y})_R). \tag{2}$$

Диагностическая модель должна объяснять изменения, происходящие в исследуемом объектов процессе их функционирования. Рассмотрим векторную энтропию (2) с этой позиции.

Представим стохастическую систему в виде случайного вектора $\mathbf{Y}$. Тогда на основе модели (2) можно осуществлять мониторинг системы путем анализа изменения ее энтропии. Считаем, что два случайных вектора $\mathbf{Y}^{(1)} = (Y_1^{(1)}, Y_2^{(1)}, \dots, Y_m^{(1)})$ и $\mathbf{Y}^{(2)} = (Y_1^{(2)}, Y_2^{(2)}, \dots, Y_m^{(2)})$ соответствуют предыдущему и текущему периодам функционирования системы. Будем считать, что дисперсии всех компонент случайного вектора конечны. Разность энтропий равна

$$\Delta H(\mathbf{Y}) = H\left(\mathbf{Y}^{(2)}\right) - H\left(\mathbf{Y}^{(1)}\right) = \Delta H(\mathbf{Y})_V + \Delta H(\mathbf{Y})_R \,,$$

$$\Delta H(\mathbf{Y})_V = \sum_{i=1}^m \ln \frac{\sigma_{Y_i^{(2)}}}{\sigma_{Y_i^{(1)}}} + \sum_{i=1}^m \left(\kappa_i^{(2)} - \kappa_i^{(1)}\right),\ \Delta H(\mathbf{Y})_R = \frac{1}{2} \sum_{k=2}^m \ln \frac{1 - R^2_{Y_k^{(2)}/Y_1^{(2)} \dots Y_{k-1}^{(2)}}}{1 - R^2_{Y_k^{(1)}/Y_1^{(1)} \dots Y_{k-1}^{(1)}}}\,.$$

В задачах диагностики состояния систем, наряду с оценкой изменения энтропий $H(\mathbf{Y})$, $H(\mathbf{Y})_V$ и $H(\mathbf{Y})_R$ в целом, нужно оценивать вклад каждой компоненты. Введем случайный вектор $\mathbf{Y}_{\boldsymbol{m}}^- = (Y_1, Y_2, \dots, Y_{m-1})$. Тогда изменение энтропий $H(\mathbf{Y})$, $H(\mathbf{Y})_V$ и $H(\mathbf{Y})_R$ системы за счет добавления в нее компоненты Y_m равно

$$\Delta H(Y_m) = \Delta H(\mathbf{Y}) - \Delta H(\mathbf{Y}_{\boldsymbol{m}}^-), \tag{3}$$

$$\Delta H(Y_m)_V = \Delta H(\mathbf{Y})_V - \Delta H(\mathbf{Y}_{\boldsymbol{m}}^-)_V = \ln \sigma_{Y_m} + \kappa_m, \tag{4}$$

$$\Delta H(Y_m)_R = \Delta H(\mathbf{Y})_R - \Delta H(\mathbf{Y}_{\boldsymbol{m}}^-)_R = \frac{1}{2} \ln\left(1 - R^2_{Y_m/Y_1 Y_2 \dots Y_{m-1}}\right). \tag{5}$$

Наряду с вкладом в энтропию системы одной компоненты, аналогично формулам (3)–(5) можно оценивать вклад и группы компонент. В результате находятся компоненты, оказавшие наибольшее влияние на энтропию системы.

Для гауссовского случайного вектора формулы (4) и (5) примут вид

$$\Delta H(Y_m)_V = \ln \sigma_{Y_m} + \ln \sqrt{2\pi e}\,,\ \Delta H(Y_m)_R = \frac{1}{2}\left(\ln|\mathbf{R}_Y| - \ln|\mathbf{R}_{Y_m^-}|\right).$$

Применив формулы (2)–(4) в динамике для случайных векторов $\mathbf{Y}^{(1)} = (Y_1^{(1)}, Y_2^{(1)}, \dots, Y_m^{(1)})$ и $\mathbf{Y}^{(2)} = (Y_1^{(2)}, Y_2^{(2)}, \dots, Y_m^{(2)})$, получим вклад в изменение энтропии системы отдельных ее компонент.

Управление в форме максимизации или минимизации (1) может не привести к улучшению состояния стохастической системы, и необходимо рассматривать энтропию в векторной форме (2). Управление предложено реализовать как перевод вектора энтропии системы из состояния $\mathbf{h}(\mathbf{Y}^{\mathbf{0}}) = (h_v^0;\ h_R^0)$ в состояние $\mathbf{h}(\mathbf{Y}^*) = (h_v^*;\ h_R^*)$, соответствующее эффективному функционированию системы.

Сформулирована задача векторного энтропийного управления в виде

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m}\left(\left(\sigma_i-\sigma_i^0\right)^2+\left(\kappa_i-\kappa_i^0\right)^2\right)+\sum_{i=2}^{m}\left(\left(R^2_{Y_m/Y_1Y_2\dots Y_{m-1}}-R^2_{Y_m^0/Y_1^0Y_2^0\dots Y_{m-1}^0}\right)^2\right)\to\min, \\ H(\boldsymbol{Y})_V=h_v^*\,;\ H(\boldsymbol{Y})_R=h_R^*. \end{cases}$$

Для гауссовской стохастической системы задача векторного энтропийного управления состоит в том, чтобы направить энтропию из некоторой начальной точки $(h_v^0;\ h_R^0)$ с ковариационной матрицей $\boldsymbol{\Sigma}_0$ в конечную точку $(h_v^*;\ h_R^*)$ при минимальном изменении ковариационной матрицы (рис. 1). Она имеет вид

$$\begin{cases} G(\boldsymbol{\Sigma})=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i}^{m}\left(\sigma_{ij}^0-\sigma_{ij}\right)^2\to\min\limits_{\sigma_{ij}}, \\ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\ln\left((2\pi e)\sigma_{ii}\right)=h_v^*, \\ \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{\prod_{i=1}^{m}\sigma_{ii}}\cdot|\boldsymbol{\Sigma}|\right)=h_R^*, \\ \sigma_{ij}^2<\sigma_{ii}\sigma_{jj},\sigma_{ij}=\sigma_{ji},\sigma_{ii}>0,\ \forall 1\le i,j\le m, \\ \boldsymbol{\Sigma}>0. \end{cases} \tag{6}$$

Показано, что в ряде случаев векторная реализация мониторинга и управления стохастическими системами имеет преимущества по сравнению со скалярным мониторингом и управлением. Приведены примеры практической реализации.

Проблемой дифференциальной энтропии является невозможность ее использования для дискретных случайных величин. И для ее применения необходимо доопределить дискретные случайные величины до непрерывных. Это неоднозначная процедура, но кажется, что в ряде случаев мы можем от дискретной случайной величины перейти к непрерывной случайной величине. Если фактические значения случайной величины занимают непрерывную область, но с помощью, как правило, экспертных процедур задают фиксированное множество значений $x_1, x_2, \dots, x_M$. Например, таким образом сформированы баллы в системе школьных оценок и другие балльные показатели. В этой ситуации необходимо сделать разумное предположение о формировании значений случайной величины X. Если ошибки группировки для x_k можно считать равномерно распределенными непрерывными случайными величинами, то искомая случайная величина Z будет иметь кусочно-постоянную плотность вероятности. В работе рассмотрены и иные варианты перехода от кусочно-постоянной функции распределения к непрерывной.

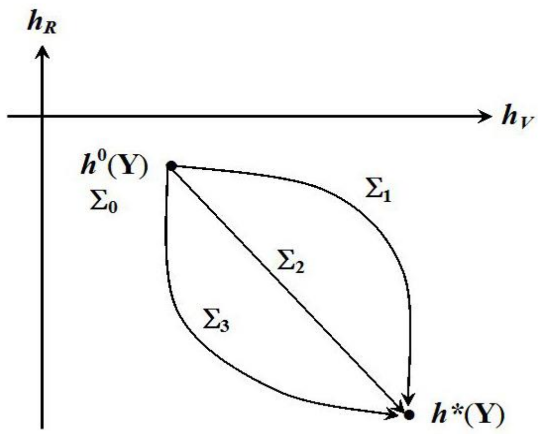

Рис. 1. Иллюстрация векторного энтропийного управления гауссовской стохастической системой.

Третья глава состоит из пяти параграфов и содержит результаты численного исследования изучаемых математических моделей векторного энтропийного мониторинга и управления.

С целью исследования эффективности предложенных алгоритмов векторного энтропийного управления многомерными стохастическими системами был разработан комплекс проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов на языке R в среде RStudio. Структура проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов приведена на рис. 2. Комплекс состоит из совокупности отдельных программных компонент, написанных на языке R:

- cov_marix_generator.R – программа, которая генерирует необходимые входные данные для проведения вычислительного эксперимента: ковариационные матрицы разных размерностей и векторы энтропии самоорганизации и хаотичности;
- ecm-base.R – программный компонент, содержащий методы для вычисления целевой функции и ее градиента, а также методы для вычисления ограничений равенств и их градиентов.
- В модуле вычислительного эксперимента реализованы численные методы для решения задачи векторного энтропийного управления. Статусы выполнения и результаты обработки выходных данных записываются в лог-файлы;
- Программы impact-of-element.R и entropy-in-dynamics.R предназначены для вычисления вклада каждой компоненты в систему и для построения динамики изменения энтропии. Программы умеют вводить данные из файла excel, и после соответствующих вычислений визуализировать результаты в виде диаграммы или графика.

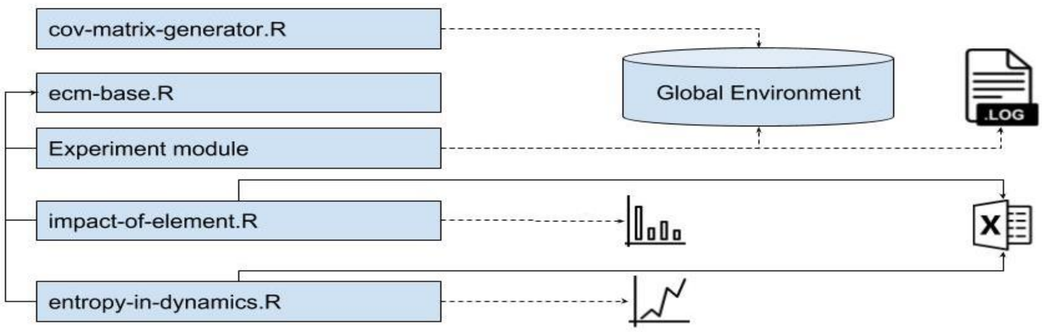

Рис. 2. Комплекс проблемно-ориентированных программ для мониторинга стохастических систем и проведения вычислительных экспериментов.

Для численного решения задачи (6) удобно будет преобразовать ограничения таким образом, чтобы они были определены на R^n. После преобразований задача нелинейного программирования примет следующий вид:

$$\begin{cases} f(\mathbf{\Sigma}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i}^{m}\left(\sigma_{ij}^{0} - \sigma_{ij}\right)^2 \to \min\limits_{\sigma_{ij}}, \\ g_1(x) = \prod_{i=1}^{m}\sigma_{ii} - \frac{e^{2h_v^* - m}}{(2\pi)^m} = 0, \\ g_2(x) = |\mathbf{\Sigma}| - e^{2h_R^*}\prod_{i=1}^{m}\sigma_{ii} = 0, \\ \sigma_{ij}^2 < \sigma_{ii}\sigma_{jj}, \sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \sigma_{ii} > 0,\ \forall 1 \le i,j \le m, \\ \mathbf{\Sigma} > 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Задача нелинейной оптимизации с ограничениями (7) решается с помощью метода штрафных функций. Ввиду не выпуклости допустимого множества решений были исследованы методы разного порядка. Из методов нулевого порядка был выбран метод Нелдера-Мида, из методов первого порядка – метод сопряженных градиентов, из методов второго порядка – метод Ньютона. Полученные сравнительные характеристики приведены в табл. 1.

Таблица 1. Проценты успешных попыток и среднее время расчета в секундах

m	Метод Нелдера-Мида		Метод сопряженных градиентов		Метод Ньютона		Комбинированный метод	
	Усп. попытки, %	t, сек.	Усп. попытки, %	t, сек.	Усп. попытки, %	t, сек.	Усп. попытки, %	t, сек.
2	99.9	0.358	98.9	0.896	90.4	0.065	98.6	0.143
3	99.7	3.061	99.6	4.36	83.4	0.462	98.6	1.42
4	99.6	3.65	99.6	4.394	64.6	0.874	98.2	2.374
5	97.4	5.502	89	3.458	40	1.134	96	3.51

Анализируя данные таблицы, можно сделать вывод, что наивысший процент успешных попыток показывает метод Нелдера-Мида. Чем выше порядок метода, тем ниже процент успешных попыток. Но методы первого и второго порядков с увеличением размерности m работают быстрее чем метод Нелдера-Мида. Наиболее эффективным оказался комбинированный метод – для первых итераций метода штрафных функций для решения задачи безусловной оптимизации использовать метод нулевого порядка, а потом продолжить с применением методов более высокого порядка, например, метод Ньютона. Такой подход практически не уступает в точности решения задачи управления, но заметно выигрывает в скорости.

Поскольку задача (7) в общем случае многоэкстремальная, то для нахождения глобального экстремума целесообразно выбирать разные начальные точки. Данный подход в диссертации был реализован с помощью метода наилучшей пробы.

Четвертая глава посвящена практическому использованию предложенных моделей и алгоритмов. Опишем некоторые примеры.

В одной из работ рассматривались актуальные вопросы своевременной диагностики перинатальных нарушений центральной нервной системы у новорожденных, поскольку их исходом может явиться инвалидизация ребёнка. Исследование было выполнено вместе со специалистами республиканско-практического центра «Мать и дитя» города Минск. В результате анализа данных из 20 исходных переменных были оставлены 6 наиболее информативных. Для сопоставления данных они были нормированы. Результаты энтропийного анализа приведены в табл. 2.

Анализ табл. 2 говорит о следующем. Энтропия хаотичности у больных вначале была выше, чем у здоровых. Но после лечения к 3-му осмотру величины энтропий хаотичности стали выравниваться. Разница между больными и здоровыми детьми к 3-му осмотру вызвана энтропией самоорганизации, т.е. переменные у больных детей менее взаимосвязаны между собой по сравнению со здоровыми детьми. С точки зрения системного анализа это означает, что организм больных детей – менее организован по сравнению со здоровыми детьми. Таким образом, можно сделать вывод, больные дети вылечены от клинической формы болезни, но сказать, что они стали здоровыми нельзя.

Таблица 2. Энтропии хаотичности, самоорганизации и общие у больных

Популяция	Вид энтропии	Осмотр № 1	Осмотр № 2	Осмотр № 3
Больные	$H(\mathbf{X_1})_V$	9,600	11,109	12,458
	$H(\mathbf{X_1})_R$	-2,152	-2,803	-1,483
	$H(\mathbf{X_1})$	7,448	8,306	10,975
Здоровые	$H(\mathbf{X_2})_V$	6,324	6,053	11,984
	$H(\mathbf{X_2})_R$	-3,239	-2,433	-4,504
	$H(\mathbf{X_2})$	3,085	3,621	7,480

В работе рассмотрено моделирование системы, характеризующей безопасность производства. Были исследованы 17 угледобывающих предприятий. На основе двух обобщенных факторов все предприятия были разделены на две группы: 1) предприятия с низким уровнем травматизма; 2) предприятия с высоким уровнем травматизма. Для первой группы шахт с низким уровнем травматизма имеем:

$$\mathbf{\Sigma}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.067 & 0.45 \\ 0.45 & 6.41 \end{pmatrix}, \left(h_V^{(1)}; h_R^{(1)}\right) = (2.42; -0.31), H\left(\mathbf{Y}^{(1)}\right) = 2.11.$$

Для второй группы шахт с высоким уровнем травматизма:

$$\mathbf{\Sigma}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.35 & 2.13 \\ 2.13 & 18.53 \end{pmatrix}, \left(h_V^{(2)}; h_R^{(2)}\right) = (3.74; -0.7), H\left(\mathbf{Y}^{(2)}\right) = 3.04\,.$$

Решив задачу векторного энтропийного управления получим:

$$\mathbf{\Sigma}^{*} = \begin{pmatrix} 0.02 & 0.45 \\ 0.45 & 18.53 \end{pmatrix}, (h_V^{*}; h_R^{*}) = (2.42; -0.31), H(\mathbf{Y}^{*}) = 2.11\,. \quad (8)$$

Изменение ковариационной матрицы составило $G(\mathbf{\Sigma}^*) = 2.93$.

Решая задачу минимизации с ограничением, что изменение ковариационной матрицы не больше, чем в случае векторного управления, получим:

$$\mathbf{\Sigma}^{**} = \begin{pmatrix} 0.16 & 1.74 \\ 1.74 & 18.5 \end{pmatrix}, (h_V^{**}; h_R^{**}) = (3.4; -2.78), H(\mathbf{Y}^{**}) = 0.62\,. \quad (9)$$

Видим, что решения (8) и (9) существенно различаются. Решение (8) дает результат, который позволяет с минимальными изменениями элементов ковариационной матрицы $\mathbf{\Sigma}^{(2)}$ осуществить энтропийное управление. Решение (9) задачи минимизации энтропии не соответствуют приемлемым величинам энтропий хаотичности и самоорганизации: энтропия хаотичности оказалась завышенной, а энтропия самоорганизации – заниженной по сравнению с требуемыми значениями. Данный пример показывает, что скалярное энтропийное управление в ряде случаев оказывается не эффективным и нужно пользоваться векторном управлением.

Однако реализовать управление непосредственно на основе ковариационной матрицы затруднительно из-за того, что ковариация зависит от трех величин – двух дисперсий и коэффициента корреляции Пирсона. Поэтому решение задачи управления удобнее интерпретировать в терминах дисперсий и корреляционной матрицы, и вместо ковариационной матрицы $\mathbf{\Sigma}^*$ будем рассматривать вектор $\mathbf{V}^*$ дисперсий компонент и корреляционную матрицу $\mathbf{R}^*$. Приведем вектор дисперсий и корреляционную матрицу для $\mathbf{\Sigma}^{(2)}$ и $\mathbf{\Sigma}^*$:

$$\mathbf{V}^{(2)} = (0.325;\ 18.52),\ \mathbf{R}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0.87 \\ 0.87 & 1 \end{pmatrix};\ \mathbf{V}^* = (0.023;\ 18.53),\ \mathbf{R}^* = \begin{pmatrix} 1 & 0.68 \\ 0.68 & 1 \end{pmatrix}.$$

Можем сделать вывод: чтобы приблизить состояние второй группы шахт к состоянию первой группы необходимо уменьшить разброс фактора, характеризующего организацию безопасного производства, и уменьшить взаимосвязь с фактором, отражающим профессионализм персонала примерно на 20%. Это означает более конкретную и четкую организацию производства. Организация безопасного производства должна быть более системной и не должна сильно зависеть от степени профессионализма и компетентности персонала.

Рассмотрено использование векторного энтропийного моделирования для исследования устойчивого развития городов по данным Росстата. Из ряда основных показателей была сформирована система из 12 признаков, характеризующих социально-экономическое состояние города. На рис. 3 приведены графики изменения энтропий хаотичности и самоорганизации в Екатеринбурге, Москве и Санкт-Петербурге, соответственно.

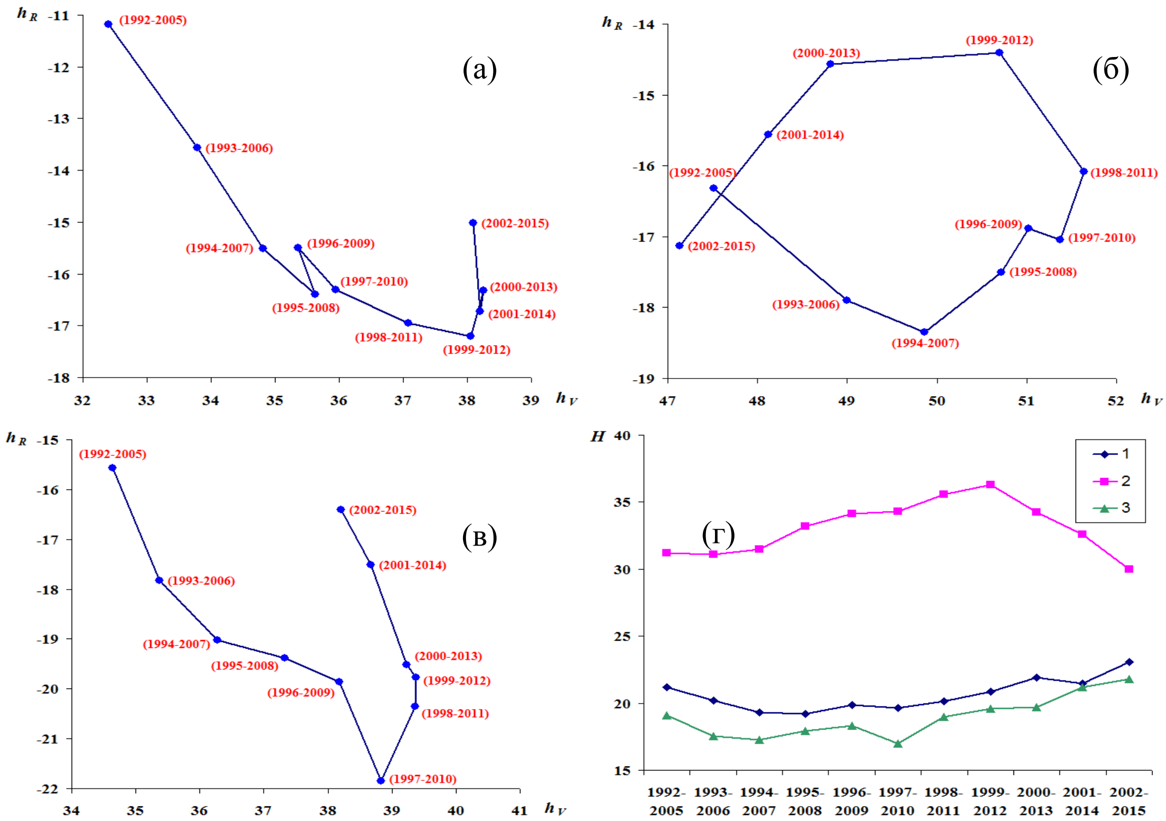

Рис. 3. Изменение энтропий хаотичности и самоорганизации в Екатеринбурге (а), Москве (б), Санкт-Петербурге (в) и динамика энтропии (г).

Анализ графиков позволяет сделать следующие выводы. Изначально Москва находилась на более высокой стадии развития, поскольку имела большее многообразие функционирования инфраструктур (наибольшее значение h_V) и, одновременно, демонстрировала более высокий уровень взаимодействия между инфраструктурами (минимальное значение h_R). Санкт-Петербург занимал вторую позицию. Екатеринбург показал наилучшую динамику развития и практически сравнялся с Санкт-Петербургом. Москва как многомерная стохастическая система не показала развития. На графиках явно видны характерные зоны нестабильности, соответствующие мировому финансовому кризису 2008-2009 годов, периоду снижения темпов роста валового внутреннего продукта с 2012 года и периоду санкций, с 2014 года. Общая энтропия по всем трем мегаполисам в рассматриваемом периоде практически не изменилась. Это свидетельствует о необходимости рассмотрения энтропии системы, не в скалярной, а в векторной форме.

В **заключении** делаются выводы, излагаются основные результаты диссертационного исследования.

Положения, выносимые на защиту

В части *«Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений»:*

1. Развитие энтропийного моделирования многомерных стохастических систем за счет нового подхода, основанного на векторном представлении энтропии случайного вектора.

В части *«Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей»:*

1. Сформулированы задачи векторного энтропийного мониторинга и управления многомерными стохастическими системами.
2. Предложена методика включения в энтропийную модель многомерной стохастической системы дискретных случайных компонент.

В части *«Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий»:*

1. Разработан численный метод векторного энтропийного управления гауссовскими стохастическими системами в виде оптимизационной задачи, включающий различные варианты реализации на основе алгоритмов нулевого, первого и второго порядка.
2. Выполнен сравнительный анализ вычислительной эффективности алгоритмов реализации векторного энтропийного управления гауссовскими стохастическими системами на основе методов статистических испытаний Монте-Карло и имитационного моделирования.
3. Разработан численный метод решения задач мониторинга устойчивого развития гауссовских стохастических систем, проведено исследование его эффективности на основе методов статистических испытаний Монте-Карло и имитационного моделирования.

В части *«Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента»:*

1. Разработан комплекс проблемно-ориентированных программ, реализующий предложенные алгоритмы.
2. Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие эффективность предложенных алгоритмов реализации векторного энтропийного моделирования многомерных стохастических систем в задачах мониторинга и управления, а также адекватность проведенного моделирования.

В части *«Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурного эксперимента на основе его математической модели»:*

1. Разработаны методики оценки влияния компонент и их взаимосвязей в моделях мониторинга и управления многомерных стохастических систем.
2. В рамках векторного энтропийного моделирования с помощью разработанного комплекса проблемно-ориентированных программ решено несколько задач мониторинга и управления в различных предметных областях – медицине, промышленной безопасности и экономике.

Публикации автора по теме диссертации

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ

1. Tyrsin, A.N. Entropy modeling of sustainable development of megacities / A.N. Tyrsin, **G.G. Gevorgyan** // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2017. Volume 72. 012010. 9 p. doi: 10.1088/1755-1315/72/1/012010.

2. Tyrsin, A.N. Entropy management of Gaussian stochastic systems / A.N. Tyrsin, **G.G. Gevorgyan** // Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2017. Vol. 4. No 4. P. 38-52. DOI: 10.14529/jcem170404.

3. Gevorgyan, G.G. The algorithms for solving vector entropy control problem. Comparative analysis / G.G. Gevorgyan // Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2018. Vol. 5. No 3. P. 75-79.

4. Тырсин, А.Н. Векторный энтропийный мониторинг и управление гауссовскими стохастическими системами / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2018. № 1. С. 19-33.

5. Тырсин, А.Н. Исследование перинатального поражения центральной нервной системы у детей в неонатальном периоде методами многомерного статистического анализа / А.Н. Тырсин, Л.В. Шалькевич, Д.В. Остроушко, О.В. Шалькевич, **Г.Г. Геворгян** // Системный анализ и управление в биомедицинских системах. 2017. Т. 16, № 3. С. 595-605.

6. Яшин, Д.А. Системно-энтропийный анализ эффективности липиднормализующих препаратов / Д.А. Яшин, А.Н. Тырсин, О.Ф. Калев, **Г.Г. Геворгян** // Современные проблемы науки и образования. 2017. № 6. 11 с.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

7. Тырсин, А.Н. Программа вычисления энтропии случайного вектора: свидетельство № 2017612851 / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян**; правообладатель Тырсин А.Н. – 2016661797; Реестр программ для ЭВМ.

8. Тырсин, А.Н. Программа векторного энтропийного управления стохастической системой: свидетельство № 2018611132 / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян**; правообладатель Тырсин А.Н. – 2017660159; Реестр программ для ЭВМ.

9. Тырсин, А.Н. Программный комплекс для риск-анализа гауссовской стохастической системы: свидетельство № 2018612937 / А.Н. Тырсин, А.А. Сурина, **Г.Г. Геворгян**; правообладатель Тырсин А.Н. – 2018610381; Реестр программ для ЭВМ.

Другие публикации

10. Тырсин, А.Н. Энтропийные модели динамики и управления многомерных стохастических систем / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Информационные технологии и системы [Электронный ресурс]: Труды Шестой Междунар. науч. конф., Банное, Россия, 1–5 марта 2017 г. (ИТиС–2017). – Челябинск, 2017. С. 306–309.

11. Тырсин, А.Н. Энтропийные методы управления гауссовскими стохастическими системами / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем: сборник науч. трудов XI Международной школы-симпозиума, Симферополь-Судак. – Симферополь, 2017. С. 414–421.

12. Геворгян, Г.Г. Об оценивании дифференциальной энтропии случайных векторов / Г.Г. Геворгян, А.Н. Тырсин // Труды второй научно-технической конф. молодых ученых Уральского энергетического института, Екатеринбург, 15-19 мая 2017. – Екатеринбург, 2017. С. 388-390.

13. Тырсин, А.Н. Дифференциальная энтропия как диагностическая модель многомерной стохастической системы / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Безопасность критичных инфраструктур и территорий: Материалы VII Всеросс. научно-техн. конф. и XVII школы молодых ученых. – Екатеринбург, 2016. С. 53–56.
14. Геворгян, Г.Г. Энтропийное моделирование многомерных стохастических систем в экономике / Г.Г. Геворгян, А.Н. Тырсин // Системное моделирование социально–экономических процессов: труды 39-й междунар. научн. школы-семинара имени академика С.С. Шаталина, г. Санкт-Петербург, 30 сентября – 6 октября 2016 г. Воронеж: ВГПУ, 2016. С. 426-429.
15. Тырсин, А.Н. Энтропия случайного вектора как диагностическая модель многомерной стохастической системы / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Современные тенденции развития науки и технологий. 2016. № 7-1. С. 129-133.
16. Тырсин, А.Н. Моделирование сложных систем в задачах диагностики / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Научн. ежегодник «Качар». Ереван: Междунар. науч.-образоват. центр Нац. Академии Наук Республики Армения «Качар», 2017. С. 23-30.
17. Геворгян, Г.Г. Энтропийное системное моделирование развития городов / Г.Г. Геворгян, А.Н. Тырсин // Системное моделирование социально–экономических процессов: труды 40-й междунар. научн. школы-семинара им. академика С.С. Шаталина, г. Воронеж, 1-7 октября 2017 г. – Воронеж: «Истоки», 2017. С. 156-159.
18. Тырсин, А.Н. Мониторинг и управление многомерными стохастическими системами на основе векторной энтропийной модели / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Актуальные направления фундаментальных и прикладных исследований. Т. 2: Материалы XV междунар. научно-практич. конф., 9-10 апреля 2018 г. North Charleston, USA, 2018. С. 51-53.
19. Геворгян, Г.Г. Векторное энтропийное управление многомерными стохастическими системами / Г.Г. Геворгян, А.Н. Тырсин // Новые информационные технологии в исследовании сложных структур: Материалы 12-й междунар. конф., Алтайский край, пос. Катунь, 4-8 июня 2018 г. Томск: ТГУ, 2018. С. 109-110.
20. Геворгян, Г.Г. Комплекс программ для мониторинга и управления стохастическими системами на основе векторного энтропийного моделирования / Г.Г. Геворгян // Технические системы и технологические процессы: Сборник статей по итогам междунар. науч.-практич. конф., г. Стерлитамак, 17 июня 2018. Стерлитамак: АМИ, 2018. С. 16-20.
21. Тырсин, А.Н. Диагностика популяционного здоровья методами многомерного риск-анализа и энтропийного моделирования / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян**, А.А., Сурина // Здоровье и качество жизни: Материалы III Всероссийской конф. с междунар. участием. Иркутск, Байкальск, 10-15 сентября, 2018 г. Иркутск: ИНЦХТ, 2018. С. 284-291.
22. Тырсин, А.Н. Векторное энтропийное управление гауссовскими стохастическими системами / А.Н. Тырсин, **Г.Г. Геворгян** // Динамические системы: Устойчивость, управление, оптимизация: Материалы Международной научной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения академика Е.А. Барбашина (DSSCO’18), 24-29 сентября 2018 г. Минск: БГУ, 2018. С. 208-209.

Подписано в печать 27.12.2018. Тираж 100 экз.
Объем 1,4 усл.-печ. л. Формат 60х84/16. Заказ 56.

GT PRINT
620078, г. Екатеринбург, ул. Мира 30.
Тел./факс (343)287-26-77
E-mail: gt@gtprint.org