

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра фундаментальной математики и механики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н.

 А.П. Девятков

27.06 2022г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
Магистерская диссертация

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
01.04.01. Математика

Магистерская программа «Вычислительная механика»

Выполнили работу
Студенты 2 курса
очной формы обучения

 Склуюев Константин Станиславович
 Ленц Евгений Альбертович

Руководитель работы
д.ф.-м.н., профессор

 Зубков Павел Тихонович

Рецензент
к.т.н., научный сотрудник
ТюмФ ИТПМ СОРАН

 Мусакаев Эмиль Наилевич

Тюмень
2022

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение..... | 3 |
| Глава 1. Введение в численные методы..... | 5 |
| 1.1. Понятие численного решения | 5 |
| 1.2. Получение дискретных аналогов | 5 |
| 1.3. Стационарная одномерная теплопроводность | 7 |
| 1.3.1 Дискретный аналог | 7 |
| 1.3.2 Формирование источникового члена | 9 |
| 1.3.3 Граничные условия | 12 |
| 1.3.4 Решение системы алгебраических уравнений..... | 15 |
| 1.4. Нелинейность..... | 18 |
| 1.5. Линеаризация граничных условий | 18 |
| 1.6. Линеаризация источникового члена..... | 19 |
| 1.7. Релаксация..... | 20 |
| 1.8. Построение контрольных объёмов..... | 22 |
| 1.9. Обобщённая математическая постановка задачи..... | 24 |
| Глава 2. Численная схема и её реализация | 29 |
| 2.1. Расчётная сетка и контрольные объёмы | 29 |
| 2.2. Обобщённое дискретное уравнение | 31 |
| 2.3. Представление граничных условий..... | 33 |
| 2.4. Решение системы алгебраических уравнений..... | 34 |
| Глава 3. Практическая часть | 38 |
| Заключение | 47 |
| Литература | 48 |
| Приложение | 50 |

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия изучение переноса тепла в замкнутых областях, актуально для нашего времени. Этот интерес продиктован ролью, которую играют такие задачи, в многочисленных промышленных областях, как: охлаждение электронных компонентов, кондиционирование, теплообменники, атомные электростанции и так далее.

Многие исследования были проведены с использованием: цифровых экспериментов (численное моделирование) и практическое (лабораторный опыт). Вполне вероятно, что лабораторные эксперименты имеют решающее значение чтобы подтвердить первый подход, однако он по-прежнему затруднен из-за высокой стоимости материал и сложность реализации.

В свою очередь, цифровой эксперимент является дешёвым и приемлемым способом. За прошлый век скорость развития электроники сделала большой рывок, благодаря этому понимание процессов конвекции, а также теплового излучения дало значительный прогресс в исследованиях и взаимосвязи этих явлений.

Изучение естественной конвекции в замкнутых пространствах все еще является предметом исследования, как в численном, так и в экспериментальном отношении. Различные режимы теплопередачи (конвекция, проводимость, радиация) могут взаимодействовать друг с другом, в частности, через стены.

Однако, когда рассматривается перенос излучения, возникает особая проблема, когда сама жидкость ведет себя как полупрозрачная среда, то есть она поглощает и испускает излучение.

Когда полости заполнены газом, влияние радиационного обмена между поверхности через среду, которая испускает излучение при собственной локальной температуре, поглощает и рассеивает поступающее излучение в любой точке (полупрозрачная среда).

Целью моей выпускной квалификационной работы состоит:

- изучение выбранного научного материала для численного решения задач теплопроводности
- создание теоретической базы по изученному материалу
- создание программного кода, для численного решения задач по теплопереносу
- сделать выводы по полученным результатам

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главную роль в создании технических устройств играет численное моделирование, характеризующее перенос тепла и течения жидкости. Методы этого моделирования, реализованные в компьютерном коде, позволяют заменить экспериментальные измерения, благодаря скорости и оптимизации ресурсов. Данные об особенностях геометрии, материалах, скоростях, полях температуры, граничных условий и прочих, имеют так или иначе элементы численного анализа. Практическое использование вычислительных программ позволяет полностью реализовать анализ и проектирование каких-либо объектов и систем. Если есть нужда в том, чтобы проделать какой-либо лабораторный эксперимент, то благодаря вычислительным программам или моделированию, можно не только облегчить сам процесс эксперимента, но и расширить итоговые результаты исследования.

В ходе выполнения этой работы была достигнута поставленная цель: изучен метод решения задачи теплопроводности и реализация его в коде.

В коде программы был использован метод итерации из-за нелинейности граничных условий. Особенности геометрии тела в данной задаче были не сложными, на поверхностях вырезов была задана температура, которая регулировалась значениями теплопроводности, которые были очень большими.

Особенно хочется отметить удобство программы CONDUCT, где основной «алгоритм» задачи реализован в неизменяемой части программы, а пользователю остаётся только задать начальные условия, построить сетку, по которой программа будет работать, сделать некоторые расчёты, например, в этой задаче, нужно было линеаризовать граничные условия или сделать большой источниковый внутри выреза для соответствия начальным условиям.

Данная работа помогла понять особенности решения двумерной задачи теплопроводности, что облегчит переход к более сложным задачам, а возможно и трёхмерным. Так как трёхмерная задача имеет особый интерес и практическое применение.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.В. Патанкар “Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах” перевод Е.В. Калабина ред. Г.Г. Янькова
2. Карки К.С., Патанкар С.В. Методика расчета вязких несжимаемых течений в сложной геометрии // Теплопередача. 1988г. С. 295.
3. Кейс В.М., Кроуфорд М.Е. Конвективный тепломассоперенос. Нью-Йорк: МакГроу-Хилл, 1980.
4. Launder В.Е., Spalding D.B. The Numerical Computation of Turbulent Flow // Comp. Methods Appl. Mech. Eng. 1974. Vol. 3. P. 269. Leinhard J.H. Heat Conduction through «Yin-Yang» Bodies // J. Heat Transfer. 1981. Vol. 103. P. 600.
5. Patankar S.V. A Numerical Method for Conduction in Composite Materials, Flow in Irregular Geometries and Conjugate Heat Transfer // Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf. Toronto, 1978. Vol. 3. P. 297.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1984.
7. Patankar S.V. A Calculation Procedure for Two-Dimensional Elliptic Situations // Num. Heat Transfer. 1981. Vol. 4. P. 409.
8. Patankar S.V., Acharya S. Development of a Turbulence Model for Rectangular Passages // Trans. CSME. 1984. Vol. 8. P. 146.
9. Patankar S.V., Baliga B.R. A New Finite-Difference Scheme for Parabolic Equations // Num. Heat Transfer. 1978. Vol. 1. P. 27.
10. Patankar S.V., Ivanovic M., Sparrow E.M. Analysis of Turbulent Flow and Heat Transfer in Internally Finned Tubes and Annuli // J. Heat Transfer. 1979. Vol. 101. P. 29.
11. Prakash C., Patankar S.V. Combined Free and Forced Convection in Vertical Tubes with Radial Internal Fins // J. Heat Transfer. 1981. Vol. 103. P. 566.

12. Settari A., Aziz K. A Generalization of the Additive Correction Methods for the Iterative Solution of Matrix Equations // *SIAM J. Num. Analysis*. 1973. Vol. 10. P. 506.
13. Shah R.K., London A.L. *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*. New York: Academic Press, 1978.
14. Sparrow E.M., Baliga B.R., Patankar S.V. Forced Convection Heat Transfer from a Shrouded Fin Array with and without Tip Clearance // *J. Heat Transfer*. 1978. Vol. 100. P. 572.
15. Sparrow E.M., Patankar S.V. Relationships among Boundary Conditions and Nusselt Numbers for Thermally Developed Duct Flows // *J. Heat Transfer*. 1977. Vol. 99. P. 483.
16. Sparrow E.M., Patankar S.V., Shahrestani H. Laminar Heat Transfer in a Pipe Subjected to a Circumferentially Varying External Heat Transfer Coefficient // *Num. Heat Transfer*. 1978. Vol. 1. P. 117.
17. Zhang Z., Patankar S.V. Influence of Buoyancy on the Vertical Flow and Heat Transfer in a Shrouded Fin Array // *J. Heat Mass Transfer*. 1984. Vol. 27. P. 137.