# Алексей Михайлович БУБЕНЧИКОВ<sup>1</sup> Евгений Борисович БРАЗОВСКИЙ<sup>2</sup>

**УДК 51-7** 

# ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОРОНКИ ОТ ВЗРЫВА ЗАГЛУБЛЕННЫМ ЗАРЯДОМ<sup>\*</sup>

- <sup>1</sup> доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Региональный научно-образовательный математический центр, Национальный исследовательский Томский государственный университет bubenchicov\_am@mail.ru
- <sup>2</sup> аспирант, кафедра теоретической механики, Национальный исследовательский Томский государственный университет kondraten.kondraten@mail.ru

### Аннотация

Задачи о течении идеальной жидкости с неизвестной (свободной) границей рассматриваются в теории струй, которая хорошо разработана и широко применяется в гидродинамике и теории фильтрации. Методы этой теории можно успешно применять и для расчета формы воронок при взрывах, используя для этого хорошо разработанный математический аппарат теории потенциальных течений и теории аналитических функций.

Одной из основных задач, возникающих при использовании взрывов на выброс, является задача определения размеров и формы воронок выброса в зависимости от геометрии области, свойств грунта, энергетической характеристики заряда, а также его формы и расположения. Взрывы применяются при разработке полезных ископаемых, проходке траншей, сооружении плотин, строительстве подземных хранилищ, в том числе газовых, а также для прокладки подземных нефтепроводов и газопроводов в твердых породах.

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

<sup>\*</sup> Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-02-2022-884).

**Цитирование:** Бубенчиков А. М. Гидродинамическая модель воронки от взрыва заглубленным зарядом / А. М. Бубенчиков, Е. Б. Бразовский // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30). С. 115-128. DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-115-128

Камуфлетные взрывы используются в нефтегазовой промышленности для создания подземных хранилищ и с целью интенсификации добычи нефти и газа. Сфера применения взрыва в народном хозяйстве непрерывно расширяется.

Целью работы является аналитическое построение точного отображения области комплексного потенциала на плоскость годографа, реализующее задачу выброса грунта при взрыве шнурового (удлиненного) заглубленного заряда.

В работе применена твердо-жидкостная модель взрыва, предложенная М. А. Лаврентьевым в середине XX в. В рамках этой математической модели получено и подробно проанализировано решение для взрыва точечного заглубленного заряда.

Выбор этой задачи обусловлен тем, что она имеет точное аналитическое решение, причем в простой аналитической форме, в элементарных функциях. Решение этой задачи было известно из литературных источников, но она решена заново другим способом.

#### Ключевые слова

Гидродинамика, воронка выброса, комплексные переменные, заглубленный заряд, идеальная жидкость, теория струй, проходка траншей.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-115-128

#### Введение

В середине XX в. М. А. Лаврентьевым была предложена новая математическая постановка задачи о действии взрыва в твердой среде [5]. Основная идея состоит в том, что в области, близкой к взрыву, давления настолько велики, что можно пренебречь прочностными и пластическими свойствами среды и силами трения по сравнению с инерционными силами. Кроме того, при давлениях взрывного нагружения сжимаемость грунта не очень велика, так что при определении поля скоростей в грунте ее можно не учитывать. Таким образом, среду вблизи взрыва можно рассматривать как идеальную несжимаемую жидкость. Вдали от взрыва, наоборот, преобладают прочностные силы и среда практически неподвижна. Эти зоны разделяются переходным слоем, который в первом приближении считается бесконечно тонким и является непротекаемой границей для движущейся идеальной среды. Следовательно, применима импульсная постановка, при которой границу жидкой зоны можно определить, если на ней задано некоторое дополнительное условие физического характера (например, скорость движения (v) вдоль границы постоянна, и равна некоторой критической величине (с), определяемой прочностью грунта).

Как решать задачу о течении идеальной жидкости с неизвестной (свободной) границей, известно из теории струй [3, 6, 8], которая хорошо разработана и широко применяется для решения задач из области гидродинамики и теории фильтрации. Методы этой теории можно успешно применять и для расчета формы воронок при взрывах, используя для этого хорошо разработанный математический аппарат теории потенциальных течений и теории аналитических функций.

116

Экспериментальные воронки имеют более пологую форму, чем теоретические. Но ширина воронок соответствует эксперименту при надлежащем выборе параметра (*c*). Усложнение математической модели с целью учета неоднородности, пластичности и других реальных свойств грунта не всегда бывает оправданным. Математическая модель должна быть достаточно простой, содержать небольшое число параметров, имеющих ясный физический смысл, и допускать аналитическое решение — желательно в элементарных функциях. Последнее, конечно, возможно не для всех задач, поставленных в рамках импульсной модели взрыва.

Целью данной научной работы является:

- в рамках гидродинамической модели построить точное решение задачи о выбросе грунта в результате взрыва шнурового (удлиненного) заглубленного заряда;
- составить программу для вычислительных устройств и произвести расчет формы воронок, а также линий равного потенциала и линий тока.

### Результаты

#### Постановка задачи

Рассмотрим задачу о взрыве заглубленного шнурового (удлиненного) заряда в твердо-жидкостной импульсной постановке. Действие заряда может быть описано источником интенсивности  $\psi_0$ . Требуется найти границу воронки выброса, которая является линией тока и на которой выполняется условие v = c.

На рис. 1 изображена геометрия области движения в плоскости разреза, перпендикулярной шнуровому заряду. В силу симметрии рассматривается только правая полуплоскость.



*Рис. 1.* Геометрия области течения *Fig. 1.* G

Fig. 1. Geometry of the flow area

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30)

Введем комплексный потенциал течения:

$$w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y).$$

Скорость, как известно из теории аналитических функций, тогда представляется в виде:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + i\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} - i\frac{\partial\varphi}{\partial y} = v_x - iv_y.$$

Запишем граничные условия для потенциальной функции  $\varphi(x, y)$  и функции тока  $\psi(x, y)$ . На открытой поверхности грунта AD давление равно нулю, следовательно:

$$\varphi = 0, \text{ Ha AD.} \tag{1}$$

На неизвестной границе CD выполняется условие:

$$\partial \varphi / \partial n = 0$$
, Ha CD. (2)

Так как CD — жесткая стенка, и кроме того, на ней модуль скорости должен иметь постоянное значение:

$$|dw/dz| = c. ag{3}$$

На линиях тока BCD и AB должно быть соответственно:

$$\psi = 0, \ \psi = \psi_0. \tag{4}$$

Причем на участке BC скорость направлена вниз, а на участке BAD — вверх.

Эти условия означают следующее. Отрезок AD является свободной границей открытого грунта, который находится под постоянным (атмосферным) давлением, и скорость на этом участке должна быть направлена по нормали, т. е. вверх.

Линия DCB является линией тока, на которой значение функции тока  $\psi$  принимается равной нулю. Причем на линии тока DC модуль скорости имеет постоянную величину, равную *с*.

Отрезки ВС и АВ являются линиями тока вследствие симметрии задачи относительно оси *y*. Направление скоростей определяют значения аргументов комплексной скорости, а значение  $\psi = \psi_0$  на АВ определяет расход жидкости. Так как рассматривается половина течения, то это значение должно составлять половину мощности источника.

Сформулируем задачу следующим образом: требуется найти аналитическую в области ABCD функцию w(z) и неизвестную часть границы CD по краевым условиям (1)-(4). Известными (входными) величинами мы будем считать значения  $\psi = \psi_0$  и модуля скорости |dw/dz| = c на границе воронки CD, которые характеризуют мощность заряда и прочность грунта. Еще одним известным параметром будем считать глубину заложения заряда, которую будем обозначать буквой *b*.

Вестник Тюменского государственного университета

#### Решение задачи

Может показаться удивительным то, что имеется возможность не только вычислять поле потенциала или скоростей, но одновременно определять и неизвестную свободную границу. Тем не менее именно этим и занимается раздел гидродинамики, известный как теория струй. Основная идея этого метода, впервые предложенного Германом фон Гельмгольцем, состоит в том, чтобы изобразить две фигуры, описывающие область течения, но не в физической плоскости z, как показано на рис. 1, а одну — в области комплексного потенциала w, а другую — в области комплексной скорости dw/dz. В том случае, когда построенные таким образом фигуры имеют достаточно простую форму и всюду известные границы, задача может быть полностью решена, причем в довольно простом аналитическом виде. Действительно, если одну из таких областей отобразить конформно на другую, то получится функциональная связь между величинами w dw/dz, т. е. дифференциальное уравнение, решая которое, мы и получим решение исходной задачи. Сложная краевая задача, таким образом, заменяется на более простую.

В нашем случае область течения ABCD в плоскости комплексного потенциала w имеет вид полуполосы и показана на рис. 2. В этом можно убедиться, если обойти контур по его периметру и сравнить граничные условия. Обычно придерживаются такого правила обхода, при котором область течения остается слева.

Сам взрывной заряд (точка В) помещается в этой плоскости в бесконечно удаленной точке. Участок открытого грунта DA расположен на вертикальном отрезке ( $\varphi = 0$ ;  $0 < \psi < \psi_0$ ).

Воронка соответствует в плоскости *w* прямолинейному участку CD на нижней стороне полуполосы. Положение точки C на ней заранее неизвестно и должно определяться в процессе решения.

В качестве второй фигуры мы возьмем область определения функции  $idw/dz = v_v + iv_x$ , которая показана на рис. 3.



*Рис. 2.* Область комплексного потенциала

Fig. 2. The area of complex potential

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30)



*Рис. 3.* Область функции  $idw/dz = v_y + iv_y$  *Fig. 3.* Function area  $idw/dz = v_y + iv_y$ 

Как видно из рис. 3, такая область тоже достаточно проста и представляет собой верхнюю полуплоскость с вырезанным полукругом радиуса (c) с центром в начале координат. Этому полукругу соответствует граница воронки взрыва. Участок открытого грунта DA лежит здесь на вещественной оси, а заряд (B), как и для комплексного потенциала, находится в бесконечно удаленной точке, т. к. скорости вблизи него бесконечно велики.

После того как области, показанные на рис. 2 и 3, построены и мы убеждаемся, что они имеют простой вид, необходимо произвести их конформное отображение на какую-либо общую для них стандартную область, которую будем называть *параметрической*. В качестве таковой удобно выбрать верхнюю полуплоскость комплексной переменной *t*, показанную на рис. 4.



На ней весь периметр зоны течения ABCD лежит на вещественной оси и заряд взрывчатого вещества (В) находится в бесконечно удаленной точке. Масштаб преобразования всегда можно подобрать так, чтобы контур воронки CD лежал на отрезке (-1,..+1) вещественной оси переменой *t*. Тогда участок открытого грунта DA будет располагаться на вещественной оси *t* в пределах от 1 до  $1 + \mu$ , где  $\mu > 0$  — некоторый параметр, от которого зависит форма воронки взрыва. С этим параметром мы в дальнейшем свяжем глубину заложения взрывного заряда *b*.

Заметим далее, что функция  $-{\rm sh}^2(\pi w/2\psi_0)$  переводит область комплексного потенциала w (рис. 2) в верхнюю полуплоскость, причем вертикальный участок DA переходит в отрезок вещественной оси от 0 до 1. Отсюда ясно, что отображение на параметрическую плоскость t будет иметь вид:

$$t = 1 - \mu \cdot \operatorname{sh}^2\left(\frac{\pi w}{2\psi_0}\right). \tag{5}$$

Вестник Тюменского государственного университета

Вычисляя из этой формулы производную dw/dt, получим

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{\psi_0}{\pi\sqrt{t-1}\sqrt{t-1-\mu}}.$$
(6)

Если мы введем в рассмотрение функцию вида  $t + \sqrt{t^2 - 1}$ , то нетрудно будет заметить, что она переводит отрезок вещественной оси (-1...+1) верхней полуплоскости *t* в полукруг единичного радиуса, в то время как другие точки вещественной оси, соответствующие значениям |t| > 1, на ней и остаются. Получающаяся при этом фигура с точностью до множителя (*c*) совпадает с областью *idw*/*dz*, показанной на рис. 3. Таким образом, имеем

$$i\frac{dw}{dz} = c\left(t + \sqrt{t^2 - 1}\right).\tag{7}$$

Вычисляя отсюда *dz/dw*, найдем

$$\frac{dz}{dw} = \frac{i(t - \sqrt{t^2 - 1})}{c}$$

Далее мы перейдем от переменной дифференцирования *w* к *t*, т. к. *z* проще определять как функцию параметра *t*. Учитывая, что

$$\frac{dz}{dw} = \frac{dz}{dt}\frac{dt}{dw},$$

получим

$$\frac{dz}{dt} = \frac{i(t - \sqrt{t^2 - 1})}{c} \frac{dw}{dt}.$$

Подставляя сюда выражение для dw/dt из (6), найдем, что

$$\frac{dz}{dt} = -i\frac{\psi_0}{\pi c}\frac{t - \sqrt{t^2 - 1}}{\sqrt{t - 1}\sqrt{t - 1 - \mu}}.$$
(8)

Таким образом, наша задача свелась к вычислению интеграла от правой части последнего уравнения. Начальное условие можно получить, если известна величина *z* для какого-либо значения параметра *t*. Из рис. 1 видно, что в физической плоскости координаты области течения (*z*) обращаются в нуль в точке A, которой в плоскости параметрической переменной (*t*) соответствует точка  $t = \mu + 1$ . Поэтому решение уравнения (8) можно представить в виде:

$$\frac{\pi cz}{\psi_0} = -i \cdot \int_{1+\mu}^t \frac{t - \sqrt{t^2 - 1}}{\sqrt{t - 1}\sqrt{t - 1 - \mu}} dt.$$
(9)

Этот интеграл можно вычислить в явном виде. Действительно, если сделать замену переменной  $u = \sqrt{t - 1 - \mu}$ , то получим

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30)

$$\int \frac{t - \sqrt{t^2 - 1}}{\sqrt{t - 1}\sqrt{t - 1 - \mu}} dt = 2 \int \left(\sqrt{u^2 + \mu} + \frac{1}{\sqrt{u^2 + \mu}} - \sqrt{u^2 + 2 + \mu}\right) du.$$

Входящие сюда интегралы — табличные и имеют следующие первообразные функции:

$$\int \sqrt{u^2 + \mu} \, du = \frac{1}{2} \left( u \cdot \sqrt{u^2 + \mu} + \mu \cdot \ln\left(u + \sqrt{u^2 + \mu}\right) \right),$$
$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + \mu}} = \ln\left(u + \sqrt{u^2 + \mu}\right),$$
$$\int \sqrt{u^2 + 2 + \mu} \, du = \frac{1}{2} \left( u \cdot \sqrt{u^2 + 2 + \mu} + (2 + \mu) \cdot \ln\left(u + \sqrt{u^2 + 2 + \mu}\right) \right)$$

Если теперь подставить эти выражения в (9) и перейти снова к переменной *t*, то получим окончательную формулу, решающую нашу задачу о взрыве заглубленного заряда:

$$\frac{\pi cz}{\psi_0} = i \left\{ \frac{2\sqrt{t-1-\mu}}{\sqrt{t-1}+\sqrt{t+1}} + (10) + (2+\mu) \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{2+\mu}} \cdot \frac{\sqrt{t-1-\mu}+\sqrt{t+1}}{\sqrt{t-1-\mu}+\sqrt{t-1}}\right) \right\}.$$

### Обсуждение полученного решения

На участке (1 < t < 1 +  $\mu$ ), т. е. на DA, который соответствует открытому грунту в физической области z, формула (10) дает вещественное значение. В этом случае  $\sqrt{t-1-\mu}$  принимает мнимое значение, и после преобразований получим

$$\frac{\pi cz}{\psi_0} = (2+\mu) \left( \arctan \sqrt{\frac{1+\mu-t}{t-1}} - \arctan \sqrt{\frac{1+\mu-t}{t+1}} \right) - \frac{2\sqrt{1+\mu-t}}{\sqrt{t+1}+\sqrt{t-1}}.$$
(11)

Полагая в этой формуле  $t = 1 + \mu$ , найдем, что z = 0, а при t = 1 получим полуширину воронки L в относительных единицах, т. е.

$$\frac{\pi cL}{\psi_0} = (2+\mu) \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2}{\mu}} - \sqrt{2\mu}.$$
(12)

Вестник Тюменского государственного университета

При  $\mu = 1$ , например, получим

$$\frac{\pi cL}{\psi_0} = 3 \operatorname{arctg} \sqrt{2} - \sqrt{2}.$$

Таким же образом, устремляя в формуле (10) t к бесконечности, получим

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\pi cz}{\psi_0}\right) = -i\left((2+\mu)\ln\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}-1\right).$$

Откуда следует, что глубина заложения заряда b равна

$$\frac{\pi cb}{\psi_0} = (2+\mu) \ln \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} - 1.$$
 (13)

При  $\mu = 1$  эта формула дает следующее значение:

$$\frac{\pi cb}{\psi_0} = 3 \ln\sqrt{3} - 1 = 0,647 9.$$

Ординату начала воронки мы получим, если в формуле (10) положим t = -1, т. к. именно она соответствует точке С в физической плоскости z:

$$\lim_{n \to \infty} \left( \frac{\pi cz}{\psi_0} \right) = -i \left\{ (2+\mu) \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{2+\mu} + \sqrt{2}}{\sqrt{\mu}} \right) - \sqrt{2}\sqrt{2+\mu} \right\}.$$

Таким образом, полная глубина воронки Н будет равна

$$\frac{\pi cH}{\psi_0} = (2+\mu) \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{2+\mu}+\sqrt{2}}{\sqrt{\mu}}\right) - \sqrt{2}\sqrt{2+\mu}.$$
(14)

При  $\mu = 1$  это дает

$$\frac{\pi cH}{\psi_0} = 3\ln(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{6} = 0,989 \ 15.$$

Из представленных выше соотношений видно, что при постоянном значении величины  $\pi c/\psi_0$  форма воронки зависит от параметра  $\mu$ , или от глубины заряда b, поскольку она связана с  $\mu$  посредством формулы (13). Когда  $\mu$  изменяется в пределах от нуля до бесконечности, глубина заложения заряда изменяется, наоборот, в пределах от бесконечности до нуля. При этом ширина воронки, вычисляемая по формуле (12), изменяется в пределах от значения, равного  $\pi$  (при  $\mu = 0$ ), до нуля (при  $\mu = \infty$ ).

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30)

#### Численные результаты

Уравнение границы воронки можно также получить из общего решения (10). Для этого в нем нужно положить, что параметр *t* пробегает вещественные значения в пределах от -1 до +1. В нем величины  $\sqrt{t-1}$  и  $\sqrt{t-1-\mu}$  принимают на этом участке мнимые значения, а всё выражение (10) получается комплексным. Отделяя вещественную и мнимую части, получим

$$\frac{\pi cx}{\psi_0} = (2+\mu) \cdot \arctan\frac{\sqrt{1+t}}{\sqrt{1+\mu-t}} - \sqrt{1+t} \cdot \sqrt{1+\mu-t},$$
$$\frac{\pi cx}{\psi_0} = (2+\mu) \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{1+\mu-t}+\sqrt{1-t}}\right) + \sqrt{1-t} \cdot \sqrt{1+\mu-t}, \quad (15)$$
$$-1 < t < +1.$$

Параметр  $\mu$  не имеет определенного физического смысла; он является просто корнем уравнения (13), левая часть которого содержит величины, определяющие характеристики заряда и грунта:  $\psi_0$  — мощность заряда, *с* — прочность грунта, *b* — глубина заложения. Нетрудно составить программу, которая вычисляет  $\mu$  как функцию безразмерного параметра  $s = \psi_0 / \pi cb$ , т. е.  $\mu = \mu(s)$ . Тогда, выбирая в качестве единицы длины глубину заложения заряда *b*, уравнения (15) можно записать в виде:

$$\frac{x}{b} = \frac{\psi_0}{\pi cb} \left( (2+\mu) \cdot \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1+t}}{\sqrt{1+\mu-t}} - \sqrt{1+t} \cdot \sqrt{1+\mu-t} \right),$$

$$\frac{y}{b} = \frac{\psi_0}{\pi cb} \left( (2+\mu) \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{1+\mu-t} + \sqrt{1-t}}\right) + \sqrt{1-t} \cdot \sqrt{1+\mu-t} \right), (16)$$

$$-1 < t < +1.$$

Формулы (16) представляют в параметрическом виде уравнение контура границы воронки. Результаты расчета по этим формулам (16) при различных значениях параметра  $s = \psi_0 / \pi c b$  показаны на рис. 5.

Поскольку эта задача имеет точное решение, причем разрешенное относительно координат физической области *z*, то нетрудно построить линии тока и линии равного потенциала. Для этого достаточно задать определенные значения  $\varphi = \text{const}$ , или  $\psi = \text{const}$ , и затем вычислить *t* и  $\mu$  по формулам:

$$t = 1 - \mu \cdot \operatorname{sh}^{2}\left(\frac{\pi w}{2\psi_{0}}\right),$$
$$\frac{\pi cb}{\psi_{0}} = (2 + \mu) \cdot \ln \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} - 1$$

Вестник Тюменского государственного университета

Далее вид этих линий вычисляется по формуле:

$$\frac{z}{b} = \frac{\psi_0}{\pi cb} \cdot i \left\{ \frac{2\sqrt{t-1-\mu}}{\sqrt{t-1} + \sqrt{t+1}} + (2+\mu) \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{2+\mu}} \cdot \frac{\sqrt{t-1-\mu} + \sqrt{t+1}}{\sqrt{t-1-\mu} + \sqrt{t-1}}\right) \right\}.$$

Результат расчета представлен на рис. 6.



*Рис. 5.* Формы воронок для различных значений параметра  $s = \psi_0 / \pi c b$ 

*Fig. 5.* Funnel shapes for different values of parameter  $s = \psi_0 / \pi c b$ 



Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30)

# Заключение

В работе применена твердо-жидкостная модель взрыва, предложенная М. А. Лаврентьевым в середине XX в. В рамках этой математической модели получено и подробно проанализировано решение для взрыва точечного заглубленного заряда.

Выбор этой задачи обусловлен тем, что она имеет точное аналитическое решение, причем в простой аналитической форме, в элементарных функциях.

После получения решения мы не ограничивались только определением формы воронки выброса, как это обычно делается, а для большей наглядности дополнили результаты расчетом линий равного потенциала и линий тока.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Болотова Ю. Н. Влияние конструкции заряда взрывчатого вещества на формирование сейсмовзрывных волн / Ю. Н. Болотова // Взрывное дело. 2021. № 133-90. С. 149-157.
- Викторов С. Д. Концепция развития буровзрывных работ при разработке месторождений полезных ископаемых / С. Д. Викторов, В. М. Закалинский, И. Е. Шиповский, Р. Я. Мингазов // Взрывное дело. 2021. № 133-90. С. 100-112.
- Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости / М. И. Гуревич. М.: Физматгиз, 1961. 496 с.
- 4. Закалинский В. М. О буровзрывных работах на больших глубинах / В. М. Закалинский, Р. Я. Мингазов // Взрывное дело. 2021. № 133-90. С. 113-121.
- 5. Кузнецов В. М. Математические модели взрывного дела / В. М. Кузнецов. Новосибирск: Наука, 1977. С. 84-127.
- Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного: учеб. пособие для ун-тов / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. 4-е изд., испр. М: Наука, 1973. 736 с.
- Мартынюк П. А. О форме воронки выброса при взрыве в грунте шнурового заряда / П. А. Мартынюк // Народнохозяйственное использование взрыва. 1965. № 30. С. 3-9.
- Милн-Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика / Л. М. Милн-Томсон; пер. с англ. А. А. Петрова и др.; под ред. Н. Н. Моисеева. М.: Мир, 1964. 655 с.
- Норов А. Ю. Проблема управления энергией взрыва при формировании развала взорванной горной массы на карьерах / А. Ю. Норов // Взрывное дело. 2020. № 129-86. С. 85-104.
- Хохлов С. В. Исследование вопроса управления и контроля за смещением взорванной рудной массы / С. В. Хохлов, А. В. Баженова, В. А. Маккоев, Р. А. Рахманов, И. А. Аленичев // Взрывное дело. 2021. № 132-89. С. 59-76.

126

Вестник Тюменского государственного университета

# Alexey M. BUBENCHIKOV<sup>1</sup> Evgeniy B. BRAZOVSKIY<sup>2</sup>

UDC 51-7

# HYDRODYNAMIC MODEL OF A FUNNEL FROM AN EXPLOSION OF A BURIED CHARGE<sup>\*</sup>

- <sup>1</sup> Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Leading Researcher, Regional Scientific and Educational Mathematical Center, National Research Tomsk State University bubenchicov\_am@mail.ru
- <sup>2</sup> Postgraduate Student, Department of Theoretical Mechanics, National Research Tomsk State University kondraten.kondraten@mail.ru

### Abstract

The problems of the flow of an ideal fluid with an unknown (free) boundary is known from the theory of jets, which is well developed and widely used to solve problems in the field of hydrodynamics and filtration theory. The methods of this theory can also be successfully applied to calculate the shape of craters during explosions, using the well-developed mathematical apparatus of the theory of potential flows and the theory of analytical functions.

One of the main tasks that arise when using ejection explosions is the task of determining the size and shape of the ejection funnels depending on the geometry of the area, soil properties, energy characteristics of the charge, as well as its shape and location. Explosions are used in the development of minerals, in the excavation of trenches including for laying underground oil and gas pipelines in hard rocks, in the construction of dams, the construction of underground storage facilities, including gas. Camouflage explosions are used in the oil and gas industry for creating underground storage facilities and intensifying oil and gas production. The scope of the explosion in the national economy is constantly expanding.

**Citation:** Bubenchikov A. M., Brazovskiy E. B. 2022. "Hydrodynamic model of a funnel from an explosion of a buried charge". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 2 (30), pp. 115-128. DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-115-128

© University of Tyumen

This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russia (agreement No. 075-02-2022-884).

The aim of the work is the analytical construction of an accurate mapping of the area of the complex potential on the plane of the hodograph, which implements the task of ejecting soil during the explosion of a corded (elongated) buried charge.

The paper uses a solid-liquid explosion model proposed by M. A. Lavrentiev in the middle of the 20<sup>th</sup> century. Within the framework of this mathematical model, a solution for the problem is obtained and analyzed in detail: the explosion of a point buried charge.

The choice of this problem is due to the fact that it has an exact analytical solution, and in a simple analytical form, in elementary functions. The solution of this problem was known from literary sources, but it was solved anew in a different way.

# Keywords

Hydrodynamics, ejection funnel, complex variables, buried charge, ideal fluid, jet theory, trenching.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-115-128

### REFERENCES

- Bolotova Yu. N. 2021. "The influence of the explosive charge design on the formation of seismic and explosive waves". Explosion Technology, no. 133-90, pp. 149-157. [In Russian]
- Viktorov S. D., Zakalinsky V. M., Shipovskii I. E., Mingazov R. Ya. 2021. "The concept of development of drilling and blasting works mineral deposits". Explosion Technology, no. 133-90, pp. 100-112. [In Russian]
- Gurevich M. I. Theory of jets of an ideal liquid. Moscow: Fizmatgiz, 1961. 496 p. [In Russian]
- 4. Zakalinsky V. M., Mingazov R. Ya. 2021. "About drilling and blasting operations at large depths". Explosion Technology, no. 133-90, pp. 113-121. [In Russian]
- Kuznetsov V. M. 1977. Mathematical models of explosive business. Novosibirsk: Nauka. Pp. 84-127. [In Russian]
- Lavrentiev M. A., Shabat B. V. 1973. Methods of the theory of functions of a complex variable: study guide for universities. 4<sup>th</sup> ed., corrected. Moscow: Science. 736 p. [In Russian]
- Martynyuk P. A. 1965. "On the shape of the ejection funnel during an explosion in the ground of a cord charge". National Economic Use of the Explosion, no. 30, pp. 3-9. [In Russian]
- Milne-Thomson L. M. 1974. Theoretical hydrodynamics. Translated from English by A. A. Petrova et al. Edited by N. N. Moiseeva. Moscow: Mir. 655 p. [In Russian]
- Norov A. Yu. 2020. "The problem of controlling the explosion energy during the formation of the collapse of the exploded rock mass in quarries". Explosion Technology, no. 129-86, pp. 85-104. [In Russian]
- Khokhlov S. V., Bazhenova A. V., Makkoev V. A., Rakhmanov R. A., Alenichev I. A. 2021. "Investigation of the issue of management and control over the displacement of ore contours after the blast". Explosion Technology, no. 132-89, pp. 59-76. [In Russian]

128