


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра моделирования физических процессов и систем

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н.



09.06

Ганопольский Р.М.

2022 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистерская диссертация

**АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫТЕСНЕНИЯ
НЕФТИ ГАЗОМ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

16.04.01 Техническая физика

Магистерская программа «Физика недр»

Выполнил работу
студент 2 курса
очной

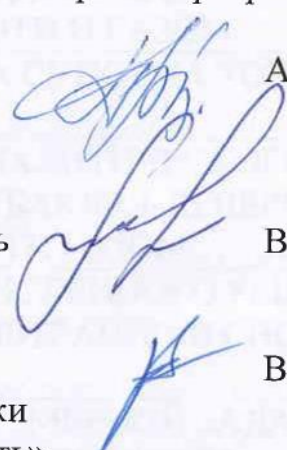
формы обучения

Научный руководитель
доцент кафедры,
МФПиС

Рецензент

зав. Н.И.Л. петрофизики
ТО «СургутНИПИнефть»,

к.ф.-м.н., доцент



Арзамасцев Сергей Алексеевич

Вершинин Владимир Евгеньевич

Вольф Альберт Альбертович

Тюмень
2022 год

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	4
ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ	7
1.1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ.....	7
1.2 ВИДЫ ЗАДАЧ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ.....	7
ГЛАВА 2 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОДНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ	10
2.1 УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НАСЫЩЕННОСТИ ДЛЯ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ.....	10
2.2 МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК.....	12
2.3 АНАЛИЗ ВОЛНЫ «РАЗРЕЖЕНИЯ» ПРОФИЛЯ НАСЫЩЕННОСТИ В ТОЧНОМ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА.....	17
2.4 АНАЛИЗ ВОЛНЫ «СЖАТИЯ» ПРОФИЛЯ НАСЫЩЕННОСТИ В ТОЧНОМ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА.....	18
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА НА КОММЕРЧЕСКОМ СИМУЛЯТОРЕ.....	25
3.1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КОММЕРЧЕСКОГО СИМУЛЯТОРА.....	25
3.2 ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ И ГАЗОМ.....	27
3.3 ВЛИЯНИЕ ШАГА СЕТКИ НА ТОЧНОСТЬ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ	30
3.4. СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА ПРИ ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ ГАЗОМ.....	33
3.5. АДАПТАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В СИСТЕМЕ ГАЗ-НЕФТЬ.....	39
ГЛАВА 4. РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ.....	45
4.1. УРАВНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ И НАКЛОНА ПЛАСТА.....	45
4.2 ВЛИЯНИЕ УГЛА НАКЛОНА НА СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ФРОНТА.....	47
4.3 СОПОСТАВЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И МОДЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ.....	50

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	55
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	56

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- P – давление;
- μ_g, μ_o – динамические вязкости газа и нефти соответственно;
- k_{abs} – абсолютная проницаемость породы
- k_g, k_o – ОФП газа и нефти соответственно;
- S_g, S_o – насыщенности газовой и нефтяной фазы;
- t – время;
- \vec{U}_g, \vec{U}_o – скорости фильтрации газа и нефти соответственно;
- U – скорость фильтрации системы ;
- m или φ – пористость коллектора;
- ρ_g, ρ_o – плотности газа и нефти;
- g – ускорение свободно падения.
 - $\mu_g, \mu_o = const$
 - $\rho_g, \rho_o = const$
 - $m = const$
 - $k_{abs} = const$

ВВЕДЕНИЕ

Нефтегазовая отрасль является одной из главных и во многом определяющих состояние современной экономики Российской Федерации. Разработка нефтегазовых месторождений в России ведется с конца XIX века, а первые упоминания о применении углеводородов встречаются еще раньше. С каждым годом растет точность исследований пласта, пластовых флюидов, геологических и геофизических методов исследований месторождений. Несмотря на солидный накопленный объем информации и опыт нефтегазодобывающей промышленности, ясна необходимость внедрения новых технологий, усовершенствований методик расчетов и моделирования процессов, происходящих в пласте для улучшения точности гидродинамических симуляторов. В нынешних реалиях построение гидродинамической модели является необходимым этапом при разработке нефтегазовых активов. От точности и объективности симулятора напрямую зависит экономический расчет, а как следствие и корректировка стратегии развития актива.

Гидродинамический симулятор – это математический инструмент, работающий на основе численного моделирования процессов фильтрации, описываемых зависимостями и законами подземной гидромеханики. Подземная гидромеханика – это наука, изучающая движение флюидов пласте. Фильтрационное движение флюидов имеет ряд особенностей, усложняющих математическое описание процесса.

Существует несколько приближенных моделей, описывающих процесс фильтрации. Одной из них является модель Баклея-Леверетта [1]. Она позволяет упростить исходную задачу и найти аналитические решения в случае наличия симметрии в системе и знания поля давлений. В общем случае задача многофазной фильтрации решается при помощи численных методов. Одним из самых надежных способов верификации гидродинамического симулятора является проверка его решений на точных аналитических решениях упрощенной модельной задачи. В рамках нашей работы будут рассматриваться различные подходы, позволяющие оценить с помощью аналитических решений задачи Баклея-Леверетта точность расчетов коммерческого гидродинамического симулятора при решении задачи двухфазной фильтрации системы газ-нефть.

Задача двухфазной фильтрации газ-нефть возникает в ряде случаев. Таким случаем может являться разработка месторождений с газовой шапкой. Подгазовые залежи или нефтяные оторочки — особый тип трудноизвлекаемых запасов. Над нефтяным слоем располагается газовая «шапка» значительного объема. (Восточно-Мессояхское, Озерное, Новопортовское и многие другие месторождения). Разработка подобных месторождений сопровождается формированием конусов газа с последующим его прорывом к добывающим скважинам. Для предупреждения раннего прорыва газа необходимо вести

разработку на малых депрессиях, что увеличивает срок разработки, в случае чего потенциальная прибыль сгорает за счет дисконтирования. Если же задать большой перепад давления, можно спровоцировать прорывы пальцев газа к добывающим скважинам, что приводит к падению давления в залежи, разгазированию нефти. Таким образом, для подбора оптимальной стратегии разработки, выборе режима на скважинах, необходимо точно понимать время прорыва газа, иметь представление о положении фронта вытеснения. Для этого необходимо быть уверенным, что гидродинамический симулятор с высокой точностью воспроизводит все процессы, происходящие в пласте, и имеет высокую прогностическую способность. Этим обусловлена цель настоящей работы.

Цель работы:

Сравнительный анализ точности численных методов решения задач двухфазного вытеснения нефти газом на основе аналитических решений задачи Баклея-Леверетта.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

- Подготовить численную модель соответствующую условиям задачи Баклея-Леверетта.
- Исследование характера решений одномерной задачи Баклея-Леверетта при горизонтальном течении. Сопоставление численных и аналитических решений;
- Исследование характера решений одномерной задачи Баклея-Леверетта при наклонном течении. Сопоставление численных и аналитических решений;
- Разработка методики адаптации численного решения.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

1.1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Фильтрация – сложный процесс движения флюидов в пористой среде. Данный процесс лежит в основе гидромеханики. Толчок для развития эта наука получила в середине XIX века благодаря работам французского инженера Анри Дарси, проводившего серию экспериментов по фильтрации воды через трубы различных диаметров, набитые песком. Так была получена эмпирическая формула для скорости движения флюида в пористой среде. Позже она была модифицирована множителем k_i относительной фазовой проницаемости для каждой фазы. Данный показатель измеряется в долях единицы и характеризует фильтрацию i -ой фазы при наличии другой фазы в коллекторе. Таким образом, уравнение, описывающее скорость фильтрации i -ой фазы с вязкостью μ_i под действием перепада давления и сил гравитации в пласте с абсолютной проницаемостью k_{abs} имеет вид:

$$\vec{U}_i = \frac{-k_{abs}k_i}{\mu_i} \nabla(P - \rho_i g z)$$

Исследованиям фильтрационных процессов посвящено множество обзоров и статей [2], [3], [4].

Целью данной работы является решение задачи Баклея-Левретта двухфазной фильтрации в системе нефть-газ и анализ точности современных гидродинамических симуляторов на основе полученных аналитических решений [12]. Данная задача в различных постановках рассмотрена в [5], [6], [7], [8], [13].

Основное уравнение задачи Баклея-Левретта представляет собой уравнение в частных производных первого порядка. Одним из методов решения данной задач является метод характеристик [9], [10].

1.2 ВИДЫ ЗАДАЧ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Одним из основных допущений задачи Баклея-Левретта, является постоянная плотность флюидов. Данное допущение для месторождений с газовой шапкой имеет место быть, поскольку подобные залежи, как правило, разрабатываются на малых депрессиях, чтобы предупредить быстрый прорыв газа к добывающим скважинам. При рабочем диапазоне давлений 150 – 200 атмосфер объемный коэффициент газа и нефти меняется незначительно. В рамках нашей задачи в пласте находятся две фазы: нефть (жидкая фаза) и газ

(газовая фаза). Допускаем, что нефть не содержит растворенный газ, и потоки не смешиваются. Пласт изотропен по основным характеристикам.

Модель Баклея-Левретта не учитывает капиллярное давление на границе раздела фаз [1]. Это является специфической особенностью данной модели. Считается, что капиллярные силы незначительны по сравнению с градиентами пластового давления.

Обобщим перечень основных допущений:

- Изотермичная фильтрация;
- Отсутствие смешивания потоков;
- Отсутствие химического взаимодействия фаз;
- Плотность фаз приблизительно постоянна;
- Капиллярные силы равны «0».

Задача распределения насыщенности в наклонном пласте в многомерном случае решается методами математического моделирования (Рис.1.1.1), но в ряде случаев данная задача может быть сведена к более простым и может быть решена аналитически. Именно на базе аналитических решений будет оцениваться точность коммерческого симулятора при решении задачи двухфазной фильтрации системы нефть-газ.

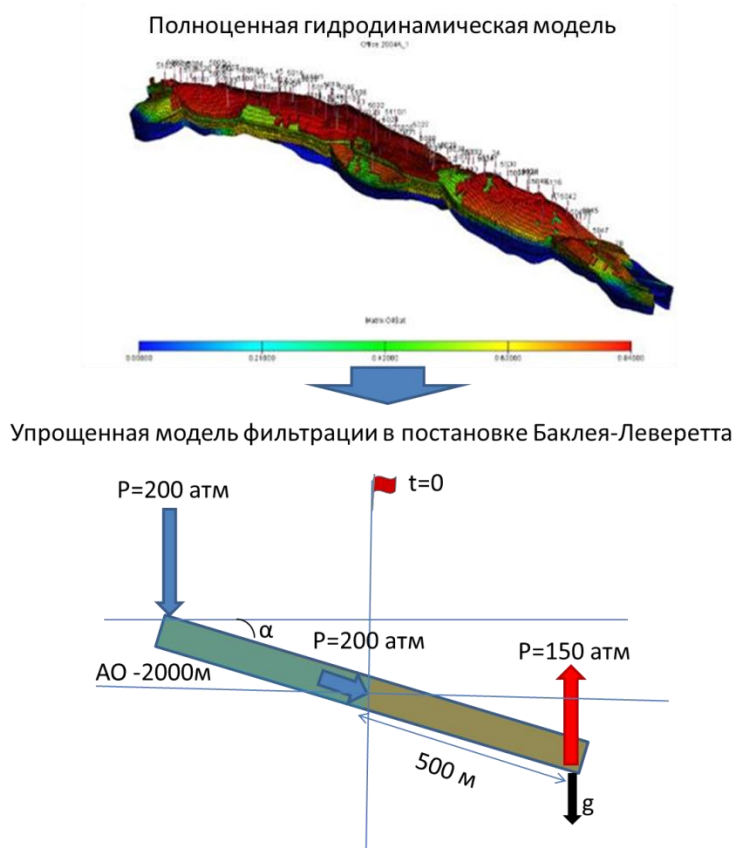


Рис.1.1.1 Задача многофазной фильтрации.

Ниже представлена система уравнений, которая описывает процесс двухфазной изотермической фильтрации [2], [3], [8]. Первое и второе уравнение – закон Дарси для газа и нефти. Третье и четвертое - закон сохранения массы для каждой фазы. Пятое - фиксирует сумму насыщенностей в любой момент времени в любой точке пространства, которая равна «1».

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{U}_g = - \frac{k_{abs} k_g}{\mu_g} grad P \\ \vec{U}_o = - \frac{k_{abs} k_o}{\mu_o} grad P \\ \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_g S_g) + \nabla(\rho_g \vec{U}_g) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_o S_o) + \nabla(\rho_o \vec{U}_o) = 0 \\ S_g(x, z, t) + S_o(x, z, t) = 1 \end{array} \right.$$

ГЛАВА 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОДНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

2.1 УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НАСЫЩЕННОСТИ ДЛЯ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

Рассмотрим задачу одномерной двухфазной фильтрации системы газ-нефть в длинном горизонтальном пласте (Рис.2.1.1). Пласт имеет полную однородность фильтрационно-емкостных свойств. Движение под действием градиента давления. На границах пласта выполняется условие постоянства скорости фильтрации. Данная задача соответствует классической задаче Баклея-Левретта. Ее решение подробно описано в литературе: [2], [5], [11], [13].

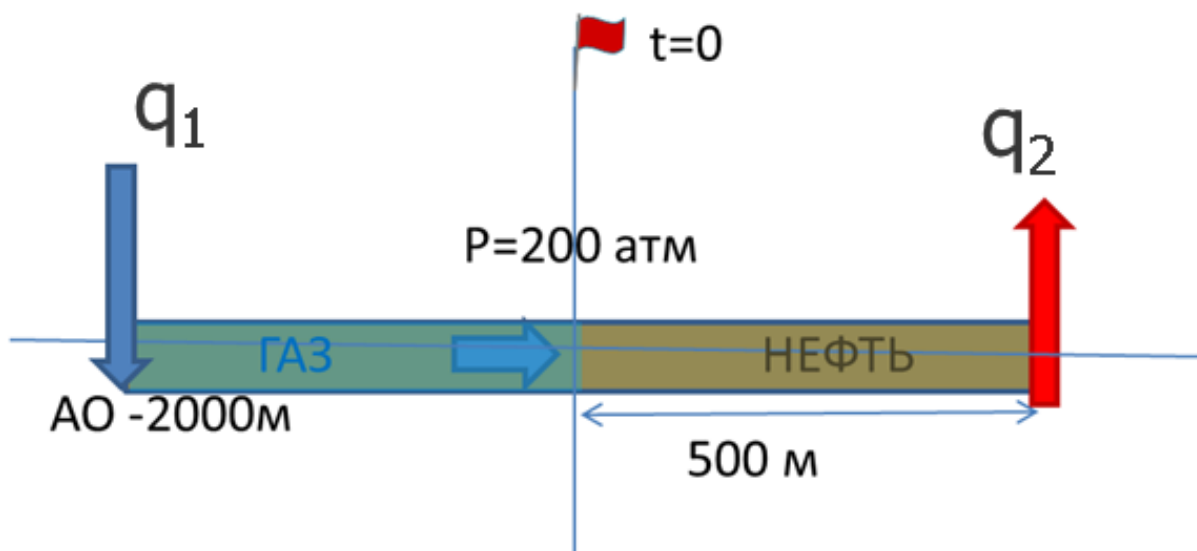


Рис.2.1.1 Модель пласта в задаче одномерной горизонтальной двухфазной фильтрации

Основная система уравнений фильтрации одномерной постановке имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{U}_g = - \frac{k_{abs} k_g}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial x} \vec{e}_x \\ \vec{U}_o = - \frac{k_{abs} k_o}{\mu_o} \frac{\partial P}{\partial x} \vec{e}_x \\ \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_g S_g) + \nabla(\rho_g \vec{U}_g) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_o S_o) + \nabla(\rho_o \vec{U}_o) = 0 \\ S_g(x, t) + S_o(x, t) = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \\ (5) \end{array}$$

Учитывая уравнение (5) и сложив уравнение (3) и (4) почленно, получим:

$$m \frac{\partial}{\partial t} (S_o + S_g) = -\nabla(\vec{U}_o + \vec{U}_g) = 0 \quad (6)$$

Градиент равен нулю, следовательно: $\vec{U}_o + \vec{U}_g = \vec{U} = const$

Поскольку рассматриваем случай одномерной фильтрации, можем уйти от векторного описания и рассматривать проекции векторов на ось фильтрации:

$$U = \frac{k_{abs} k_g}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{k_{abs} k_o}{\mu_o} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{-1}{k_{abs} \frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_o}{\mu_o}} U$$

Подставим полученное выражение в закон Дарси для газовой фазы:

$$U_g = \frac{U}{1 + \frac{\mu_g k_o}{\mu_o k_g}} \quad (8)$$

Введем функцию Баклея-Левретта. Она определяет долю вытесняющего агента в общем потоке флюида, как следствие – характер и динамику процесса фильтрации:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{\mu_g k_0}{\mu_o k_g}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial S} \frac{\partial S_g}{\partial x} = f' \frac{\partial S_g}{\partial x}$$

Тогда:

$$U_g = fU \quad (9)$$

Подставив это выражение в уравнение неразрывности для газовой фазы, получаем уравнение в частных производных первого порядка, описывающее процесс одномерной фильтрации нефти и газа:

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} + \frac{Uf'}{m} \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0$$

$$\frac{Uf'}{m} = A(S_g)$$

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} + A(S_g) \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

2.2 МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК

Полученное уравнение является уравнением в частных производных (УЧП) гиперболического типа. Решение подобных уравнений подробно описано в [9], [10]. Одним из способов решения УЧП первого порядка является метод характеристик или метод бегущей волны. Газонасыщенность (S_g) – функция, зависящая от координаты и времени. Предполагается, что значение S_g остается постоянным вдоль некоторой кривой (x, t) , учитывая данное допущение, делаем вывод, что полный дифференциал функции S_g насыщенности равен «0».

$$\begin{cases} \frac{\partial S_g}{\partial t} + A(S_g) \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial S_g}{\partial t} dt + \frac{\partial S_g}{\partial x} dx = 0 \end{cases}$$

Сопоставив его с уравнением (10), получаем дифференциальное уравнение характеристик:

$$\frac{dx}{dt} = A(S_g)$$

В результате интегрирования выводим уравнение самой характеристики, в данном случае, представленное уравнением прямой линии с тангенсом угла наклона $A(S_g)$ [11]:

$$x = A(S_g)t + x_0 = \frac{Uf'}{m}t + x_0$$

$$x_0 = 0$$

Вдоль характеристики УЧП решается как обыкновенное дифференциальное уравнение. Частное решение получается, при наличии начальных и граничных условий.

Начальное условие представлено неким начальным распределением насыщенности в пласте в начальный момент времени, которое может иметь произвольный вид. Предположим, что в начальный момент времени пласт насыщен только нефтью.

$$S_g(0,0) = W(x_0) = W(x - A(S_g)t)$$

W – представляет собой некоторый профиль волны, бегущей вправо.

Граничным условием задачи Баклея-Левверетта является постоянный поток насыщенности газовой фазы на границах пласта. Таким образом:

$$S_g(0, t) = 0$$

$$S_{g_x}(x, 0) = 1$$

Графически начальные и граничные условия задачи Баклея-Левверетта можно представить в следующем виде (Рис.2.1.2):

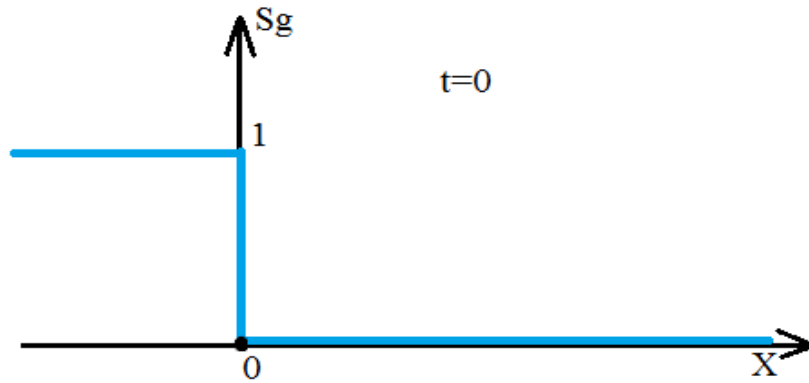


Рис.2.1.2 Начальные условия задачи Баклея-Левретта.

Примем некоторые константы, описывающие свойства рассматриваемой системы:

$$\begin{aligned}
 k &= 10^{-13} \text{ м}^2 \\
 \mu_g &= 0.014 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \\
 \mu_o &= 10 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \\
 P_{\text{пластовое}} - P_{\text{забойное}} &= 50 \text{ атм} \\
 l_{\text{длина пласта}} &= 500 \text{ м} \\
 m &= 0.3
 \end{aligned}$$

Таким образом, скорость движения волны или $A(S_g)$ – (характеристическая функция) равна:

$$A(S_g) = \frac{Uf'}{m} = 2.14 \cdot 10^{-7} \cdot f', \quad [\text{м/с}]$$

В характеристическую функцию входит производная от функции Баклея-Левретта, которая зависит от насыщенности. Исследуем коэффициент $A(S_g)$. Перепишем функцию f :

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{1 + \frac{\mu_g k_o}{\mu_o k_g}} = \frac{1}{1 + \mu \frac{k_o}{k_g}} \\
 \frac{\mu_g}{\mu_o} &= \mu
 \end{aligned}$$

Относительные фазовые проницаемости – важные гидродинамический параметр, от которого зависит характер течения флюидов в пласте. В процессе разработки месторождений кривые ОФП получаются экспериментальным путем по результатам керновых исследований. Данные эксперименты характеризуются

высокой стоимостью, а так же значительной длительностью их проведения. В рамках нашей работы в качестве модельного приближения кривые ОФП будут задаваться корреляцию Кори (Рис.2.1.3). В системе газ-нефть принимаем, что остаточная нефтенасыщенность равна «0.1», а газ в процессе фильтрации за счет меньшей вязкости и покидает поровые каналы полностью. Тогда:

$$k_g = S_g^{2.5}$$

$$\begin{cases} k_o = 0, S_g \leq 0.1 \\ k_o = \left(\frac{0.9 - S_g}{0.9}\right)^{1.5}, 0.1 < S_g < 0.9 \end{cases}$$

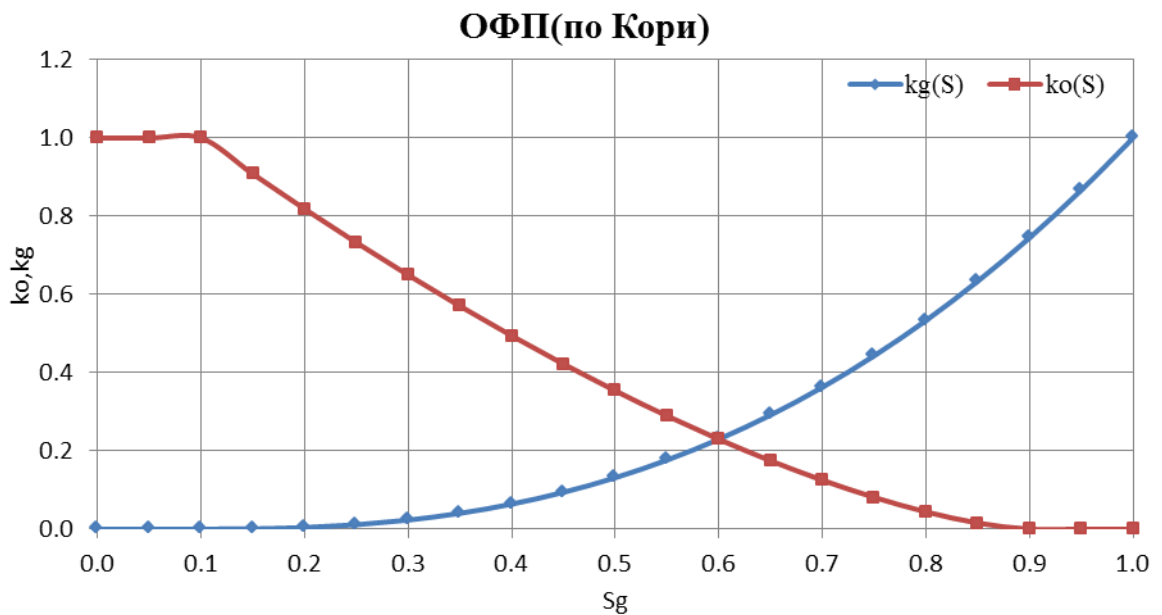


Рис.2.1.3 ОФП по корреляции Кори

Построим функцию Баклея-Левверетта и найдем ее первую производную с учетом корреляции Кори (рисунок 2.1.4).

$$f = \frac{1}{1 + \mu \frac{(0.9 - S_g)^{1.5}}{S_g^{2.5}}}$$

$$f' = -\mu f^2 \left(\frac{1.5 S_g^{2.5} (0.9 - S_g)^{0.5} - 2.5 S_g^{1.5} (0.9 - S_g)^{1.5}}{S_g^5} \right)$$

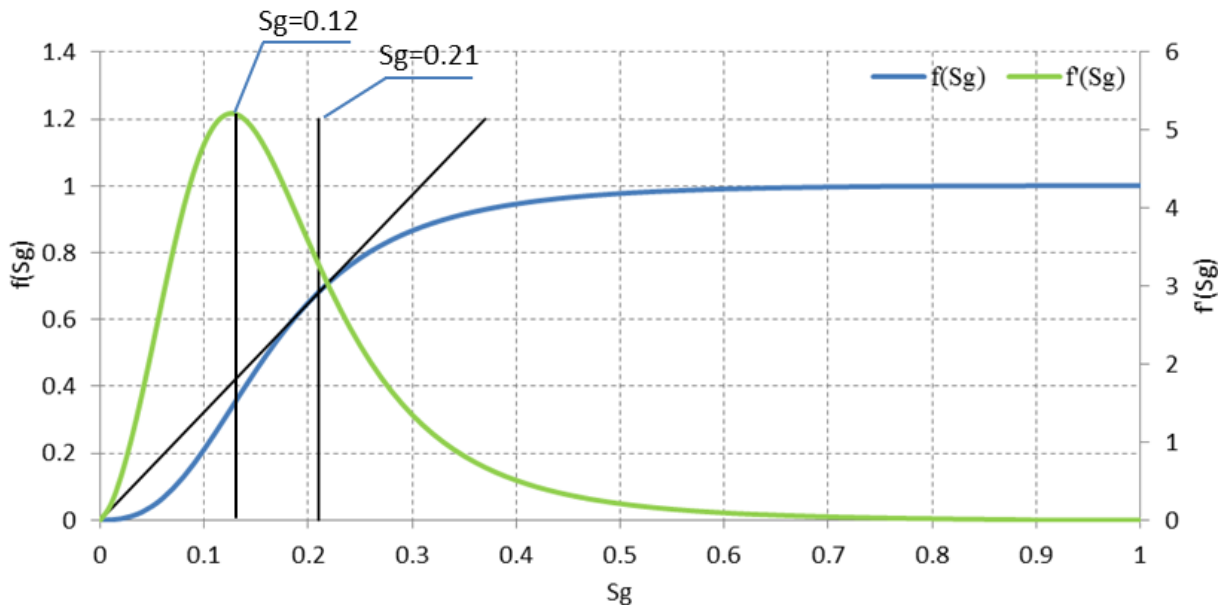


Рис.2.1.4 Графики функция Баклея-Левретта и производной от функции Баклея-Левретта

Обратим внимание на ряд особенностей графика функции производной Баклея-Левретта. Он содержит максимум в точке газонасыщенности «0.12». Именно с этим экстремумом связана такая особенность задачи Баклея-Левретта, как многозначность решения. Об этой особенности будет подробно рассказано в пунктах 2.3 и 2.4.

Поскольку уравнение характеристики (скорости движения) зависит от производной от функции Баклея-Левретта, разные значения насыщенностей будут иметь различные скорости движения. Получается, что скорость движения точки пространства с определенной газонасыщенностью зависит от значения самой газонасыщенности. Наглядно данное явление можно увидеть на рисунке 2.1.5. На нем представлен механизм работы метода бегущей волны. Его суть заключается в том, что начальное возмущение (начальное распределение насыщенности в пласте, которое может иметь произвольный характер) с течением времени транслируется из координаты X_1 в координату X_2 при прохождении временного промежутка Δt вдоль характеристик.

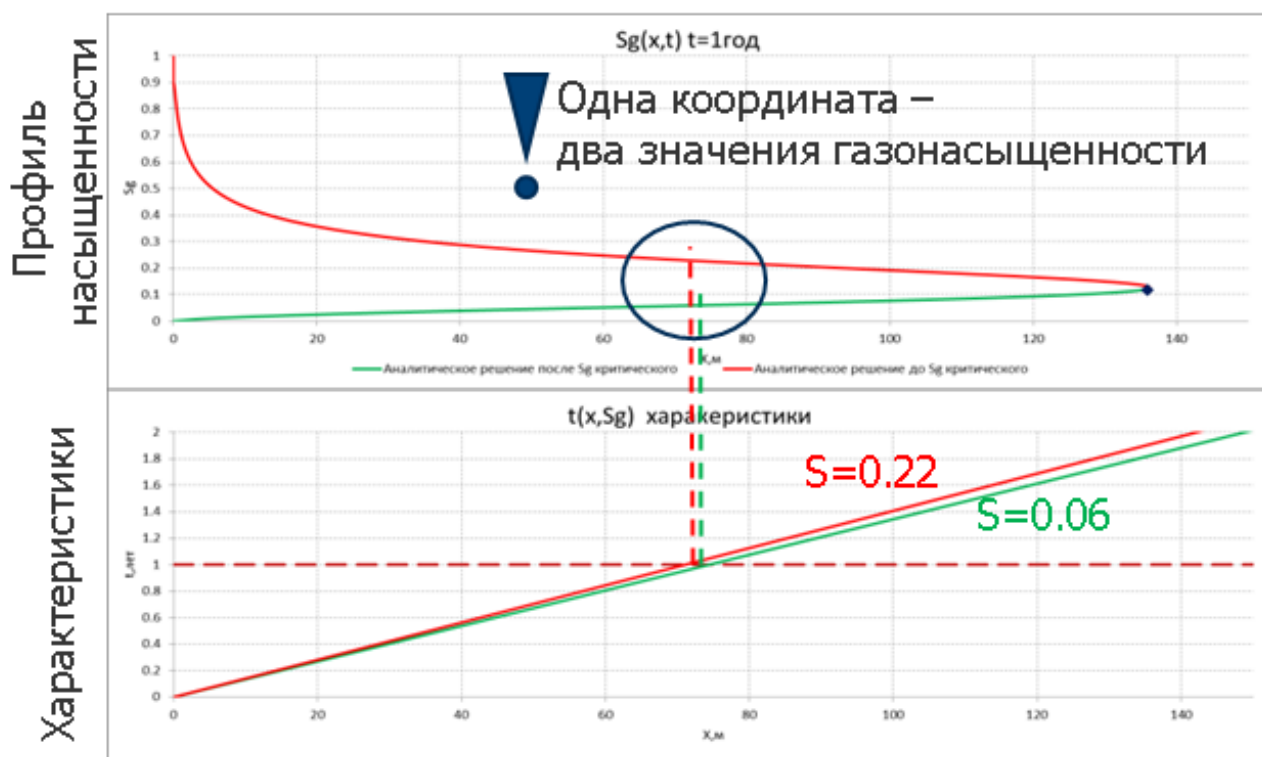


Рис.2.1.5 Трансляция начального профиля насыщенности вдоль характеристик. Положение фронта вытеснения через 1 год после начала фильтрации.

Будет решение однозначным или нет, зависит от рассматриваемого участка насыщенности. При исследовании различных участков насыщенности, будет появляться либо скачок «разрежения» или волна «сжатия». Эти случаи разобраны ниже, в пунктах 2.3 и 2.4.

2.3 АНАЛИЗ ВОЛНЫ «РАЗРЕЖЕНИЯ» ПРОФИЛЯ НАСЫЩЕННОСТИ В ТОЧНОМ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА

Волна «разрежения» возникает в том случае, когда участки рассматриваемого интервала насыщенности, находящиеся левее по потоку, двигаются с меньшей скоростью, чем те, что расположены правее. Участки с меньшей насыщенностью убегают дальше с большей скоростью и «разрезают» профиль насыщенности. Если левой и правой границе соответствуют такие значения насыщенности, что интервал между ними не содержит точку экстремума функции Б-Л (рисунок 2.3.1), то при вертикальном начальном

положении границы, фронт вытеснения спустя год после начала фильтрации «размажется» по координате x и будет представлен волной разрежения.

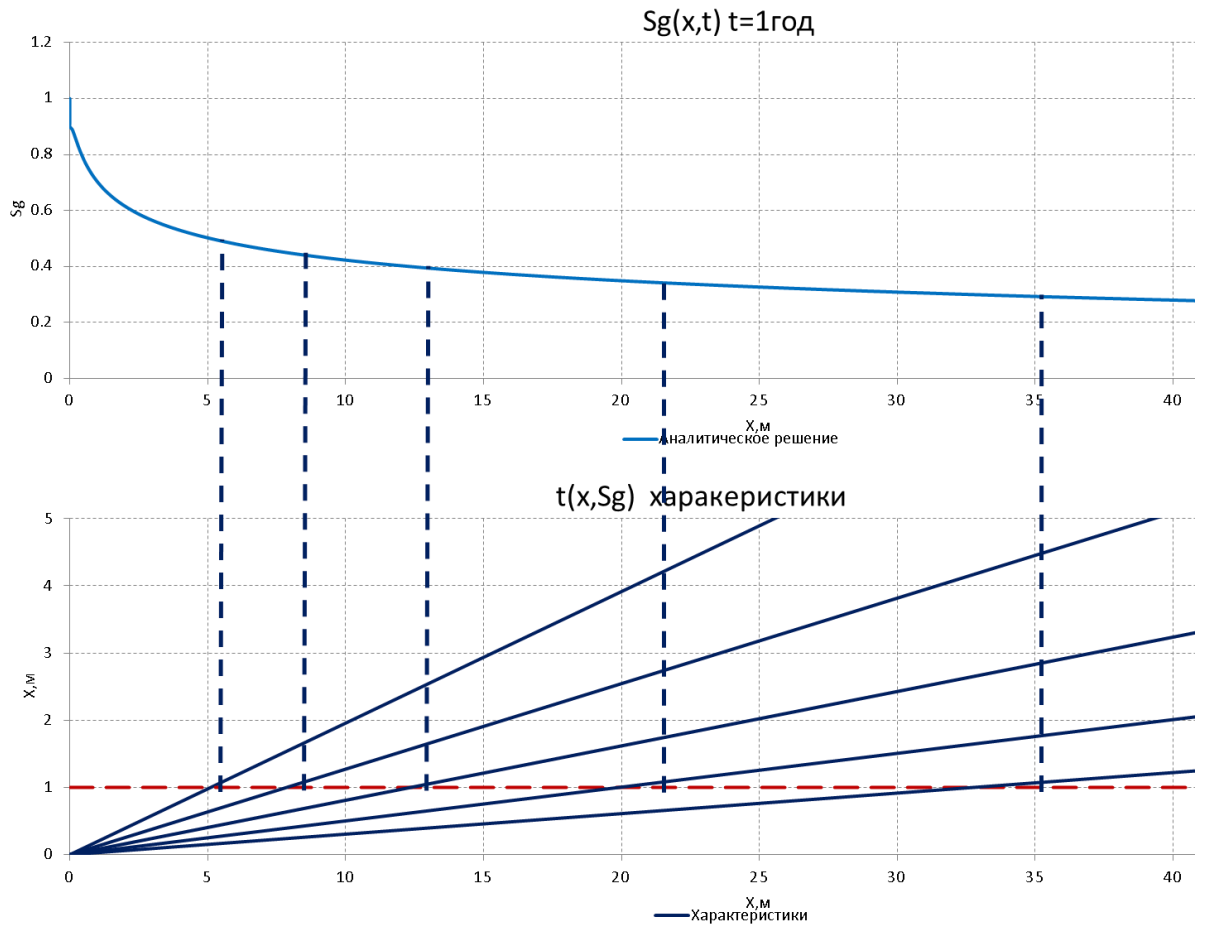


Рис.2.3.1 Получение волны «разрежения».

2.4 АНАЛИЗ ВОЛНЫ «СЖАТИЯ» ПРОФИЛЯ НАСЫЩЕННОСТИ В ТОЧНОМ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА

В том случае, когда в интервал насыщенности попадает значение экстремума производной Б-Л ($S_{g_{max}} = 0.12$) образуется волна сжатия. При переходе через экстремум характеристики разных значений насыщенности будут иметь один угол наклона (рисунок 2.4.1), что в переходе из координат x/t в координаты S_g/x будет означать, что два различных значения насыщенности в единый момент времени находятся в одной точке, что физически невозможно.

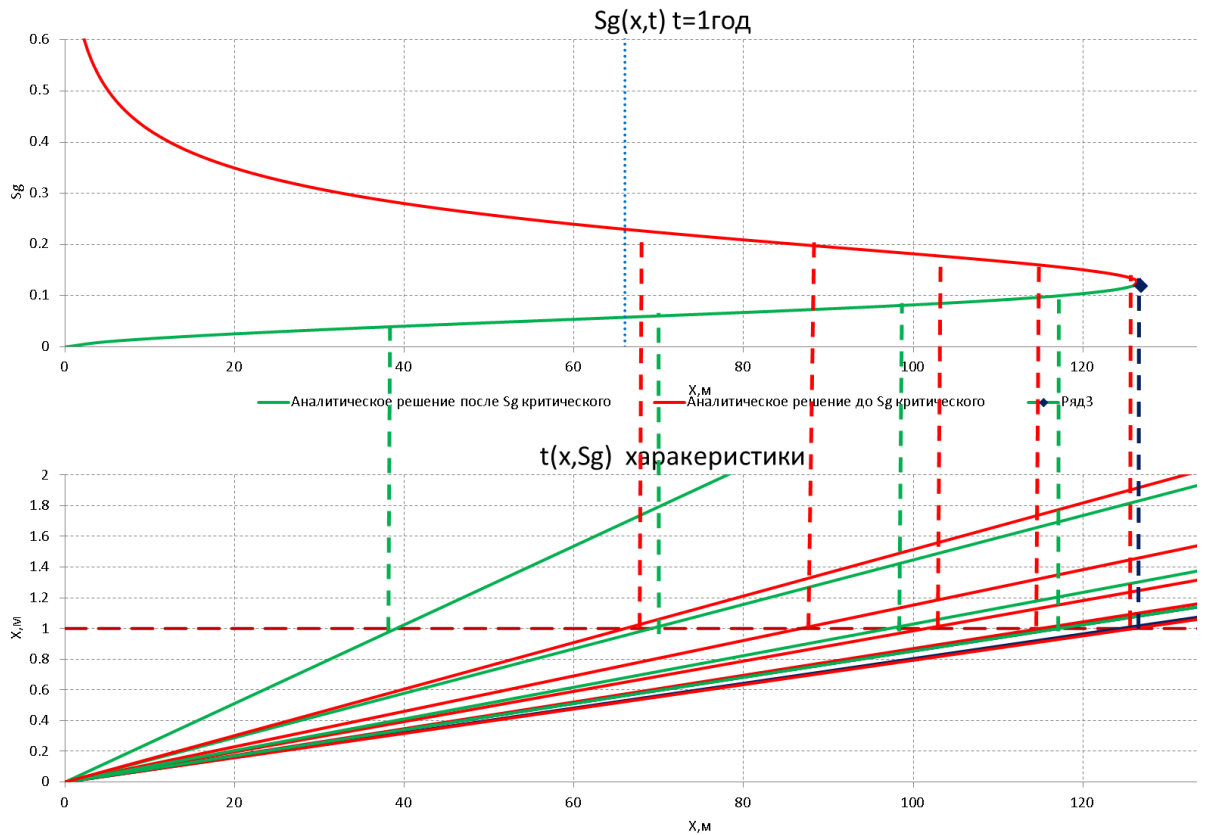


Рис.2.4.1 . Распределение насыщенности по пласту по временному срезу методом характеристик (волна сжатия – многозначность решения)

Для предотвращения возникновения многозначности решения вводится скачок насыщенности, при котором насыщенность изменяется на конечную величину.

Графически в координатах (S_g, x) скачок является вертикальной линией. Это означает, что:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta S_g}{\Delta x} = \frac{\partial S_g}{\partial x} = \infty$$

Таким образом, нарушается тождество (10). Необходимо вводить дополнительные ограничения во избежание этого. Пусть $x_v(t)$ – закон движения скачка [6], [9]. Тогда скорость движения скачка равна:

$$v = \frac{dx_v(t)}{dt}$$

Предполагаем, что скачок происходит в элементарном объеме пористой среды. Произвольный элемент перпендикулярен направлению движения скачка и ограничен плоскостями AD и BC, которые параллельны плоскости скачка и находятся на бесконечно малом расстоянии Δh (Рис.2.4.2).

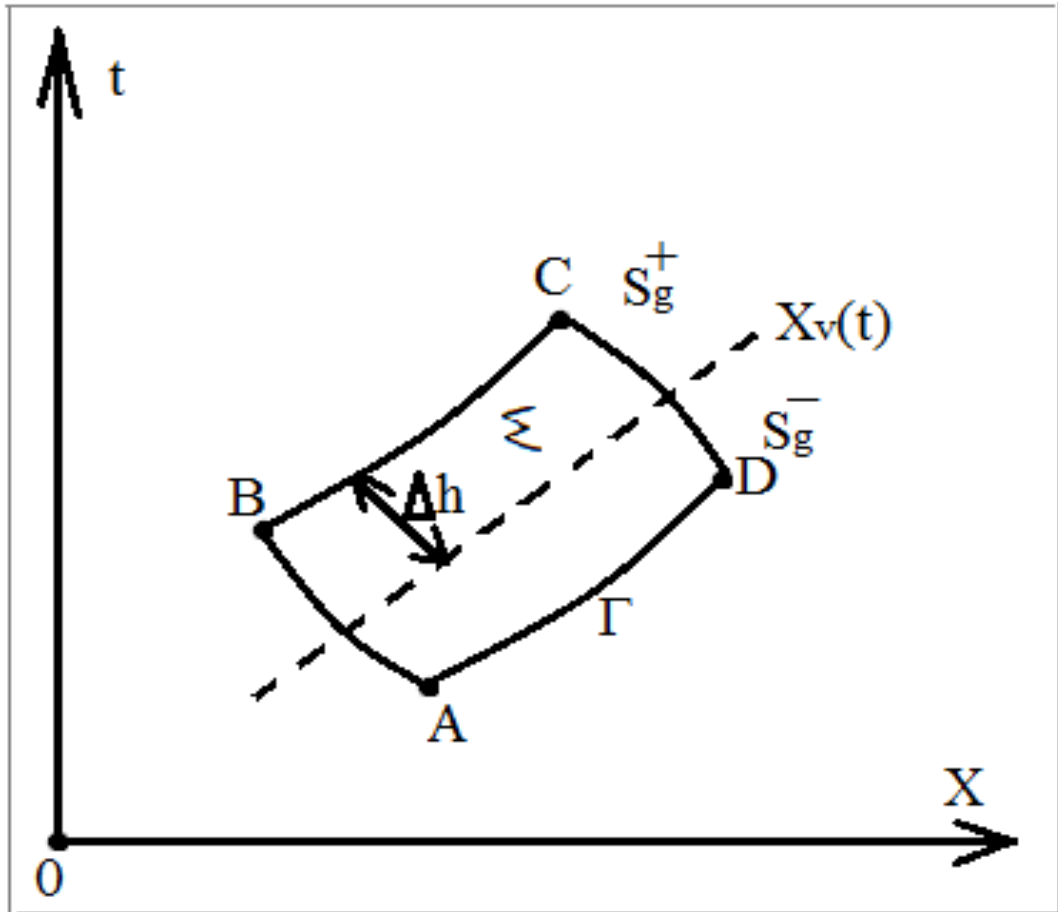


Рис.2.4.2 Вывод условий для скачка насыщенности.

В этом элементе выполняется закон сохранения массопереноса:

$$\iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial S_g}{\partial t} + A(S_g) \frac{\partial S_g}{\partial x} \right) dx dt = 0$$

$$\iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial S_g}{\partial t} + \frac{Uf'}{m} \frac{\partial S_g}{\partial x} \right) dx dt = 0$$

$$\iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial S_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Uf}{m} \right) \right) dx dt = 0$$

Используя формулу Грина, преобразуем поверхностный интеграл в интеграл по замкнутому контуру Γ :

Пренебрегаем интегралами по участкам AB и CD , поскольку $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\oint_{\Gamma} -S_g dx + \frac{Uf}{m} dt = 0$$

$$\oint_{\Gamma} \left(-S_g \frac{dx_v(t)}{dt} + \frac{Uf}{m} \right) dt = 0$$

$$\oint_{\Gamma} \left(-S_g v + \frac{Uf}{m} \right) dt = 0$$

$$\oint \left(-S_g v + \frac{Uf}{m} \right) dt \approx \int_{BC} \left(-S_g v + \frac{Uf}{m} \right) dt + \int_{DA} \left(-S_g v + \frac{Uf}{m} \right) dt = 0$$

$$\int_{BC} \left(-S_g^+ v + \frac{Uf(S_g^+)}{m} \right) dt - \int_{AD} \left(-S_g^- v + \frac{Uf(S_g^-)}{m} \right) dt = 0$$

Следовательно:

$$-S_g^+ v + \frac{Uf(S_g^+)}{m} = -S_g^- v + \frac{Uf(S_g^-)}{m}$$

$$v = \frac{Uf(S_g^+) - f(S_g^-)}{m(S_g^+ - S_g^-)}$$

Полученное выражение (условие Рэнкина–Гюгонио) ограничивает скорости движения скачка, но не является исчерпывающим. Для того, чтобы добиться устойчивости решения к малому размытию контура, вводится ограничение Лакса. Оно обеспечивает то, чтобы скорости волн на верхнем конце были больше, либо равны скорости движения скачка, а скорости волн на нижнем конце скачка должны быть меньше, либо равны скорости движения фронта:

$$\frac{Uf(S_g) - f(S_g^-)}{m(S_g - S_g^-)} \geq v \geq \frac{Uf(S_g) - f(S_g^+)}{m(S_g - S_g^+)}$$

Для определения скорости движения скачка применяется метод (Велджа) [6] (Рис.2.4.3). Насыщенность на скачке определяется, как S_ϕ – абсциссу точки

касания касательной прямой к функции $f(S_g)$, проходящей через конечную точку ОФП вытесняющей фазы (в нашем случае – «0»).

$$v = \frac{U}{m} \frac{f(S_g^+) - f(S_g^-)}{S_g^+ - S_g^-}$$

$$v = \frac{U}{m} f'(S_\phi)$$

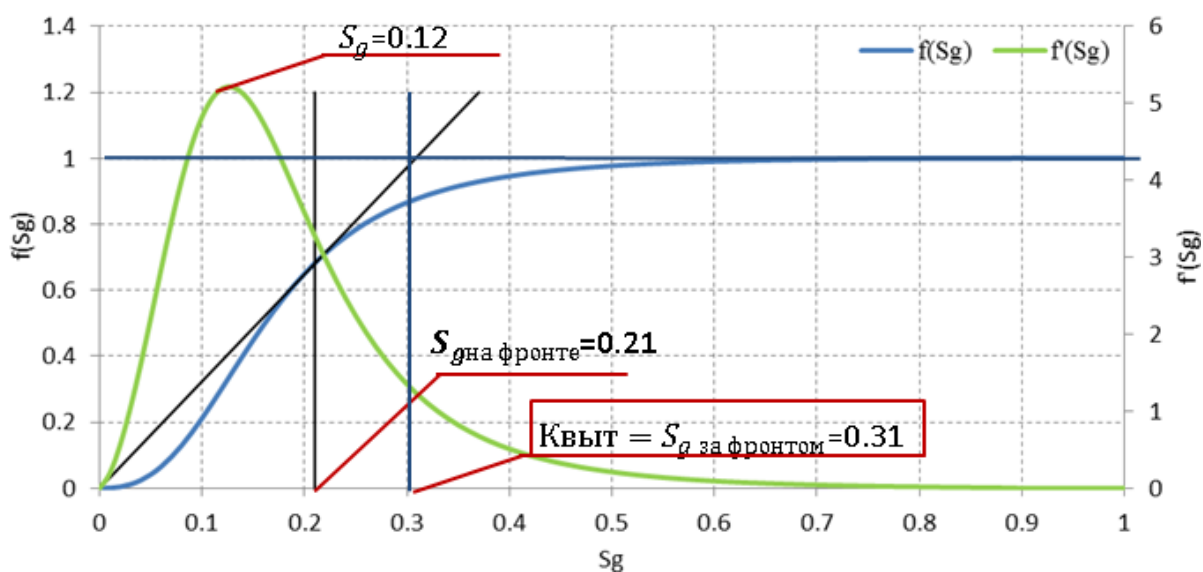


Рис.2.4.3 Поиск координаты скачка методом касательной.

Методом Велджа определено, что для принятых нами ОФП, значение насыщенности на фронте вытеснения равно «0.21». Данное значение зависит от функции Б-Л, а именно от отношения вязкостей флюидов и от самих ОФП. На рисунке 2.4.4 представлен график зависимости $A(S_g)$ с учетом введенного скачка насыщенности.

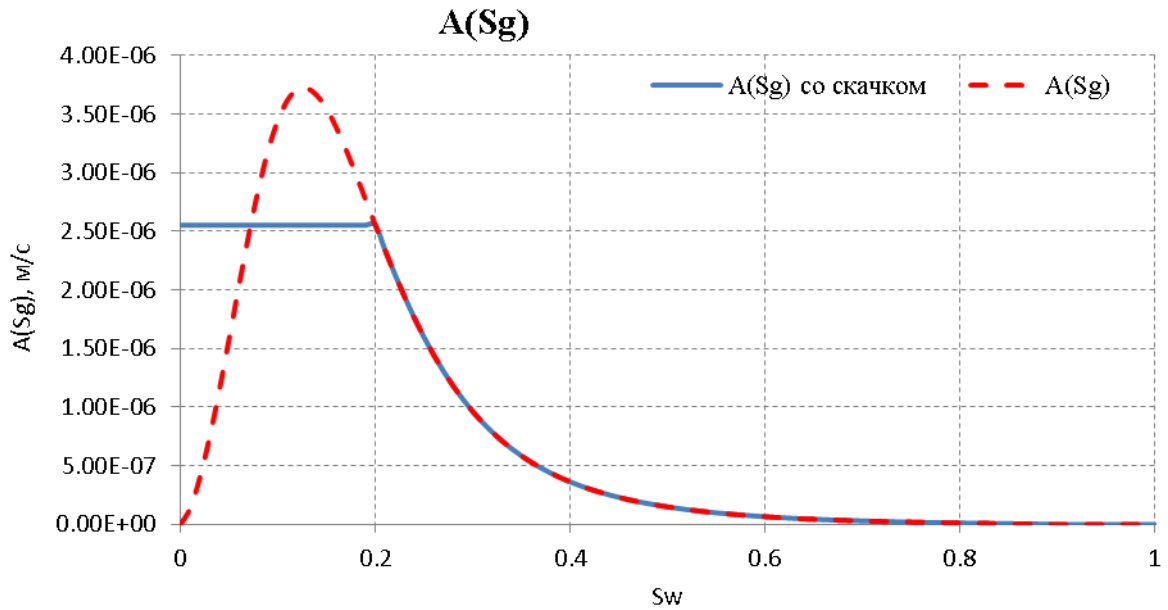


Рис.2.4.4 График характеристической функции с учетом скачка насыщенности.

Тогда скорость распространения самого скачка равна:

$$v = \frac{U}{m} f'(S_\phi) = A(S_\phi) = 2.5 \times 10^{-6} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Результат решения одномерной задачи изотермической фильтрации (Бакле-Левретта) в горизонтальном пласте методом бегущей волны представлен на рисунке 2.4.5 в виде серии хронологических графиков, описывающих положение профиля насыщенности газовой фазой в пласте в различные моменты времени. Точное время прорыва газа в пласте длиной 500 метров составило: 6 лет 10 месяцев 24 дня.

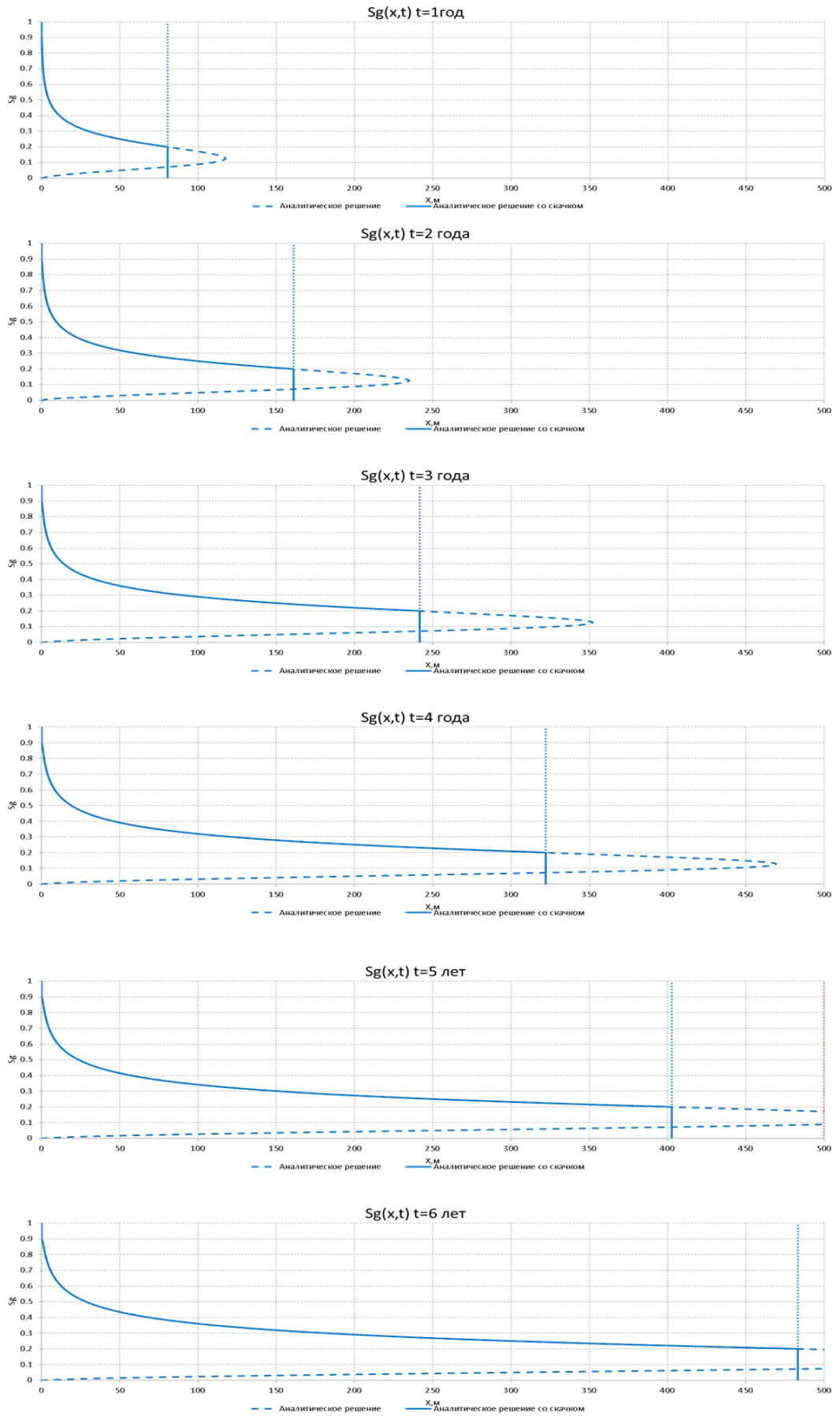


Рис.2.4.5. Распределение насыщенности в горизонтальном пласте в зависимости от временного шага. Аналитическое решение методом бегущей волны.

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА НА КОММЕРЧЕСКОМ СИМУЛЯТОРЕ

3.1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КОММЕРЧЕСКОГО СИМУЛЯТОРА

Построение гидродинамических моделей является необходимой частью разработки нефтегазовых месторождений. При составлении проектно-технических документов (ТСП – тех. схема разработки и ДТСП – дополнение к тех. схеме разработки) наличие адаптированной фильтрационной модели является обязательной частью работы. Несмотря на постоянное развитие и совершенствование симуляторов, нельзя безусловно верить в истинность полученных на них результатов. Одним из способов оценки точности симулятора является его верификация на аналитических решениях упрощенной модели. В рамках нашей работы будет оценена точность отечественного симулятора «tNavigator» от компании «RFD» на аналитических решениях задачи Баклея-Левретта для двухфазной системы «нефть-газ» и «нефть-вода».

Надо отметить, что гидродинамический симулятор решает иное уравнение, нежели приведенное нами в результате пункта 2. Математический аппарат симулятора содержит более полный перечень уравнений и зависимостей. Поэтому для того, чтобы привести в равные условия симулятор и аналитическую модель, еще раз обратим внимание на ряд допущений задачи Баклея-Левретта:

- a. Изотермическая фильтрация;
- b. Отсутствие смешивания потоков;
- c. Плотность системы остается постоянной;
- d. Капиллярные силы равны «0».

В общей постановке гидродинамический симулятор решает следующую систему дифференциальных уравнений [12].

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}(\phi N_c) = \operatorname{div} \sum_{P=O,G} x_{c,P} \xi_P \left(k \frac{k_{rP}}{\mu_P} (\nabla p_P - \gamma_P \nabla D) \right) + q_c, \quad c = 1, \dots, n_c \\ p_O - p_G = P_{cOG}, \\ S_O + S_G = 1. \end{array} \right.$$

- $N_c = N_c(t, x, y, z)$ – $c = 1, \dots, n_c$ молярная плотность компонента.

$$N_o = \xi_{O,SC} \left(\frac{S_O}{B_O} + R_{O,G} \frac{S_G}{B_G} \right); \quad N_g = \xi_{G,SC} \left(\frac{S_G}{B_G} + R_{G,O} \frac{S_O}{B_O} \right)$$
- $S_P = S_P(t, x, y, z)$ – насыщенность P -ой фазы, $P = O, G$,
- $R_{G,O} = R_{G,O}(p_O)$ – растворимость газа в нефтяной фазе
- $R_{O,G} = R_{O,G}(p_O)$ – содержание нефти в газе
- $B_P = B_P(p_P)$ – коэффициент объемного расширения фазы
- $\varphi = \varphi(p, x, y, z)$ – пористость
- $p_O = p_O(t, x, y, z)$ – давление нефтяной фазы,
- $p_G = p_G(t, x, y, z)$ – давление газовой фазы,
- $\xi_P = \xi_P(p, N)$ – молярная плотность фазы
- $k = k(p_W, p_O, p_G, x, y, z)$ – тензор абсолютной проницаемости
- $\mu_P = \mu_P(p_P)$ – вязкость фазы
- $k_{rP} = k_{rP}$ – относительная фазовая проницаемость
- $\gamma_P = \rho_{Pg}$ – вертикальный градиент давления
- $D = D(x, y, z)$ – вектор глубины
- $\rho_P = \rho_P(p_P)$ – массовая плотность фазы
- $P_{COG} = P_{COG}(S_G)$ – капиллярное давление в системе нефть-газ

Для выполнения основных допущений задачи Баклея-Левретта были проделаны следующие корректировки численной модели:

- По умолчанию симулятор решает задачу изотермической фильтрации.
- В модели задана модель мертвой нефти «BLACK OIL» давление в системе сильно выше давления насыщения. Несмешиваемость потоков задается нулевым газовым фактором нефти при объявлении PVT свойств в секции «PROPS» при помощи ключевого слова «RCONST» и «PVCDO».
- Сжимаемостью флюидов мы пренебрегаем, поскольку фильтрация происходит при высоком пластовом давлении и незначительных градиентах. При этом объемный коэффициент газа и нефти меняется незначительно (рис. 3.1.1)

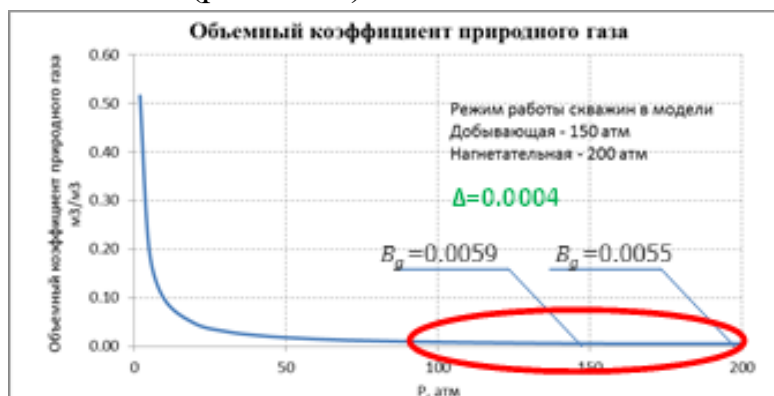


Рис.3.1.1. Зависимость объемного коэффициента природного газа от давления.

d. Капиллярные давления равны «0».

Кривые ОФП были взяты аналогично аналитическому решению (см. рисунок 2.1.3 пункт 2.1 главы 2).

Фильтрационно емкостные свойства модели заданы в секции GRID и приведены в соответствие константам, принятым в модели. Проницаемость всех ячеек равна 100 мД (PERMX, PERMY, PERMZ), пористость равна 0.3 (PORO).

3.2 ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ И ГАЗОМ.

В процессе построения гидродинамической модели были пройдены основные этапы:

Создание геометрии сетки **GRID** :
 Определена геометрия сетки, ФЕС (рассмотрены несколько вариантов размеров ячеек)

Свойства флюидов **PROPS** :
 Заданы типовые PVT свойства флюидов и породы с учетом постановки задачи Б-Л, а также ОФП (Кори)

Начальные поля **SOLUTION** :
 Заданы начальное распределение газонасыщенности (SGAS, SOIL) , а так же начальное поле давлений (PRESSURE)

Режимы работы скважин **SCHEDULE** :
 Для обеспечения постоянной насыщенности на границах (задача Неймана) пласта созданы нагнетательная и добывающая скважина, работающие в режиме RESV – контроль по дебиту в пласт.усл.

Основные параметры флюидов и пласта, соответствуют параметрам аналитической модели и приведены в таблице 3.2.1:

Таблица 3.2.1 – Основные свойства и параметры модели (система газ-нефть).

Параметр	Значения
Плотность газа в пл.усл. , кг/м ³	70
Плотность нефти в пл.усл, кг/м ³	800
Пористость, д.ед	0.3
Вязкость нефти в пластовых условиях, мПа*с	10
Вязкость газа в пластовых условиях, мПа*с	0.014
Проницаемость, мД	100
Остаточная нефтенасыщенность, д.ед	0.1
Остаточная газонасыщенность, д.ед	0
Глубина ГНК, м	2 000
Давление на опорной глубине, атм	200
Размеры сетки (x×y×z), м	1×100×100

Начальное условие, представленное распределением газонасыщенности в пласте, так же соответствует тому, что принято в аналитической задаче. А именно: пласт насыщен только нефтью, граница представляет собой скачок с координатой «0». Левее границы газонасыщенность равна «1» (рисунок 3.2.1).

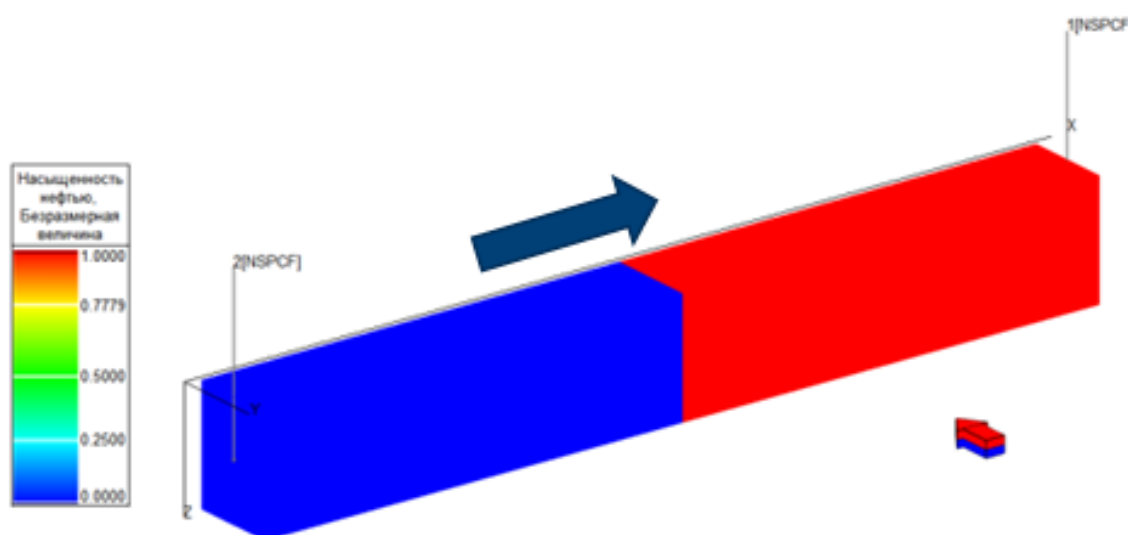


Рис.3.2.1. Начальное распределение нефтенасыщенности в пласте

Для обеспечения граничного условия, а именно постоянного значения насыщенности на границе, были созданы две фиктивные скважины: добывающая №1 и нагнетательная №2. Обе скважины работают на контроле дебита добываемого/закачиваемого флюида в пластовых условиях. Данный режим задается ключевым словом «RESV» в режимах скважин «WCONPROD» (для добывающей) и «WCONINJE» (для нагнетательной).

В результате численного расчета получены «кубы насыщенности» по годам. Графики распределения насыщенности газа аналитического и численного решений задачи Баклея-Левретта в горизонтальном пласте (рисунок 3.2.2).

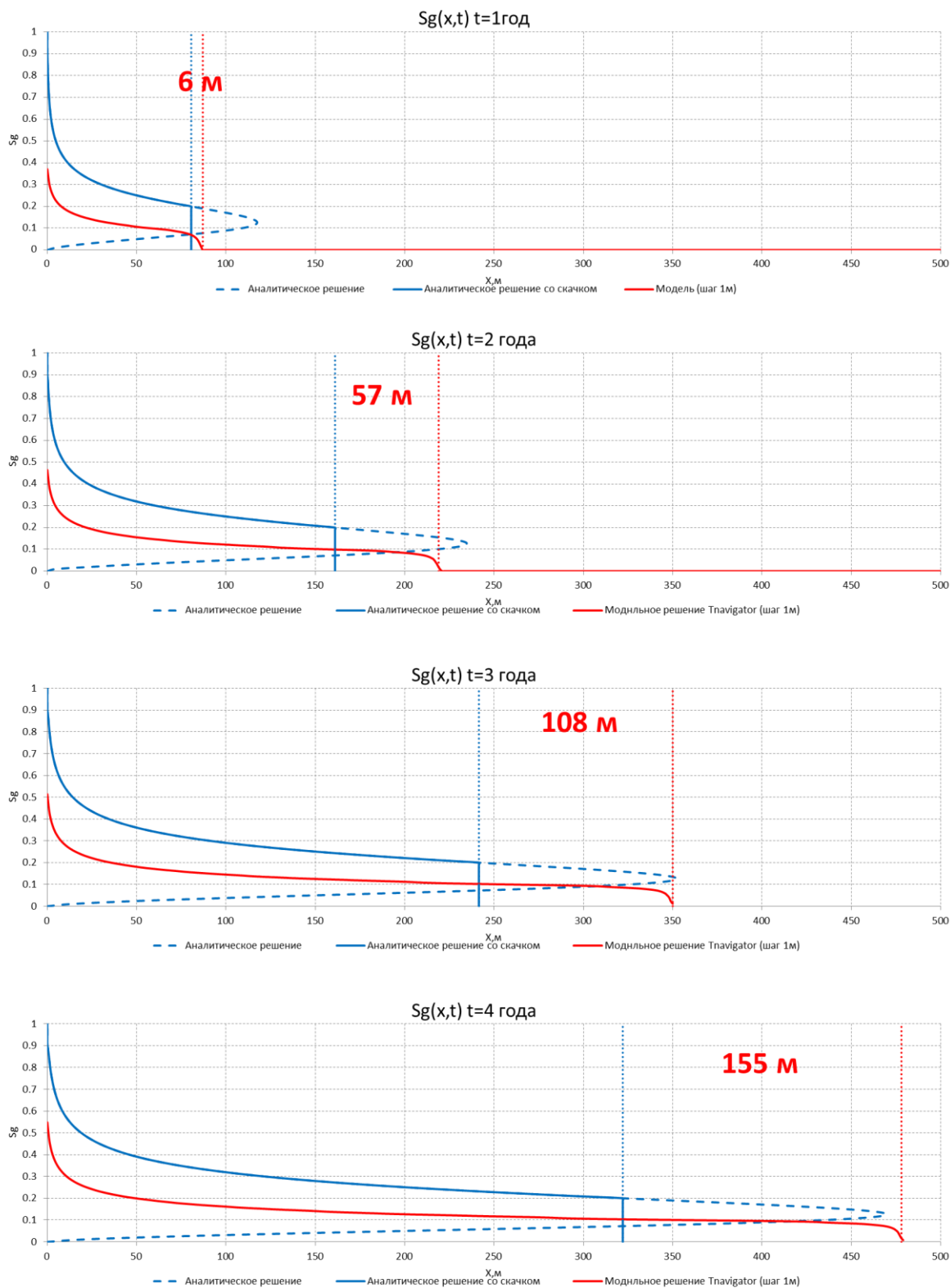


Рис.3.2.2. Сопоставление аналитического и численного решения горизонтальной задачи двухфазной фильтрации нефти и газа. Шаг сетки численного решения – 1 метр.

Анализ рисунка 3.2.2 позволяет выделить ряд особенностей:

1. Фронт вытеснения численного решения движется быстрее, чем аналитического. Ошибка возрастает с течением времени. График накопления ошибки представлен на рисунке 3.2.3. Решение считается приемлемым при отличии от аналитического менее, чем на 5%. В нашем случае накопленная ошибка положения фронта вытеснения за 4 года составляет более 30%.

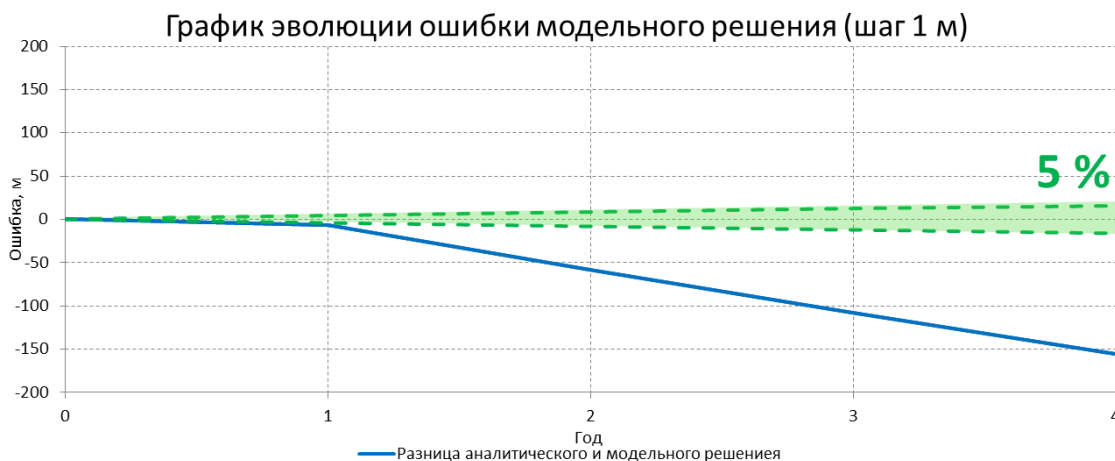


Рис.3.2.3 График накопления ошибки численного решения в горизонтальной одномерной задаче.

2. В численном решении отсутствует ярко выраженный скачок насыщенности, но тем не менее, ее спад все же прослеживается. Однако величина скачка численного решения примерно в 2 раза меньше, чем у скачка насыщенности, полученного методом Велджа в аналитическом решении.
3. Профиль насыщенности численного решения оказывается заниженным относительно аналитического.
4. Коэффициенты извлечение нефти и прогнозный газовый фактор в аналитическом и численном решении будут различаться. КИН численной модели будет существенно ниже, чем в аналитической.

3.3 ВЛИЯНИЕ ШАГА СЕТКИ НА ТОЧНОСТЬ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ.

Известная проблема при переходе от аналитического к численному решению – подбор оптимальных размеров сетки. Измельченная сетка предположительно должна давать более точное решение, но при этом кратно возрастает количество расчетов. Напротив, при увеличении шага сетки на полноразмерных гидродинамических моделях месторождений удастся сократить время расчета, но при этом начинает страдать точность решения.

Несмотря на то, что наша задача не требует больших вычислительных мощностей, важно исследовать влияние шага сетки на точность численного решения. Таким образом, построено пять идентичных по свойствам и режимам скважин моделей с различными линейными размерами ячейки вдоль направления фильтрации: 0.5 м, 1 м, 5 м, 10 м и 20 м (рисунок 3.3.1)

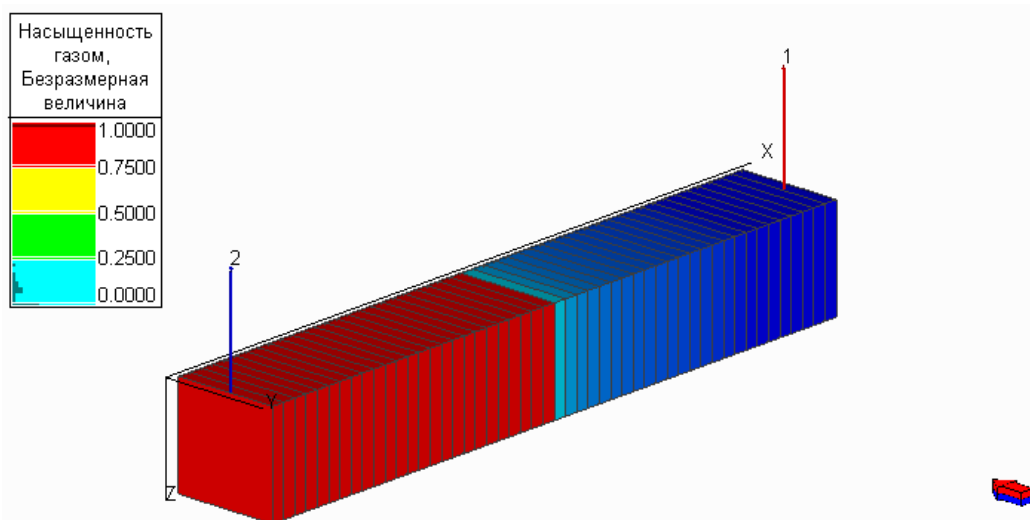


Рис.3.3.1 Куб газонасыщенности через 1 год после начала фильтрации в модели с шагом сетки 20 м..

Результат сопоставления точного аналитического решения и модельных расчетов с шагом сетки 1 м представлен в пункте 3.2. Сводная таблица с параметрами моделей и результатами расчетов представлена ниже:

Таблица 3.3.1 – Основные параметры модели и результаты расчетов.

Параметр	Аналит. решение	Численное решение									
		Шаг – 0.5 м		Шаг - 1 м		Шаг - 5 м		Шаг - 10 м		Шаг - 20 м	
		Знач.	Δ, %	Знач.	Δ, %	Знач.	Δ, %	Знач.	Δ, %	Знач.	Δ, %
Длина пласта	500	500	-	500	-	500	-	500	-	500	-
Количество ячеек	-	1000	-	500	-	100	-	50	-	25	-
Время расчета модели, сек	-	42	-	37	-	20	-	15	-	10	-
Время прорыва газа, месяцев	81	51	37.3	50	38.5	48	41.0	45	44.7	14	82.8
КИН до прорыва газа, д.ед	0.310	0.267	-13.9	0.253	-18.4	0.248	-20.0	0.240	-22.6	0.060	-80.6

Отставание фронта за первый год фильтрации, м	0.0	4.0	5.0	7.0	8.7	20.0	24.8	40.0	49.7	150.0	186.3
Средняя скорость движения границы, м/день	0.202	0.322	59.4	0.329	62.6	0.342	69.4	0.365	80.7	1.174	480.8

Для наглядности рассмотрим положение фронта насыщенности для каждого из шагов сетки на временном шаге: $t=1$ год.

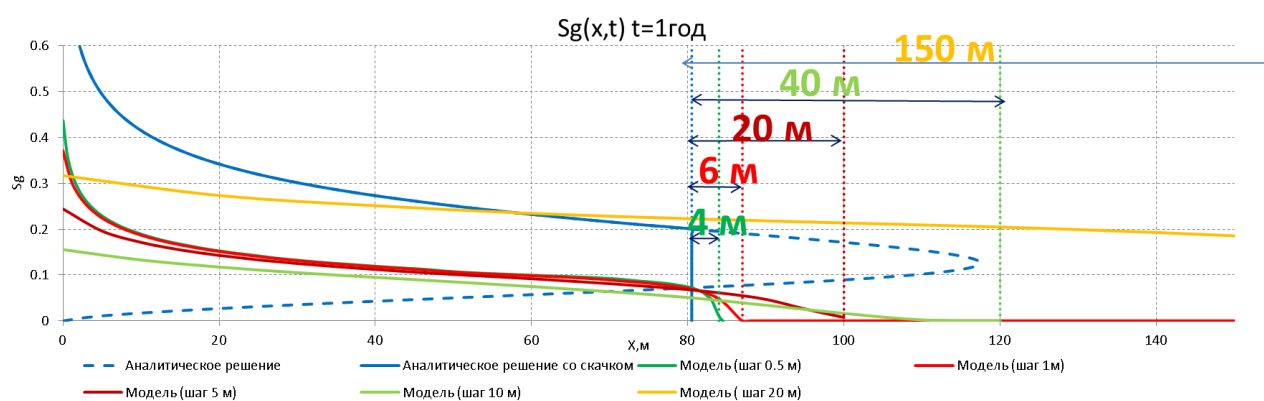


Рис.3.3.2 Сопоставление профилей насыщенности идентичных моделей с разным шагом сетки.

Анализируя профили газонасыщенности, делаем следующие выводы:

1. Ошибка численного решения растет с увеличением шага сетки. Наиболее точное решение для фронта вытеснения получается при шаге сетки 0.5 м. Накопленная ошибка на 1 шаге составляет 4 % от аналитического решения, и в то же время модель с наименьшим шагом сетки ожидаемо показала самое большое время расчета
2. При увеличении шага сетки происходит размыв фронта вытеснения.
3. Необходимо разработать инструмент адаптации численного решения сетки на аналитическое решение.
4. По итогам расчетов на каждой модели, был получен график ошибки по скорости движения фронта вытеснения в зависимости от шага сетки (рисунок 3.3.3).

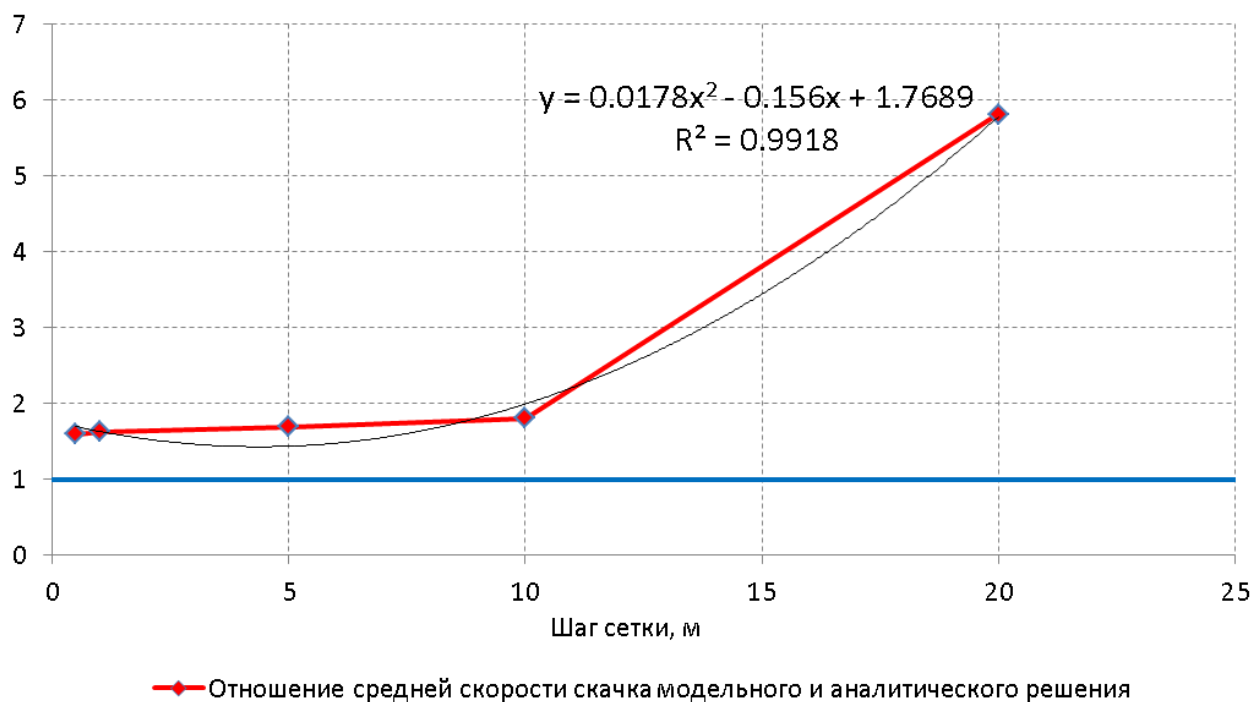


Рис.3.3.3 График отношения средней скорости скачка численного и аналитического решения от шага сетки модели.

3.4. СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА ПРИ ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ ГАЗОМ.

По итогам моделирования были получены результаты сильно разнящиеся с аналитической моделью, вследствие чего возникла необходимость проверки симулятора на более привычной задаче двухфазной фильтрации в системе нефть-вода.

Аналитическое решение

При получении аналитического решения были проделаны все те же самые выкладки, что и при выводе уравнения фильтрации для системы газ-нефть. Вытесняющим агентом в данной постановке становится вода. Основное различие заключается в свойствах самих флюидов.

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + A(S_w) \frac{\partial S_w}{\partial x} = 0$$

$$\frac{Uf'}{m} = A(S_w)$$

$$f = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w k_o}{\mu_o k_w}}$$

$$\frac{dx}{dt} = A(S_w)$$

Модификации подверглись кривые ОФП внедрением остаточной водонасыщенности, равной «0.1» (рисунок 3.3.1).

ОФП воды:

$$\begin{cases} k_w = 0, S_w \leq 0.1 \\ k_w = \left(\frac{S_w - 0.1}{0.9}\right)^{2.5}, S_w \geq 0.1 \end{cases}$$

ОФП нефти:

$$\begin{cases} k_o = 0, S_w \leq 0.9 \\ k_o = \left(\frac{0.9 - S_w}{0.8}\right)^{1.5}, 0.1 < S_w < 0.9 \\ k_o = 0, S_w \geq 0.9 \end{cases}$$

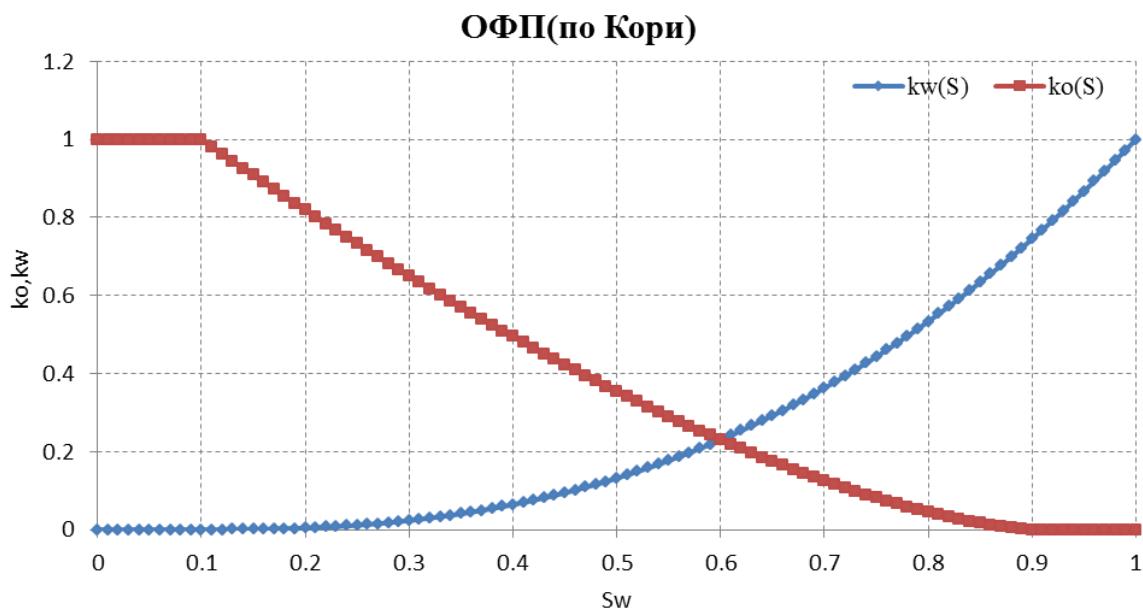


Рис.3.4.1 ОФП нефти и воды.

Основные параметры флюидов и пласта, приведены в соответствие теми, что заложены в аналитическом решении и сведены в таблице 3.3.1:

Таблица 3.3.1 – Основные свойства и параметры модели (система вода-нефть).

Параметр	Значения
Плотность воды в пластовых условиях, кг/м ³	1050
Плотность нефти в пластовых условиях, кг/м ³	800
Пористость, д.ед	0.3
Вязкость нефти в пластовых условиях, мПа*с	10
Вязкость воды в пластовых условиях, мПа*с	1
Проницаемость, мД	100
Остаточная нефтенасыщенность, д.ед	0.1
Остаточная водонасыщенность, д.ед	0.1
Глубина ГНК, м	2 000
Давление на опорной глубине, атм	200
Размеры сетки (x×y×z), м	1×100×100

Из-за изменившейся относительной вязкости флюидов в системе изменение произошло и в графике функции Баклея-Левретта и ее производной, определяющей характер вытеснения и скорость движения скачка соответственно. Исследование этих графиков приведено на рисунке 3.4.2.

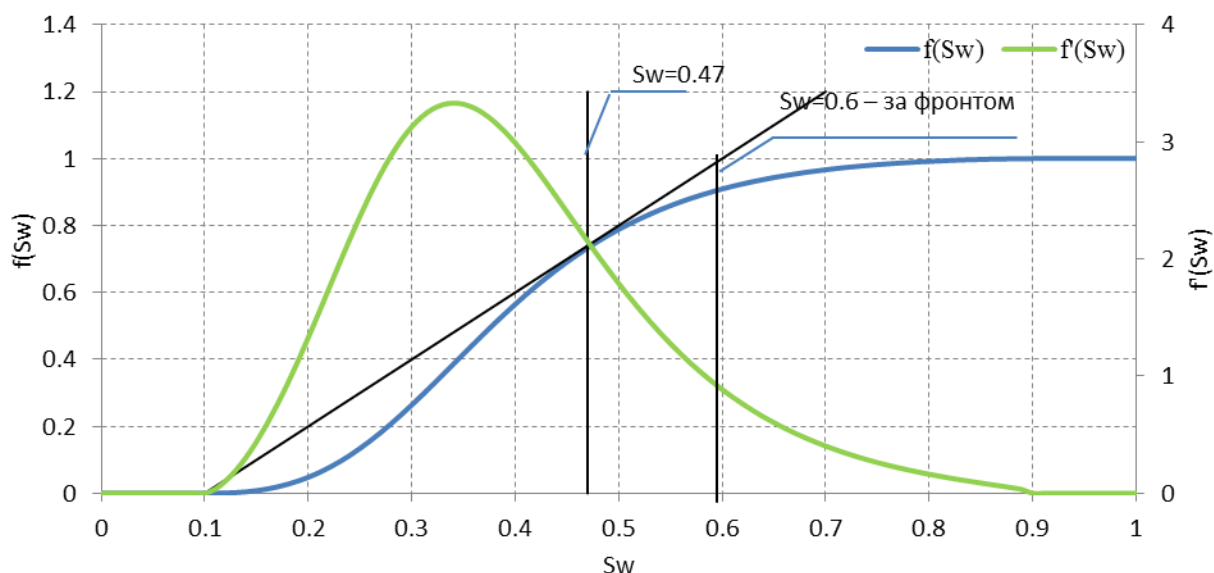


Рис.3.4.2 Графики функция Баклея-Левретта и производной от функции Баклея-Левретта в системе вода-нефть.

Численное решение

Модель имеет идентичную геометрию. Закачка газа заменена на закачку воды с постоянным расходом в пластовых условиях, чтобы обеспечить условие постоянства водонасыщенности на границе пласта. Начальное распределение представлено горизонтальным скачком на левой границе пласта, так же как в системе газ-нефть. Ключевое слово *SGAS* заменено на *SWAT* для определения водонасыщенности ячеек в начальный момент времени. Шаг сетки – 1 метр.

Сравним точное аналитическое решение и численное решение задачи одномерной, двухфазной фильтрации в горизонтальном пласте для системы вода-нефть (рисунок 3.4.3).

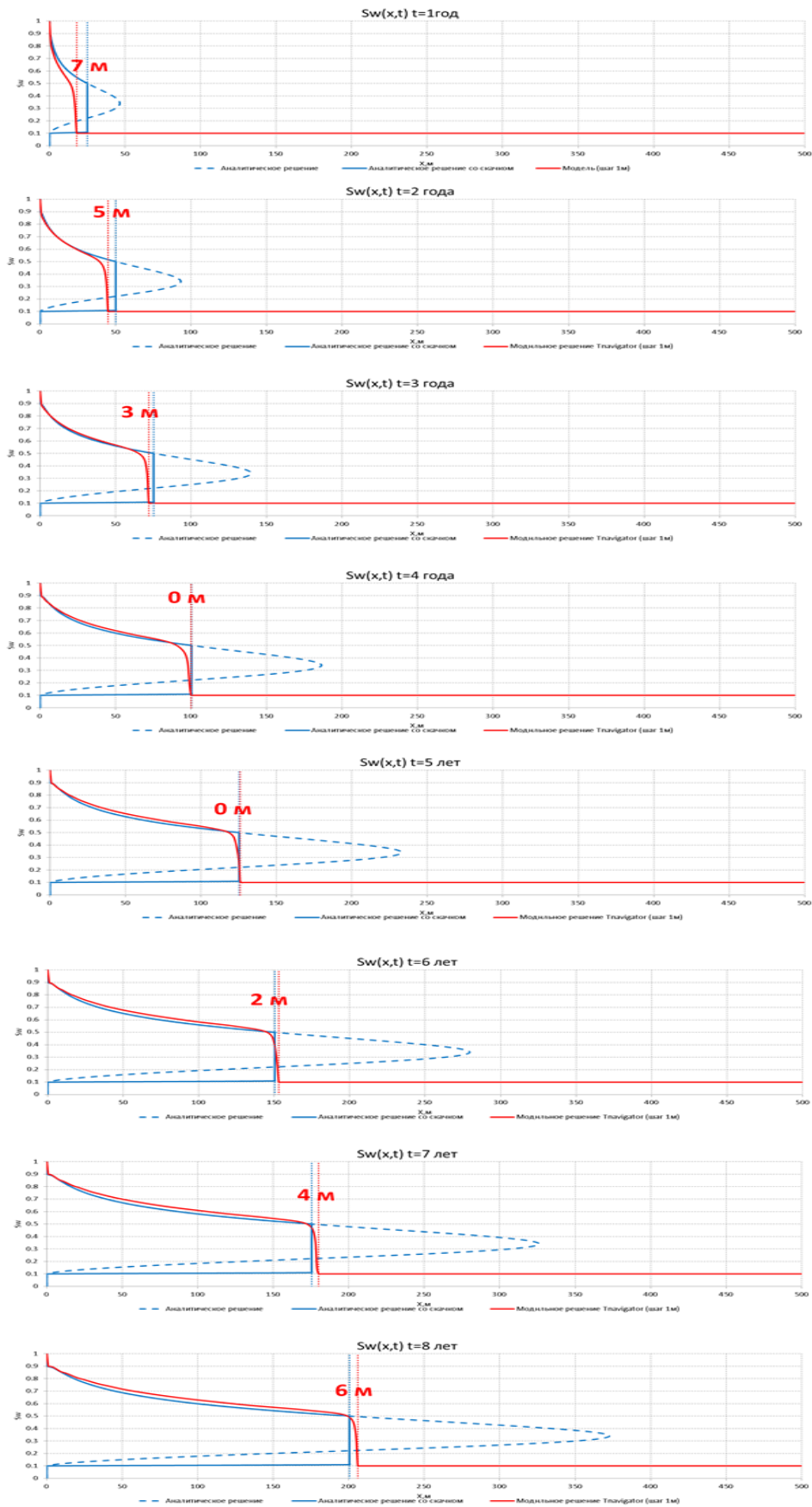


Рис.3.4.3. Сопоставление аналитического и численного решения горизонтальной задачи двухфазной фильтрации нефти и воды.

В отличие от системы нефть-газ, при вытеснении нефти водой численное решение с высокой точностью воспроизводит движение фронта вытеснения, полученного аналитически. Решение численного симулятора с практически совпадает с аналитическим. Ошибка не превышает 5%. (рисунок 3.4.4).

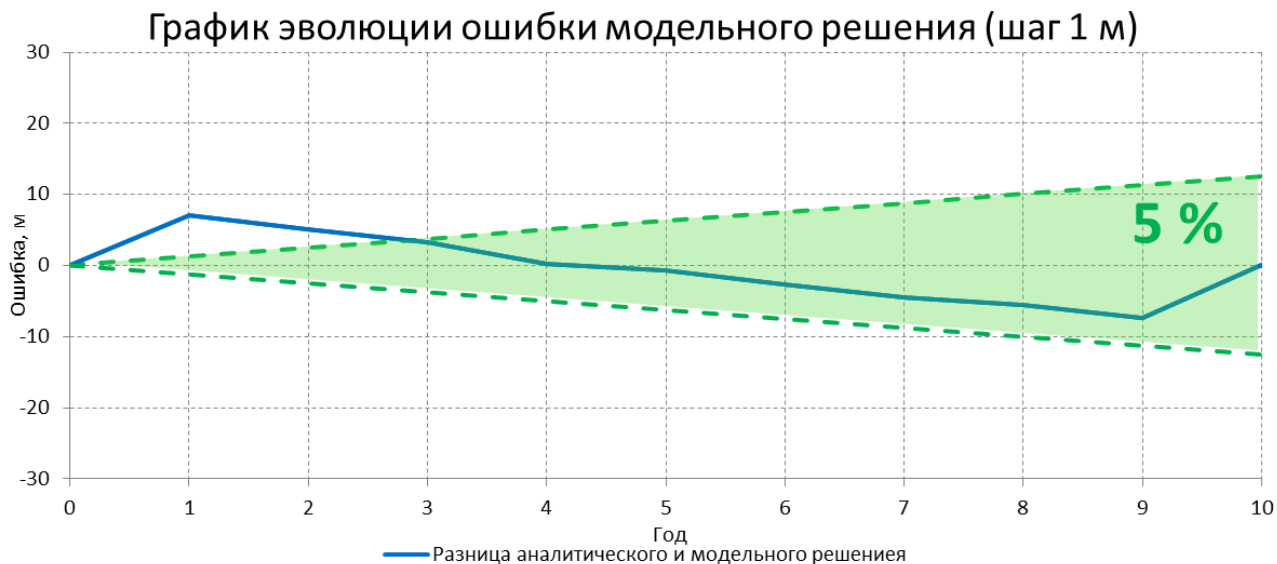


Рис.3.4.4 График накопления ошибки численного решения в горизонтальной одномерной задаче фильтрации нефти и воды.

Несмотря на более высокую точность численного решения в системе нефть-вода, относительно «газо-нефтяной» задачи, точно так же было отмечено значительное изменение, как скорости движения скачка, так и формы самого профиля насыщенности от размеров сетки. На рисунке 3.4.5 представлен профиль насыщенности водяной фазой спустя один год от начала фильтрации. Решения с маленьким шагом сетки (0.5 м, 1 м, 5 м) отстают от аналитического решения, в то время как модели с крупной сеткой (10 м и 20 м) значительно опережают фронт насыщенности, полученный аналитически. График относительной ошибки скорости волны численного решения от аналитического в зависимости от шага сетки представлен на рисунке 3.4.6.

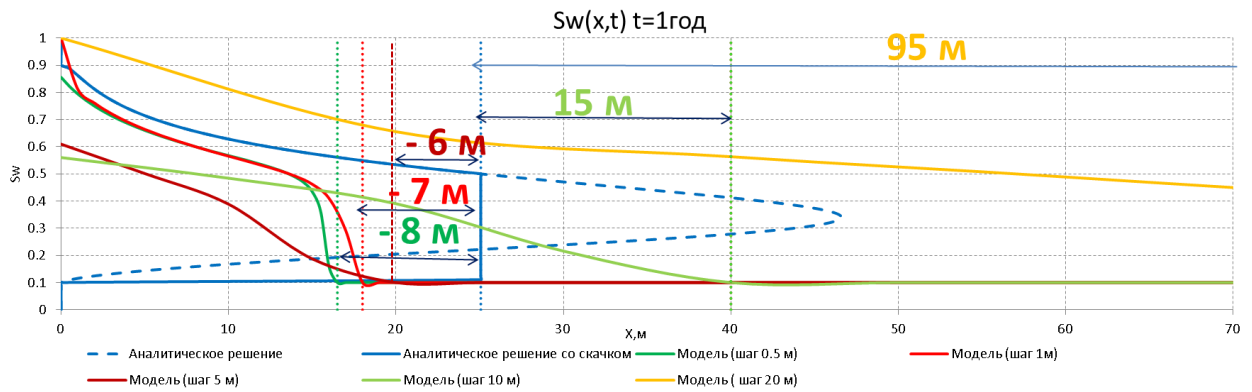


Рис.3.4.5 Сопоставление профилей водонасыщенности идентичных моделей с разным шагом сетки.

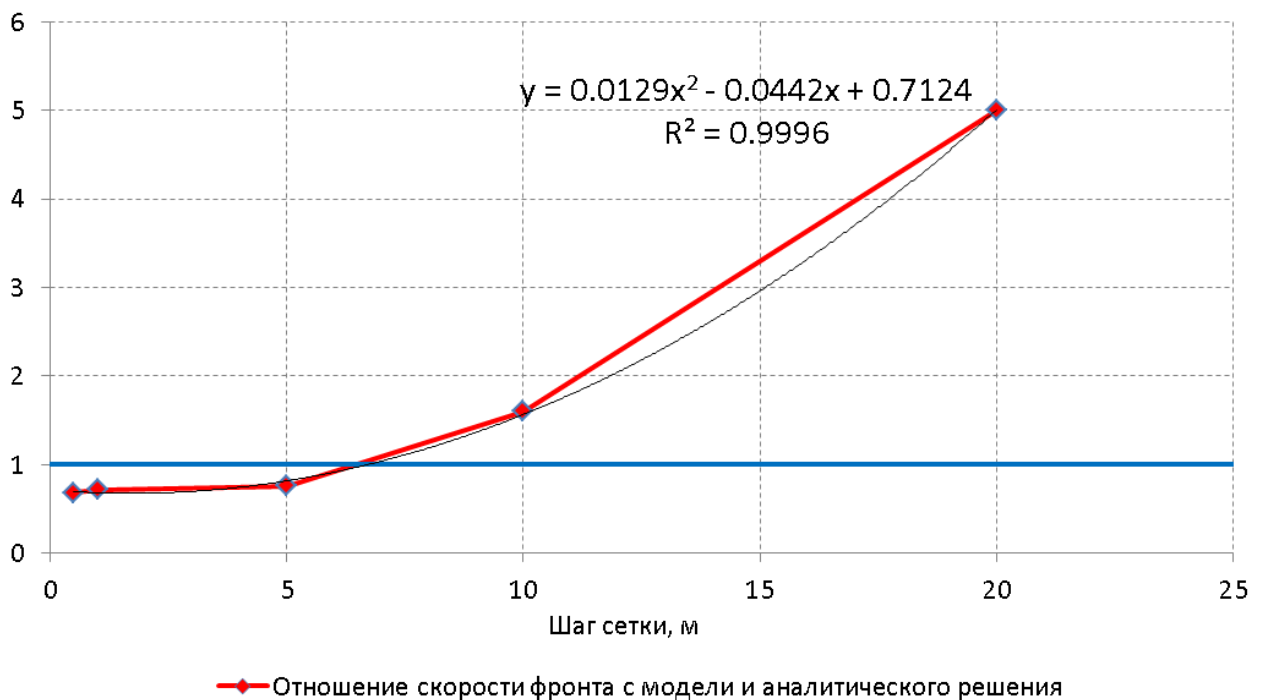


Рис.3.4.6 График отношения средней скорости скачка численного и аналитического решения от шага сетки модели в системе нефть-вода.

3.5. АДАПТАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В СИСТЕМЕ ГАЗ-НЕФТЬ.

Одним из главных выводов пункта 3.3 и 3.4 стало то, что вне зависимости от рассматриваемой задачи, численное решение будет сильно зависеть от шага сетки, причем уменьшение шага сетки не приводит к приближению модельных расчетов к аналитическому решению.

Сопоставляя между собой две задачи фильтрации «воды-нефти» и «газа-нефти», еще раз отмечаем, что в случае водонефтяной смеси решение, полученное на симуляторе значительно точнее, чем в задаче с газом.

Глобальной целью и основным вектором в развитии гидродинамических симуляторов – является повышение точности их решений. Предложим методику адаптации численной модели на аналитическое решение. Задача адаптации – соблюсти в численном решении два фактора: скорость движения фронта вытеснения и профиль распределения насыщенности. Обе эти позиции крайне важны с точки зрения разработки. Скорость движения определяет время прорыва фронта вытеснения, а значит и время безгазовой добычи, а от профиля насыщенности напрямую зависит коэффициент вытеснения. В задаче горизонтальной фильтрации скорость профиля насыщенности определяется из дифференциального уравнения характеристик.

$$\frac{dx}{dt} = A(S_g) = \frac{U}{m} f'$$

$$f = \frac{1}{1 + \mu \frac{k_0}{k_g}}$$

$$f' = -\mu f^2 \left(\frac{k_0' k_g - k_0 k_g'}{k_g^2} \right)$$

Скорость характеристик зависит от большого количества переменных, которые можно подвергнуть модификации для осуществления адаптации. Тем не менее, для модификации нами выбраны кривые ОФП, поскольку данный параметр имеет наименьшую достоверность. Модифицировать ОФП предлагается внедрением параметра модификации – «М», завязанном на зависимости, полученной при сопоставлении скорости численного и аналитического решения задачи Баклея-Левверетта.

«М» - предлагается вычислять следующим образом. Произведем адаптацию модели на примере случая «нефть-газ». В пункте 3.3 (рисунок 3.5.1) эмпирически получен график зависимости ошибки скорости движения фронта вытеснения в модели относительно аналитического точного решения «D(x)».

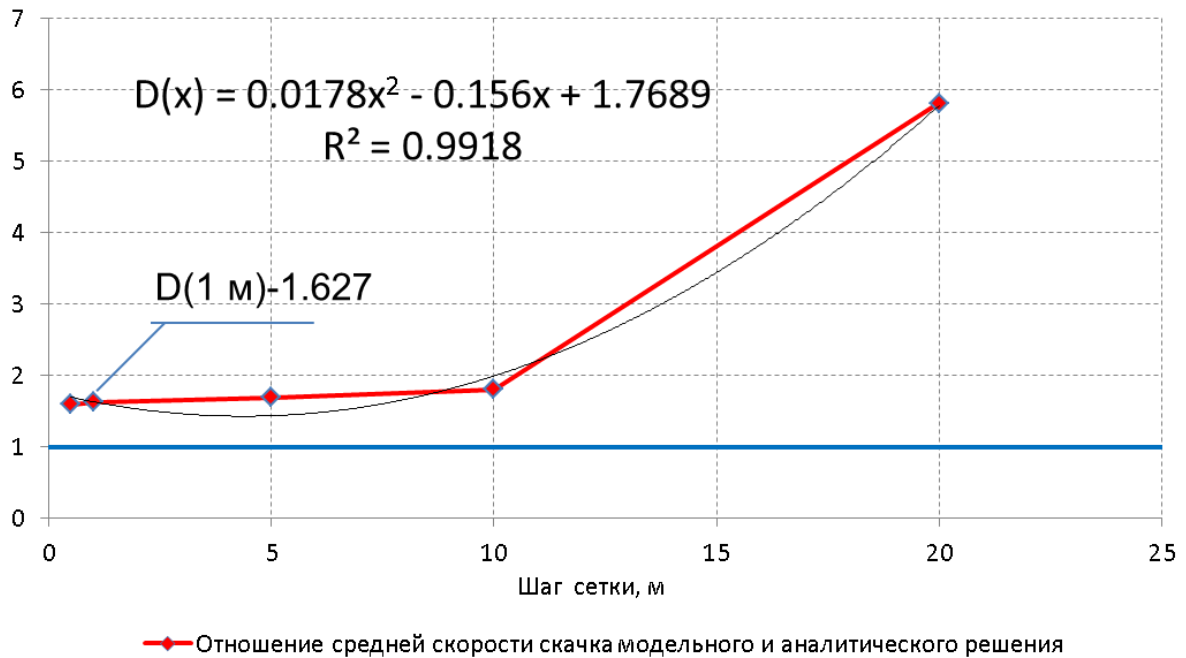


Рис.3.5.1 График отношения средней скорости скачка численного и аналитического решения от шага сетки модели в системе нефть-газ.

Предполагаем, что скорость движения скачка в симуляторе так же зависит от производной от функции Б-Л, как было нами получено в аналитическом решении. Тогда можно предположить, что:

$$f^{*'} = D(x) \cdot f'$$

$$f^{*'} = -D(x) \cdot \mu f^2 \left(\frac{k_o' k_g - k_o k_g'}{k_g^2} \right) = -\mu f^{*2} \left(\frac{k_o^{*'} k_g^* - k_o^* k_g^{*'}}{k_g^{*2}} \right)$$

Здесь модифицированные кривые ОФП имеют следующий вид.

Модифицированная ОФП газа:

$$\begin{cases} k_g^* = 0, S_g \leq M \\ k_g^* = \left(\frac{S_g - M}{1 - M} \right)^{2.5}, S_g \geq M \end{cases}$$

Модифицированная ОФП нефти:

$$\begin{cases} k_o^* = 0, S_g \leq 1 - M \\ k_o^* = \left(\frac{1 - M - S_g}{1 - M - S_{or}} \right)^{1.5}, S_{or} < S_w < 1 - M \\ k_o^* = 0, S_g \leq S_{or} \end{cases}$$

Получаем модификационное уравнение кривых для адаптации в общем виде:

$$D \frac{k_o' k_g - k_o k_g'}{(k_g + \mu k_o)^2} = \frac{k_o^*(M)' k_g^*(M) - k_o^*(M) k_g^*(M)'}{(k_g^*(M) + \mu k_o^*(M))^2}$$

Данное уравнение содержит два аргумента: газонасыщенность и параметр модификации «М». Рекомендуется принять значение S_g равным значению на фронте вытеснения, определенному методом Велджа на исходных кривых ОФП и брать значения функций и соответствующих производных в этой точке. Таким образом, останется решить одно уравнение в явном виде с одной переменной – «М». В качестве примера произведём адаптацию модели с шагом сетки 1 метр. Как видно по графику 3.5.1, значение D для шага сетки 1 м равно – «1.62». Решая модификационное уравнение, находим оптимальное значение для «М» равно – **0.06417**. Таким образом, получены модифицированные кривые относительных фазовых проницаемостей (рисунок 3.5.2).

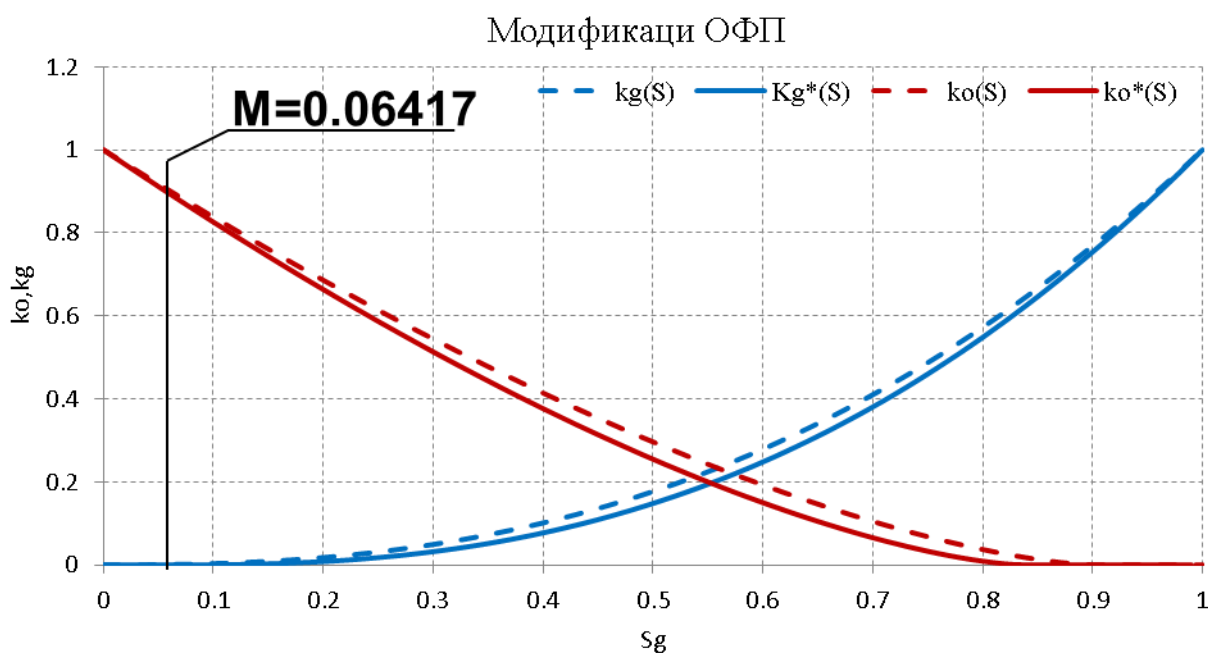


Рис.3.5.2 Модификация кривых ОФП для адаптации численного решения.

Используем модифицированные кривые ОФП в модели. Результат адаптации представлен на рисунке 3.5.3.

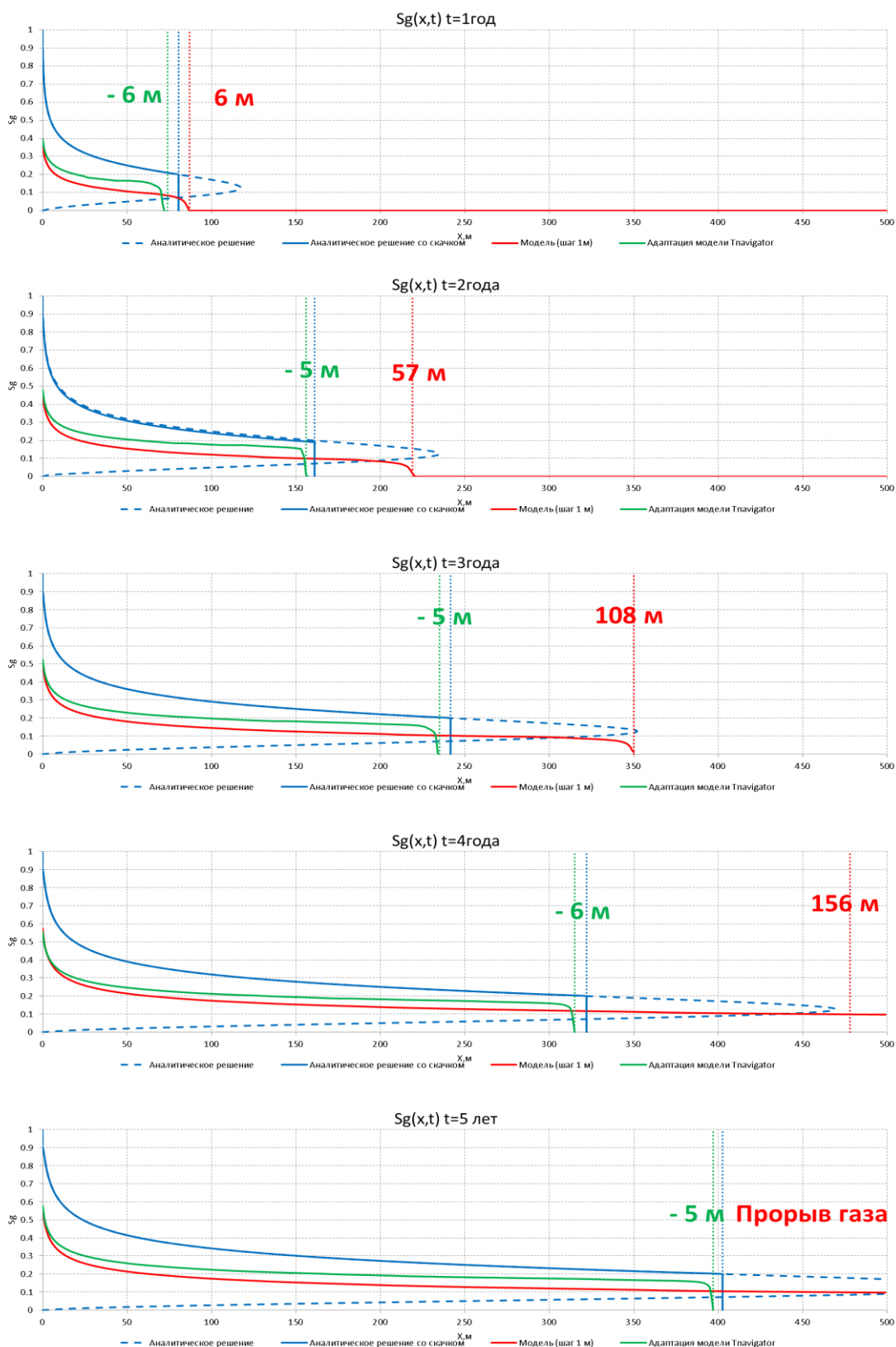


Рис.3.5.3 Хронометрическое сопоставление профилей газонасыщенности численного, аналитического решения и результата адаптации.

В результате адаптации удалось снизить ошибку численного решения до 5% (рисунок 3.5.4). Данная методика показала работоспособность и для остальных размеров ячеек.

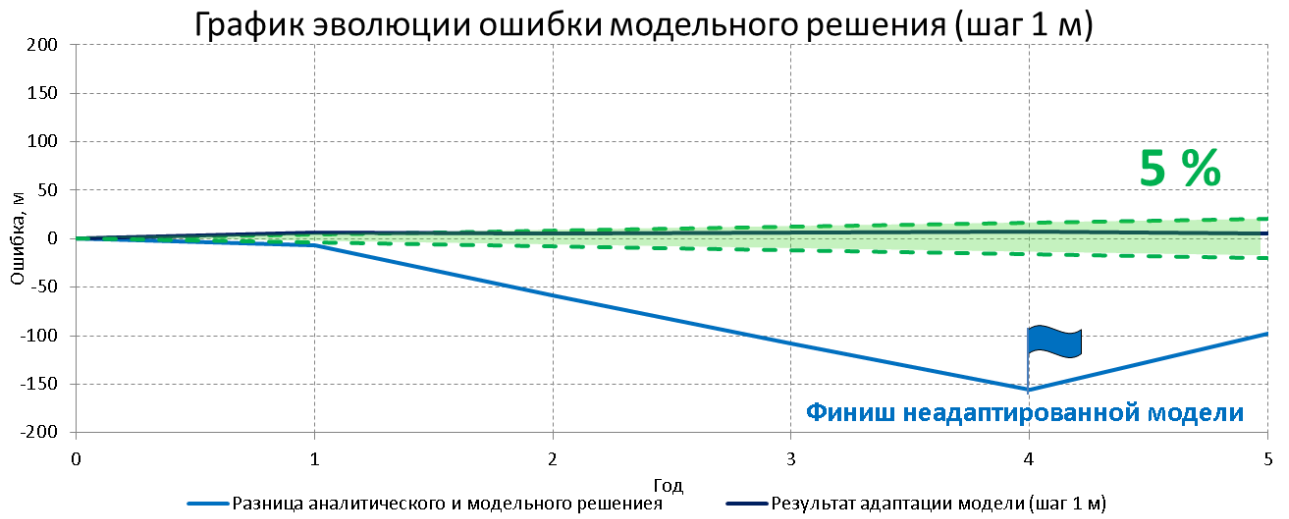


Рис.3.5.4 График накопления ошибки адаптированного численного решения в горизонтальной одномерной задаче.

ГЛАВА 4. РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ

4.1 УРАВНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ И НАКЛОНА ПЛАСТА

В общей постановке поток двухфазной смеси может быть наклонен к горизонту под различными углами. Схематичная модель представлена на рисунке 4.1.1. В этом случае учитывается влияние гравитационных сил [13].

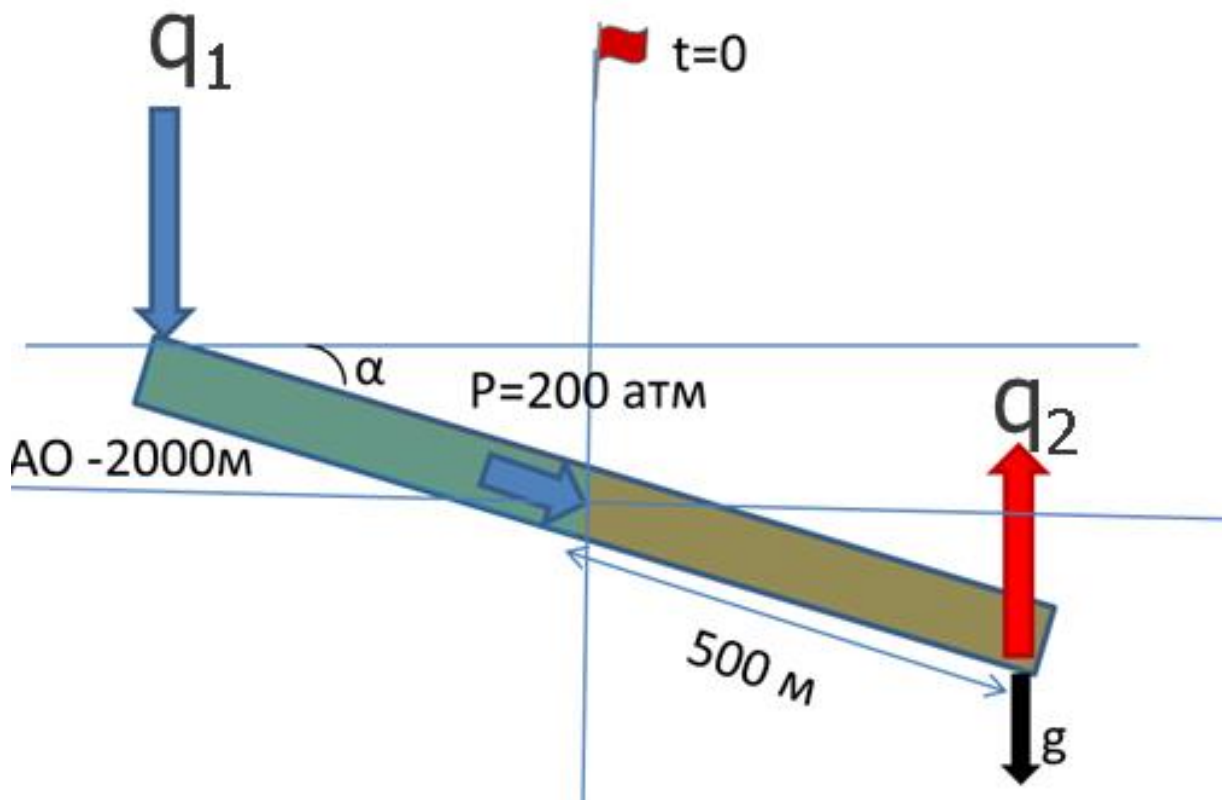


Рис.4.1.1 Одномерная задача двухфазной фильтрации в горизонтальном пласте

Вклад силы тяжести учтем в виде проекции на направление вектора градиента давления. Исходная система уравнений с учетом влияния угла наклона потока к горизонту имеет следующий вид [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{U}_g = -\frac{k_{abs}k_g}{\mu_g} \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \rho_g g \text{Sin}\alpha \right) \vec{e}_x \quad (11) \\ \vec{U}_o = -\frac{k_{abs}k_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \rho_o g \text{Sin}\alpha \right) \vec{e}_x \quad (12) \\ \frac{\partial}{\partial t} (m\rho_g S_g) + \nabla(\rho_g \vec{U}_g) = 0 \quad (13) \\ \frac{\partial}{\partial t} (m\rho_o S_o) + \nabla(\rho_o \vec{U}_o) = 0 \quad (14) \\ S_g(x, t) + S_o(x, t) = 1 \quad (15) \end{array} \right.$$

Учитывая уравнение (15) и сложим уравнение (13) и (14) почленно, получим:

$$m \frac{\partial}{\partial t} (S_o + S_g) = \nabla(U_o + U_g) = 0$$

Исходя из этого, делаем вывод, что: $U_o + U_g = U = const$

$$U = -k \left(\frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_o}{\mu_o} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - kg \text{Sin}\alpha \left(\frac{k_g}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{kg \text{Sin}\alpha \left(\frac{k_g}{\mu_g} \rho_g + \frac{k_o}{\mu_o} \rho_o \right) + U}{-k \left(\frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_o}{\mu_o} \right)}$$

Подставим в (11), получим:

$$U_g = fU + fkg \frac{k_o}{\mu_o} \text{Sin}\alpha (\rho_o - \rho_g) \quad (16)$$

$$f = \frac{1}{1 + \frac{\mu_g k_o}{\mu_o k_g}}$$

Тогда, подставив его в уравнение неразрывности, приходим к модифицированному закону фильтрации двухфазной смеси в наклонном потоке:

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} + \left[\frac{U}{m} f' + \frac{kg \text{Sin}\alpha (\rho_o - \rho_g)}{\mu_o m} \left(k_o f' + f \frac{\partial k_o}{\partial S} \right) \right] \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0$$

$$\frac{f'U}{m} = A(S_g)$$

$$\frac{kg \sin \alpha (\rho_o - \rho_g)}{\mu_o m} \left(k_o f' + f \frac{\partial k_o}{\partial S_g} \right) = B(S_g)$$

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} + [A(S_g) + B(S_g)] \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

По аналогии с горизонтальной задачей УЧП (17) решается методом характеристик. Насыщенность вдоль характеристики – имеет постоянное значение, то есть полный дифференциал S_g равен «0».

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S_g}{\partial t} + [A(S_g) + B(S_g)] \frac{\partial S_g}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial S_g}{\partial t} dt + \frac{\partial S_g}{\partial x} dx = 0 \end{array} \right.$$

Тогда выводим дифференциальное уравнение характеристик:

$$\frac{dx}{dt} = A(S_g) + B(S_g) = \frac{U}{m} f' + \frac{kg \sin \alpha (\rho_o - \rho_g)}{\mu_o m} \left(k_o f' + f \frac{\partial k_o}{\partial S} \right)$$

$A(S_g) + B(S_g) = G$ – модифицированная характеристическая функция, определяющая скорость фильтрации флюидов с учетом гравитации. Компонента $A(S_g)$ зависит от режима (градиента давления), $B(S_g)$ – гравитационная компонента, учитывающая угол угла наклона потока к горизонту.

4.2 ВЛИЯНИЕ УГЛА НАКЛОНА НА СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ФРОНТА.

Произведем оценку влияния угла наклона на скорость движения характеристик. При расчете приняты, следующие параметры пласта и пластовых флюидов:

$$\begin{aligned} k &= 10^{-13} \text{ м}^2 \\ \mu_g &= 0.14 * 10^{-3} \text{ Па} \times \text{с} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 10 * 10^{-3} \text{Па} \times \text{с} \\ \rho_o &= 800 \text{кг/м}^3 \\ \rho_g &= 70 \text{кг/м}^3 \\ \Delta P &= 50 \text{атм} \\ l_{\text{длина пласта}} &= 500 \text{м} \\ g &\approx 9.8 \text{м/с}^2 \\ m &= 0.3 \end{aligned}$$

На практике пласты имеют небольшие углы наклона к горизонтали. Редко этот угол принимает значение больше 7° . Но оценка скорости потока проводится в рамках концепции рассмотрения трубок тока, которые могут принимать самые различные углы: от 0 градусов при плоскопараллельном течении в горизонтальном пласте до 90 градусов вблизи призабойной зоны горизонтальных скважин. На рисунке 4.2.1 представлены графики зависимости гравитационной компоненты «В» от угла наклона потока:

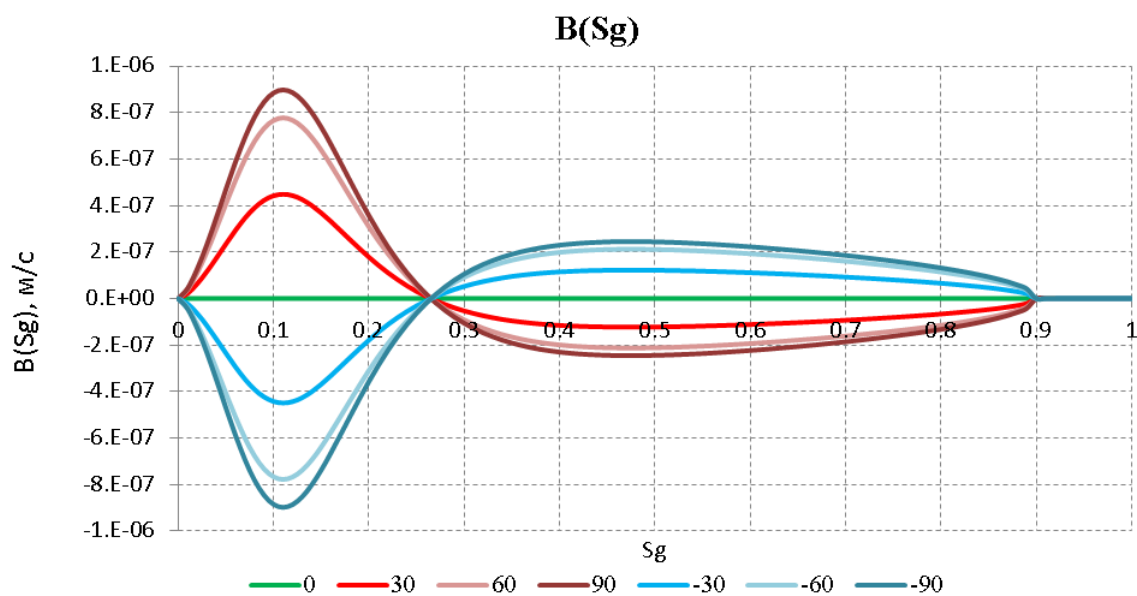


Рис.4.2.1 Зависимость гравитационной компоненты скорости от угла наклона

На рисунке 4.2.2 показано семейство графиков характеристической функции, учитывающей и гравитационную компоненту «В», и компоненту режима «А» при различных углах потока.

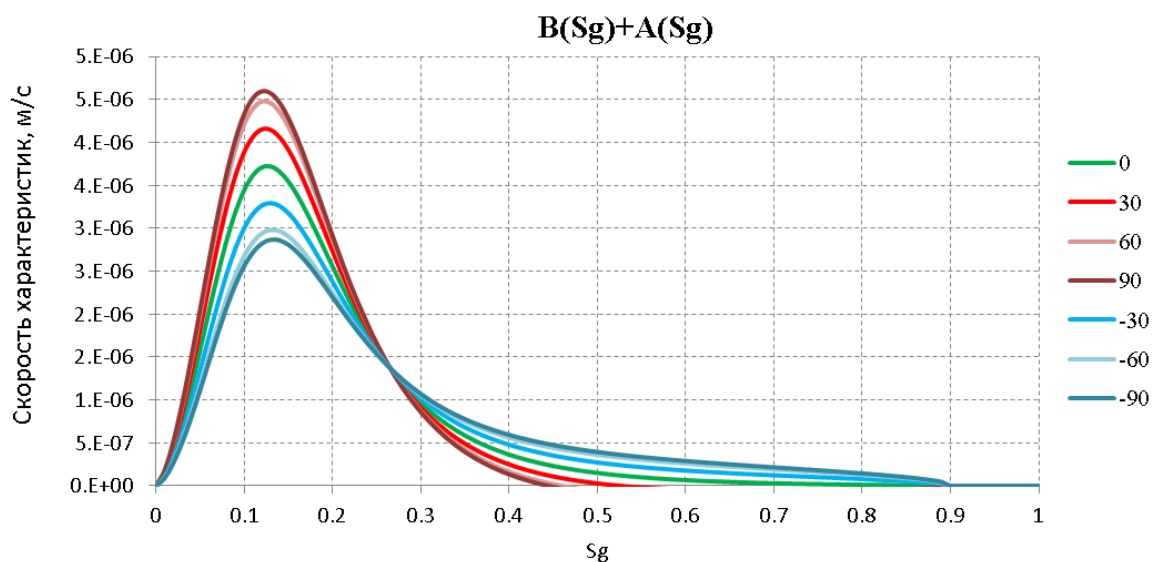


Рис.4.2.2. Зависимость модифицированной характеристической функции от угла наклона потока.

Анализируя графики характеристик, можно сделать ряд выводов:

1. При увеличении угла наклона потока растет амплитуда кривых, то есть растет скорость характеристик. Причем величина компоненты «А» больше, чем гравитационной составляющей «В».
2. При этом форма кривых остается прежней. Угол наклона потока не влияет на значение газонасыщенности на скачке. На рисунке 4.2.3 изображена диаграмма скорости движения скачка насыщенности в зависимости от угла наклона.

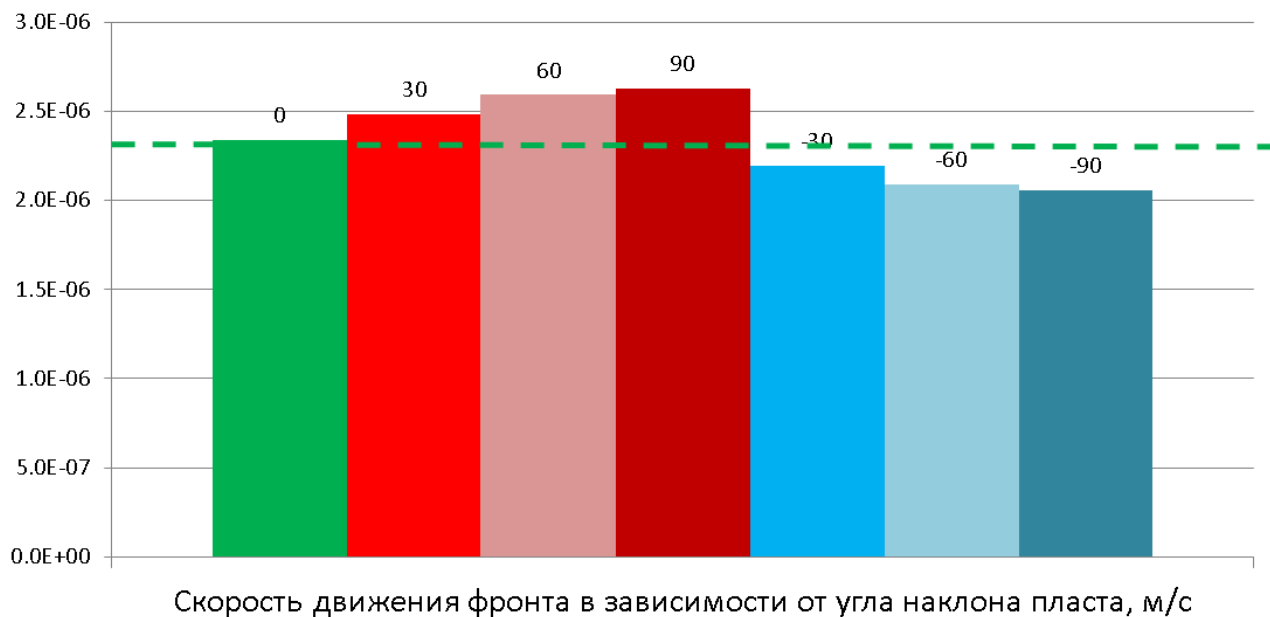


Рис.4.2.3. Зависимость скорости движения скачка насыщенности от угла наклона пласта.

4.3 СОПОСТАВЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ.

Аналитическое решение

Аналитическое решение задачи Баклея-Левретта с учетом гравитации получено методом бегущей волны. В пункте 4.2 описан вывод уравнения характеристики:

$$\frac{dx}{dt} = A(S_g) + B(S_g) = \frac{U}{m} f' + \frac{kg \sin \alpha (\rho_o - \rho_g)}{\mu_o m} \left(k_o f' + f \frac{\partial k_o}{\partial S} \right)$$

Начальные и граничные условия остаются неизменными относительно горизонтальной задачи. Отличие заключается в учете угла наклона потока (рисунок 4.3.1).

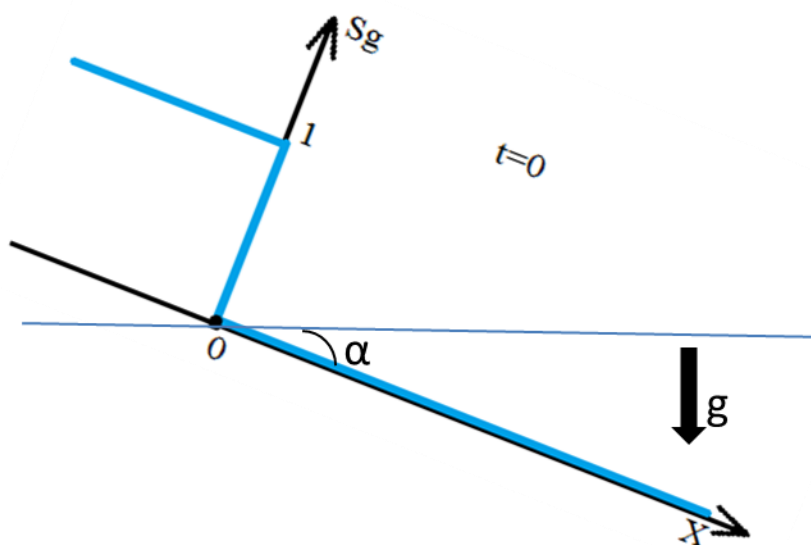


Рис.4.3.1 Начальные условия задачи Баклея-Левретта с учетом угла наклона.

С учетом приведенных начальных и граничных условий методом бегущей волны получены профили газонасыщенности в одномерной постановке через 6 месяцев после начала фильтрации для каждого из углов наклона потока по отношению к горизонту : 0, 30, 60, 90, -30, -60, -90 градусов (рисунок 4.3.2).

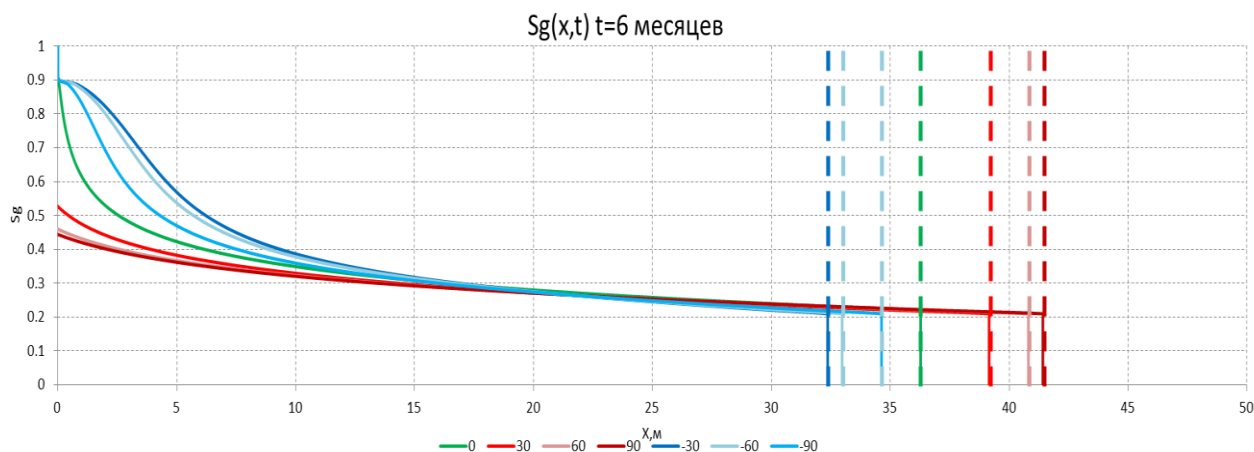


Рис.4.3.2 Аналитическое решение задачи Бакляя-Левретта в зависимости от угла наклона потока к горизонту.

По результатам аналитического решения можно отметить, что при увеличении угла потока граница убегает дальше по пласту, и фронт волны получается более вытянутым. Оценим, насколько точно симулятор будет воспроизводить данное явление.

Численное решение

Для решения поставленной задачи было построено 6 различных геометрических сеток. Для реализации угла наклона одномерного потока использовано ключевое слово TOPS, задающее глубину верхней грани i -ой ячейки. Таким образом, реализованы все случаи, исследованные в аналитическом решении – от -90 до 90 градусов с шагом по углу 30 градусов. Реализованный шаг сетки – 1 метр (рисунок 4.3.3).

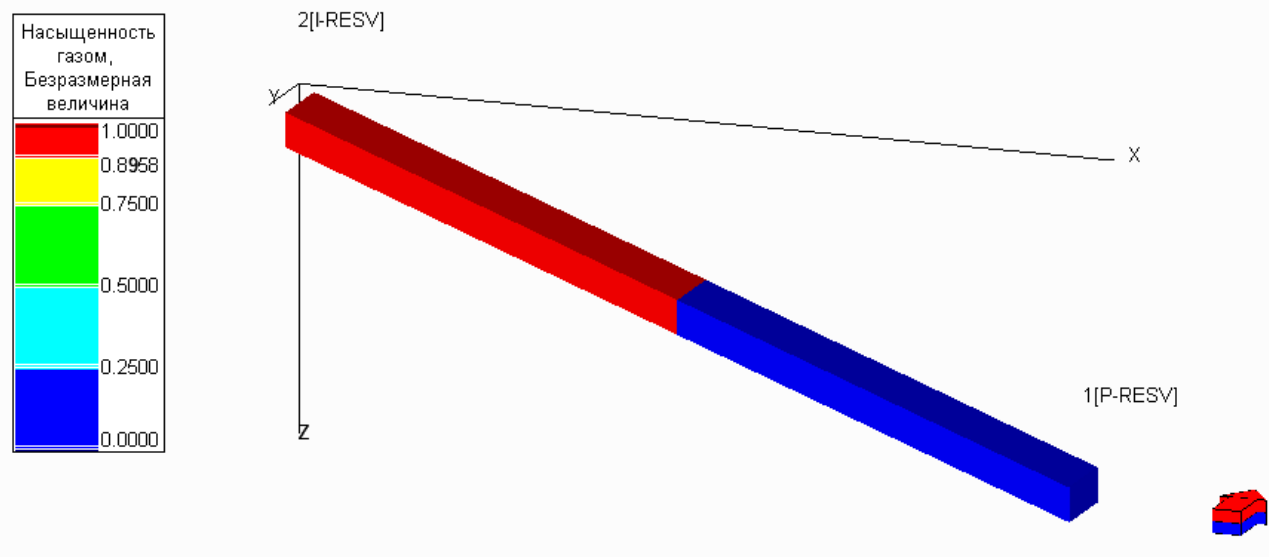


Рис.4.3.3 Куб газонасыщенности в наклонной задаче.

В модели заданы модифицированные относительные фазовые проницаемости, полученные в пункте 3.5. Таким образом, одновременно оцениваем применимость предложенного метода модификации и анализируем точность численного решения задачи одномерной двухфазной фильтрации в наклонной постановке для системы газ-нефть при различных углах наклона потока. На рисунке 4.3.4 представлено сопоставление профилей насыщенности полученных методом бегущей волны и на гидродинамическом симуляторе «Navigator» при решении наклонной задачи Баклея-Левретта.

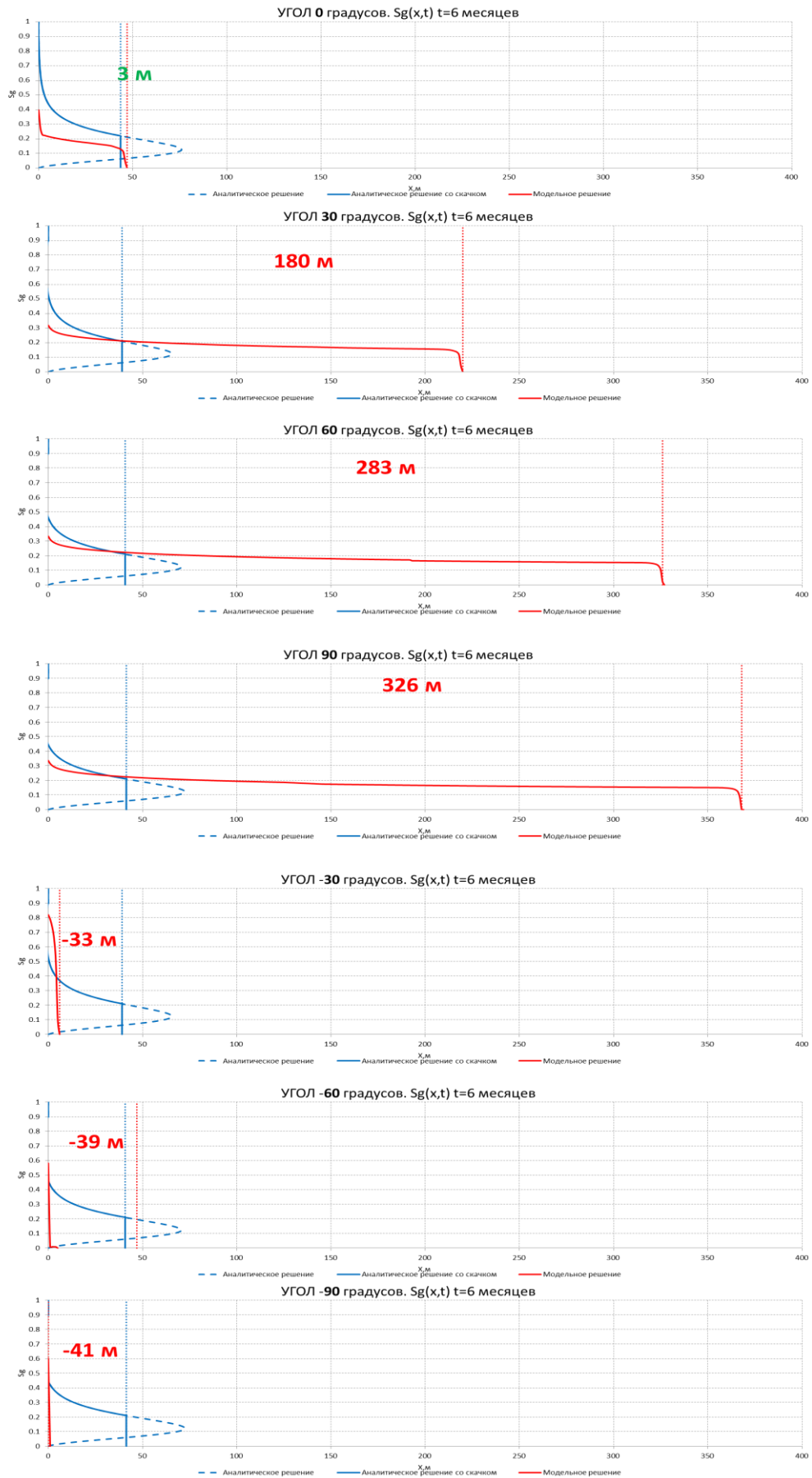


Рис.4.3.4. Сопоставление аналитического и численного решения горизонтальной задачи двухфазной фильтрации нефти и воды.

Анализируя полученные профили, делаем вывод, что симулятор с огромной погрешностью воспроизводит движение фронта вытеснения при больших углах наклона потока. Погрешность решения при «нулевом угле» наклона потока составляет всего 3 м, что попадает в допустимую погрешность 5%. При увеличении/снижении угла ошибка кратно увеличивается. График ошибки численного решения представлен на рисунке 4.3.5. Анализируя график, можем оценить предел применимости нашего метода модификации кривых ОФП, основанных на адаптации горизонтальной задачи. В рамках поставленной задачи решение остается точными, а адаптация удовлетворительной при углах наклона потока от -5 до 3 градусов. Для адаптации численного решения при углах, выходящих за границы этого интервала, необходимо использовать иные методы модификации.

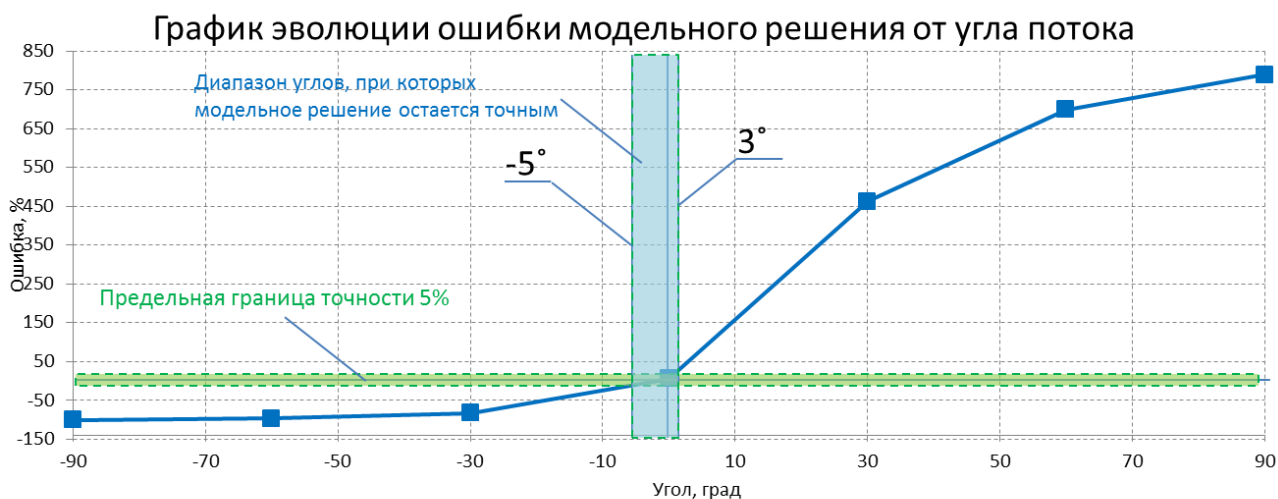


Рис.4.3.5 Зависимости ошибки численного решения от угла потока .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках настоящей работы проведен сравнительный анализ точности численных методов решения задач двухфазного вытеснения нефти газом на основе аналитических решений задачи Баклея-Левретта. Получены следующие результаты:

- Подготовлен ряд численных моделей соответствующих условиям задачи Баклея-Левретта.
- На основе аналитического решения двухфазной фильтрации в системе нефть-газ, оценена точность численного решения в сравнении с аналитическим. Оценено влияние шага сетки на ошибку численного решения относительно аналитического. Отмечено, что модель с достаточной точностью воспроизводит процесс двухфазной фильтрации нефти и воды.
- В результате анализа ошибки численного решения предложена методика адаптации модели на точное аналитическое решение путем модификации относительных фазовых проницаемостей. Данная методика подтвердила работоспособность на различных шагах сетки. Удалось добиться 5-ти процентной сходимости с аналитическим решением.
- Решена задача двухфазной фильтрации нефти и газа в наклонном потоке. Определен диапазон допустимых углов наклона потока к горизонту, при которых численное решение удовлетворяет погрешности - 5%.

Обобщая полученные результаты, можем сделать следующие выводы. При решении задачи двухфазной фильтрации нефти и газа на гидродинамическом симуляторе возможно получение достаточно точных решений, позволяющих сделать достоверный прогноз. Для этого необходимо произвести адаптацию на результаты аналитических решений. При усложнении системы, например внедрение значительного угла наклона, подобная адаптация проблематична. В таком случае необходимо внедрять в симуляторы возможность поиска точных аналитических решений на базе одномерной задачи Баклея-Левретта вдоль трубок тока. Данный путь предполагает разработку и внедрение новых ПО в коммерческие симуляторы. Этот путь сложнее, чем адаптация конкретной модели, но гораздо предпочтительнее с точки зрения улучшения точности гидродинамических симуляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Backley S.E., Leverett M.C. Mechanism of Fluid Displacement in Sands // Trans. AIME. 1942. V.146. 107—116p.
2. Маскет М. Течение однородной жидкости в пористой среде. – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. — 544 с.
3. Басниев К. С., Кочин И. Н., Максимов В. М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. 416 с.
4. Батлер Р. М. Горизонтальные скважины для добычи нефти, газа и битумов. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. — 544 с.
5. Orr, F. M. Jr., Theory of gas injection processes, Stanford University, Stanford, 2005– 284 p.
6. Bedrikovtsky Pavel Mathematical theory of oil and gas recovery with applications to ex-USSR oil and gas fields by Pavel Bedrikovtsky, Petroleum engineering and development studies: v.4, 1993. – 575 p.
7. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик. – М.: Недра, 1984. – 211 с.
8. Основы разработки нефтяных и газовых месторождений / Л. П. Дейк; пер. с англ.: Фалалеев Б. Л. ; под ред. Симкина Э. М. – Москва : Премиум Инжиниринг, 2009. - XXI, 548 с.
9. Нефтегазовое дело: Уфимский государственный нефтяной технический университет/ том 3 Аналитическое решение некоторых задач многофазно многокомпонентной фильтрации/ Сидельников К.А., Лялин В.Е., 2013. 79– 92 с.
10. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики : учебник для вузов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. - Москва: Изд-во МГУ, Наука, 2004. – 791с.
11. Арзамасцев С.А. Решение задачи двухфазной фильтрации в пористой среде различных нефтегазовых пластов: ВКР- Тюмень, ТюмГУ, 2020. – 50с.
12. Хасанов М.М., Мирзаджанзаде А.Х., Бахтизин Р.Н. Моделирование процессов нефтегазодобычи. – Москва-Ижевск: ИКИ, 2004. – 368 С.
13. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.,Недра, 1984, 211 с.