О.В.Порубай
Ферганский филиал Ташкентского университета информационных технологий, г.Фергана
УДК 004.932.2

МНОГОМАСШТАБНЫЙ ВЕЙВЛЕТ- АНАЛИЗ В ЗАДАЧАХ СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Аннотация. В данной статье представлено описание вейвлетов и функций удобных для анализа в задачах сжатия изображений, а так дается сравнительный анализ различных вейвлет-преобразований при сжатии информации.

Ключевые слова: вейвлеты, вейвлет-преобразование, анализ изображений, симлеты, койфлеты.

Введение

В наше время, огромные потоки информационных данных в процессе хранения, обработки и передачи представлены в цифровом виде, т.е. имеют последовательность нулей и единиц очень большой длины (10^12 - 10^16 символов). Последовательности такой длинны возможно быстро обрабатывать лишь в том случае, если имеются большие компьютерные ресурсы (быстродействие процессора, большой объем памяти, мощные каналы связи и передачи информации).

Перед нами стоит весьма актуальная задача, сократить объемы цифровой информации за счет того, чтобы отбросить несущественные ее составляющие, и стоит заметить, что степень важности эффективного решения этой задачи постоянно возрастает.

На одном из первых мест среди множества средств решения этой задачи без сомнения становятся вейвлеты, что подтверждается огромным числом приложений в разных технических и научных областях.

Одно из первых упоминаний о вейвлетах было опубликовано в литературе по цифровой обработке и анализу сейсмических сигналов (работы А.Гроссмана и Ж.Морле). Но само понятие вейвлетов было затронуто еще в 1910 году, когда

А.Хаар опубликовал полную ортонормальную систему базисных функций с локальной областью определения (сейчас они называются вейвлетами Хаара или HAAR-вейвлеты). Функции, предложенные А.Хааром (Рис. 1.), очень удобные для анализа:

$$\psi(t) = \begin{cases} +1, & 0 \leq t < 0{,}5 \\ -1, & 0{,}5 \leq t < 1 \\ 0, & t < 0, t \geq 1 \end{cases}$$

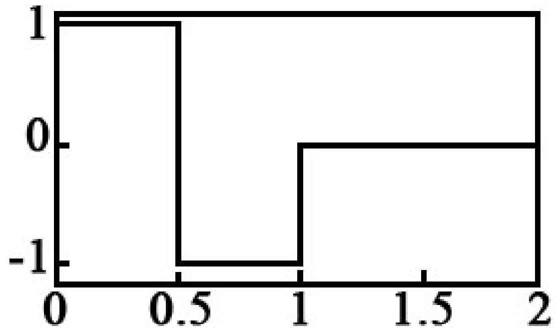

Рис. 1. График HAAR-вейвлета

Сам термин ***«вейвлет - wavelet»***, является дословным переводом с французского слова ***«ondelette»***, означающего небольшие волны, следующие друг за другом, рябь; в литературе часто можно встретить и другой перевод − ***«маленькая волна»***, или ***«всплеск»***.

В последнее время сформировалось целое научное направление, связанное с теорией вейвлетов и несмотря на то, что теория вейвлетов уже рассмотрена не одним ученым, точно сказать, что такое «вейвлет» и какие функции можно назвать вейвлетами, не представляется возможным. Вейвлеты могут быть ортогональными, полуортогональными, биортогональными. Эти функции могут быть симметричными, асимметричными и несимметричными.

Теория вейвлетов, их еще называют «всплески», состоит в том, что она дает специалистам в этой предметной области огромный выбор различных средств, из которых можно выбрать то средство, которое ему более подходит для обработки нужного ему потока информации. Такими средствами в теории вейвлетов являются наборы вложенных (основных) пространств функций и их представлений в виде прямой (а иногда и ортогональной) суммы вейвлетных пространств. Весьма важными являются базисы основных пространств, а также базисы вейвлетов (всплесков). Различают вейвлеты с компактной областью определения и не имеющие таковой. Некоторые функции имеют аналитическое выражение, другие – быстрый алгоритм вычисления, связанного с ними вейвлет-преобразования.

Вейвлеты и многомасштабный анализ

Для примера можно рассмотреть задачу, встречающуюся на на практике: предположим имеется сигнал, который может быть любым, как звуковым, так и оцифрованным изображением. Чтобы раскрыть идею многомасштабного анализа (multiscale analysis, multiresolutional analysis) нужно взглянуть на сигнал сначала вплотную – под микроскопом, затем через лупу, потом отойти на пару шагов, потом посмотреть издалека (Рис. 2.).

Рис.2. Пример многомасштабного анализа изображения

Что это может нам дать? Первое, мы можем, последовательно уточняя сигнал выявить его локальные особенности (ударение в речи или характерные детали изображения) и разделить их по интенсивности. Второе, благодаря этому можно обнаружить динамику изменения сигнала в зависимости от масштаба.

Если резкие скачки чаще всего видны "невооруженным глазом", то взаимодействия событий на мелких масштабах, перерастающие в крупномасштабные явления, увидеть очень сложно (например, поток автомобилей перерастает в крупную «автореку»). И наоборот, если акцентироваться только на мелких деталях, можно не заметить явлений, происходящих на более широком уровне.

Так в чем же преимущество вейвлетов?

Во-первых, вейвлет-алгоритмы работают с целым изображением, а не с его частью. Во-вторых, с их помощью легко анализировать прерывистые сигналы и сигналы с острыми всплесками, поскольку вейвлет-алгоритмы используют принципиально иной математический аппарат. В-третьих, даже при 100 кратном вейвлет-сжатии изображения его качество почти не изменяется.

Основная идея применения вейвлет-преобразования для многомасштабного анализа заключается в следующем: исследуемый сигнал раскладывается по базису, каждая функция которого характеризует, как определенную пространственную (временную) частоту, так и место ее локализации в физическом пространстве (во времени). То есть по своей сути вейвлет-преобразование является фрактальным, так как разномасштабные копии функции-прототипы (Рис. 3.).

Это определение не раскрывает полностью точное понятие вейвлет-преобразования, а дает лишь частичный словесный портрет. Таким образом, выделяя из целого потока малую часть сигнала с одним из вейвлетов, можно выделить характерные особенности сигнала в области локализации этого вейвлета, и чем больший масштаб имеет вейвлет, тем более широкая область сигнала будет оказывать влияние на результат.

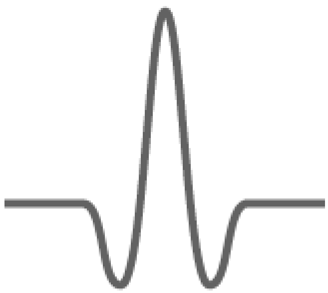

Рис. 3. Вейвлет MHAT - "мексиканская шляпа"

Вейвлеты подвергаются масштабированию (растяжению или сжатию) и сдвигу (смещению) для более лучшей апроксимации исходного сигнала.

Результат вейвлет-преобразования - обычный массив числовых коэффициентов. Такая форма представления информации очень удобна, поскольку числовые данные легко обрабатывать.

Затем следует еще один очень важный этап - пороговое преобразование. Нужно отбросить коэффициенты, значение которых близко к нулю. Но не следует забывать о том, что при этом происходит потеря информации, которую невозможно будет восстановить, ведь отброшенные коэффициенты участвуют в формировании сигнала. Поэтому выбранное пороговое значение коэффициентов значительно влияет на качество сигнала – если будет задан слишком высокий порог, то он повлечет за собой падение качества.

Из всего написанного можно сделать вывод: видеокомпрессия происходит в два этапа - на первом осуществляется сжатие с потерей информации (вейвлет-преобразование), на втором - обычная архивация данных.

Для восстановления сигнала в первоначальный вид необходимо повторить все действия в обратном порядке. Сначала следует восстановить значения коэффициентов, а затем по ним, применяя обратное вейвлет-преобразование, можно получить исходный сигнал.

Согласно принципу неопределенности, чем лучше функция сконцентрирована во времени, тем больше она размазана в частотной области. При перемасштабировании функции произведение временного и частотного диапазонов остается постоянным и представляет собой площадь ячейки в частотно-временной (фазовой) плоскости.

Преимущество вейвлет-преобразования перед, например, преобразованием Габора заключается в том, что оно покрывает фазовую плоскость ячейками одинаковой площади, но разной формы (Рис. 4.). Это позволяет хорошо локализовать низкочастотные детали сигнала в частотной области (преобладающие гармоники), а высокочастотные – во временной (резкие скачки, пики и т.п.).

Более того, вейвлет-анализ позволяет исследовать поведение фрактальных функций – то есть не имеющих производных ни в одной своей точке!

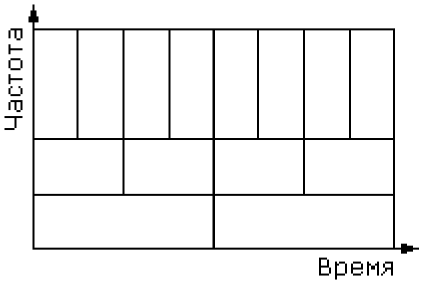

Рис.4. Фазовая плоскость вейвлет-преобразования

Сравнительный анализ различных вейвлет-преобразований при сжатии информации

В первую очередь хочу рассмотреть ***Вейвлет Хаара*** (haar). Вейвлеты Хаара хорошо локализованы в пространстве, но не очень хорошо локализованы в частотной области, поскольку сигнал имеет широкий спектр частот (теоретически бесконечный). Функция psi у него имеет вид прямоугольных импульсов сигнала (значение 1 в интервале [0,0.5] и -1 в интервале [0.5,1]). Функция phi имеет значение 1 в интервале [0,1] и 0 за пределами этого интервала (см. рис. 5).

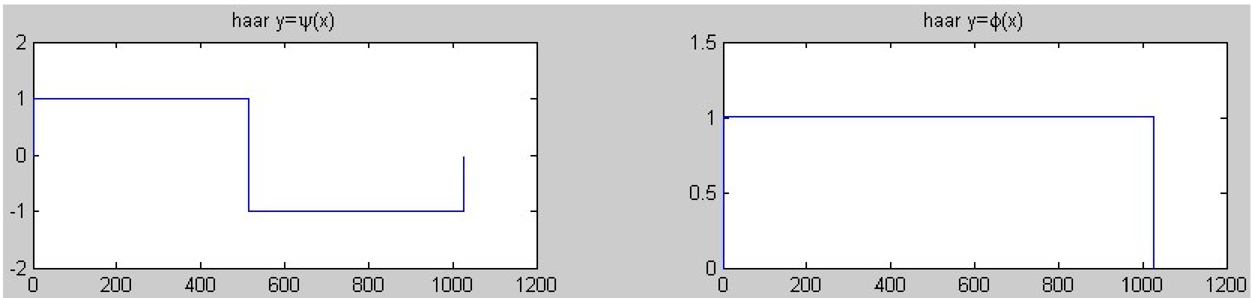

Рис. 5. Функции psi и phi вейвлета Хаара

На примере преобразования Хаара хорошо увидеть структуру вейвлет-преобразования дискретного сигнала. На каждом шаге преобразования сигнал распадается на две составляющие: приближение с более низким разрешением – аппроксимацию и детализирующую информацию.

Но для полной реконструкции сигнала могут быть применены только ортогональные вейвлеты, а вейвлет Хаара обладает «негладкостью», в свою очередь Ингрид Добеши предложила использовать функции, вычисляемые итерационным путем, впоследствии названные ***вейвлетами Добеши***. Они обладают следующими свойствами: ортогональностью, компактным носителем (т.е. среднее значение функции равно нулю и функция быстро убывает на бесконечности), а также эти функции n+2 раз пересекают ось абсцисс. При этом n называют порядком вейвлета. При n = 1 получаем вейвлет Хаара. На Рис. 6. представлены вейвлеты Добеши порядка 2, 4 и 10.

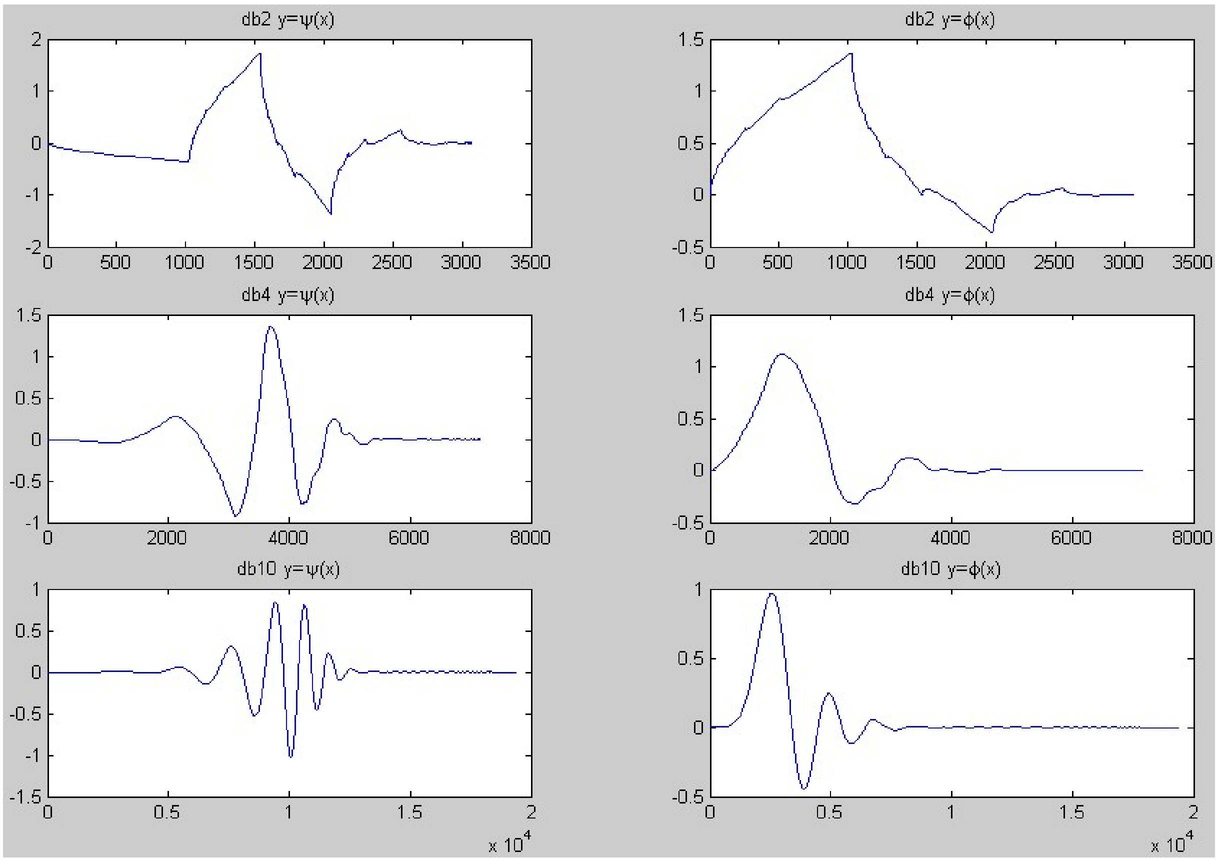

Рис. 6. Вейвлеты Добеши порядка 2, 4 и 10

Как видно из рисунка, при увеличении порядка вейвлета возрастает «гладкость» вейвлета, что увеличивает его возможности, но при этом также увеличивается объем вычислений при преобразовании.

Вейвлеты Добеши не могут обладать симметричностью, что сужает их использование. Однако можно попробовать приблизиться, насколько возможно, к симметрии. Такие вейвлеты, полученные из вейвлетов Добеши, называются ***симлетами***.

Вопрос о построении вейвлетов, у которых нулевые моменты имеет не только функция вейвлета *y (x)*, но и порождающий вейвлет *j (x)* был впервые поставлен Р.Койфманом, поэтому такие вейвлеты называются ***койфлетами***. Наличие нулевых моментов в порождающих вейвлетах облегчает анализ и вейвлетпреобразование. Койфлеты несимметричны, однако они более симметричны, чем вейвлеты Добеши. Вид функций симлетов и койфлетов показан на Рис. 7.

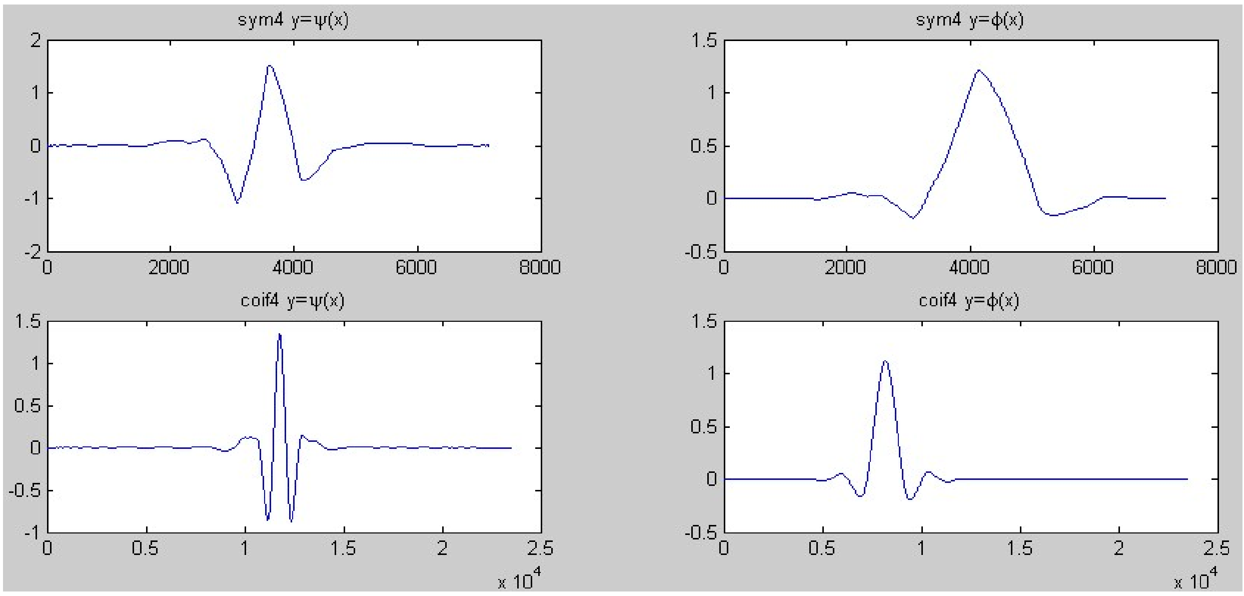

Рис. 7. Вид функций симлетов и койфлетов 4-го порядка

Из всего вышеописанного можно сделать следующие заключения:

- при больших коэффициентах сжатия с помощью вейвлет-преобразования изображение становится нечетким (размытым), что воспринимается глазом человека гораздо лучше;
- возможность использования различных функций в качестве базисных, а также создания новых вейвлетов для различных типов сигналов для более точного приближения к ним;
- возможность постепенного просмотра изображения в процессе загрузки изображения по сети.

Заключение

Делая вывод ко всему написанному можно сказать следующее, несмотря на то, что теория вейвлетов рассматривается учеными достаточно давно и можно сказать уже сформировалась как наука, вейвлеты все равно оставляют обширное поле для исследований, привлекая к себе внимание молодых ученых из различных областей. Выбор определенного вейвлета, который наиболее всего подходит для анализа конкретных данных, представляет собой скорее искусство, чем рутинную процедуру. Кроме того, очень большое значение имеет задача разработки приложений, использующих вейвлет-анализ в различных областях.

Литература

1. Бурнаев Е.В. Применение вейвлет преобразования для анализа сигналов: Учебно-методическое пособие. – М.: МФТИ, 2007. – 138 с.
2. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. – СПб.: ВУС, 1999. – 204 с.
3. Демьянович Ю.К., Ходаковский В.А. Введение в теорию вейвлетов: курс лекций. – СПб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 2007. – 49 с.
4. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. – 464 с.
5. Нагорнов О.В., Никитаев В.Г., Простокишин В.М., Тюфлин С.А., Проничев А.Н., Бухарова Т.И., Чистов К.С., Кашафутдинов Р.З., Хоркин В.А. Вейвлет-анализ в примерах: Учебное пособие. – М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 120 с.