

На правах рукописи

Чуба Александр Юрьевич

**РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ
МАНОМЕТРИЧЕСКИХ ТРУБЧАТЫХ ПРУЖИН**

**05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ**

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Тюмень – 2007

Работа выполнена на кафедре общетехнических дисциплин ФГОУ ВПО
Тюменская государственная сельскохозяйственная академия.

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент
Смолин Николай Иванович

Научный консультант: кандидат технических наук, доцент
Пирогов Сергей Петрович

Официальные оппоненты: доктор технических наук, доцент
Якубовская Светлана Васильевна;
кандидат физико-математических наук,
доцент
Баринов Василий Александрович

Ведущая организация: Томский манометровый завод
ОАО «Манотомь», г. Томск

Защита состоится « 13 » ноября 2007 года в 14⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета К 212.274.01 при Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская 15а, ауд. 217.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан «___» октября 2007 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Бутакова Н.Н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Манометрические трубчатые пружины нашли широкое применение в качестве упругих чувствительных элементов деформационных манометрических приборов, используемых для измерения избыточного и вакуумметрического давлений, разности давлений, расхода и температуры. Часто эти приборы работают в условиях пульсации рабочей среды или вибрации устройств, на которых они установлены. При этом манометрические трубчатые пружины совершают колебательное движение, которое через передаточный механизм передается стрелке, что затрудняет точную регистрацию измеряемой величины.

С целью уменьшения этого отрицательного влияния были предложены разнообразные устройства, основанные на связи с дополнительными упругими системами, но из-за низкой эффективности и больших габаритов они не получили распространения. Также выпущены приборы, в которых манометрическая трубчатая пружина помещена в слой жидкости, но они сложны и дороги.

Решением проблемы может стать прибор с вибростойкой трубчатой пружиной. Основной характеристикой вибростойкости является частота собственных колебаний. Чем она выше, тем более вибростойкой будет пружина. Но в настоящее время приемлемый для практики метод расчета собственных частот колебаний отсутствует.

В последнее время предложены конструкции пружин с переменным вдоль продольной оси поперечным сечением. При этом переменными могут быть как размеры, так и форма сечения. Пружины с изменяющимися геометрическими параметрами сечения обладают лучшими характеристиками, по сравнению с пружинами постоянного поперечного сечения.

Несмотря на свои преимущества, пружины с переменным сечением пока не получили широкого распространения. Основной причиной, сдерживающей внедрение конструкций пружин с переменным сечением, является отсутствие методов определения их динамических характеристик, в том числе и частоты собственных колебаний. Поэтому в диссертации поставлена и решена актуальная задача по определению собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин.

Цель диссертационной работы заключается в разработке метода определения частот собственных колебаний манометрических пружин с постоянным и переменным по длине поперечным сечением. При этом, учитывая множество геометрических параметров, определяющих конкретную конструкцию пружины, поставлена только прямая задача расчета: определение частот собственных колебаний пружин по известным геометрическим параметрам и свойствам материала пружины.

Объектом исследования является манометрическая трубчатая пружина (пружина Бурдона), используемая в качестве упругого чувствительного элемента в манометрических и термометрических приборах.

Предметом исследования является собственная частота колебаний манометрической пружины.

Исходя из указанной цели основными задачами диссертационного исследования являются:

1. Разработка методов определения частот собственных колебаний трубчатых пружин с постоянным и переменным по длине сечением.
2. Разработка алгоритма и комплекса прикладных программ для расчета частот собственных колебаний манометрических трубчатых пружин.
3. Исследование влияния геометрических параметров трубчатых пружин на частоты собственных колебаний.
4. Экспериментальное исследование частот колебаний пружин постоянного и переменного сечения. Оценка достоверности полученных теоретических результатов.

Методологической базой для исследования послужили работы Феодосьева В.И., Андреевой Л.Е., Аксельрада Э.Л., Бидермана В.Л., Пирогова С.П. и Самакалева С.С.

Методы исследования. В работе использованы методы полубезмоментной теории оболочек, численные методы, при решении систем дифференциальных уравнений использован метод Бубнова-Галеркина, а при определении собственных частот метод деления отрезка пополам. При постановке численных экспериментов и при исследовании влияния геометрических параметров манометрической пружины на ее собственные частоты была применена система компьютерной математики MATLAB, на языке программирования этой же системы создан пакет прикладных программ для расчета пружин с постоянным и переменным сечением. При проведении экспериментов использовались экспериментальные методы определения собственных частот колебаний.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Составлена система уравнений Лагранжа второго рода, из которой получены выражения для определения первых двух собственных частот колебаний манометрических пружин постоянного поперечного сечения.
2. Разработан метод определения частот собственных колебаний пружин с переменным по длине сечением как для тонкостенного изогнутого стержня с учетом коэффициента Кармана, определяемого по полубезмоментной теории оболочек. Показана сходимость решения.
3. Разработаны алгоритм и программа для автоматического расчета собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин с постоянным и переменным по длине сечением.
4. Установлено, что увеличение толщины стенки и отношения радиуса бокового закругления сечения к малой полуоси ведет к увеличению частоты собственных колебаний, а увеличение радиуса кривизны центральной оси, центрального угла и отношения малой полуоси к большой – к уменьшению частоты.
5. Установлено, что манометрические пружины с переменным сечением, изменяющимся от восьмеркообразного до плоскоовального и пружины,

изготовленные из конических трубок, имеют частоты собственных колебаний на 20-40% выше, чем аналогичные постоянного сечения.

6. Доказано, что влиянием внутреннего избыточного давления (не превышающим номинального) на собственные частоты можно пренебречь.
7. Получены значения коэффициента, учитывающего влияние наконечников на частоты собственных колебаний.

Достоверность результатов работы обоснована применением известных уравнений и подтверждается сравнением результатов численных экспериментов с экспериментальными исследованиями частот собственных колебаний, проведенными на латунных и стальных трубчатых пружинах постоянного и переменного по длине поперечного сечения.

Практическая ценность работы.

1. Разработанный метод расчета и созданный пакет прикладных программ дает возможность определения частот собственных колебаний и других технических характеристик у пружин с переменным по длине сечением и тем самым позволяет такие конструкции пружин внедрить в производство.
2. Предложенный коэффициент позволяет учитывать влияние наконечника на собственные частоты в зависимости от отношения масс наконечника и трубки манометрической пружины.

Созданный комплекс прикладных программ для расчета манометрических трубчатых пружин постоянного и переменного сечения внедрен на Томском манометровом заводе ОАО «Манотомь».

Апробация работы и публикации. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на конференциях «АПК в XXI веке: действительность и перспективы» (г. Тюмень, 2004), «Нефть и газ. Новые технологии в системах транспорта» (г. Тюмень, 2005), «АПК в XXI веке: действительность и перспективы» (г. Тюмень, 2005), «Аграрная политика на современном этапе» (г. Тюмень, 2007), на производственном совещании конструкторского бюро ОАО «Манотомь» (2007), на расширенном заседании кафедры общетехнических дисциплин ТюмГСХА (2007), на научном семинаре кафедры математического моделирования ТюмГУ (2007). По теме диссертации опубликовано шесть статей. Получен патент на изобретение и свидетельство об официальной регистрации программы ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка литературы из 140 наименований и приложений. Общий объем работы составляет 137 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность темы исследования и изложено краткое содержание работы.

В первой главе рассмотрены устройство и принцип действия манометрической трубчатой пружины, дан обзор известных форм поперечных сечений и наиболее распространенных конструкций пружин. Приведен обзор работ в

области манометрических трубчатых пружин, рассмотрены решения задачи собственных колебаний стержней и оболочек. Показано, что метод определения частот собственных колебаний манометрических трубчатых пружин с переменным по длине сечением отсутствует. Кроме того, отсутствуют результаты экспериментальных исследований частот собственных колебаний, что не позволяет оценить результаты теоретических исследований.

Это позволило сформулировать цель работы и основные задачи исследования.

Во второй главе разработаны два способа определения частот собственных колебаний манометрической трубки. На основании второго метода предложен алгоритм и программа ЭВМ для расчета частот собственных колебаний манометрических пружин с постоянным и переменным поперечным сечением. В этой же главе исследовано влияние геометрических характеристик трубчатых пружин на их собственные частоты колебаний.

В первом параграфе предложен первый способ (энергетический), применимый для пружин с постоянным поперечным сечением. Трубчатая пружина рассматривается как механическая система с двумя степенями свободы, за обобщенные координаты приняты относительный угол раскрытия пружины $\varphi = \frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ и величина изменения малой полуоси поперечного сечения w_0 (рис.1).

Уравнения движения пружины получены из уравнений Лагранжа второго рода:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) + \frac{\partial U}{\partial \varphi} = \frac{\partial T}{\partial \varphi} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{w}_0} \right) + \frac{\partial U}{\partial w_0} = \frac{\partial T}{\partial w_0} \end{array} \right. , \quad (1)$$

где t – время; T – кинетическая энергия системы; U – потенциальная энергия деформации.

При определении потенциальной и кинетической энергий принят приближенный закон деформации контура поперечного сечения и основывались на следующих гипотезах и допущениях:

- 1) Предполагается, что осевая линия трубки не растягивается.
- 2) Поперечное сечение пружины симметрично относительно двух осей.
- 3) Все участки пружины, выделенные сечениями, нормальными к центральной оси, находятся в одинаковых условиях. Таким образом, не учитывается влияние концевых заделок трубки.
- 4) Справедливы обычные в теории оболочек гипотезы о ненадавливании слоев и о неизменности нормали.
- 5) Толщина стенки пружины мала по сравнению с малой полуосью сечения ($h \ll b$), а полуось b мала по сравнению с радиусом кривизны центральной оси ($b \ll R$).

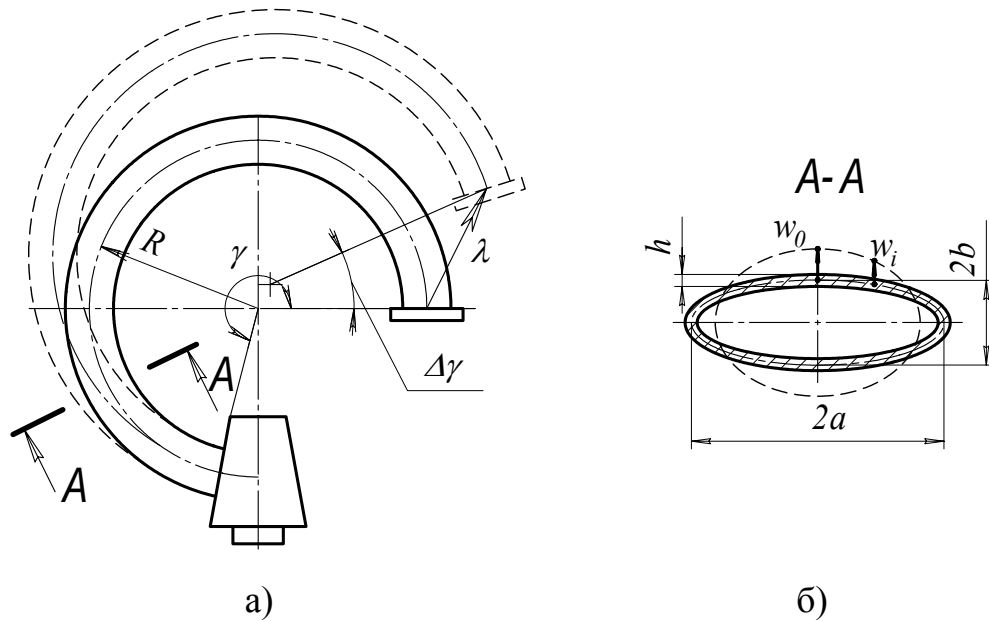


Рис.1. Выбор обобщенных координат:
а – трубчатая пружина; б – поперечное сечение

Двумя нормальными сечениями выделим участок пружины с центральным углом $d\theta$. Продольными сечениями выделим из него бесконечно малый элемент, который, согласно гипотезе о ненадавливании волокон, находится в плоском напряженном состоянии. Удельная потенциальная энергия u при двухосном напряженном состоянии выражается через компоненты деформаций:

$$u = \frac{E}{2(1-\mu^2)} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\mu\varepsilon_1\varepsilon_2), \quad (2)$$

где ε_1 и ε_2 – продольные и поперечные относительные деформации

$$\varepsilon_1 = \frac{w_i d\theta - (y + w_i) d\vartheta}{(R + y) d\theta} = \frac{w_i - y \frac{\Delta\gamma}{\gamma}}{R} \quad \text{и} \quad \varepsilon_2 = z \frac{\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}}{1 + \frac{z}{R_1}} = z \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right),$$

где y – координата точки поперечного сечения по вертикальной оси;

z – расстояние от среднего контура сечения до элемента;

R_1 и R_2 – соответственно радиус кривизны контура сечения до деформации и после;

E – модуль упругости;

μ – коэффициент Пуассона материала пружины.

Потенциальная энергия деформации U пружины Бурдона с центральным углом γ определяется интегрированием величины $dU = u \cdot dV$ по объему пружины. После этого выражение потенциальной энергии примет вид:

$$U = \frac{2Eh\gamma}{R(1-\mu^2)} \left[\frac{A_1}{m^2} w_0^2 - 2b \frac{A_2}{m} \varphi \cdot w_0 + b^2 A_3 \varphi^2 + \frac{\aleph^2}{12} \frac{n}{m^2} w_0^2 \right], \quad (3)$$

где \aleph – главный параметр пружины Бурдона, $\aleph = \frac{Rh}{a^2}$;

$$A_1 = \frac{1}{a} \int_0^{\frac{s}{4}} \omega^2 ds; \quad A_2 = \frac{1}{ab} \int_0^{\frac{s}{4}} y \omega ds; \quad A_3 = \frac{1}{ab^2} \int_0^{\frac{s}{4}} y^2 ds; \quad n = \frac{1}{a} \int_0^{\frac{s}{4}} \Omega^2 ds - \text{коэффициенты};$$

ω – функция дуги поперечного сечения;

m, Ω – коэффициенты, зависящие от формы поперечного сечения.

Кинетическая энергия манометрической пружины будет складываться из кинетических энергий полупрофилей. Так как точки верхнего и нижнего полупрофилей поперечного сечения совершают различные перемещения, то их скорости, а соответственно и кинетические энергии (T_v – кинетическая энергия верхнего полупрофиля, а T_n – нижнего) будут различными (рис.2).

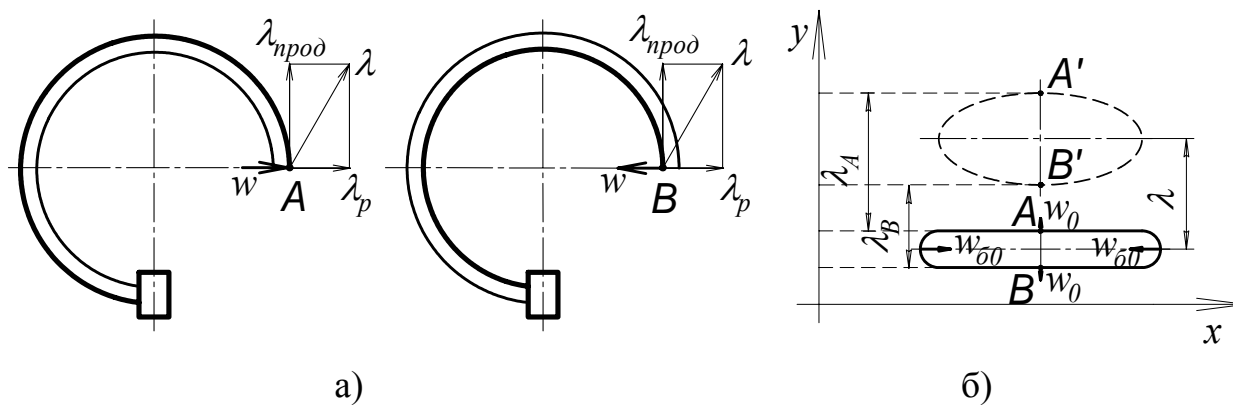


Рис.2. Определение перемещений:

а – в плоскости кривизны; б – в плоскости сечения

Кинетическая энергия полупрофиля равна сумме кинетических энергий всех его точек:

$$T_{a,i} = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}, \quad (4)$$

где m_i – масса i -того элемента, $m_i = \rho \cdot R \cdot d\theta \cdot ds \cdot dz$; ρ – плотность материала трубки; $R \cdot d\theta$ – длина элемента полупрофиля; ds – ширина элемента; dz – высота элемента; v_i – скорость i -того элемента.

Скорости точек верхнего и нижнего полупрофилей соответственно равны:

$$v_i^2 = \dot{\lambda}_{i\delta i}^2 + \left(\dot{\lambda}_{\delta i} + \dot{w}_i \right)^2 + \dot{w}_{ai}^2, \quad v_j^2 = \dot{\lambda}_{j\delta j}^2 + \left(\dot{\lambda}_{\delta j} - \dot{w}_j \right)^2 + \dot{w}_{aj}^2, \quad (5)$$

где w_i – проекция перемещения i -ой точки сечения на ось y ; w_{0i} – проекция перемещения i -ой точки сечения на ось x (выражаются через величины изменения полуосей сечения). Точка над составляющими перемещений обозначает первую производную по времени.

В результате получаем выражение для определения кинетической энергии:

$$T = 2\rho h R^3 \gamma \left(\frac{\gamma^3}{3} - 4 \sin \gamma + 2\gamma \cos \gamma + 2\gamma \right) B_1 \dot{\varphi}^2 + 2\rho R h \gamma \left(\frac{B_2}{m^2} + \frac{B_3}{\hat{E}_a^2 m_a^2} \right) \dot{w}_0^2, \quad (6)$$

где $B_1 = \int_0^{\frac{s}{4}} ds$, $B_2 = \int_0^{\frac{s}{4}} \omega^2 ds$, $B_3 = \int_0^{\frac{s}{4}} \omega_a^2 ds$ - коэффициенты, зависящие от геометрических параметров сечения;

K_σ , m_σ - коэффициенты, зависящие от формы поперечного сечения.

Определив потенциальную и кинетическую энергии трубки, находим их производные и подставляем в систему (1), в результате получим систему двух однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} a_{11} \ddot{\varphi} + C_{11} \varphi + C_{12} w_0 = 0 \\ a_{22} \ddot{w}_0 + C_{21} \varphi + C_{22} w_0 = 0 \end{cases}, \quad (7)$$

где a_{11} , a_{22} - коэффициенты инерции, C_{11} , ..., C_{22} - коэффициенты жесткости, зависящие от геометрических параметров сечения и физических свойств материала:

$$a_{11} = 4\rho h R^3 \gamma \left(\frac{\gamma^3}{3} - 4 \sin \gamma + 2\gamma \cos \gamma + 2\gamma \right) B_1, \quad a_{22} = 4\rho R h \gamma \left(\frac{B_2}{m^2} + \frac{B_3}{\hat{E}_a^2 m_a^2} \right),$$

$$C_{11} = \frac{4E\gamma h a b^2}{R(1-\mu^2)} A_3, \quad C_{12} = C_{21} = -\frac{4A\gamma h a b}{R(1-\mu^2)m} A_2, \quad C_{22} = \frac{E\gamma h a (12A_1 + \aleph^2 n)}{3R(1-\mu^2) \cdot m^2}.$$

Частные решения этой системы можно представить в виде:

$$\varphi = F_1 \sin(kt + \beta), \quad w_0 = F_2 \sin(kt + \beta), \quad (8)$$

где F_1 и F_2 - неизвестные амплитуды колебаний, зависящие от начальных условий; k - собственная частота; β - начальная фаза колебаний.

В результате решения системы уравнений (7) получены выражения для определения первых двух частот собственных колебаний:

$$\nu_{1,2} = \frac{k_{1,2}}{2\pi}, \quad (9)$$

$$\text{где } k_{1,2} = \left| \sqrt{Q_{1,2}} \right|, \text{ а } Q_{1,2} = \frac{-(a_{11} C_{22} + a_{22} C_{11}) \pm \sqrt{(a_{11} C_{22} + a_{22} C_{11})^2 + 4a_{11} a_{22} (C_{12}^2 - C_{11} C_{22})}}{-2a_{11} a_{22}}.$$

Полученный метод расчета позволяет достаточно просто рассчитать первые две собственные частоты колебаний трубок постоянного сечения. Но, поскольку в качестве функции перемещений контура поперечного сечения была принята деформация прямой трубы, то погрешность расчетов должна возрастать с увеличением параметра кривизны μ_0 пружины. Кроме того, расчет пружин переменного сечения этим методом привел бы к очень громоздким выражениям, поэтому далее предлагается метод, свободный от этого ограничения.

Во втором параграфе разработан второй метод, применимый и для пружин с поперечным сечением переменным по длине центральной оси. Здесь трубчатая пружина рассматривается как тонкостенный стержень, изогнутый с постоянным радиусом, совершающий колебания в плоскости кривизны. Уравнения движения (в соответствии с принципом Даламбера) получены из ра-

венств нулю сумм соответствующих проекций всех сил, приложенных к элементу пружины (с учетом силы инерции) на нормаль и на касательную (рис. 3):

$$\begin{aligned} -\frac{N}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial Q}{\partial \varphi} &= m_i(\varphi) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \varphi} - \frac{Q}{R} &= m_i(\varphi) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (10)$$

где N – продольная сила; Q – поперечная сила; $m_i(\varphi)$ – масса единицы длины трубки (масса поперечного сечения с координатой φ); w , u – соответственно радиальная и окружная составляющие перемещения центра тяжести поперечного сечения с координатой φ .

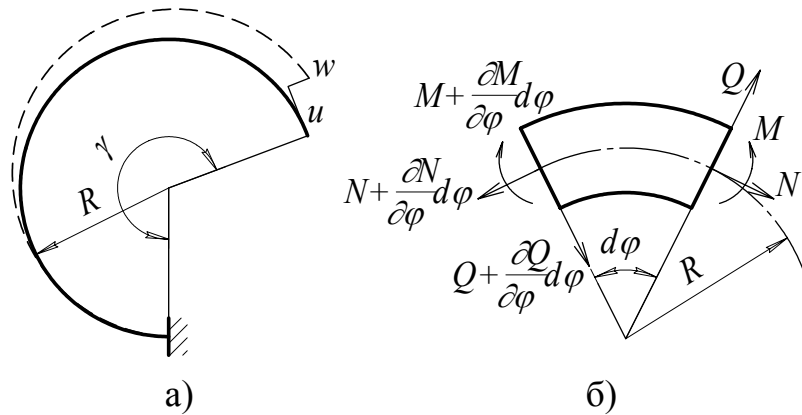


Рис.3. Изгиб манометрической трубчатой пружины
а – кривой стержень; б – элемент трубки

Система уравнений (10) в перемещениях u и w имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ D_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ H_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} &= m_\varphi \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ -D_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left\{ H_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} &= m_\varphi \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (11)$$

где $D_R = \frac{ES(\varphi)}{(1-\mu^2)R^2}$, $H_R = \frac{E \cdot J(\varphi) \cdot K_k(\varphi)}{R^4(1-\mu^2)}$, $m_\varphi = \rho \cdot S(\varphi)$.

Система (11) решалась при следующих граничных условиях: в сечении жесткого закрепления пружины ($\varphi=0$) касательное, нормальное перемещения и угол поворота поперечного сечения трубки равны нулю, а на противоположном конце ($\varphi=\gamma$) изгибающий момент, перерезывающие, растягивающие усилия обращаются в нуль.

Собственные изгибные колебания происходят по гармоническому закону с частотой k , поэтому решение системы этих двух уравнений можно представить в виде:

$$u(\varphi, t) = u(\varphi) \sin(k \cdot t + \beta), \quad w(\varphi, t) = w(\varphi) \sin(k \cdot t + \beta), \quad (12)$$

где k – круговая частота колебаний.

При решении системы (11) применялся приближенный метод Бубнова-Галеркина. В соответствии с этим методом, зададим искомые функции составляющих перемещений в виде:

$$u(\varphi) = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_n u_n = \sum_{i=1}^n a_i u_i; \quad w(\varphi) = b_1 w_1 + b_2 w_2 + \dots + b_n w_n = \sum_{j=1}^n b_j w_j, \quad (13)$$

где $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ – неопределенные коэффициенты;
 $u_1, u_2, \dots, u_n, w_1, w_2, \dots, w_n$ – базисные функции переменной φ .

Подстановка выражений (13) в преобразованную методом Галеркина систему (11) приводит к системе из $2n$ уравнений. При этом в силу граничных условий часть слагаемых равны нулю.

$$\begin{aligned} & a_1 \int_0^\gamma \left(-D_R \frac{du_1}{d\varphi} - H_R \frac{du_1}{d\varphi} \right) \cdot \frac{du_1}{d\varphi} d\varphi + \dots + a_n \int_0^\gamma \left(-D_R \frac{du_n}{d\varphi} - H_R \frac{du_n}{d\varphi} \right) \cdot \frac{du_n}{d\varphi} d\varphi + \\ & + b_1 \int_0^\gamma \left(-D_R w_1 + H_R \frac{d^2 w_1}{d\varphi^2} \right) \cdot \frac{du_1}{d\varphi} d\varphi + \dots + b_n \int_0^\gamma \left(-D_R w_n + H_R \frac{d^2 w_n}{d\varphi^2} \right) \cdot \frac{du_n}{d\varphi} d\varphi = \\ & = -a_1 k^2 \int_0^\gamma m_0 u_1 u_1 d\varphi - \dots - a_n k^2 \int_0^\gamma m_0 u_n u_n d\varphi \\ & a_1 \int_0^\gamma \left(-D_R \frac{du_1}{d\varphi} w_j + H_R \frac{du_1}{d\varphi} \frac{d^2 w_j}{d\varphi^2} \right) d\varphi + \dots + a_n \int_0^\gamma \left(-D_R \frac{du_n}{d\varphi} w_j + H_R \frac{du_n}{d\varphi} \frac{d^2 w_j}{d\varphi^2} \right) d\varphi + \\ & + b_1 \int_0^\gamma \left(-D_R w_1 w_j - H_R \frac{d^2 w_1}{d\varphi^2} \frac{d^2 w_j}{d\varphi^2} \right) d\varphi + \dots + b_n \int_0^\gamma \left(-D_R w_n w_j - H_R \frac{d^2 w_n}{d\varphi^2} \frac{d^2 w_j}{d\varphi^2} \right) d\varphi = \\ & = -b_1 k^2 \int_0^\gamma m_0 w_1 w_j d\varphi - \dots - b_n k^2 \int_0^\gamma m_0 w_n w_j d\varphi \end{aligned} \quad (14)$$

Выберем базисные функции u_i и w_j в виде:

$$\begin{aligned} u_i(\varphi) &= \varphi^i; & i &= 1, \dots, n \\ w_j(\varphi) &= \varphi^{j+1}; & j &= 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (15)$$

Легко проверить, что выбранные функции удовлетворяют главным граничным условиям. Получим однородную систему алгебраических уравнений порядка $2n$ относительно неизвестных $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$. Данная система уравнений имеет ненулевое решение только в том случае, если определитель матрицы этой системы равен нулю. Запишем его в виде:

$$\begin{vmatrix} A_{1,1} & \dots & B_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{2n,1} & \dots & B_{2n,n} \end{vmatrix} = 0, \quad (16)$$

$$\text{где } A_{1,1} = \int_0^\gamma (-D_R - H_R) \cdot d\varphi + k^2 \int_0^\gamma m_0 \varphi^2 d\varphi, \quad B_{1,n} = \int_0^\gamma (-D_R \cdot \varphi^{n+1} + H_R \cdot n(n+1)\varphi^{n-1}) \cdot d\varphi,$$

$$A_{2n,1} = \int_0^\gamma (-D_R \cdot \varphi^{n+1} + H_R \cdot n(n+1)\varphi^{n-1}) d\varphi,$$

$$B_{2n,n} = \int_0^\gamma (-D_R \cdot \varphi^{2n+2} - H_R \cdot n^2(n+1)^2 \varphi^{2n-2}) d\varphi + k^2 \int_0^\gamma m_0 \varphi^{2n+2} d\varphi$$

Условие равенства нулю определителя (16) можно рассматривать как уравнение для определения частот колебаний k . Поскольку порядок определителя равен $2n$, то уравнение будет иметь $2n$ корней, которые являются частотами собственных колебаний трубчатой пружины. Таким образом, для получения значений частот собственных колебаний нужно решить систему уравнений (16). Те значения k , при которых определитель равен нулю, являются круговыми частотами собственных колебаний.

Результаты численного эксперимента показали, что с увеличением количества базисных функций u_i и w_j , значение частоты стремится к некоторому предельному значению (рис.4). Для получения удовлетворительных результатов по первой собственной частоте колебаний достаточно удерживать по пять базисных функций.

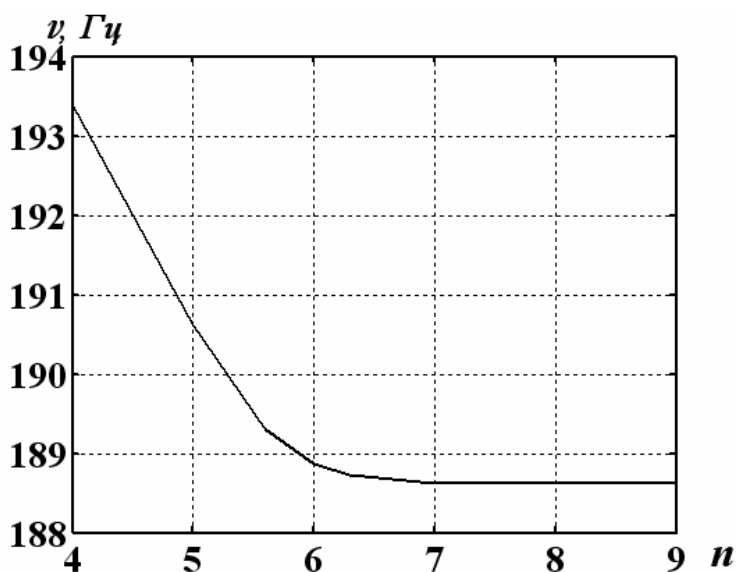


Рис.4. Оценка сходимости решения

На основе этого способа определения частот собственных колебаний составлены алгоритм и программа для ЭВМ. Коэффициент Кармана для трубчатой пружины определялся по полубезмоментной теории оболочек по формуле, предложенной Э.Л. Аксельрадом.

В третьем параграфе проводится сравнительная оценка приводимых методов расчета собственных частот на примере трубчатых пружин постоянного сечения. Разница между собственными частотами, полученными обоими методами при значениях параметра кривизны и тонкостенности $\mu_0 < 8-10$ менее 10%. С увеличением этого параметра разница между методами увеличивается, причем энергетический метод, в сравнении со стержневым, дает бóльшие значения частот.

В четвертом параграфе приведен алгоритм и описана программа по определению частот собственных колебаний манометрических трубчатых пружин. Предложенный алгоритм реализован в пакете прикладных программ «ПКРМТП», который оснащен интерфейсом пользователя, что позволяет дос-

таточно просто осуществить ввод данных для расчета, контроль геометрических параметров пружины и визуализацию результатов решения (рис.5, рис.6).

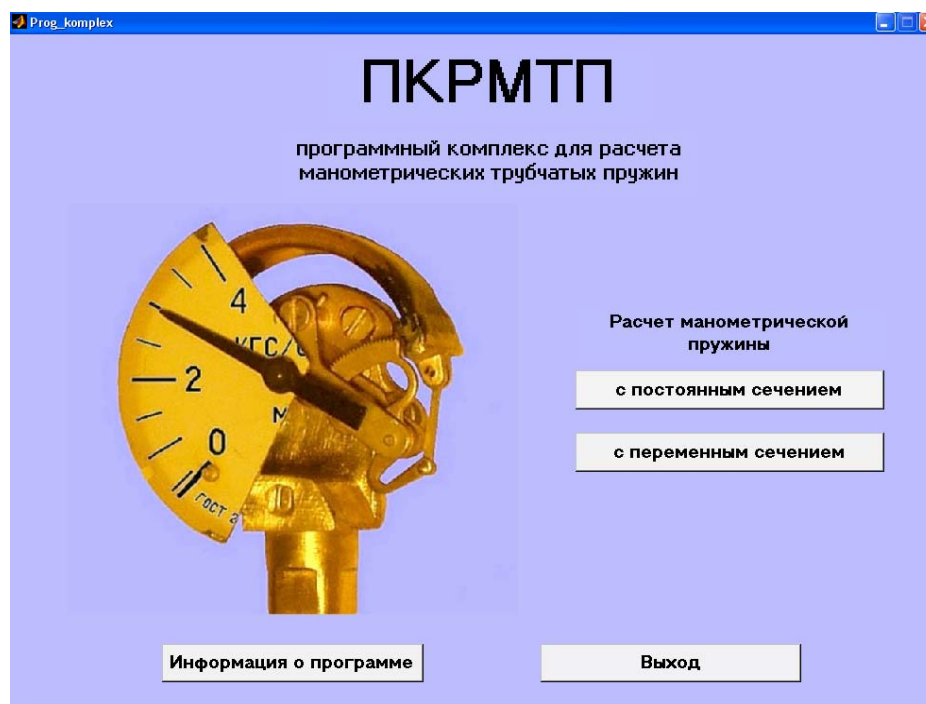


Рис.5. Окно запуска программного комплекса «ПКРМТП»

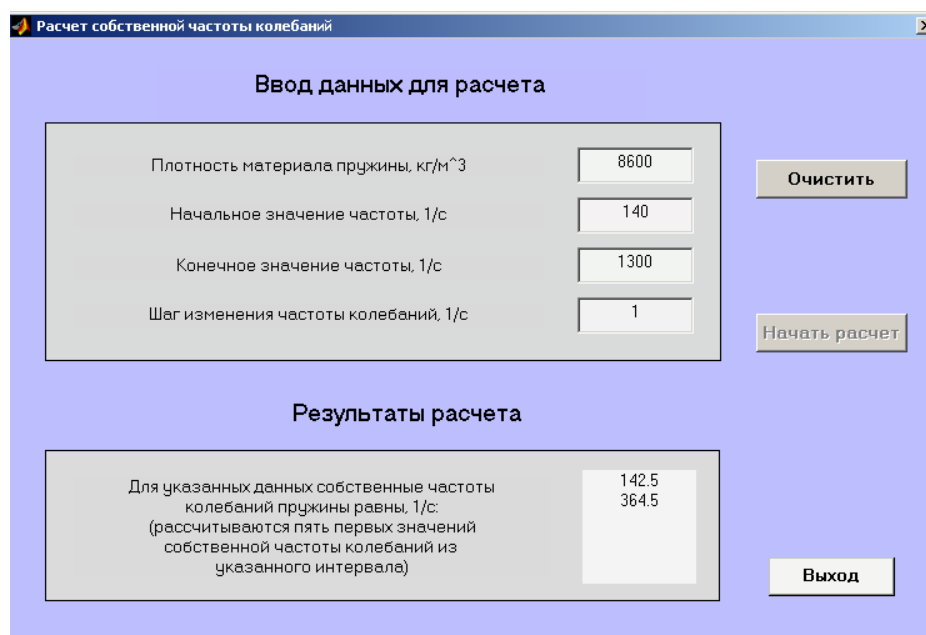


Рис.6. Окно расчета частот собственных колебаний

Пакет программ написан на языке программирования системы компьютерной математики «MATLAB» и может быть использован для расчета пружин как с переменным, так и с постоянным сечением.

В пятом параграфе исследуется влияние геометрии трубчатых пружин с постоянным поперечным сечением на частоты собственных колебаний, показав-

но, что увеличение толщины стенки трубки h и отношения радиуса бокового закругления сечения к малой полуоси b_1/b ведет к увеличению частоты собственных колебаний, а увеличение радиуса кривизны центральной оси пружины R , отношения большой полуоси к малой a/b , центрального угла пружины γ влечет уменьшение частоты собственных колебаний манометрической трубчатой пружины. Эти зависимости можно объяснить тем, что с увеличением жесткости пружины увеличивается и частота собственных колебаний. Для пружин с переменным по длине поперечным сечением установлено, что уменьшение толщины стенки трубки от закрепленного конца к свободному, а так же уменьшение радиуса трубки-заготовки от закрепленного конца к свободному приводит к увеличению частоты собственных колебаний. Сравнение манометрических пружин с изменяющейся формой поперечного сечения по длине пружины показало, что наибольшей частотой собственных колебаний обладают манометрические пружины сечения которых изменяются от восьмеркообразного (в закреплении) до плоскоовального (на свободном конце).

В третьей главе проведены экспериментальные исследования собственных частот колебаний, влияния внутреннего давления и наконечников на собственные частоты колебаний трубчатых пружин. С целью проверки приемлемости созданного метода расчета проведено экспериментальное исследование частот собственных колебаний манометрических трубчатых пружин переменного по длине поперечного сечения с жесткими наконечниками и сравнение этих значений с теоретическими, учитывающими влияние наконечников.

В первом параграфе приведена методика проведения экспериментов.

Задачи эксперимента поставлены следующие:

- 1) Исследование влияния внутреннего давления на собственные частоты колебаний трубчатых пружин;
- 2) Определение частот собственных колебаний манометрических пружин с различными геометрическими параметрами и сопоставление с данными расчетов.

В этом же параграфе приводится описание прибора для определения собственных частот колебаний и созданной установки для нагружения пружины внутренним избыточным давлением (рис.7), приведены описания опытных образцов манометрических пружин и методика измерений и расчетов геометрических параметров пружин.

Во втором параграфе проводится исследование собственных частот колебаний трубчатых пружин постоянного поперечного сечения. Проведено экспериментальное исследование влияния внутреннего давления на частоты собственных колебаний латунных и стальных манометрических пружин с диапазоном рабочих давлений от 0,06 до 10 МПа. Доказано, что влиянием внутреннего давления на собственные частоты колебаний можно пренебречь.

При сравнении значений частот, полученных теоретически и экспериментальным путем, обнаружено расхождение в значениях от 8 до 10%, причем большее расхождение наблюдается для тонкостенных трубчатых пружин. Это связано с тем, что для тонкостенной пружины масса наконечника составляет до 90% массы самой трубки.

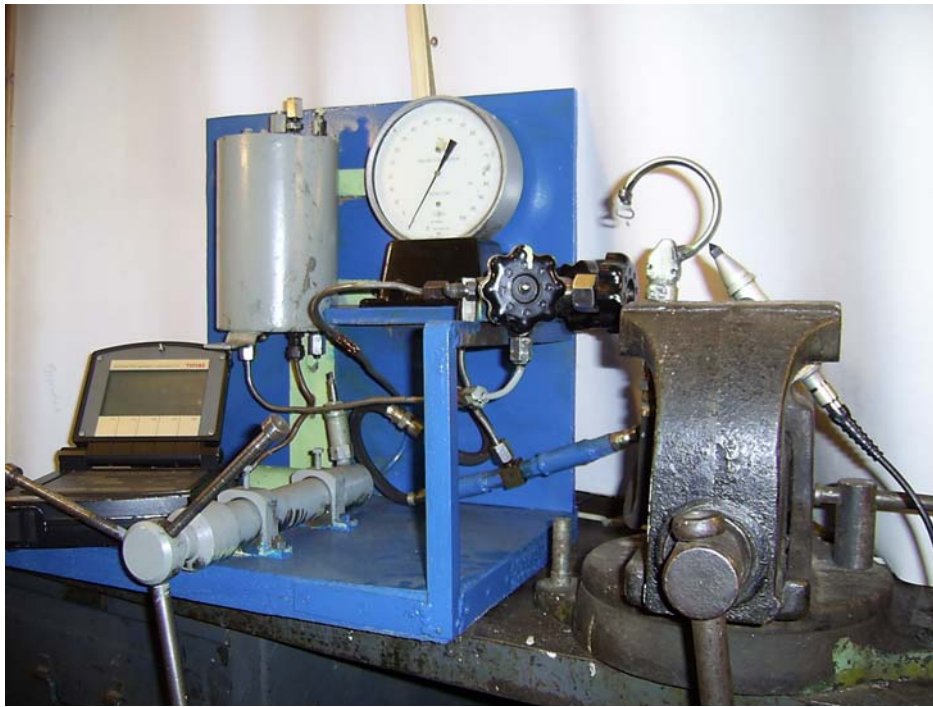


Рис.7. Испытательный стенд

Сравнение теоретических значений частот и экспериментальных, полученных для манометрических пружин без наконечников показало хорошее согласование (отклонение не превышает 5%). Поэтому, предложен коэффициент, учитывающий влияние наконечника, величина которого зависит от отношения масс наконечника и трубки-заготовки.

Значения этого коэффициента определяем отношением частоты собственных колебаний трубчатой пружины с наконечником к частоте колебаний пружины без наконечника, полученных в результате опытов:

$$\hat{E} = \frac{v_{\dot{y}.i}}{v_{\dot{y}.\dot{a}i}}, \quad (17)$$

где $v_{\dot{y}.n}$ – экспериментальная собственная частота колебаний пружины с наконечником;

$v_{\dot{y}.bn}$ – экспериментальная частота колебаний пружины без наконечника;

Полученные значения этого коэффициента в зависимости от отношения масс для стальных и латунных пружин аппроксимированы полиномом второй степени, что позволило построить график для определения коэффициента K (рис.8). Исследование показало, что увеличение отношения массы наконечника к массе трубки ведет к уменьшению частоты собственных колебаний манометрических трубчатых пружин.

В третьем параграфе с целью оценки достоверности предложенного метода расчета проведено экспериментальное исследование частот собственных колебаний манометрических трубчатых пружин с переменным по длине сечением с наконечниками.

При проведении эксперимента использовались шесть образцов манометрических пружин с переменным плоскоовальным и переменным В-

образным сечением. Относительное отклонение теоретических значений собственных частот с учетом влияния наконечников $\nu_{р.н}$ от экспериментально полученных для трубчатых пружин с наконечниками $\nu_{э.н}$ не превысило 7% (табл.1). Это говорит о том, что разработанный метод расчета собственных частот колебаний и введенный коэффициент, учитывающий влияние наконечников, могут быть с успехом применены на практике.

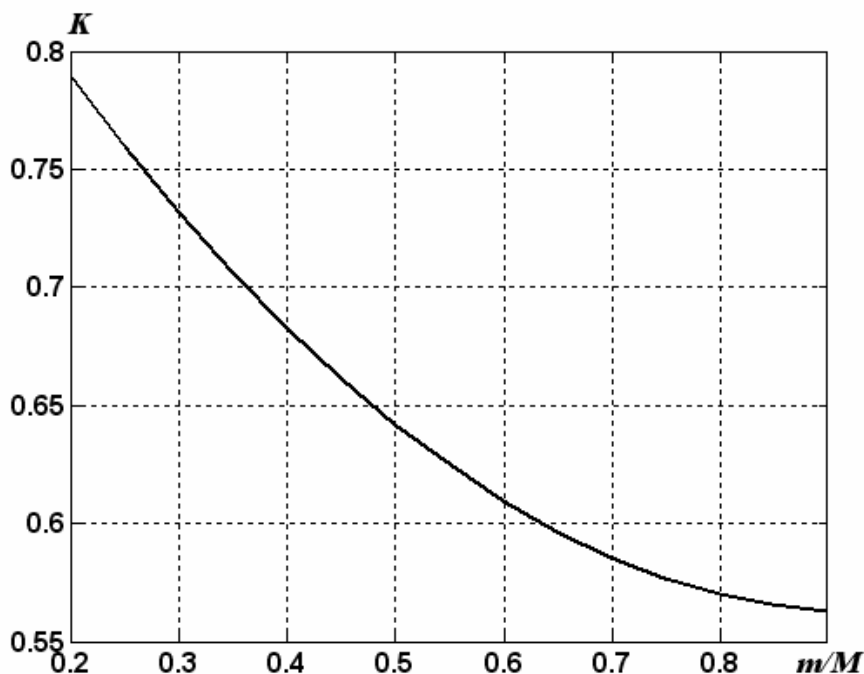


Рис.8. Коэффициент понижения собственной частоты

Таблица 1.
Частоты собственных колебаний пружин с переменным сечением

№ образца	1	2	3	4	5	6
$\nu_{э.н}$, Гц	91,7	115	72	67	74	53,5
$\nu_{р.н}$, Гц	96,1	120	76,2	71,5	77,9	56,8
Δ , %	4,8	4,3	5,8	6,7	5,3	6,2

В заключении кратко изложены обладающие научной новизной положения диссертации и наиболее значимые результаты, полученные в работе:

1. Проведен анализ состояния актуальной проблемы, связанной с определением собственных частот колебаний трубчатых манометрических пружин.
2. Энергетическим методом получены выражения для определения первых двух собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин с постоянным поперечным сечением. Разработан метод определения собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин

- с переменным по длине поперечным сечением на основании дифференциальных уравнений, описывающих изгиб тонкостенного стержня в плоскости его кривизны.
3. Разница между собственными частотами, полученными обоими методами при значениях параметра кривизны и тонкостенности $\mu_0 < 8-10$ менее 10%. С увеличением этого параметра разница между методами увеличивается, причем энергетический метод, в сравнении со стержневым, дает большие значения частот.
 4. На основе второго способа составлен алгоритм определения частот собственных колебаний для ЭВМ, реализованный в пакете прикладных программ «ПКРМТП». Данный пакет программ может быть использован для расчета пружин разных конструкций с постоянным и переменным сечением.
 5. Исследование влияния геометрии трубчатых пружин с постоянным поперечным сечением на частоты собственных колебаний, показало, что увеличение толщины стенки трубки h и отношения радиуса бокового закругления сечения к малой полуоси b_1/b ведет к увеличению частоты собственных колебаний, а увеличение радиуса кривизны центральной оси пружины R , отношения большой полуоси к малой a/b , центрального угла пружины γ влечет уменьшение частоты собственных колебаний манометрической трубчатой пружины.
 6. Для пружин с переменным по длине поперечным сечением установлено, что уменьшение толщины стенки трубки от закрепленного конца к свободному, а так же уменьшение радиуса трубки-заготовки от закрепленного конца к свободному приводит к увеличению частоты собственных колебаний. Сравнение манометрических пружин с изменяющейся формой поперечного сечения по длине пружины показало, что наибольшей частотой собственных колебаний обладают манометрические пружины сечение которых изменяются от восьмеркообразного (в закреплении) до плоскоовального (на свободном конце). Собственная частота колебаний таких пружин выше на 20-30%, по сравнению с частотой манометрической пружины, сечение которой изменяется от эллиптического (в закреплении) до плоскоовального (на свободном конце).
 7. Экспериментальные исследования влияния внутреннего избыточного давления на собственные частоты колебаний трубчатых пружин, показали, что для пружин с номинальным рабочим давлением этим влиянием можно пренебречь.
 8. Для учета влияния наконечников на собственные частоты предложен коэффициент понижения частоты, зависящий от отношения массы наконечника к массе трубки. Значения данного коэффициента получены экспериментально для латунных и стальных пружин и аппроксимированы полиномом второй степени и представлены в виде графика.
 9. Достоверность и эффективность результатов, получаемых с помощью прикладных программ, подтверждена сопоставлением с экспериментальными данными. Погрешность расчетных значений собственных час-

тот колебаний трубчатых пружин переменного по длине сечения с учетом влияния наконечников относительно экспериментально полученных частот не превышает 7%.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Пирогов С.П., Устинов Н.Н., Чуба А.Ю. Критерии выбора манометрической трубчатой пружины // Сб. науч. тр. Аграрная наука на современном этапе / Тюменская с.-х. акад. – 2004. – с.262 – 265.
2. Чуба А.Ю. Колебания манометрической трубчатой пружины // Сб. материалов конференции молодых ученых. АПК в XXI веке: Действительность и перспективы / Тюменская с.-х. акад. – 2004. – с.172 – 173.
3. Самакалев С.С., Чуба А.Ю., Пирогов С.П. Повышение вибростойкости манометрических приборов, используемых в автомобильном и трубопроводном транспорте//Нефть и газ. Новые технологии в системах транспорта: материалы региональной научно-практической конференции. Ч.2. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2004, с.54-59.
4. Чуба А.Ю. Определение собственных частот колебаний манометрической трубчатой пружины // Материалы региональной научной конференции молодых ученых. АПК в XXI веке: Действительность и перспективы. Том 2 / Тюменская с.-х. акад. – 2005. – с.207 – 209.
5. Чуба А.Ю., Пирогов С.П., Смолин Н.И. Определение собственных частот колебаний изогнутых труб не кругового поперечного сечения // Известия высших учебных заведений «Нефть и газ» Тюмень, 2007, №1, с.77-82.
6. Чуба А.Ю., Пирогов С.П., Дорофеев С.М. Определение собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин // Известия высших учебных заведений «Нефть и газ» Тюмень, 2007, №2, с.70-74.
7. Патент 2285904 РФ, МПК 7, G 01 L 7/04. Составная манометрическая пружина со вставками / Пирогов С.П., Чуба А.Ю., Самакалев С.С., – 2005113487/28; Заяв. 03.05.2005; Опубл. 20.10.2006; Бюл. №29.
8. Свидетельство об официальной регистрации программы ЭВМ 2007612005 РФ. Программный комплекс «ПКРМТП» для расчета манометрических трубчатых пружин / Чуба А.Ю., Самакалев С.С., Пирогов С.П. – 2007611194; Заяв. 2.04.2007; Опубл. 17.05.2007.