

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ
МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ОБЪЕКТОВ**

Аннотация. В статье представлено описание математических методов, обеспечивающих поиск значений числовых характеристик исследуемого объекта, при которых его восприятие целевой аудиторией улучшилось бы до заданного уровня. Каждый из авторских методов учитывает специфику одного из трех процессов: оценивания объекта, сравнения объектов, выбора объекта. Результаты работы методов продемонстрированы на примере их программной реализации.

Ключевые слова: поддержка принятия решений, многокритериальность, процесс оценивания, процесс сравнения, процесс выбора.

Задача поиска способов улучшения исследуемого объекта предполагает применение математических моделей, позволяющих получать оценку восприятия его качества с точки зрения целевой аудитории. Из числа указанных моделей наиболее распространены математические модели компенсационного типа [1]. Компенсационные модели позволяют представить объект как совокупность N характеристик $\{k_i\}$ ($i = \overline{1, N}$), каждая из которых обладает двумя числовыми показателями:

- значимостью для лица, принимающего решение по объекту (ЛПР);
- реализованностью в исследуемом объекте.

Таким образом, компенсационные модели позволяют получать оценки объекта на основе множества $\{w_i\}$ оценок значимости и множества $\{z_i\}$ оценок реализованности его характеристик $\{k_i\}$. При этом низкая оценка реализованности по одной из характеристик объекта может быть

скомпенсирована за счет других его характеристик, обладающих высокими оценками реализованности. Для удобства работы с результатами, получаемыми по компенсационным моделям, рекомендуется приводить оценки значимости и реализованности характеристик к диапазону от 0 до 1. Также рекомендуется нормировать оценки из множества $\{w_i\}$, чтобы сумма их значений была равна 1.

Автор выделяет следующие процессы принятия решений ЛПР, входящих в целевую аудиторию:

- процесс оценивания одного объекта;
- процесс сравнения друг с другом множества объектов;
- процесс выбора из множества объектов с возможностью отвержения всех сопоставляемых объектов.

Помимо целевой аудитории (например, потребителей товаров), оценивающей представленные ей объекты, задача принятия решения возникает также у субъектов, заинтересованных в высокой оценке представляемых ими объектов (например, у производителей товарной продукции). Для последних задача принятия решения заключается в определении путей изменения характеристик, улучшающих восприятие объекта.

Рассмотрим подробнее специфику каждого из выделенных автором процессов, а также математические методы поиска решений, позволяющих повысить привлекательность объекта для целевой аудитории.

1. Поддержка принятия решений в рамках процесса оценивания объекта

Оценивание объекта по N характеристикам – процесс, результатом которого является вынесение ЛПР из целевой аудитории решения о том, следует ли одобрить рассматриваемый объект (например, приобрести товар) или же следует отвергнуть его. Вероятность одобрения объекта будет определяться степенью реализованности его характеристик. При этом, согласно классической математической модели, разработанной Милтоном Розенбергом [2], вклад каждой характеристики в вероятность одобрения объекта пропорционален ее значимости (весу) для ЛПР, что отражено в формуле:

$$p_T = \sum_{i=1}^N w_i \cdot z_i \quad (1)$$

Альтернативой одобрению объекта является решение ЛПП о его отвержении, вызванное недостаточной реализованностью характеристик объекта. Вероятность принятия такого решения может быть оценена по формуле:

$$p_F = \sum_{i=1}^N w_i \cdot (1 - z_i) \quad (2)$$

Для процесса оценивания объекта постановка задачи поддержки принятия решения о его улучшении формулируется следующим образом. Дана оценка p вероятности одобрения исследуемого объекта, полученная по формуле (1). Для множества $\{k_i\}$ ($i = \overline{1, N}$) характеристик данного объекта требуется найти такие значения их реализованности $\{z_i\}$, чтобы значение оценки вероятности его одобрения увеличилось с p до P при допустимой погрешности Δ .

Принцип решения поставленной задачи заключается в пошаговом увеличении реализованности характеристик, расположенных в порядке убывания их значимостей, до тех пор, пока вероятность одобрения рассматриваемого объекта не достигнет желаемой величины P с выбранной погрешностью Δ .

Алгоритм решения поставленной задачи:

1. Упорядочиваем характеристики в порядке убывания значимости.
2. Устанавливаем номер текущей характеристики $i = 1$.
3. Пока $i \leq N$ и $|P - p| \geq \Delta$:
 - 3.1. Если $z_i = 1$, тогда переходим к шагу 3.3.
 - 3.2. Пока $|P - p| \geq \Delta$:

3.2.1. Определяем новое значение реализованности i -й

характеристики:
$$z_i = z_i + \frac{P - p}{w_i}.$$

3.2.2. Если $z_i > 1$, тогда устанавливаем $z_i = 1$.

3.2.3. Получаем по формуле (1) новую оценку p вероятности одобрения объекта.

3.2.4. Если $z_i = 1$, тогда переходим к шагу 3.3.

3.3. Устанавливаем $i = i + 1$.

4. Возвращаем $\{z_j\}$ ($j = \overline{1, N}$) как решение поставленной задачи.

2. Поддержка принятия решений в рамках процесса сравнения объектов

Сравнение L объектов по N характеристикам представляет собой процесс, по итогам которого ЛПР из целевой аудитории принимает решение, какой из сопоставляемых объектов является для него более предпочтительным по отношению к остальным. Если в рамках процесса оценивания объект оценивается обособленно, то в условиях сравнения с другими объектами вероятность предпочтения данного объекта будет зависеть от того, насколько по своим характеристикам он будет выглядеть привлекательнее по отношению к другим объектам, рассматриваемым ЛПР. Таким образом, при моделировании процесса сравнения следует говорить не об абсолютной реализованности характеристик объекта, а об их относительной реализованности, которая будет зависеть от его окружения – множества объектов, участвующих в сравнении и конкурирующих за внимание ЛПР. В связи с этим предлагается при моделировании процесса сравнения оперировать оценками относительной реализованности, получаемыми из оценок абсолютной реализованности. Оценка относительной реализованности характеристики объекта показывает, в какой мере рассматриваемый объект по данной характеристике является более

предпочтительным, чем объекты-конкуренты. Оценка относительной реализованности i -й характеристики в k -м объекте определяется по формуле:

$$c_{ik} = \frac{z_{ik}}{\sum_{j=1}^L z_{ij}} \quad (3)$$

Таким образом, в рамках процесса сравнения ЛПР рассматривает множество $\{T_j\}$ ($j = \overline{1, L}$) вариантов решения, где T_k – предпочтение k -го объекта остальным сопоставляемым. Вероятность выбора варианта T_k (предпочтение k -го объекта остальным) можно оценить по формуле:

$$p_k = \sum_{i=1}^N w_i \cdot c_{ik} \quad (4)$$

Для процесса сравнения объектов постановка задачи поддержки принятия решений о его улучшении формулируется следующим образом. Дана оценка P_k вероятности предпочтения k -го объекта остальным сравниваемым, полученная по формуле (4). Для множества $\{k_i\}$ ($i = \overline{1, N}$) характеристик рассматриваемого объекта требуется найти такие значения их реализованности $\{z_{ik}\}$, чтобы значение оценки вероятности его предпочтения увеличилось с P_k до P_k при допустимой погрешности Δ .

Алгоритм решения поставленной задачи:

1. Упорядочиваем характеристики в порядке убывания значимости.
2. Устанавливаем номер текущей характеристики $i = 1$.
3. Пока $i \leq N$ и $|P_k - p_k| \geq \Delta$:
 - 3.1. Если $z_i = 1$, тогда переходим к шагу 3.3.
 - 3.2. Пока $|P_k - p_k| \geq \Delta$:

3.2.1. Определяем по формуле (3) значение оценки c_{ik} относительной реализованности i -й характеристики k -го объекта.

3.2.2. Определяем новое значение относительной реализованности

i -й характеристики k -го объекта: $c_{ik} = c_{ik} + \frac{P_k - p_k}{w_i}$.

3.2.3. Устанавливаем $z_{ik} = z_{ik} + \frac{c_{ik} \cdot \sum z_{ij} - z_{ik}}{1 - c_{ik}}$.

3.2.4. Если $z_{ik} > 1$, тогда устанавливаем $z_{ik} = 1$.

3.2.5. Получаем по формуле (4) новую оценку p_k вероятности предпочтения k -го объекта остальным сравниваемым.

3.2.6. Если $z_{ik} = 1$, тогда переходим к шагу 3.3.

3.3. Устанавливаем $i = i + 1$.

4. Возвращаем $\{z_{jk}\}$ ($j = \overline{1, N}$) как решение поставленной задачи.

3. Поддержка принятия решений в рамках процесса выбора объекта

Выбор объекта из множества L объектов по N характеристикам можно определить как процесс, который включает в себя две составляющие:

- принятие решения по относительным оценкам – сравнение объектов друг с другом с целью определения, в какой степени каждый из рассматриваемых объектов предпочтителен по отношению к остальным;
- принятие решения по абсолютным оценкам – оценивание каждого объекта обособленно (альтернативы – одобрение объекта и его отвержение).

По завершении процесса выбора объект, который более предпочтителен по отношению к остальным, все равно может быть отвергнут, если по абсолютным значениям характеристик он окажется слишком далек от идеала

(например, является лучшим вариантом из числа худших). Таким образом, для процесса выбора к вариантам $\{T_j\}$ (где T_k – выбор k -го объекта) добавляется вариант F – отвержение ЛПП всех сопоставляемых объектов.

Вероятность выбора варианта T_k (предпочтение k -го объекта остальным и его одобрение) можно оценить по формуле:

$$p_k = \sum_{i=1}^N w_i \cdot c_{ik} \cdot z_{ik} \quad (5)$$

Оценка вероятности выбора варианта F (отвержение всех объектов) складывается из оценок вероятностей отвержения по всем объектам:

$$p_F = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^N w_i \cdot c_{ij} \cdot (1 - z_{ij}) = 1 - \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^N w_i \cdot c_{ij} \cdot z_{ij} = 1 - \sum_{j=1}^L p_j \quad (6)$$

Для процесса выбора объекта постановка задачи поддержки принятия решений о его улучшении формулируется следующим образом. Дана оценка p_k вероятности предпочтения k -го объекта остальным сопоставляемым, полученная по формуле (5). Для множества $\{k_i\}$ ($i = \overline{1, N}$) характеристик рассматриваемого объекта требуется найти такие значения их реализованности $\{z_{ik}\}$, чтобы значение оценки вероятности его предпочтения и одобрения увеличилось с p_k до P_k при допустимой погрешности Δ .

Алгоритм решения поставленной задачи:

1. Упорядочиваем характеристики в порядке убывания значимости.
2. Устанавливаем номер текущей характеристики $i = 1$.
3. Пока $i \leq N$ и $|P_k - p_k| \geq \Delta$:
 - 3.1. Если $z_i = 1$, тогда переходим к шагу 3.3.
 - 3.2. Пока $|P_k - p_k| \geq \Delta$:

3.2.1. Для i -й характеристики k -го объекта определяем значение оценки cz_{ik} ее относительной реализованности по формуле:

$$cz_{ij} = z_{ij} \cdot c_{ij} = \frac{z_{ij}^2}{\sum_{i=1}^N z_{ij}}.$$

3.2.2. Определяем новое значение относительной реализованности

$$i\text{-й характеристики } k\text{-го объекта: } cz_{ik} = cz_{ik} + \frac{P_k - p_k}{w_i}.$$

3.2.3. Решаем уравнение $x^2 + x \cdot (2z_{ik} - cz_{ik}) + z_{ik}^2 - cz_{ik} \cdot \sum z_{ij} = 0$.

3.2.4. Выбираем наибольший корень уравнения: $d = \max(x_1, x_2)$.

3.2.5. Устанавливаем $z_{ik} = z_{ik} + d$.

3.2.6. Если $z_{ik} > 1$, тогда $z_{ik} = 1$.

3.2.7. Получаем по формуле (5) новую оценку P_k вероятности предпочтения k -го объекта остальным сравниваемым и его одобрения.

3.2.8. Если $z_{ik} = 1$, переходим к шагу 3.3.

3.3. $i = i + 1$.

4. Возвращаем $\{z_{jk}\}$ ($j = \overline{1, N}$) как решение поставленной задачи.

4. Программная реализация методов поддержки принятия решений

Описанные математические методы поддержки принятия решений об изменении объектов были реализованы автором в качестве компоненты разработанной им системы «DEUS Ex Consumer», обеспечивающей поддержку принятия решений в условиях многокритериального выбора объектов потребителями.

На рисунке 1 представлены в таблицах левой колонки входные данные – оценки значимости и реализованности характеристик объекта.

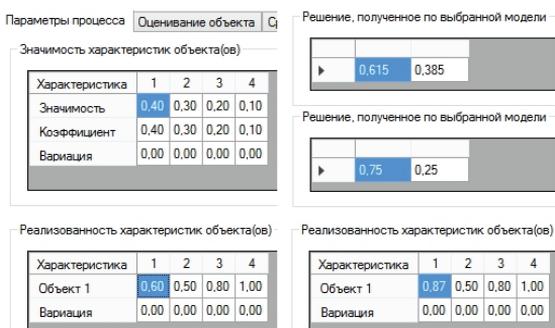


Рис. 1. Поддержка принятия решений для процесса оценивания

В правой колонке в верхней таблице представлены оценки вероятностей принятия и отвержения объекта, полученные в результате имитационного моделирования по авторской модели процесса оценивания [3]. В средней таблице правой колонки исходная оценка вероятности одобрения была увеличена с 0.65 до 0.75. В нижней таблице правой колонки представлены результаты применения метода поддержки принятия решений для процесса оценивания, из которых видно, что для достижения указанной величины оценки одобрения объекта (с допустимой погрешностью 0.0001) следует повысить реализованность первой (наиболее значимой) характеристики до 0.87.

На рисунке 2 представлены в таблицах левой колонки входные данные – оценки значимости и реализованности характеристик объекта.

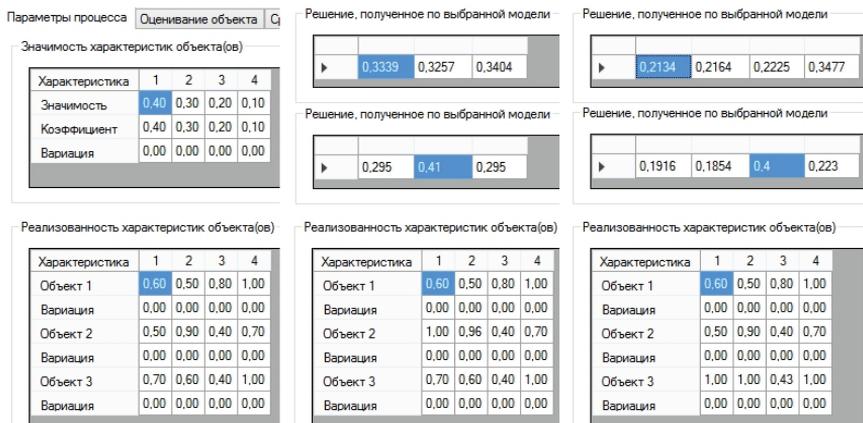


Рис. 2. Поддержка принятия решений для процессов сравнения и выбора

В средней колонке в верхней таблице представлены оценки вероятностей предпочтения каждого объекта, полученные в результате имитационного моделирования по авторской модели процесса их сравнения [4]. В средней таблице средней колонки исходная оценка вероятности предпочтения второго объекта была увеличена с 0.3257 до 0.41. В нижней таблице средней колонки представлены результаты применения метода поддержки принятия решений для процесса сравнения, из которых видно, что для достижения указанной величины оценки предпочтения второго объекта (с допустимой погрешностью 0.0001) следует максимально повысить реализованность первой (наиболее значимой) характеристики, а для второй характеристики – увеличить оценку ее реализованности до 0.96.

В правой колонке в верхней таблице представлены оценки вероятностей предпочтения и одобрения каждого объекта и оценка вероятности отвержения всех объектов, полученные в результате имитационного моделирования по авторской модели процесса выбора [5]. В средней таблице правой колонки исходная оценка вероятности предпочтения третьего объекта была увеличена с 0.2225 до 0.4. В нижней таблице правой колонки представлены результаты применения метода поддержки принятия решений для процесса выбора, из которых видно, что для достижения указанной величины оценки предпочтения

и одобрения третьего объекта (с допустимой погрешностью 0.0001) следует максимально повысить реализованности первой и второй (наиболее значимых) характеристик, а для третьей характеристики – увеличить оценку ее реализованности до 0.43.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ФГБУ «Фонд содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере» (Фонд содействия инновациям).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бронникова Т.С., Чернявский А.Г. Маркетинг. М.: ПРИОР, 2001. 128 с.
2. Коротков А.В. Маркетинговые исследования. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. 304 с.
3. Пушкарев А.Н. Разработка компенсационных моделей процесса оценивания объекта экспертом // Маркетинг и маркетинговые исследования. М.: ЗАО «Издательский дом «Гребенников», 2014. № 2 (110). С. 148-155.
4. Пушкарев А.Н. Математическое моделирование процессов экспертного сравнения однотипных объектов // Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании: материалы V Всероссийской научно-технической конференции с международным участием (1-2 ноября 2012 г.). Тюмень: Издательство ТюмГНГУ, 2012. С. 142-145.
5. Пушкарев А.Н. Математическое моделирование процессов принятия решений в условиях многокритериального выбора // Математическое и информационное моделирование: сборник научных трудов. Тюмень: Издательство ТюмГУ, 2015. Вып. 14. С. 230-237.