

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК  
Кафедра фундаментальной математики и механики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК

Заведующий кафедрой

к.ф.-м.н.

Девятков А. П.

27.06 2022 г.

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**  
магистерская диссертация

**ЗАДАЧА О ВОЛНАХ НА ПОВЕРХНОСТИ СМЕСИ С НЕОДНОРОДНОЙ  
КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ**

01.04.01 Математика: вычислительная механика

Выполнил работу  
студент 2 курса  
очной формы обучения



Шабалов Артем Сергеевич

Научный руководитель  
к.ф.-м.н.



Бутакова Нина Николаевна

Рецензент  
к.ф.-м.н.



Трефилина Елена Рудольфовна

Тюмень  
2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	4
1.1 Двухфазные системы.....	4
1.2 Методы описания.....	5
1.3 Модели многофазных систем.....	6
1.4 Основные уравнения.....	7
1.5 Граничные условия.....	8
2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	10
2.1 Математическая модель.....	10
2.2 Постановка краевой задачи.....	12
2.3 Решений линейной задачи.....	14
Заключение.....	23
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	24

## **ВВЕДЕНИЕ**

Цель моей работы состоит в рассмотрении и изучении двухфазных систем, их моделей, методов их описания, а также решении задачи о волнах на поверхности смеси с неоднородной концентрацией дисперсной фазы.

В первой главе особое внимание я уделю теоретической части: представлено описание двухфазных сред, приведены примеры двухфазных систем, представлены методы описания и модели двухфазных систем.

Вторая глава посвящена практической части: представлению математической модели, постановке краевой задачи, решению линейной задачи.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В выпускной квалификационной работе был выполнен анализ научной литературы: изучены методы описания многофазных сред, уравнения неразрывности и движения, граничные условия; рассмотрена математическая модель слоя двухфазной смеси с постоянной глубиной, находящейся на твердом горизонтальном основании. Была поставлена и рассмотрена краевая задача, а также была решена линейная задача.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лабунцов Д.А, Ягов В.В. Л 127 Механика двухфазных систем: Учебное пособие для вузов — М.: издательство МЭИ, 2000. — 374 с: ил.
2. Найфэ А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
3. Баринов В. А., Бутакова Н. Н. Волны на свободной поверхности двухфазной среды // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 27–35.
4. Алешков Ю. З. Теория волн на поверхности тяжелой жидкости. Л.: Изд-во. Ленингр. ун-та, 1981. – 196 с.
5. Степанов В. В., Курс дифференциальных уравнений, 9 изд., М.,1966
6. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред //Прикладн. матем. и механика. 1956. Т. 20. №2. С. 184-195.
7. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.–336 с
8. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 735 с.
10. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.