Б.Н.Щипанов, В.Г.Ярков

ТПИ им.Д.И.Менделеева (филиал) ТюмГУ, г. Тобольск

УДК 517.4

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЁТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Аннотация. В статье представлено применение методов операционного исчисления на примере расчета электрической цепи.

Ключевые слова: операционное исчисление, расчет электрических цепей.

Операционное исчисление появилось в начале XX века как некоторый формальный метод интегрирования обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и их систем. К таким уравнениям сводятся многие практические задачи электротехники, радиотехники, теории автоматического регулирования. Основателями символического (операционного) исчисления считают русских ученых М.Е.Ващенко-Захарченко и А.В.Летникова. Позднее английский инженер-электрик О.Хевисайд, используя символическое исчисление, получил ряд важных результатов для расчета электрических цепей. А.М.Эфрос, А.И.Лурье, В.А.Диткин и другие установили связи операционного исчисления с интегральными преобразованиями.

Операционное исчисление имеет важное прикладное значение, в частности, позволяет рассчитывать переходные режимы в электрических цепях при любых внешних источниках напряжений и токов. Метод расчета переходных процессов в электрических цепях, основанный на операционном исчислении, называется операционным методом.

Алгоритм операционного метода состоит из следующих этапов:

1. Переход от искомой функции (оригинала) f(t) с помощью прямого преобразования Лапласа к функции комплексного переменного F(p), называемой изображением.

2. Преобразование интегро-дифференциального уравнения в пространстве оригиналов в алгебраическое уравнение в пространстве изображений.

3. Решение полученного алгебраического уравнения известными математическими методами.

4. Применение обратного преобразования Лапласа для возвращения в пространство оригиналов.

При электротехнических расчетах часто изображение имеет вид правильной дробно-рациональной функции. Поэтому при расчете переходных процессов широко используются теоремы разложения.

Покажем применение метода операционного исчисления к исследованию нестационарных процессов в электрических цепях.

Пусть задана блок-схема электрической цепи. Составим дифференциальное уравнение этой цепи. Применим операторный метод интегрирования этого дифференциального уравнения. С помощью преобразования Лапласа дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами перейдет в линейное алгебраическое уравнение относительно изображение искомой функции. При этом преобразования Лапласа (изображения) функции входа и выхода электрической цепи автоматически удовлетворяют полученному алгебраическому уравнению. Таким образом, соотношение входа – выхода электрической цепи может быть получено путем решения линейного алгебраического уравнения [1].

При исследовании электрической цепи основной величиной является импульсная реакция цепи h(t). Обозначим преобразование импульсной реакции через S(p):

$$S(p)=\int_0^\infty e^{-pt}h(t)dt.$$

Именно эта функция S(p) может быть получена в результате решения алгебраического уравнения. Тогда можно найти частотную реакцию цепи φ(ω). Для этого достаточно в выражение для S(p) вместо p подставить j ω:

$$\varphi(\omega)=S(j\,\omega).$$

Отсюда следует, что частотная реакция цепи может быть получена без применения операции интегрирования путём использования сведений об элементах цепи и их коммутации.

Интересующая нас импульсная реакция цепи h(t) может быть определена при помощи обратного преобразования Фурье

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(j\omega)e^{j\omega t}d\omega.$$

Операцию интегрирования при этом можно обойти, используя теоремы разложения.

Как известно, определение реакции электрической цепи на воздействие одиночного импульса по существу сводится к нахождению нестационарного режима в этой цепи.

Пример. Для электрической цепи (рис. 1) определить ток нестационарного режима, если рубильник К в момент t=0 переключается на сопротивление r_2.

Дифференциальное уравнение цепи будет иметь вид:

$$r_1 i(t)+r_2 i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=0.$$

Полагая i(t)=i(p), получим: $r_1 i(p)+r_2 i(p)+Lpi(p)-Li(0)=0,$

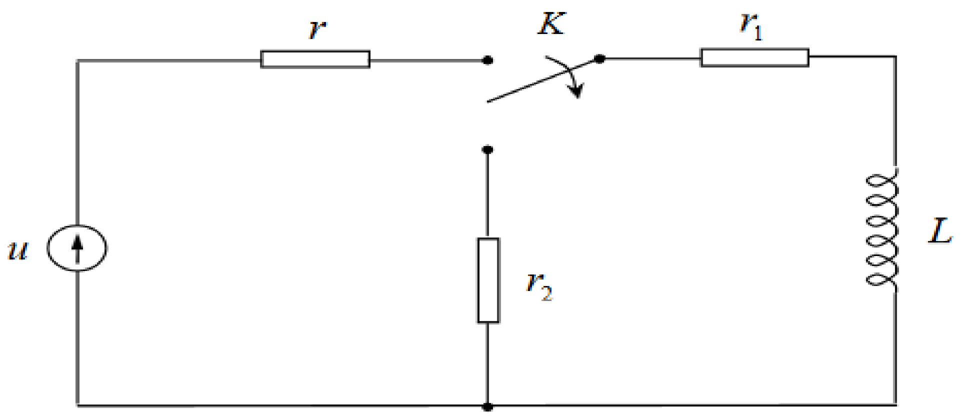

Рис. 1. Схема электрической цепи.

Отсюда

$$i(p)=\frac{Li(0)}{r_1+r_2+Lp}=\frac{L\dfrac{u}{r+r_1}}{L\left(p+\dfrac{r_1+r_2}{L}\right)}=\frac{u}{r+r_1}\cdot\frac{1}{p+\alpha}.$$

Переходя к оригиналу, найдём решение:

$$i(t)=\frac{u}{r_1+r}e^{-\alpha t}.$$

Таким образом, сила тока в цепи убывает по показательному закону от максимального значения, прямо пропорционального напряжению и обратно пропорционального сопротивлению цепи.

Кроме рассмотренной задачи электротехники методы операционного исчисления находят широкое применение в механике, автоматике и в других самых разнообразных отраслях науки и техники [2; 46 – 50].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Операционное исчисление и применение в теории электрических цепей / учебное пособие. – А.Н.Дадаева. – Алматы: КазНТУ, 2013. – 102 с.

2. Ярков В.Г. Потребности практики как источник развития математического знания/ Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Вып. 12. – Киров, 2010.