

На правах рукописи

Топорков Дмитрий Юрьевич

**ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ
НА ЭВОЛЮЦИЮ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА**

специальность

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Тюмень – 2 0 0 6

Работа выполнена в лаборатории вычислительной динамики сплошной среды Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Алянин Александр Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Мазо Александр Бенцианович,
г. Казань

доктор физико-математических наук
Родионов Сергей Павлович,
г. Тюмень

Ведущая организация: Институт механики
Уфимского научного центра РАН,
г. Уфа.

Защита состоится "15" ноября 2006 года в 15 часов на заседании диссертационного совета ДМ 212.274.09 в Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, д. 15^А.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан "12" октября 2006 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент



Тятосов А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Жидкости, испытывающие значительные перепады давления, широко применяются в различных отраслях народного хозяйства: энергетике, химии, медицине, трубопроводном транспорте и др. Обычно в жидкостях всегда имеется большое количество пузырьков. При наличии перепада давления в жидкости пузырьки претерпевают расширения-сжатия. В этих условиях давление, температура и плотность газа в полости пузырьков при сжатии, а вместе с этим и свойства содержащих пузырьки жидкостей, в значительной степени зависят от формы пузырьков. Если в процессе сильного сжатия пузырька форма его поверхности остается близкой к сферической, то внутри пузырька могут наблюдаться химические реакции, диссоциация и ионизация газа. Если же сжатие пузырьков будет несферическим, то это может приводить к таким эффектам, как образование в жидкости сверхзвуковых струек, дроблению пузырьков на более мелкие образования и т.д.

При небольших размерах пузырька эволюция формы его поверхности сильно зависит от вязкости жидкости. При этом по мере уменьшения радиуса пузырька влияние вязкости возрастает. К настоящему времени динамика несферических пузырьков изучалась, в основном, с применением упрощенных способов учета вязкости жидкости. Это значительно упрощает математическую постановку и анализ рассматриваемых задач. Вместе с тем, внесение упрощений может приводить и к существенному искажению представлений об изучаемом явлении. Так, экспоненциальный закон свободного затухания искажения сферичности пузырька в вязкой жидкости со временем сменяется степенным, в то время как приближенные способы предсказывают лишь затухание по экспоненте. В силу вышесказанного изучение влияния вязкости жидкости на несферические колебания пузырька с применением уточненных способов ее учета является **актуальным**.

Цель работы. Работа направлена на исследование влияния вязкости жидкости на эволюцию малою искажения сферической формы пузырька при его больших расширениях-сжатиях.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Разработана эффективная методика расчета влияния вязкости жидкости на изменение малых искажений сферической формы пузырька в рамках модели с учетом нестационарной диффузии завихренности жидкости.

2. Исследованы особенности влияния вязкости жидкости при свободном затухании малых искажений сферической формы пузырька в широком диапазоне изменения вязкости и длины волны возмущения сферической формы пузырька. Предложен новый приближенный способ учета вязкости, удовлетворительно описывающий затухание искажений в более широкой области изменения физических параметров, чем известные приближенные способы.

3. Исследовано влияние нестационарного характера диффузии завихренности жидкости на изменение искажения сферической формы пузырька на режиме его периодических расширений-сжатий. Выявлены новые режимы эволюции искажения, обусловленные вихревым движением жидкости.

4. Исследована эволюция малых искажений сферической формы кавитационного пузырька при его однократном сильном расширении-сжатии в деаэрированном ацетоне. При этом использована новая математическая модель описания несферического движения поверхности пузырька. Получены оценки максимальных искажений сферической формы парового пузырька к моменту его экстремального сжатия. Установлена их зависимость от вязкости жидкости.

Достоверность полученных результатов. Достоверность результатов работы обеспечивается корректным применением уравнений динамики пузырька в вязкой жидкости, тщательным тестированием методики расчета путем сравнения с известными асимптотическими решениями, с известными результатами расчетов и экспериментальными данными других авторов.

Практическая ценность. Разработанная эффективная методика расчета может применяться для изучения динамики несферических газовых

пузырьков в вязкой жидкости. Полученные результаты могут быть использованы для оценки зависимости свойств пузырьков жидкостей от вязкости жидкости. Их можно применять при анализе ограничений, накладываемых устойчивостью сферической формы пузырьков на возможности достижения экстремального сжатия вещества с помощью пузырькового механизма.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях, научных школах и семинарах: 1) на 16 и 17 сессиях Международной школы по моделям механики сплошной среды (Казань, 2002, 2004); 2) на Всероссийской школе-семинаре молодых ученых и специалистов под рук. академика РАН В.Е. Алемясова «Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении» (Казань, 2002, 2004); 3) на семинаре в Институте механики и математики им. Чеботарева под руководством профессора А.В. Костерина, (Казань, 2002); 4) на Всероссийском совещании по сверхсжатию пузырька под руководством академика Р.И. Нигматулина (Уфа, 2002); 5) на итоговых конференциях Института механики и машиностроения КазНЦ РАН (Казань, за 2003, 2004, 2005); 6) на V Международной научной школе-семинаре «Импульсные процессы в механике сплошных сред» (Украина, г. Николаев, 2003); 7) на Международной летней научной школе «Гидродинамика высоких скоростей» (Чебоксары, 2004).

Результаты диссертации опубликованы в 12 статьях и 5 тезисах. Список основных публикаций приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 134 наименований. Работа изложена на 130 листах, включая 33 рисунка.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** отмечена практическая ценность и актуальность задач, рассматриваемых в диссертации. Дан краткий обзор работ, посвященных сферической и несферической динамике газовых и паровых пузырьков в жидкости. Определены цели работы, сформулирована ее научная новиз-

на. Приведена аннотация разделов диссертации.

В **первой главе** излагаются используемые во всех последующих главах работы математическая модель и методика расчета влияния вязкости жидкости на изменение несферической составляющей движения межфазной поверхности пузырька при малых искажениях его сферической формы.

Уравнение поверхности пузырька в сферической системе координат r, θ, φ представляется следующим образом

$$F(r, \theta, \varphi, t) = r - R(t) - \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{n=-i}^i a_{in}(t) Y_i^n(\theta, \varphi) = 0.$$

Здесь t – время, $R(t)$ – радиус сферической составляющей формы пузырька (радиус пузырька), Y_i^n – сферическая гармоника степени i порядка n . Параметр $a_{in}(t)$ характеризует отклонение поверхности от сферы $r = R(t)$ в виде Y_i^n . Предполагается, что искажение сферичности $\varepsilon_{in}(t) = a_{in}(t)/R(t)$ мало при всех i, n . С учетом этого движение жидкости и газа представляется в виде суперпозиции сферической (радиальной) составляющей и ее малого несферического возмущения. Индекс n не влияет на характер изменения a_{in} и поэтому в дальнейшем опускается.

Движение жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса в предположении нежимаемости жидкости и отсутствия массовых сил с соответствующими динамическими и кинематическим граничным условиями. Из этих уравнений и условий с учетом малости искажения сферической формы выводятся следующие уравнения эволюции малого возмущения сферической формы пузырька

$$\begin{aligned} & (1+q)\ddot{a}_i + \left[3\frac{\dot{R}}{R} + 2(i+1)(i+2)\frac{\nu}{R^2} \right] \dot{a}_i + \\ & + (i-1) \left[(q-1)\frac{\ddot{R}}{R} + (i+1)(i+2)\frac{\sigma}{\rho_{f0}R^3} + \frac{4\nu(i+1)\dot{R}}{R^3} \right] a_i + \quad (1) \\ & \frac{i(i+1)}{R} \left[\frac{\nu Q_i(R, t)}{R} + \frac{2\nu(2i+1)}{R^{2-i}} a_i + \frac{\dot{R}}{R} \beta_i \right] = 0, \end{aligned}$$

$$q = \frac{(i+1)\bar{\rho}_g}{i\rho_{f0}}, \alpha_i = -\frac{i+1}{2i+1} \int_R^\infty \frac{Q_i}{r^i} dr, \beta_i = \int_R^\infty \left[\left(\frac{R}{r}\right)^3 - 1 \right] \left(\frac{R}{r}\right)^i Q_i dr.$$

$$Q_{i,t} + \dot{R}R^2 \left(\frac{Q_i}{r^2}\right)_r + \nu \left(\frac{i(i+1)Q_i}{r^2} - Q_{i,rr}\right) = 0, \quad (2)$$

$$Q_i(R, t) = \frac{2}{i+1} \left\{ (i+2)\dot{a}_i - (i-1)\frac{\dot{R}}{R}a_i + (2i+1)R^{(i-1)}\alpha_i \right\}, \quad (3)$$

Здесь $\bar{\rho}_g$ – средняя по объему пузырька плотность газа, ν , ρ_{f0} – вязкость и невозмущенная плотность жидкости, σ – поверхностное натяжение, Q_i – функция, характеризующая поле завихренности жидкости, $r = \infty$ – внешняя граница жидкости.

Учет влияния вязкости жидкости согласно уравнениям (1)-(3) далее называется точным.

В работе предлагается новая методика решения уравнений (1)-(3). В данной методике применяется замена переменных $\xi = R/r$, $\tau = t$, в результате чего пространственная область интегрирования $R(t) \leq r < \infty$ уравнения (2) преобразуется в интервал $0 < \xi \leq 1$. Этот интервал разбивается на N равных отрезков длиной $\Delta\xi = 1/N$. Входящие в (1) интегралы вычисляются по формуле трапеций. Частные производные в уравнении (2) аппроксимируются центральными разностями в узлах ξ_k , $k = \overline{1, N}$. В результате такой аппроксимации для отыскания значений сеточной функции $Q_{i,k}(\tau)$, $k = \overline{1, N}$ получается N обыкновенных дифференциальных уравнений с граничными условиями в узлах ξ_0 и ξ_{N+1} . Если для описания изменения радиуса пузырька используется обыкновенное дифференциальное уравнение Рэлея-Плессета, то указанная система N обыкновенных дифференциальных уравнений относительно $Q_{i,k}$ совместно с уравнением (1) и уравнением Рэлея-Плессета решается методом Рунге-Кутты 8-го порядка точности.

Для оценки эффективности предлагаемой методики расчета и достоверности получаемых результатов выполнено сравнение с результатами расчетов тестовых и модельных задач (свободное затухание начального искажения, эволюция искажения сферической формы пузырька

ка при периодических колебаниях давления жидкости) и экспериментальными данными (относительно границы области устойчивости сферической формы пузырька при его периодических радиальных колебаниях) других авторов. Установлено, что методика расчета обладает высокой эффективностью и дает результаты, удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными данными.

Во второй главе исследуется эффект вязкости жидкости при свободном затухании малого начального искажения сферической формы газового пузырька (радиус пузырька не меняется). Изучается зависимость этого эффекта от величины вязкости жидкости, равновесного радиуса пузырька и номера сферической гармоники, определяющей искажение. При этом наряду с точным способом учета вязкости (1)-(3) применяются и некоторые приближенные, не учитывающие нестационарный характер диффузии завихренности.

Уравнение для ϵ_i при приближенном учете вязкости можно записать в следующем виде

$$\epsilon_i'' + 2(i+1)(i+2)\mathfrak{R}_i(1+C_i)\epsilon_i' + (i+1)^2(i+2)^2\epsilon_i = 0. \quad (4)$$

Здесь $\mathfrak{R}_i = (i+1)(i+2)\nu/(\omega_i R^2)$ – безразмерный параметр, характеризующий влияние вязкости, штрих означает производную по безразмерному времени $\tau = t\omega_i(i+1)^{-1}(i+2)^{-1}$, где $\omega_i^2 = (i^2-1)(i+2)\sigma/(\rho_{f0}R^3)$. Приближенные способы различаются выражением для C_i . Используются три известных способа и один новый. Среди известных применяются: способ 1 – без учета завихренности жидкости вне поверхности пузырька, что имеет место при $\mathfrak{R}_i \rightarrow 0$ ($C_i = i/(i+1)$); способ 2 – с учетом завихренности в квазистатическом приближении, что имеет место при $\mathfrak{R}_i \rightarrow \infty$ ($C_i = -3i(i+1)^{-1}(2i+1)^{-1}$); способ 3 – в предположении, что суммарное влияние завихренности равно нулю, что имеет место при $Q_i(R,t) + 2(2i+1)R^{i-1}\alpha_i = 0$ ($C_i = 0$). В новом способе 4 при малых \mathfrak{R}_i используется решение задачи о затухании плоских волн в вязкой несжимаемой жидкости, а при больших – квазистатическое решение уравнения

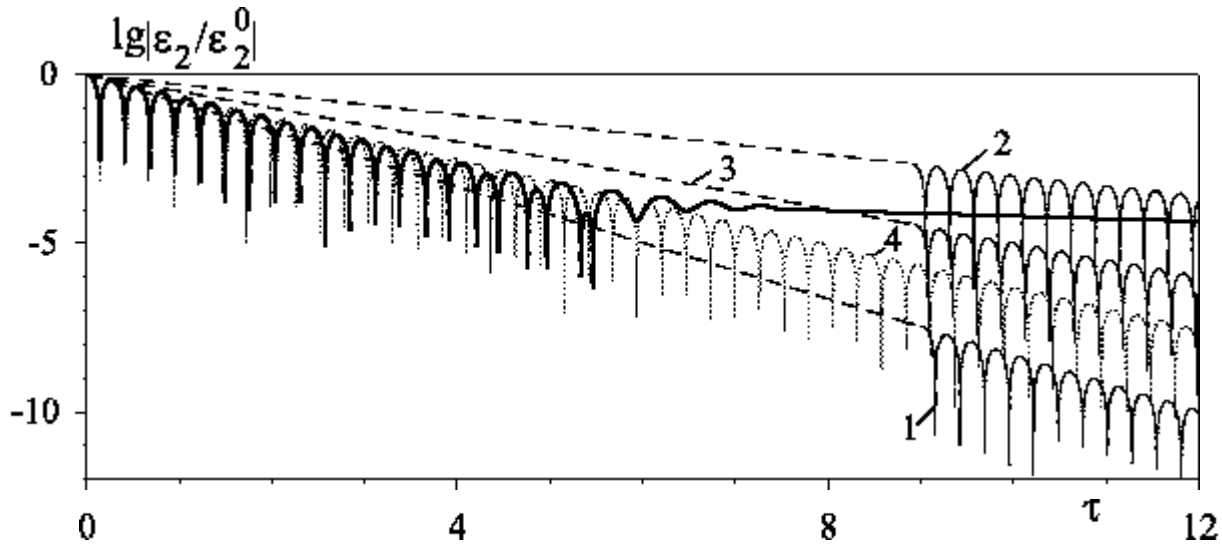


Рис. 1. Изменение $\lg |\varepsilon_2/\varepsilon_2^0|$ в случае $\Re_2 = 0.096$ при точном (жирная кривая без номера) и приближенных (номер кривой соответствует номеру способа) способах учета вязкости. Сплошными кривыми способов 1-3 и пунктирной способа 4 представлены соответствующие им колебания, а штриховыми – изменение их амплитуды.

(2) в случае $R = const$

$$C_i = \frac{i[1 - 2(i+1)\delta]}{(i+1)(1+2\delta)}, \quad \delta = \min \left(\sqrt{\frac{\Re_i}{(i+1)(i+2)}}, \frac{1}{2i-1} \right).$$

Легко видеть, что при стремлении \Re_i к нулю и бесконечности способ 4 стремится к способу 1 и 2 соответственно.

Рис. 1 характеризует затухание искажения сферической формы пузырька при малых значениях \Re_2 , т.е. при слабом влиянии вязкости ($\Re_2 = 0.096$, чему соответствуют, например, $\sigma = 0.073$ Н/м, $R = 4.5 \cdot 10^{-6}$ м, $\rho_{f0} = 10^3$ кг/м³, $\nu = 0.5 \cdot 10^{-6}$ м²/с). При точном учете вязкости искажение ε_2 до $\tau \approx 4$ колеблется с мало меняющимся периодом и с амплитудой, уменьшающейся по закону, близкому к экспоненциальному. После $\tau \approx 4$ из-за все возрастающего влияния нестационарной диффузии завихренности жидкости искажение начинает совершать колебания относительно выражено (по сравнению с амплитудой колебаний) несферической формы. При этом колебания поверхности происходят сначала ($4 < \tau < 5.8$) с переходом через сферическое состояние, а потом ($5.8 < \tau < 8$) без него. После $t \approx 8$ искажение ε_2 уменьшается без колебаний по степенному

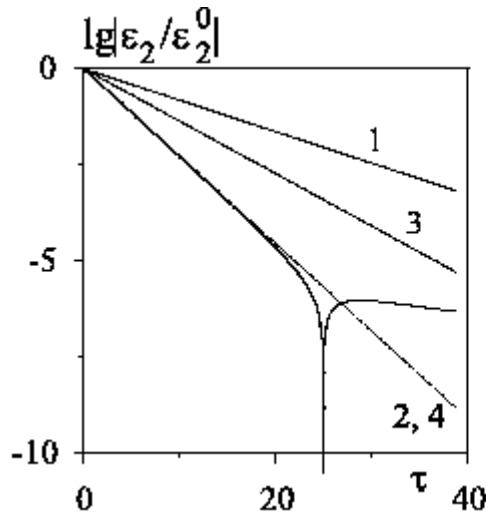


Рис. 2. Изменение $\lg |\varepsilon_2/\varepsilon_2^0|$ при $\Re_2 = 19.1$. Обозначения те же, что и на рис. 1.

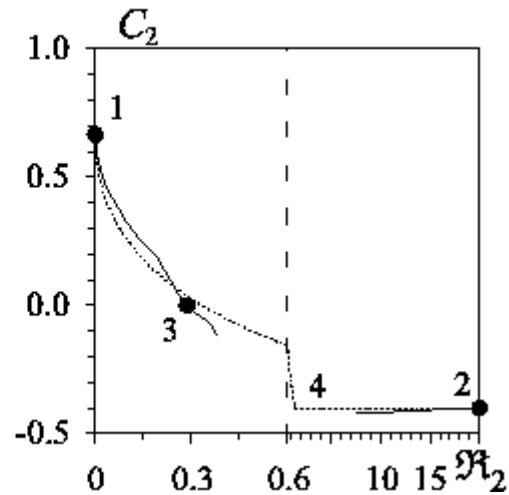


Рис. 3. Зависимости C_2 от \Re_2 при точном (сплошная кривая) и приближенном (способ 4, пунктирная кривая) способах учета вязкости. Для способов 1-3 соответствующие значения C_2 указаны точками.

закону $\tau^{-(i+1/2)} = \tau^{-5/2}$.

Рис. 2 характеризует затухание искажения сферичности пузырька при больших значениях \Re_2 , т.е. при сильном влиянии вязкости ($\Re_2 = 19.1$, чему соответствуют, например, $\sigma = 0.073$ Н/м, $R = 4.5 \cdot 10^{-6}$ м, $\rho_{f0} = 10^3$ кг/м³, $\nu = 10^{-4}$ м²/с). При точном учете вязкости искажение ε_2 до $\tau \approx 20$ уменьшается по закону, близкому к экспоненциальному. После $\tau \approx 20$ форма пузырька из-за все возрастающего влияния нестационарной диффузии завихренности переходит через сферическое состояние, после чего приближается к нему с искажением, уменьшающимся по степенному закону.

Как видно, лучшее приближение точного решения на участке экспоненциального затухания колебаний ε_2 в первом случае и на участке экспоненциального убывания ε_2 во втором дает способ 4.

Проведено исследование работоспособности приближенных способов учета вязкости в широком диапазоне изменения \Re_2 с использованием следующих критериев. При малых \Re_2 считается, что приближенный способ описывает влияние вязкости достаточно хорошо, если скорости убывания

амплитуды затухающих колебаний ε_2 в точном и приближенном решениях остаются близкими до уменьшения амплитуды колебаний на два порядка. При больших \mathcal{R}_2 считается, что приближенный способ описывает влияние вязкости достаточно хорошо, если он удовлетворительно аппроксимирует уменьшение искажения до понижения его величины на два порядка.

На рис. 3 представлен ряд зависимостей коэффициента C_2 от параметра \mathcal{R}_2 . Сплошная кривая представляет собой наилучшее (согласно указанным выше критериям) приближение точного решения уравнения (4) путем подбора в нем коэффициента C_2 . В интервале $0.11 < \mathcal{R}_2 < 2.1$, где удовлетворительного приближения с применением этих критериев достигнуть не удается (из-за влияния нестационарной диффузии завихренности) ни при каких C_2 , участок сплошной кривой отсутствует. Как видно, среди способов 1-4 более удовлетворительное приближение в широкой области изменения \mathcal{R}_2 дает способ 4.

Аналогичные зависимости коэффициента C_i от \mathcal{R}_i , полученные для $i = 35$ и 350 , показали, что и при больших значениях i лучшее приближение в широкой области изменения \mathcal{R}_i дает способ 4.

В третьей главе исследуется влияние вязкости жидкости на изменение искажения сферической формы газового пузырька в ходе его колебаний под действием гармонически изменяющегося давления в жидкости: $p_\infty = p_0 - \Delta p \sin(\omega t)$. Для расчета эволюции радиуса пузырька применяется модель Рэлея-Плессета с учетом сжимаемости жидкости вдали от пузырька. Газ полагается адиабатическим. Рассматривается случай пузырька воздуха в воде при комнатных условиях на режимах, близких к однопузырьковой сонолюминесценции: $\rho_{f0} = 10^3$ кг/м³, $p_0 = 1$ бар, $10^{-6} \leq \nu \leq 1.5 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\sigma = 0.073$ Н/м, $\omega/2\pi = 26.4$ кГц, $2 < R_0 < 12$ мкм, $0.95 < \Delta p < 1.3$ бар (на режиме сонолюминесценции $1.3 < \Delta p < 1.7$ бар).

Рис. 4, 5 характеризуют изменение искажения сферичности пузырька при приближенном учете влияния вязкости жидкости. При этом рис. 4 иллюстрирует зависимость от вязкости жидкости, а рис. 5 – от способа

ее приближенного описания. Результаты рис. 4 получены в предположении, что суммарное влияние вихревого движения на изменение искажения равно нулю. Временные зависимости R на этом рисунке графически совпадают и представлены штриховой кривой.

При приближенном описании вязкости характер изменения колебаний искажения как при разных значениях коэффициента вязкости, так и при разных приближенных способах учета вязкости оказывается подобным – на фоне затухающих колебаний радиуса (на последних отскоках) и на последующей фазе его монотонного роста они затухают, а в ходе сильною сжатия и первых наиболее сильных отскоков – возрастают. Искажение от периода к периоду изменяется по закону, близкому к экспоненциальному. При устойчивых сферических колебаниях пузырька оно убывает, а при неустойчивых – возрастает.

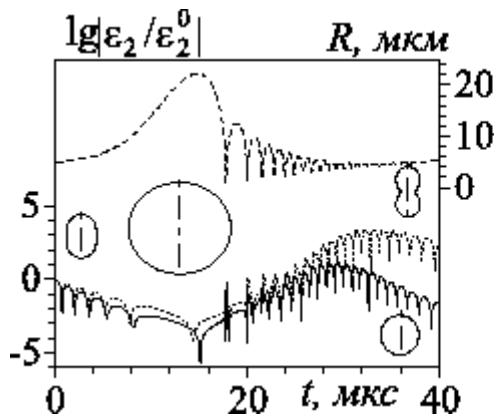


Рис. 4. Временные зависимости R (штриховая кривая) и $\lg |\varepsilon_2/\varepsilon_2^0|$ при $\nu = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (сплошная кривая) и $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (пунктирная кривая) и осевые сечения пузырька при его максимальном расширении, в начале и конце периода колебаний p_∞ при $R_0 = 5 \text{ мкм}$, $p_\infty = 1.2 \text{ бар}$.

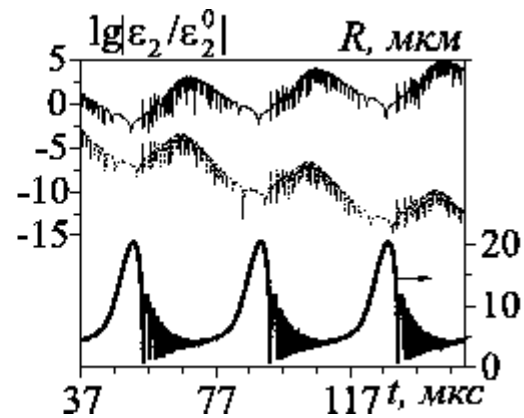


Рис. 5. Временные зависимости R (нижняя линия) и $\lg |\varepsilon_2/\varepsilon_2^0|$ в предположении, что суммарное влияние завихренности равно нулю (верхняя линия) и с учетом завихренности только на поверхности пузырька (средняя линия) при $R_0 = 4.5 \text{ мкм}$, $p_\infty = 1.2 \text{ бар}$.

Рис. 6 иллюстрирует более широкое разнообразие характерных режимов эволюции искажения при точном способе учета вязкости. Экспоненциальное изменение искажения на всем временном интервале, что всегда наблюдается при приближенных способах учета вязкости, имеет

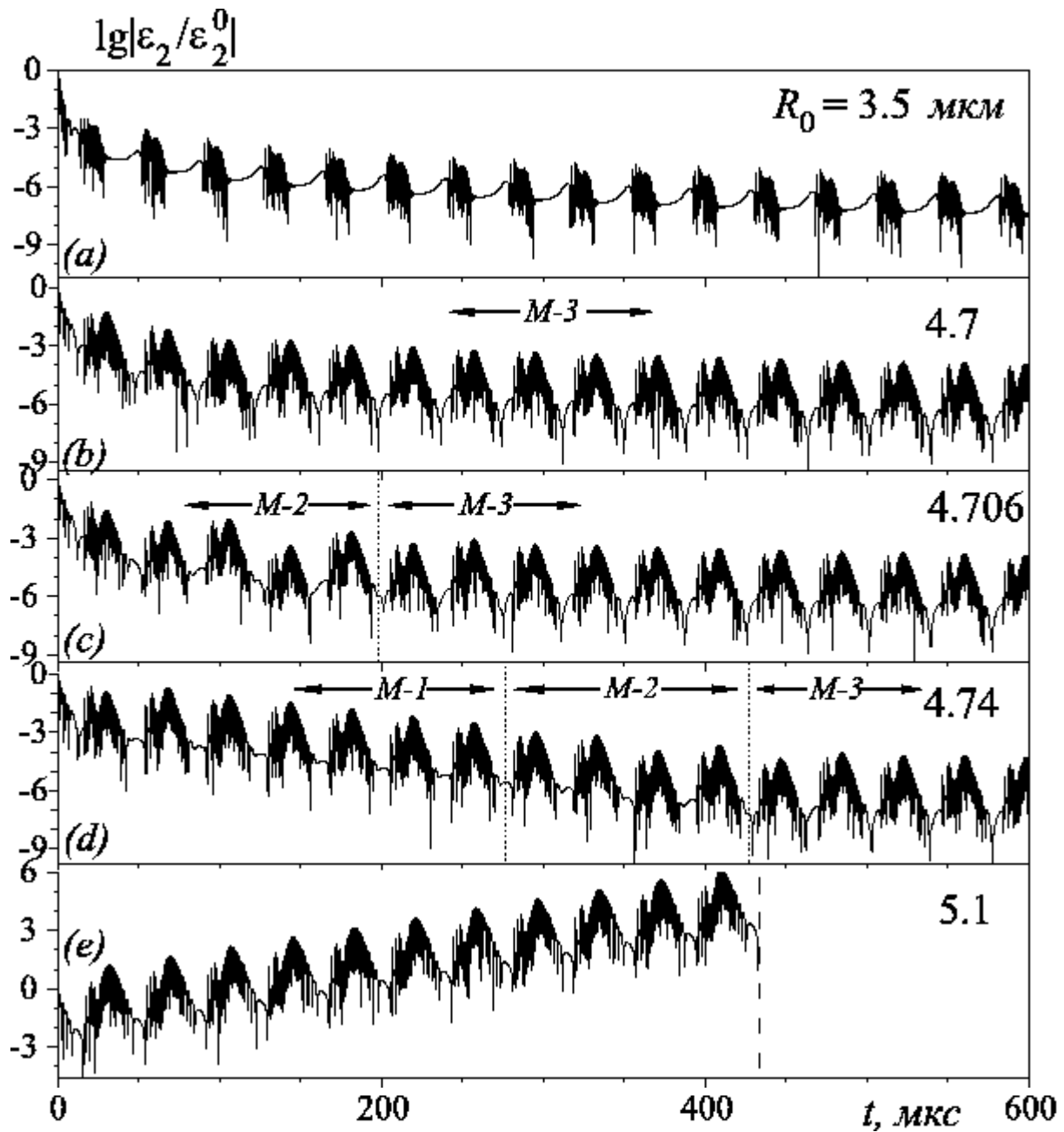


Рис. 6. Временные зависимости $\lg |\varepsilon_2/\varepsilon_2^0|$ при точном описании вязкости в случае $\Delta p = 1.17$ бар. Показаны различные режимы колебаний: *a* – затухание колебаний по степенному закону; *e* – экспоненциальный рост; *d* (*M-1*) – экспоненциальное затухание; *c*, *d* (*M-2*) – «скачущий» режим; *b*, *c*, *d* (*M-3*) – «ускоренный диффузионный» режим.

место здесь только при неустойчивых колебаниях (рис. 6e). Что касается устойчивых колебаний, то при достаточно малых значениях Δp и R_0 (например, для $\Delta p = 1.17$ бар при $R_0 \leq 3.5$ мкм) искажение от периода к периоду уменьшается по степенному закону (рис. 6a). При значениях Δp и R_0 близких к границе области устойчивых колебаний могут наблюдаться экспоненциальное (*M-1* рис. 6d), «скачущее» (*M-2* рис. 6c, d) и «ускоренное диффузионное» (*M-3* рис. 6b, c, d) затухание колебаний искажения и переходы из одного режима в другой.

Под влиянием нестационарного характера диффузии завихренности может происходить увеличение искажения на фазе относительно медленного расширения пузырька до его максимальных размеров (рис. 6a). При приближенных способах учета вязкости этого не наблюдается (рис. 4, 5).

В четвертой главе рассмотрено сверхбольшое однократное расширение-сжатие парового пузырька в дейтерированном ацетоне. Сферическая составляющая движения пузырька на стадии его расширения и низкоскоростной стадии сжатия описывается уравнением Рэлея-Плессета, модифицированным для учета межфазных процессов. Учитываются процессы нестационарной теплопроводности в паре и в жидкости и неравновесных испарения-конденсации на межфазной поверхности. На высокоскоростной стадии сжатия сферическая составляющая движения как жидкости, так и пара описывается уравнениями гидродинамики

$$\begin{aligned}(\rho r^2)_t + (\rho r^2 u)_r &= 0, \\(\rho r^2 u)_t + (p r^2 + \rho r^2 u^2)_r &= 0, \\(E r^2)_t + [(p + E) r^2 u]_r &= (\kappa r^2 T_r)_r,\end{aligned}$$

где u – радиальная компонента вектора скорости, p – давление, E – полная энергия, отнесенная к единице объема, κ – коэффициент теплопроводности, T – температура. Уравнения состояния пара и жидкости и функции физических параметров этих сред (μ , σ , коэффициенты теплопроводности пара и жидкости – κ_g и κ_f , давление насыщения пара p_s , теплоота паробразования l) от температуры T принимаются в виде аппроксимаций экспериментальных данных.

Давление в жидкости изменяется по гармоническому закону: $p_{\infty} = p_0 - \Delta p \sin(\omega t + \varphi_0)$, где $\omega/2\pi = 19.3$ кГц, $\Delta p = 15$ бар, $p_0 = 1$ бар. Фаза колебаний давления в жидкости φ_0 в момент времени $t = 0$ соответствует наименьшему значению давления p_{∞} и равна четверти периода.

Описанная в первой главе методика расчета несферических колебаний пузырька здесь немного модифицируется. Сначала рассчитывается радиальная составляющая движения жидкости и пара, а затем – эволюция искажения при $q \neq 0$ в (1), т.е. с приближенным учетом влияния плотности пара и неоднородности его давления. Порядок точности интегрирования по времени понижается до 2-го.

В начальный момент времени физические параметры соответствуют дейтерированному ацетону при температуре 273 К.

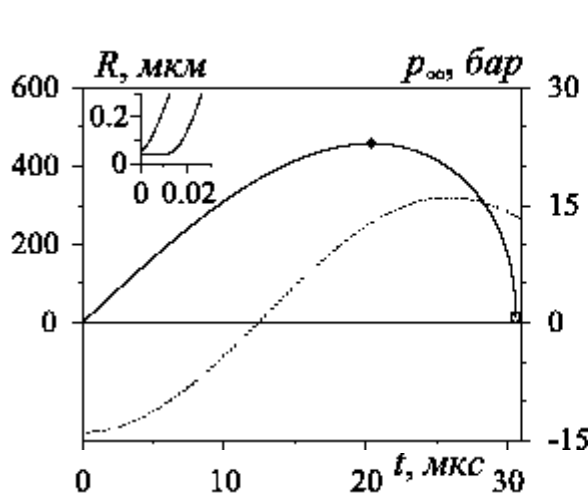


Рис. 7. Эволюция радиуса R (сплошная кривая) и давления p_{∞} (пунктирная кривая) при $\dot{R}_0 = 0, 30$ м/с. Во вставке – эволюция R на начальном участке.

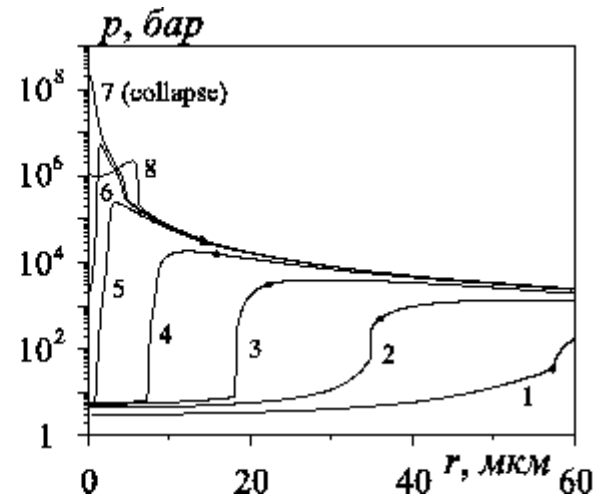


Рис. 8. Пространственные распределения давления в финальной стадии сжатия: 7 – момент экстремального сжатия пара. Точками показана граница пузырька.

На рис. 7 показаны зависимости $p_{\infty}(t)$ и $R(t)$ в ходе расширения-сжатия пузырька. Отмечены значения радиуса пузырька в моменты его максимального расширения ($R_m \approx 457$ мкм) и в момент экстремального сжатия пара в пузырьке ($R_c \approx 14$ мкм). Влияние начальной скорости расширения пузырька \dot{R}_0 проявляется только в самом начале фазы расширения, и в целом на изменение радиуса R оказывается несуществен-

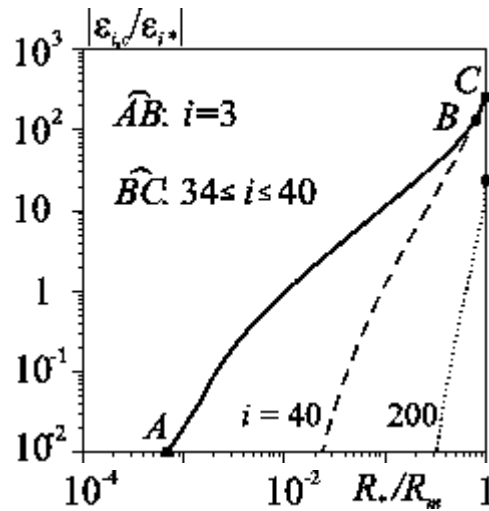


Рис. 9. Зависимости относительной амплитуды искажений в момент экстремального сжатия пара $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$ от относительного радиуса R_*/R_m (стадии расширения), при котором возникают искажения ε_{i*} (жирная кривая – огибающая для $i \geq 2$).

ным (кривые $R(t)$ для разных \dot{R}_0 графически совпадают).

На рис. 8 показано формирование ударной волны в пузырьке и ее фокусировка в его центре в финальной части стадии сжатия. Уровень искажения сферической формы пузырька тем больше, чем сильнее сжатие пузырька. Поэтому является необходимым точный расчет стадии сжатия пузырька до момента экстремального сжатия пара (рис. 8, кривая 7). Эволюция искажения после этого момента на степень экстремального сжатия не влияет, а потому является несущественной, хотя пузырек продолжает сжиматься до тех пор, пока расходящаяся ударная волна не дойдет до его поверхности и не развернет ее движение.

На рис. 9 для ряда значений i представлены зависимости амплитуды относительного искажения сферической формы пузырька в момент экстремального сжатия пара $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$ от радиуса пузырька R_* , при котором возникает искажение ε_{i*} . Приведена также и огибающая таких зависимостей для $i \geq 2$. Огибающая показывает максимально возможные значения $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$. Если возмущения (ε_{i*}) возникают в стадии роста пузырька при радиусах много меньше максимального ($R_*/R_m < 10^{-2}$), то к моменту экстремального сжатия пара амплитуда возмущений не превышает

начальные значения ($|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}| < 1$). При этом в случае $R_* \approx R_{cr}$ максимально возможные значения $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$ оказываются меньше, чем $\sim 10^{-3}$. Наибольший рост амплитуды возмущений получается тогда, когда эти возмущения возникают при размерах пузырька, близких к максимальным ($R_* \approx R_m$).

При малых R_*/R_m сферическая форма пузырька оказывается более устойчивой к возмущениям по высшим гармоникам. С увеличением R_*/R_m такое соотношение сохраняется лишь для гармоник с номерами выше некоторого критического значения. В частности, при $R_*/R_m = 1$ таким критическим значением является $i = 40$: при $i \leq 40$ высшие гармоники оказываются менее устойчивыми. При этом амплитуда возникающих в случае $R_* \approx R_m$ возмущений при $i = 2$ и 40 нарастает к концу сжатия соответственно в ~ 100 и ~ 300 раз.

Без учета влияния плотности пара и неоднородности его давления, т.е. при $q = 0$ в уравнении (1), максимальные значения амплитуды искажения в момент экстремального сжатия пара оказываются несколько больше, чем при $q \neq 0$. В частности, при $R_* \approx R_m$ они оказываются больше в ≈ 2.5 раз. Но при любых i и R_* рост амплитуды начальных искажений к моменту экстремального сжатия пара не превышает $\sim 10^3$ раз как при учете плотности пара и неоднородности его давления, так и без него.

В заключении приведены основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработана эффективная методика расчета влияния вязкости жидкости на эволюцию малых возмущений сферической формы газового пузырька в рамках модели Просперетти, учитывающей нестационарную диффузию завихренности жидкости.

2. Исследованы особенности влияния вязкости жидкости при свободном затухании малых возмущений сферической формы газового пузырька в широком диапазоне изменения вязкости и длины волны возмуще-

ния. Уточнены области применимости известных приближенных способов учета вязкости, не учитывающих нестационарный характер диффузии завихренности жидкости. Предложен новый подобный способ, удовлетворительно описывающий затухание возмущений сферической формы пузырька в более широкой области изменения физических параметров.

3. Исследовано влияние нестационарного характера диффузии завихренности жидкости на изменение искажения сферической формы газового пузырька при его периодических расширениях-сжатиях. Установлено, что в зависимости от специфики влияния завихренности затухание колебаний искажения может быть не только экспоненциальным, как предсказывают модели без учета нестационарного характера диффузии завихренности, но и степенным, «скачущим», «ускоренно диффузионным» и с переходом одного из этих режимов в другой. Показано, что нестационарная диффузия завихренности может вызывать увеличение искажения на фазе относительно медленного роста пузырька.

4. Исследована эволюция малых искажений сферической формы парового пузырька в ходе его однократного сверхсильного расширения-сжатия в дейтерированном ацетоне. При этом впервые использована модель, в которой сферическая составляющая движения межфазной границы описывается с применением полной системы уравнений гидродинамики как для жидкости, так и для пара. Эволюция малого несферического возмущения описывается уравнениями Просперетти, преобразованными для учета влияния плотности пара и неоднородности его давления.

5. Установлено, что наибольшим запасом устойчивости сферическая форма пузырька обладает относительно возмущений, возникающих при малых размерах пузырька, что является результатом совместного влияния поверхностного натяжения и вязкости жидкости. С уменьшением длины волны возмущения запас устойчивости значительно повышается из-за возрастающего демпфирующего влияния вязкости.

6. Установлено, что наименьшая устойчивость сферической формы пузырька проявляется к возмущениям, возникающим в окрестности це-

рехода от расширения к сжатию. Их амплитуда может увеличиваться до нескольких сотен раз. Уменьшение длины волны таких возмущений до некоторого критического значения вызывает понижение устойчивости сферической формы пузырька. Затем устойчивость возрастает, что обеспечивается демпфирующим влиянием вязкости.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

1. *Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю.* Искажение сферичности парового пузырька в дейтерированном ацетоне // ДАН. 2006. Т. 408. № 6. С. 767–771.

2. *Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю.* Влияние вязкости жидкости на затухание малых искажений сферической формы газового пузырька // ПМТФ. 2006. Т. 47. № 2. С. 30–39.

3. *Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю.* Эволюция искажения сферичности парового пузырька при его сверхсильном расширении-сжатии в дейтерированном ацетоне // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Казань: Изд-во КГУ, 2006. С. 72–82.

4. *Топорков Д.Ю.* Расчет изменения искажения сферической формы парового пузырька при его сверхсильном однократном расширении-сжатии в дейтерированном ацетоне // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы шестого всероссийского семинара. Казань: КГУ, 2005. С. 220–223.

5. *Аганин А.А., Топорков Д.Ю.* Нелинейная динамика несферического газового пузырька при периодическом изменении давления окружающей жидкости // Нелинейная динамика механических и биологических систем. Межвуз. науч. сборник. Саратов: Изд-во СГТУ, 2004. С. 107–112.

6. *Aganin A.A., Toporkov D.Yu.* Liquid viscosity effect in dynamics of a nonspherical bubble // Proceedings of second international summer scientific school "High speed hydrodynamics". Cheboksary: Cheboksary institute of the Moscow State Open University, 2004. P. 197–202.

7. *Топорков Д.Ю.* Влияние вязкости жидкости в динамике несферического парового пузырька // Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении: Труды IV школы-семинара молодых ученых и специалистов. Казань: КГУ, 2004. С. 230–238.

8. *Аганин А.А., Топорков Д.Ю.* Изменение искажения сферической формы парового пузырька при большом расширении-сжатии // Труды 17-сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды. Казань: Издательство казанского математического общества, 2004. Т.27. С. 15–18.

9. *Топорков Д.Ю.* Динамика газового пузырька при периодическом изменении давления окружающей жидкости // Динамика газовых пузырьков и аэрозолей. Казань: КГУ, 2003. С. 179–215.

10. *Аганин А.А., Малахов В.Г., Топорков Д.Ю.* Методика решения задач динамики газового пузырька в вязкой жидкости при малых искажениях его сферической формы // Динамика газовых пузырьков и аэрозолей. Казань: КГУ, 2003. С. 23–41.

11. *Ильгамов М.А., Аганин А.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г., Топорков Д.Ю.* Модели динамики несферического пузырька с учетом вязкости жидкости // Труды 16-сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды. Казань: Издательство казанского математического общества, 2002. Т.16. С. 192–201.

