М.А. Васильев, Т.А. Грачева, А.И. Чебан
Тюменский государственный университет, г. Тюмень
УДК 532.546.2

НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОРАДИАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА ПО ЗАКОНУ ФОРХГЕЙМЕРА

Аннотация. В статье рассматривается численное решение дифференциального уравнения, которая описывает нестационарную плоскорадиальную фильтрацию газа по закону Форхгеймера к вертикальной скважине, методом конечных разностей.

Ключевые слова: подземная гидромеханика, теория фильтрации, пласт, газ, плоскорадиальная фильтрация, закон Форхгеймера.

Введение. В настоящее время компьютерное моделирование в нефтяной и газовой промышленности является наиболее актуальной задачей. В частности это связано с необходимостью обоснования режимов работы эксплуатационных скважин. Выбор технологического режима работы относится к числу наиболее важных решений, принимаемых при проектировании скважин и в процессе их работы. Поскольку режим эксплуатации газовых скважин часто выбирается на базе недостаточно точной информации, то он не всегда хорошо обоснован и однозначен, что впоследствии может привести к производственным и экономическим рискам. [2] Учет распределения давления является одним из самых важных факторов для выбора режима эксплуатации скважины, позволяющим более точно прогнозировать ее работу. Текущие стационарные модели не могут дать полное представление о выборе режимов и процессах протекающих в призабойной зоне. Также одним из возможных применений нестационарной модели плоской фильтрации является интерперетация данных ГДИС, поскольку необходимы новые методы анализа данных, полученных на неустановившихся притоках в газовых скважинах.

Таким образом, исследование решений нестационарных уравнений, описывающих фильтрационные процессы в призабойной зоне пласта является одним из приоритетных направлений для анализа и проектирования актуальных режимов работы скважин.

Постановка задачи

Нестационарный плоскорадиальный приток газа по закону Форхгеймера к вертикальной скважине описывается решением начально-краевых задач линейного дифференциального уравнения (1).

$$\frac{\partial^2 \Phi(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(1 + \frac{C}{2r + C}\right)\frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial r} = \frac{m\mu}{kP_{\text{пл}}}(1 + \frac{C}{r})\,\frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} \quad (1)$$

В котором произведена замена:

$$\text{C} = \frac{\rho_{\text{ат}} Q \beta \sqrt{k}}{\pi b \mu} \quad (2)$$

Вышеприведенное уравнение (1) является обобщением закона сохранения массы – уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial}{\partial r}[\rho v(r,t)] + \frac{\rho v(r,t)}{r} = m\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3)$$

и двухчленного закона фильтрации – закона Форхгеймера:

$$\beta\frac{\rho}{\sqrt{k}}v^2(r,t) + \frac{\mu v(r,t)}{k} = \frac{\partial P(r,t)}{\partial t} \quad (4)$$

Дополняем данную систему уравнением состояния идеального газа:

$$\rho = \frac{\rho_{\text{ат}} P}{P_{\text{ат}}} \quad (5)$$

Дебит вертикальной скважины соответствует стационарному решению и определяется из уравнения (6).

$$P_{\text{к}}^2 - P_{\text{з}}^2 = AQ + BQ^2 \tag{6}$$

В котором:

$$A = \frac{\mu P_{\text{ат}}}{\pi b k} \ln\left(\frac{R}{r_c}\right) \tag{7}$$

$$B = \frac{\beta \rho_{\text{ат}} P_{\text{ат}}}{2\pi^2 b^2 r_c \sqrt{k}} \tag{8}$$

Где $\Phi(\mathrm{r},\mathrm{t}) = P^2(\mathrm{r},\mathrm{t}) -$ функция Лейбензона; $r -$ расстояния от ствола скважины, м; $R -$ радиус контура питания, м; $r_c -$ радиус скважины, м; $t -$время, с; $m -$пористость; $\mu -$вязкость, Па·с; $k -$ проницаемость, м^2; $P_{\text{пл}} -$ пластовое давление, Па; $P_{\text{ат}} -$ атмосферное давление, Па; $P_{\text{к}} -$ давление на контуре питания, Па; $P_{\text{з}} -$ забойное давление, Па; $\rho_{\text{ат}} -$ плотность газа в атмосферных условиях, кг/м^3; $Q -$ соответствующий стационарному решению дебит скважины, м^3/с; $\beta -$ безразмерная характеристика шероховатости и извилистости порового пространства; $b -$ мощность пласта, м; $v(r,t) -$ скорость фильтрации, м/с. [1];[3]

В качестве упрощения модели были приняты следующие основные допущения:

- процесс считается плоским и одномерным;
- газ идеальный;
- пласт однородный и изотропный.

Таким образом, данная задача сводится к нахождению функции Лейбензона, а затем и распределения давления в призабойной зоне пласта.

Исследование поля давления при плоскорадиальной фильтрации газа.

При решении поставленной задачи использовался метод конечных разностей. Запишем численную схему уравнения (1):

$$\Phi_i^j = \Phi_i^{j-1} + \frac{\tau k}{h^2 m\mu(1 + \frac{C_0^j}{ih})}\Big[\Phi_{i+1}^{j-1} - 2\Phi_i^{j-1} + \Phi_{i-1}^{j-1} + +(\frac{1}{i} + \frac{C_0^j}{2hi^2 + C_0^j i})(\Phi_{i+}^{j-1} - \Phi_i^{j-1})\Big] \qquad (9)$$

Коэффициент С будем рассчитывать исходя из (2):

$$C_0^j = \frac{\rho_{\text{ат}} Q^j \beta \sqrt{k}}{\pi b \mu} \qquad (10)$$

Дебит Q определим решая стационарное уравнение (6):

$$Q_0^j = \frac{A + \sqrt{A^2 + 4B(P_k^2 - (P_0^j)^2)}}{2B} \qquad (11)$$

В качестве начальных условий примем невозмущенное состояние призабойной зоны – начальное распределение давлений. Для граничных условий выберем известное изменение давления на забое скважины и давление на контуре питания.

Шаги по времени и координате выберем, исходя из реальных условий, в соответствии с критерием Куранта.

В результате численного решения уравнения (9) были получены значения функции Лейбензона в призабойной зоне на заданной сетке. Исходя из определения функции Лейбензона было рассчитано поле давлений.

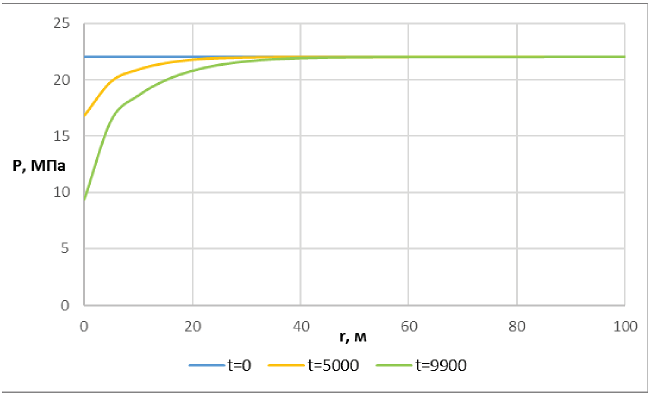

Рис. 1. Изменение давления в пространстве для трех различных временных шагов

На рисунке 1 показана зависимость давления от координаты в разные моменты времени с начала эксплуатации скважины. Из рисунка видно, что при малых значениях r происходит резкое изменение функции давления. При возрастании r постепенно уменьшается влияние функции забоя. Дальнейшее увеличение параметра r приводит к постоянному значению равному $P_{пл}$.

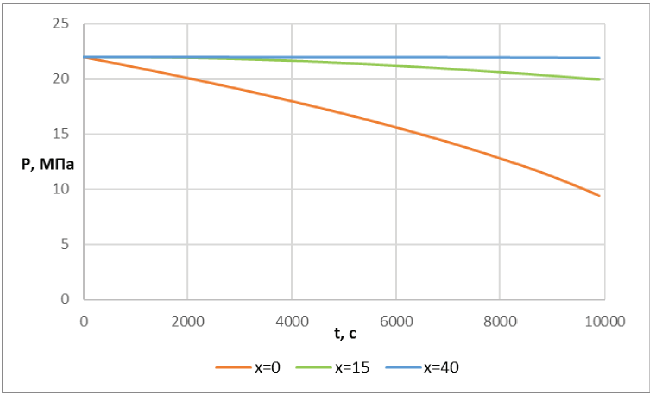

Рис. 2. Сравнение изменения давления от времени для трех различных координат

Из рисунка 2 видно, что с течением времени характер возмущения вблизи скважины будет увеличиватся, но при этом не происходит значительного увеличения радиуса возмущенной зоны. Следовательно, не является рациональным последующее уменьшение забойного давления. Таким образом, модель помимо предсказательных эффектов объясняет физические процессы, такие как образование воронки депрессии.

Заключение

В заключении отметим, что полученные решения задач помогают существенно упростить подход к выбору и обоснованию технологических режимов работы скважины, что в последствии положительно сказывается на эффективности и продолжительности ее работы. Показано, что нестационарная модель позволяет проводить анализ влияния работы скважины на процессы происходящие в призабойной зоне. Также одним из перспективных направлений развития работ в данной области является интерпретация данных ГДИС на неустановившемся режиме течения.

Авторы выражают благодарность научному руководителю Н.Е. Актаеву за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К.С. , Кочина И.Н. «Подземная гидромеханика», М.: Недра, 1993. – 416 с

2. Жариков М. Г. Обоснование и выбор технологического режима работы горизонтальных газовых и газоконденсатных скважин [Текст]: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук (05.15.06) / Жариков Максим Геннадиевич; РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина. – Москва, 2000. – 197 с

3. Толпаев В. А., Евенко И. А. Математические модели плоскорадиальной фильтрации газа по закону Форхгеймера к вертикальной скважине [Текст] / В.А. Толпаев // Ученые записки Забайкальского государственного университета. – 2013. - № 50. – С. 117-120.