

На правах рукописи

БАЯЗИТОВА АЛИНА РАЗИФОВНА

**ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ  
В ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Тюмень 2006

Работа выполнена на кафедре прикладной математики и механики Стерлитамакской государственной педагогической академии.

Научный руководитель: член-корреспондент АН РБ, доктор  
физико-математических наук, профессор  
**Шагапов Владислав Шайхулагзамович**

Научный консультант: кандидат физико-математических наук, доцент  
**Гималтдинов Ильяс Кадирович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор  
**Лежнин Сергей Иванович,**  
кандидат физико-математических наук  
**Санников Иван Николаевич**

Ведущая организация: Башкирский государственный университет

Защита диссертации состоится « 17 » мая 2006 г. в 13 час. на заседании диссертационного совета ДМ 212.274.09 в Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, д. 15<sup>А</sup>

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Семакова, д. 10.

Автореферат разослан «     » апреля 2006 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук



А.В. Татосов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Значительный интерес исследователей к проблемам и задачам механики пузырьковых сред обусловлен широким распространением таких систем в природе и их интенсивным использованием в современной технике. Газожидкостные среды широко используются в различных отраслях промышленности (химической, нефтеперерабатывающей, металлургической и др.) для ведения технологических процессов (например, жидкофазное окисление углеводородов) или как элемент системы обеспечения взрывобезопасности (жидкостные предохранительные затворы). Кроме того, пузырьковые жидкости могут найти применение в литотрипсии (разрушении почечных камней), в качестве активного элемента в сазере (акустическом аналоге лазера). К настоящему времени одномерные волны экспериментально и теоретически подробно изучены, и активно ведутся исследования по динамике двумерных волн (А.А. Губайдуллин, В.Е. Накоряков, В.Е. Донцов, В.К. Кедринский, Г.Г. Лазарева, В.Г. Гасенко, С.А. Ждан, В.Ю. Ляпидевский, Н.К. Вахитова, Y. Matsumoto и др.).

Актуальными являются построение математической модели, адекватно описывающей реальные процессы в пузырьковой жидкости в осесимметричной постановке; разработка и программная реализация алгоритмов решения задач эволюции волн давления; верификация построенной модели по экспериментальным данным; численное исследование эволюции волн давления при неравномерном по сечению распределении пузырьков; численное исследование эволюции волн давления в трубе, содержащей газожидкостные кластеры; численное исследование динамики двумерных детонационных волн в пузырьковой жидкости.

**Цели работы.** Теоретическое исследование динамики волн в пузырьковой жидкости в двумерной осесимметричной постановке задачи. Изучение эволюции волн давления в пузырьковой жидкости при неоднородном по сечению распределении пузырьков. Исследование распространения волн давления в трубе, содержащей сферические пузырьковые кластеры. Изучение динамики детонационных волн в трубчатом пузырьковом кластере. Анализ процесса выхода детонационных волн из трубчатого газожидкостного кластера в однородную пузырьковую область.

**Научная новизна.** В диссертации поставлен и решен ряд новых важных задач. Изучено влияние неоднородности распределения пузырьков по сечению трубы на динамику нелинейных волн. Объяснены механизмы усиления волн газожидкостным кластером. Рассмотрены особенности структуры ударной волны в газожидкостной среде кластерной структуры, в зависимости от числа, размеров и взаимного расположения кластеров. Исследована динамика двумерных детонационных волн в трубчатом пузырьковом кластере, находящемся в “чистой” жидкости. Впервые обнаружено, что детонационная волна, распространяющаяся в трубчатом пузырьковом кластере, при переходе участка, где радиус кластера скачком увеличивается, несмотря на увеличение энергоемкости системы, может срываться из-за двумерного рассеяния волны в расширяющейся зоне.

**Научная и практическая ценность.** Созданная численная модель динамики двумерных и детонационных волн в пузырьковых средах является эффективным инструментом, позволяющим принимать научно обоснованные решения для постановки физических экспериментов. Расчеты динамики волн в осесимметричных пузырьковых зонах могут быть использованы при тестировании программ в трехмерной постановке задачи. Полученные в работе результаты могут служить приложением для охраны окружающей среды при использовании энергии взрыва. Кроме того, разработанный комплекс программ позволяет подобрать параметры пузырькового шнура и инициируемого импульса, необходимые для передачи импульсных сигналов, представляющих собой детонационные волны.

**Достоверность результатов** диссертационной работы обоснована использованием общих законов и уравнений механики сплошной среды и согласованием полученных решений в частных случаях с результатами, известными из литературы, а также с экспериментальными и расчетными данными других исследователей.

**Апробация работы.** Основные результаты работы были представлены и обсуждались на

следующих конференциях и научных школах:

- на Международной научной конференции «Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы» (Стерлитамак, 2003);
- на девятой Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (Красноярск, 2003);
- на третьей всероссийской молодежной научной школе-конференции (Казань, 2003);
- на Всероссийской научно-теоретической конференции «ЭВТ в обучении и моделировании» (Бирск, 2004);
- на XIII сессии Российского акустического общества (Москва, 2004);
- на Всероссийской научной конференции «Современные проблемы физики и математики», посвященной 50-летию физико-математического факультета (Стерлитамак, 2004);
- на десятой Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (Москва, 2004);
- на XV сессии Российского акустического общества (Нижний Новгород, 2004);
- на V Региональной школе-конференции для студентов, аспирантов и молодых ученых по математике и физике (Уфа, 2005),
- на XVI сессии Российского акустического общества (Москва, 2005)
- на IV Региональной научно-методической конференции «ЭВТ в обучении и моделировании» (Бирск, 2005).

Кроме того, результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры прикладной математики и механики СГПА под руководством профессора В.Ш. Шагапова, кафедры математического анализа СГПА под руководством профессоров К.Б. Сабитова и И.А. Калиева, кафедры теоретической физики СГПА под руководством профессора А.И. Филиппова, на научном семинаре Института математики с вычислительным центром УНЦ РАН под руководством профессоров М.Д. Рамазанова, Н.Д. Морозкина и получили положительную оценку.

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 16 работах, список которых приведен в конце автореферата. Личный вклад соискателя в совместные статьи заключается в участии в постановке задач, написании программ, проведении расчетов, обработке расчетных данных, интерпретации результатов.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 134 страницах, иллюстрирована 64 рисунками. Список литературы состоит из 111 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** отражена актуальность задач, рассмотренных в диссертационной работе, отмечена научная новизна, научная и практическая ценность, сформулирована цель и кратко изложена структура работы.

**В первой главе** выполнен обзор теоретических и экспериментальных исследований, посвященных изучению волновых процессов в пузырьковых жидкостях. Рассмотрены основные приближения, используемые при формулировке задач. Приведена система уравнений, описывающая динамику волн в пузырьковой жидкости.

**В § 1.1** представлен обзор теоретических и экспериментальных работ по распространению нелинейных волн давления в пузырьковой жидкости.

**В § 1.2** приведен обзор теоретических и экспериментальных работ по динамике детонационных волн в пузырьковой жидкости.

**В § 1.3** приведена постановка задачи о взаимодействии ударной волны с пузырьковыми системами, а также используемая в работе система уравнений для монодисперсной пузырьковой среды в односкоростном, двухтемпературном приближении, которая при соответствующих допущениях (отсутствует массообмен между пузырьками и жидкостью, температура жидкости постоянна, отсутствуют дробление и слипание пузырьков) имеет вид [1]

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla(\rho_i v) &= 0, \quad (i=l, g), \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(nv) = 0, \\
\rho_l^0 \frac{dv}{dt} &= -\nabla p, \quad \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma-1)}{a} q, \\
w &= \frac{da}{dt}, \quad w = w_R + w_A, \\
a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4v_l \frac{w_R}{a} &= \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \\
\rho &= \rho_l + \rho_g, \quad \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi n a^3,
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $\rho_i^0$ ,  $\alpha_i$ ,  $v$  ( $v_z, v_r$ ),  $p_l$ ,  $n$ ,  $a$ ,  $w$ ,  $\gamma$ ,  $q$  – соответственно плотность, объемное содержание  $i$ -й фазы, скорость (составляющие скорости по координатам  $z$  и  $r$ ) и давление несущей жидкости, число и радиус пузырьков, скорость радиального движения, показатель адиабаты для газа, интенсивность теплообмена или тепловой поток от газа к жидкости, отнесенный к единице площади межфазной поверхности.

Интенсивность межфазного теплообмена принята в виде [1]

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a},$$

где  $T_0 = \text{const}$  – температура жидкости,  $\text{Nu}$  – число Нуссельта.

Числа Нуссельта и Пекле заданы в виде:

$$\text{Nu} = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} \geq 100 \\ 10, & \text{Pe} < 100 \end{cases}, \quad \text{Pe} = 12(\gamma-1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{\kappa_g},$$

где  $\kappa_g = \lambda_g / c_g \rho_{g0}$ ,  $\lambda_g$ ,  $c_g$  – коэффициенты температуропроводности, теплопроводности и теплоемкость газа соответственно.

Жидкость полагалась акустически сжимаемой, а газ калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 B T_g.$$

**Во второй главе** представлен переход от эйлеровых переменных к лагранжевым, поскольку в лагранжевых переменных первоначальные границы неоднородностей остаются неподвижными. Здесь же рассмотрено построение разностной схемы для численных расчетов. Проведено тестирование модели по данным [1].

В § 2.1 приводится переход от эйлеровой системы к лагранжевой системе координат. Математическая модель в лагранжевых переменных имеет вид

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_l}{\partial t} &= \frac{C_l^2 \rho_l^0}{1 - \alpha_g} \left[ \frac{3\alpha_g w}{a} - \frac{\partial J}{\partial t} \left( \frac{\rho_{l0}}{\rho_l^0 J^2} + \frac{\alpha_g}{J} \right) \right], \quad \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = 3 \frac{\alpha_g w}{a} - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t}, \\
\frac{\partial v_z}{\partial t} &= \frac{r}{r_0} \frac{1}{J \rho_l^0} \left( \frac{\partial p_l}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial p_l}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right), \quad \frac{\partial z}{\partial t} = v_z, \\
\frac{\partial v_r}{\partial t} &= -\frac{r}{r_0} \frac{1}{J \rho_l^0} \left( \frac{\partial p_l}{\partial r_0} \frac{\partial z}{\partial z_0} - \frac{\partial p_l}{\partial z_0} \frac{\partial z}{\partial r_0} \right), \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v_r, \\
\frac{\partial p_g}{\partial t} &= -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma-1)}{a_0} q, \quad \frac{\partial a}{\partial t} = w = w_A + w_R, \\
\frac{\partial w_R}{\partial t} &= \left( \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4v_l \frac{w_R}{a} \right) \frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \\
q &= \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \begin{cases} \text{Nu} = \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} \geq 100, \\ \text{Nu} = 10, & \text{Pe} < 100, \end{cases} \\
\frac{T_g}{T_0} &= \frac{p_g}{p_0} \left( \frac{a}{a_0} \right)^3, \\
\text{Pe} &= 12(\gamma-1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{\kappa_g}, \quad \kappa_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g},
\end{aligned} \tag{2}$$

$$J = \frac{r}{r_0} \left( \frac{\partial z}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} - \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} \right),$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{v_r}{r} J + \frac{r}{r_0} \left( \frac{\partial v_z}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} + \frac{\partial z}{\partial z_0} \frac{\partial v_r}{\partial r_0} - \frac{\partial v_z}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial v_r}{\partial z_0} \right).$$

В § 2.2 описана разностная аппроксимация системы уравнений (2) для двух случаев: на границе  $z_0 = 0$  задается давление или скорость среды. Система дифференциальных уравнений аппроксимирована на пространственно-временной сетке  $\omega = \omega_h \times \omega_\tau$ , где

$$\omega_h = \{(z_i, r_j)\},$$

$$z_{i+1} = z_i + h_{z0}, z_{i+1/2} = z_i + 0.5 \cdot h_{z0}; i = 0, 1, \dots, M_1 - 1,$$

$$r_{j+1} = r_j + h_{r0}, r_{j+1/2} = r_j + 0.5 \cdot h_{r0}; j = 1, \dots, M_2 - 1,$$

$$\omega_\tau = \{(t_k, t_{k+1} = t_k + \tau, t_0 = 0; t_k = k \cdot \tau, k = 0, 1, 2, \dots)\}$$

К узлам сетки  $(z_i, r_j)$  отнесены сеточные функции скорости  $v_{z ij}^k$ ,  $v_{r ij}^k$  и эйлеровых переменных  $z_{ij}^k$  и  $r_{ij}^k$ , к “получелым” точкам  $(z_{i+1/2}, r_{j+1/2})$  - сеточные функции всех остальных параметров.

В § 2.3 описана реализация начальных и граничных условий.

В третьей главе рассмотрена динамика нелинейных волн в жидкости при неравномерном по сечению распределении пузырьков. Для каждого из случаев распределения пузырьков (однородная пузырьковая

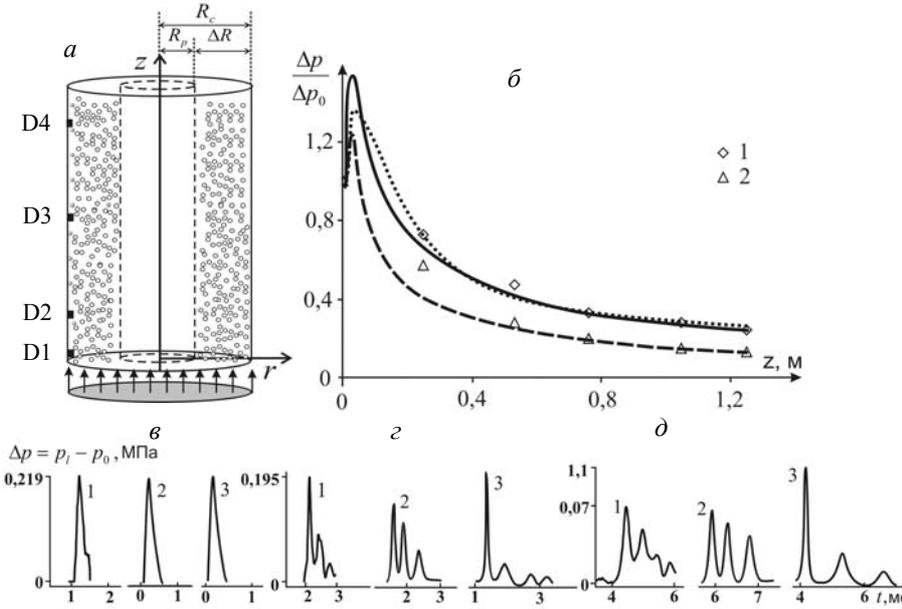


Рис. 1. Динамика импульсного давления в трубе с кольцевым расположением пузырьков по сечению

а – схема задачи;

б – затухание волн давления по длине рабочего участка: символы 1 и 2 экспериментальные данные [2] в случае однородной структуры ( $\Delta p_0/p_0 = 2.5$ ) и кольцевой структуры среды ( $\Delta p_0/p_0 = 2.1$ ); сплошная и штриховая линии соответствуют иницированию первоначального сигнала на границе  $z_0 = 0$  граничным давлением или жестким ударником в случае кольцевой структуры ( $\Delta p_0/p_0 = 2.1$ ), пунктирная линия – расчет для однородной структуры среды ( $\Delta p_0/p_0 = 2.5$ );

в – д осциллограммы давления в датчиках D1–D3, расположенных соответственно на расстояниях  $z_0 = 0$  м, 0.25 м и 0.76 м, показывающие динамику импульса при кольцевом расположении пузырьков; линии 1 – эксперимент, линии 2 и 3 соответствуют заданию на границе  $z_0 = 0$  скорости ударника или давления.

жидкость, пузырьковое кольцо, пузырьковое ядро) произведено сравнение с экспериментами Накорякова В.Е., Донцова В.Е. [2]. Показано, что эволюция волн давления типа “ступенька” в трубе, содержащей трубчатый пузырьковый кластер, сопровождается появлением волн давления, амплитуда которых многократно превышает амплитуду первоначальной волны. Рассмотрена эволюция волн давления в трубе, содержащей различное количество газожидкостных кластеров. Для случая пузырьковой жидкости кластерной структуры было проведено сравнение с экспериментами Донцова В.Е. [3] и с профилем, рассчитанным по уравнению Буссинеска для газожидкостной среды.

В § 3.1 исследована эволюция волн давления в трубе при неоднородном по сечению распределении пузырьков газа.

На рис.1 представлены экспериментальные и расчетные данные по динамике волн давления в случае кольцевого расположения фреоновых пузырьков в трубе (схематическое изображение приведено на фрагменте (а)). Параметры системы: жидкость – 50 %-ный по массе раствор глицерина с водой, газ – фреон-12,  $R_c = 0.027$  м,  $R_0 = 0.019$  м,  $a_0 = 0.53$  мм,  $\alpha_{g0} = 0.01$ . Импульс иницировался воздействием давлением или жестким ударником, т.е. на границе  $z_0 = 0$  задавалась скорость в виде треугольника с амплитудой возмущения скорости  $\Delta v_z = 0.7$  м/с, периодами подъема и спада скорости ударника –  $t_1 = 1.8 \cdot 10^{-4}$  с и  $t_2 = 2.2 \cdot 10^{-4}$  с соответственно. Из сравнения данных, приведенных на фрагменте (б) следует, что, когда пу-

зырьки расположены в кольцевом слое вблизи стенки, и в случае гомогенного распределения имеет место неплохое соответствие между экспериментальными и расчетными данными. Из фрагмента (б) видно, что на начальных расстояниях ( $z_0 \leq 0,25$  м) амплитуда сформировавшегося всплеска давления во всех случаях превышает амплитуду первоначального сигнала. При этом для кольцевого режима всплеск давления в случае, когда первоначальный импульс образуется под действием граничного давления, превышает по амплитуде аналогичный всплеск давления, реализуемый, когда первоначальный импульс задается скоростью жесткого ударника. Это происходит потому, что за все время воздействия граничным давлением амплитуда и профиль давления по сечению  $0 \leq r_0 \leq R_c$  однородны, а в случае задания на границе  $z_0 = 0$  скорости движения среды, хотя датчик, расположенный на стенке в области пузырькового кольца фиксирует такой же по амплитуде и форме сигнал, что и в случае задания

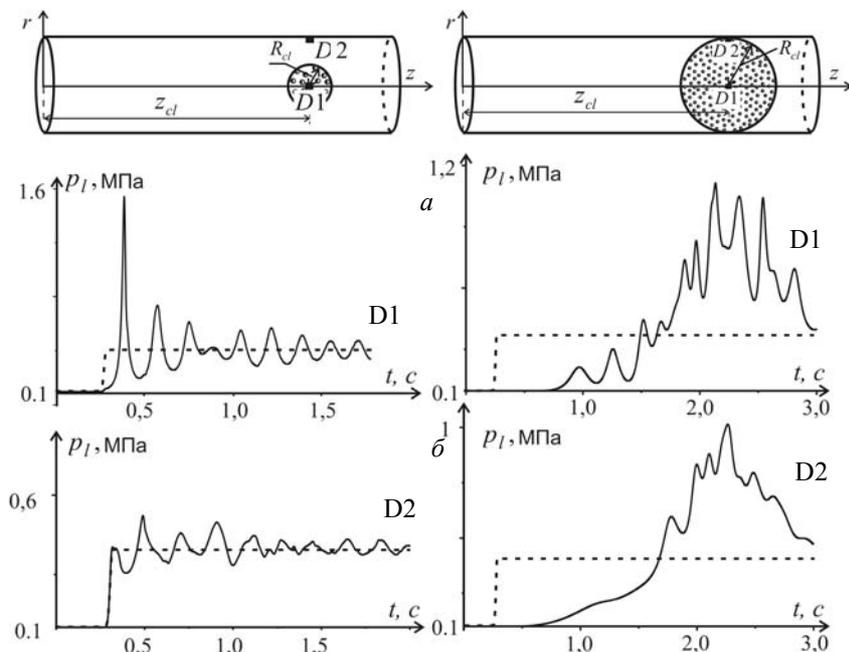


Рис.2. Эволюция волн давления в трубе, заполненной жидкостью, содержащей пузырьковый кластер  
 а) осциллограммы, регистрируемые датчиком D1 в центре кластера;  
 б) осциллограммы, регистрируемые датчиком D2 на стенке трубы  
 Параметры системы: жидкость – вода, газ – воздух.  $a_0 = 1$  мм,  $a_{g0} = 0.01$ ,  
 $R_c = 0.1$  м,  $z_{cl} = 0.4$  м.

граничного давления, в целом по сечению из-за разгрузки на границе  $r_0 = R_0$  реализующееся давление неоднородно по амплитуде и по форме. Далее полученный импульс распространяется в расслоенной среде, при этом возмущения, распространяющиеся в виде предвестника вдоль осевой зоны по чистой жидкости, значительно опережают основную волну. Вследствие того, что акустический импеданс  $\rho_l^0 C_l$  для “чистой” жидкости, значительно выше, чем аналогичный параметр для пузырьковой смеси, возмущения, распространяющиеся вдоль центральной зоны “чистой” жидкости, быстро “ссыдаются” из-за

разгрузки на боковой границе с пузырьковой жидкостью. Эта граница ( $r_0 = R_0$ ) для возмущений, распространяющихся в центральной зоне, фактически играет роль свободной поверхности. Для основных возмущений, распространяющихся по газожидкостному кольцу, граница ( $r_0 = R_0$ ) действует аналогично твердой стенке.

В § 3.2 рассмотрено взаимодействие волны типа “ступенька” со сферическими пузырьковыми кластерами.

На рис.2 представлены расчетные осциллограммы, иллюстрирующие динамику волн при различных радиусах кластера (сплошные линии соответствуют случаю наличия в трубе кластера, штриховые – его отсутствию). Первоначальный импульс типа “ступенька” инициируется заданием давления на границе  $z = 0$  с амплитудой  $\Delta p_l = 0.3$  МПа. Фрагмент (а) иллюстрирует расчетные осциллограммы, регистрируемые датчиком D1, расположенным в центре кластера, фрагмент (б) – показания датчика D2, расположенного на стенке трубы. Осциллограммы слева соответствуют радиусу кластера  $R_{cl} = 0.02$  м, справа – случаю, когда радиус кластера равен радиусу трубы ( $R_{cl} = R_c = 0.1$  м).

Видно, что когда радиус кластера мал ( $R_{cl} < R_c/2$ ), датчик, находящийся в центре кластера (D1), иллюстрирует осцилляционный закон изменения давления. При этом амплитуда первого всплеска превышает амплитуду первоначальной волны более чем в 2 раза ( $p_l \geq 15$  атм). Датчик, расположенный на стенке, регистрирует сигнал с небольшими всплесками давления. В случае, когда радиус кластера равен радиусу трубы, оба датчика регистрируют значитель-

ное повышение амплитуды возмущений давления по сравнению с амплитудой инициирующей ударной волны. Анализ численных расчетов показал, что когда кластер достаточно мал ( $R_{cl} < R_c/2$ ), усиление давления внутри кластера происходит за счет двумерных и нелинейных эффектов, описанных в [4, 5]. Когда радиус кластера достаточно большой ( $R_{cl} \geq R_c/2$ ) и если  $z_{cl} \ll R_{cl}(1+2 \cdot C_l/C)$ , где  $C$  – скорость волны в пузырьковой жидкости, увеличение амплитуды давления на участках, находящихся вблизи кластера, связано с нелинейным преломлением падающей волны на границах раздела сред, описанным в [6].

Кроме того, в этом разделе приведены результаты исследования эволюции волны давления в трубе, содержащей ряд маленьких кластеров или ряд газожидкостных пробок, рассмотрен случай, когда кластеры в трубе имеют различные размеры. Показано, что, можно подобрать параметры системы таким образом, чтобы амплитуда волны типа “ступенька” за передним фронтом росла, несмотря на то, что для газожидкостных сред характерно затухание ударной волны за передним фронтом.

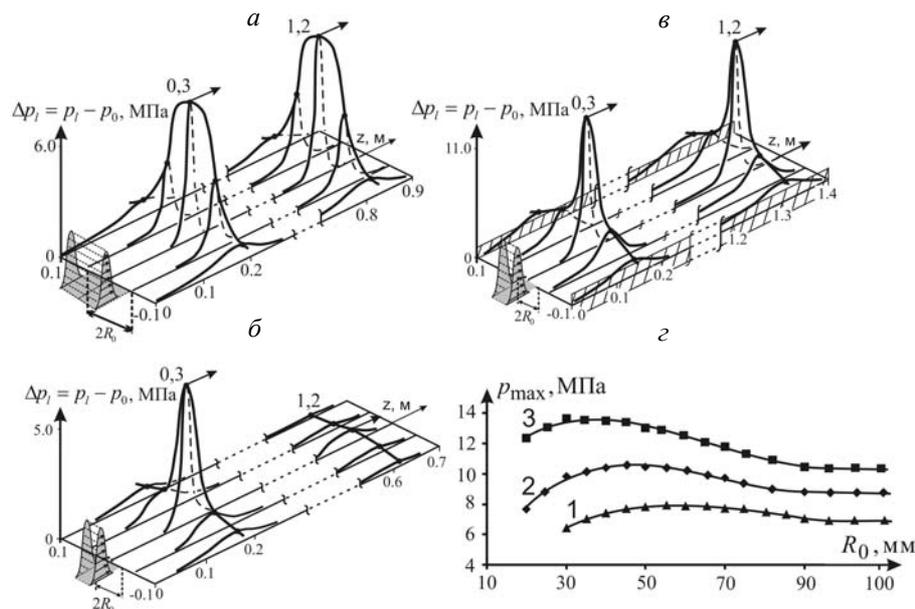


Рис. 3. Распространение детонационной волны в трубчатом пузырьковом кластере

Числовые указатели на кривых соответствуют времени в мс.

Параметры системы для фрагментов (а)–(в): жидкость – 50 % смесь глицерина с водой, газ –  $C_2H_2+2.5O_2$ ,  $a_0 = 1$  мм,  $\alpha_{g0} = 0.01$ ;

для фрагмента (г): жидкость – вода, газ –  $C_2H_2+2.5O_2$ ,  $a_0 = 2$  мм, линии 1, 2 и 3 соответствуют  $\alpha_{g0} = 0.005$ ,  $\alpha_{g0} = 0.01$  и  $\alpha_{g0} = 0.02$ .

В четвертой главе рассмотрена динамика детонационных волн вдоль трубчатого объема пузырьковой жидкости с химически активной газовой смесью, расположенного в жидкости. Показано, что такой пузырьковый кластер может служить волноводом для передачи импульсных сигналов, представляющих собой детонационные солитоны. Приведены результаты численных исследований процесса выхода детонационных волн из газожидкостного шнура в однородную пузырьковую зону, а также выхода детонационных волн в “чистую” жидкость.

Для учета энерговыделения в газовой фазе принята схема мгновенного воспламенения, согласно которой при достижении температуры газа в пузырьках некоторого значения  $T^*$  (температуры воспламенения) температура в них мгновенно увеличивается на величину  $\Delta T$ , соответствующую теплотворной способности горючей газовой смеси в пузырьках. Параметры зоны, где происходят химические реакции, меняются скачком.

В § 4.1 показано, что принятая модель с учетом энерговыделения в газовой фазе содержит решение в виде стационарной волны. Для детонационных волн проведен сравнительный анализ амплитуды, формы и скорости солитонов, полученных в двумерной осесимметричной постановке, со стационарным и экспериментальным (А.В. Пинаев, А.И. Сычев, 1987 г.) профилями и скоростями солитонов. Проведено сопоставление с результатами расчетов, проведенных С.А. Жданом (2004 г.).

В § 4.2 проведено исследование динамики детонационной волны, распространяющейся в пузырьковом шнуре, находящемся в “чистой” жидкости.

На рис. 3 (а) представлены эпюры давления в жидкости для динамики детонационной волны вдоль цилиндрического пузырькового кластера радиуса  $R_0 = 0.05$  м. При расчетах на границе  $r = R_c$  задавались неотражающие условия в виде импедансного соотношения  $\Delta p_l = \Delta v_r \rho_l C_l$ , где  $\Delta p_l$  и  $\Delta v_r$  – текущие значения возмущений давления и радиальной скорости

для лагранжевой системы для границ расчетной области  $r = R_c$ . Первоначальный импульс инициировался воздействием жесткого ударника с максимальной скоростью  $\Delta v_0 = 10.5$  м/с и характерным временем воздействия  $t^* = 0.1$  мс. Под воздействием граничного импульса температура внутри пузырьков в зоне вблизи поршня достигает значения  $T^*$ , и возникает самоподдерживающаяся детонационная волна. Фрагмент (а) показывает, что детонационная волна распространяется вдоль трубчатого пузырькового кластера и сопровождается волновым пакетом в окружающей жидкости, обусловленным акустическим излучением из зоны детонационной волны. Фоновая волна в жидкости, которая сопровождает детонационную волну, имеет вид более размытого солитона со значительно меньшей амплитудой, чем амплитуда детонационного сигнала.

На фрагменте (б) приведены результаты численного эксперимента при тех же параметрах пузырьковой системы и инициирующего сигнала, что и на фрагменте (а), но с меньшим радиусом ( $R_0 = 0.025$  м) пузырькового кластера. Под воздействием поршня в кластере вблизи границы поршня температура газа в пузырьках достигает значения  $T^*$ , и тем самым инициируется детонация. Но этот возникший очаг детонации не способен в дальнейшем досжать пузырьки, расположенные впереди, до температуры воспламенения  $T^*$ , и детонация срывается. Видно, что на фоне детонационной волны в момент времени 0.3 мс волны давления после срыва в момент времени 1.2 мс практически незаметны. Основной причиной срыва является увеличение удельной боковой границы пузырькового кластера, через которую происходит акустическое излучение в окружающую жидкость, при уменьшении радиуса кластера.

Для иллюстрации роли акустического излучения в окружающую жидкость на фрагменте (в) представлены результаты расчетов для случая, когда пузырьковый кластер с радиусом  $R_0 = 0.025$  м помещен в цилиндрический канал радиуса  $R_c = 0.1$  м с жесткими стенками. Для этой ситуации на поверхности цилиндрического канала ставится условие  $v_r = 0$ . Видно, что в случае, когда акустическое излучение в окружающую жидкость экранировано жесткой стенкой, наблюдается устойчивое распространение самоподдерживающегося детонационного солитона. При этом амплитуды как детонационного солитона, так и сопровождающей волны, распространяющейся по жидкости, расположенной между кластером и стенками канала, примерно в два раза превышают значения, полученные при неотражающих условиях на границе  $R_c$ , хотя радиус пузырькового кластера в этом случае в 2 раза меньше ( $R_0 = 0.025$  м), чем для случая, приведенного на фрагменте (б) ( $R_0 = 0.05$  м).

На фрагменте (г) приведена зависимость амплитуды детонационной волны от радиуса пузырькового кластера, расположенного в неограниченном объеме жидкости. Видно, что с увеличением радиуса газожидкостного кластера амплитуда детонационной волны носит немонотонный характер. Это связано с тем, что при увеличении  $R_0$ , во-первых, уменьшается удельная боковая поверхность, через которую происходит акустическое излучение в окружающую жидкость, во-вторых, уменьшается влияние волн, распространяющихся по “чистой” жидкости и поджимающих пузырьковый кластер. Начиная с некоторого значения радиуса кластера, влияние поджатия на процесс распространения детонационной волны становится несущественным.

В этом же разделе рассмотрена эволюция детонационных волн при переходе из пузырькового шнура в однородную пузырьковую жидкость. Условия при  $(t = 0)$ ,  $z > 0$ , соответствующие исходному состоянию покоя неоднородной пузырьковой смеси в трубе, имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (R_0 < r_0 < R_c) \wedge (z < z_p): \alpha_{g0} = 0, \rho = \rho_{l0}^0, \\ ((0 < r_0 < R_0) \wedge (z < z_p)) \vee (z > z_p): \alpha_g = \alpha_{g0}, \rho = \rho_{l0}^0 (1 - \alpha_{g0}), p_g = p_0, a = a_0, w = 0. \end{array} \right.$$

На рис. 4 представлены эпюры давления (а) и система изобар (б) в жидкости для динамики детонационной волны вдоль цилиндрического пузырькового кластера радиуса  $R_0 = 0.03$  м и выхода волны в однородную пузырьковую жидкость. Видно, что в момент 0.4 мс детонационная волна, распространяющаяся по трубчатому кластеру, достигла зоны однородной пузырьковой жидкости и начала преломляться в эту область, и в момент 0.6 мс фронт волны имеет сферическую форму.

При уменьшении радиуса пузырькового кластера до  $R_0 = 0.028$  м под воздействием поршня в кластере также инициируется детонация, причем энергоемкости системы достаточно для того, чтобы вдоль кластера распространялась самоподдерживающаяся детонационная волна. Но при выходе солитона в однородную пузырьковую жидкость, детонационная волна срывается, и постдетонационная волна распространяется как в неактивной пузырьковой среде. Это происходит вследствие того, что при движении детонационной волны вдоль кластера граница  $r = R_p$  является аналогом твердой стенки, и при выходе из кластера детонационная волна начинает распространяться по всему сечению трубы с уменьшением своей амплитуды.

В заключении представлены основные результаты и выводы, полученные в работе.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ РАБОТЫ

В работе создана и реализована численная модель динамики волн давления в пузырьковой жидкости в двумерной осесимметричной постановке. Показано, что использование предложенной разностной схемы для реализации численной модели позволяет вполне адекватно описывать волновую динамику для различных случаев расположения пузырьковой зоны. Приведено сравнение результатов расчетов с экспериментами, а также с результатами расчетов других исследователей.

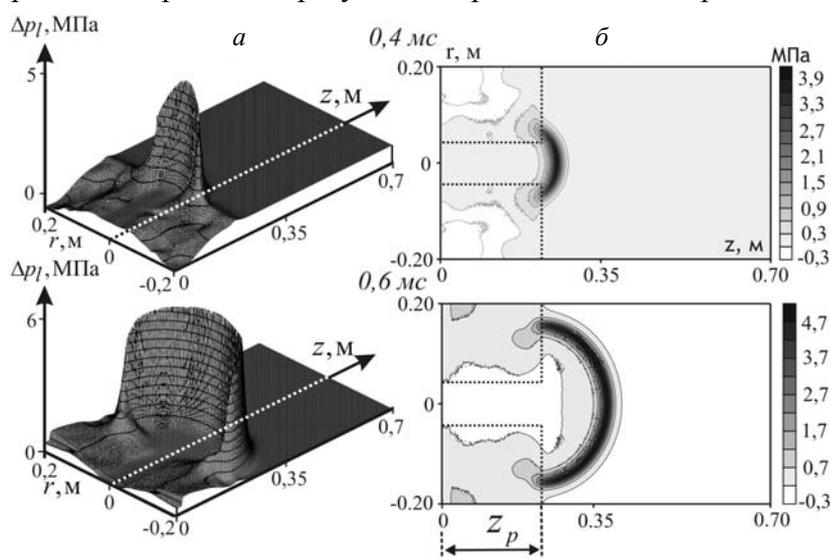


Рис. 4. Переход детонационной волны из газожидкостного шнура в однородную пузырьковую область. Параметры системы:  $a_0 = 1.5$  мм,  $z_p = 0.02$  м, остальные параметры такие же как для рис. 3 (фрагмент а)

Применены условия неотражения от границ расчетной области, что позволило исключить влияние отраженных волн, и в то же время уменьшить время вычислений. Показана реализация принятой разностной схемы при различных способах задания первоначального сигнала: при задании на границе скорости среды или давления. Рассмотрена эволюция волн давления при неравномерном распределении пузырьков по сечению, а также волн, распространяющихся в газожидкостной среде кластерной структуры. Показано, что принятая модель с учетом энерговыделения в газовой фазе содержит решение в виде стационарной волны. Изучена динамика детонационных волн в трубчатом пузырьковом кластере, а также выход детонационной волны из кластера в однородную пузырьковую область. Исследовано влияние акустического излучения волн в зону “чистой” жидкости, окружающей газожидкостный трубчатый кластер, на параметры детонационной волны и возможность ее срыва.

По результатам исследований установлено:

- 1) при эволюции волны типа “ступенька” в трубе, заполненной жидкостью, содержащей трубчатый пузырьковый кластер, из-за фокусировки волны в область пузырькового кластера образуется волна, распространяющаяся вдоль кластера, амплитуды колебаний в которой могут многократно превышать амплитуду первоначальной волны;
- 2) при расположении пузырьков в кольцевом объеме, на участках стенки трубы, находящихся вблизи торца, через который происходит воздействие граничным давлением, из-за фокусировки возмущений в более сжимаемый пузырьковый слой, амплитуда давления может значительно превышать соответствующие значения, которые реализуются при гомогенном распределении пузырьков;
- 3) при воздействии жестким ударником на торец трубы, заполненной газожидкостной смесью, в случае кольцевого режима на начальном этапе может наблюдаться сильно неоднородное распределение давления.

родное “П”-образное распределение давления. Но постепенно, для времен, значительно превышающих времена прохождения волн давления расстояний порядка линейных масштабов поперечной неоднородности пузырьковой системы, происходит установление на поршне более однородного давления;

4) при распространении волны типа “ступенька” в трубе, содержащей на оси пузырьковый кластер, радиус которого меньше половины радиуса трубы, происходит фокусировка волны в кластере и, как следствие этого, многократное увеличение амплитуды первоначальной волны. В случае, когда радиус кластера больше половины радиуса трубы, и кластер расположен так, что время прохождения волны через кластер было намного больше времени прохождения волны по “чистой” жидкости расстояния между кластером и границей, где поддерживается граничное давление, увеличение амплитуды давления на участках, находящихся вблизи кластера, связано с накоплением энергии, которое происходит из-за задержки волн в кластере и многократного отражения волн от кластера и торцевой границы, в которой поддерживается давление типа “ступенька”;

5) амплитуда детонационного солитона, распространяющегося по трубчатому пузырьковому кластеру, расположенному в неограниченном объеме жидкости, от радиуса кластера зависит немонотонно, что обусловлено влиянием фоновой волны, излучаемой солитоном в “чистую” жидкость;

6) детонационная волна, распространяющаяся в трубчатом пузырьковом кластере, при переходе участка, где радиус кластера скачком увеличивается, несмотря на увеличение энергоемкости системы, может срываться из-за двумерного рассеяния волны в расширяющейся зоне, т.е. дальнейшее распространение волны происходит как в химически инертной среде.

### Цитированная литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука. – Т 1 – 2. – 1987. – 360 с.
2. Донцов В. Е., Накоряков В. Е. Волны давления в газожидкостной среде с расслоенной структурой жидкость – пузырьковая смесь // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 4. – С. 102–107.
3. Донцов В. Е. Распространение волн давления в газожидкостной среде кластерной структуры // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 3. – С. 50–60.
4. Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Гималтдинов И.К., Галимзянов М.Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // ДАН. 2001. Т. 378. № 6. С. 763–768.
5. Кедринский В.К., Шокин Ю.И., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Лазарева Г.Г. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // ДАН. 2001. Т.381, №6, С.773–776.
6. Нигматулин Р.И., Губайдуллин А.А., Ахметов А.Т., Бекишев С.А., Михайлов Е.Н. Экспериментальное и теоретическое моделирование эффекта аномального усиления ударных волн в высоковязких жидкостях. // ДАН. 1996. Т. 346, № 1, С. 46–50.

### Публикации по теме диссертации

1. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К., Баязитова А. Р. Распространение детонационных волн вдоль трубчатого пузырькового кластера, находящегося в жидкости // Докл. РАН. – 2005.– Т. 403, № 4. – С. 478 – 481.
2. Гималтдинов И.К., Баязитова А.Р. Уединенная детонационная волна в пузырьковой жидкости // Сб. материалов 42-ой науч. конф. 10-17 апреля 2002 г. / Отв. ред. И.Е. Карпухин. – Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. ин-т, 2002 – 308 с., С.246.
3. Переведенцева (Баязитова) А.Р. Динамика волн давления в жидкости с пузырьковыми зонами в случае цилиндрической симметрии // Труды XIII сессии Российского Акустического Общества. Москва. Т.2 – С. 32-35.
4. Переведенцева (Баязитова) А.Р. Динамика детонационной волны в пузырьковой жидкости в случае осевой симметрии // Девятая Всероссийская научная конференция студентов – физиков и молодых ученых. 28 марта – 3 апреля 2003 года. Сб. тезисов. Часть 1, С.396–397.
5. Гималтдинов И.К., Переведенцева (Баязитова) А.Р. Динамика детонационных волн вдоль цилиндрического объема пузырьковой смеси, находящейся в «чистой» жидкости // Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы: Труды международной конференции (24-28 июня 2003 г., г. Стерлитамак) / Отв. ред. К.Б. Сабитов. – Уфа: Гилем, 2003. – Т. 3. – С.78 – 84.
6. Гималтдинов И.К., Баязитова А.Р. Об эволюции волн давления в пузырьковой трубке, находящейся в “чистой” жидкости // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 21/ Казанское математическое общество. Лобачевские чтения – 2003 // Материалы третьей всероссийской молодежной научной школы-конференции. – Казань: Издательство Казанского математического общества, 2003. – С. 79–80.
7. Гималтдинов И.К., Баязитова А.Р. Эволюция волн давления в пузырьковой жидкости при ступенчатом распределении3 пузырьков // ЭВТ в обучении и моделировании: Сб. науч. трудов: в 2-х ч./ Отв. ред. С.М. Усманов // Всероссийская научно-теоретическая конференция. 21–22 мая 2004 г. – Бирск: Бирск. гос.пед. ин-т, 2004. – Ч.1. – С. 62–65.
8. Гималтдинов И.К., Баязитова А.Р. Динамика волн давления в трубе, содержащей пузырьковую жидкость со ступенчатым распределением пузырьков по сечению // Современные проблемы физики и математики: Труды Всероссийской научной конференции (16-18 сентября 2004 г., г. Стерлитамак)/ Отв. ред. К.Б. Сабитов. – Уфа.: Гилем, 2004. – Т.2. – С.19–26.
9. Баязитова А.Р. Динамика волн давления в трубе, заполненной жидкостью при наличии в ней газожидкостного кластера // Современные проблемы физики и математики: Тру-

ды Всероссийской научной конференции (16-18 сентября 2004 г., г. Стерлитамак)/ Отв. ред. К.Б. Сабитов. – Уфа.: Гилем, 2004. – Т.2. – С.39–43.

10. *Баязитова А.Р.* Динамика детонационных волн вдоль цилиндрического объема пузырьковой смеси, находящейся в “чистой” жидкости конечного и бесконечного объема // Десятая Всероссийская научная конференция студентов – физиков и молодых ученых. 1 – 7 апреля 2004 года. Сб. тезисов. Часть 2, С.997–998.

11. *Баязитова А.Р., Гималтдинов И.К.* Волны давления в трубе, содержащей газожидкостные кластеры // Труды XV сессии Российского акустического общества. Нижний Новгород, Т. 1 Физическая акустика. Распространение и дифракция волн. Геоакустика., 2004, С. 155–159.

12. *Баязитова А.Р.* Выход детонационной волны из газожидкостного шнура в однородную пузырьковую жидкость // V Региональная Школа-Конференция для студентов, аспирантов и молодых ученых по математике и физике: Тезисы докладов. – Уфа: РИО БашГУ, 2005. – С.28.

13. *Баязитова А.Р., Гималтдинов И.К.* Волны давления в трубе, содержащей газожидкостный кластер // Труды XVI сессии Российского акустического общества. Москва, Т. 1. Физическая акустика. Распространение и дифракция волн. – Москва: ГЕОС, 2005. – С. 125–129.

14. *Гималтдинов И.К., Баязитова А.Р.* Эволюция детонационных волн в пузырьковой трубе, находящейся в объеме “чистой” жидкости // Динамика сплошной среды. Сборник научных трудов. Выпуск 123. Акустика неоднородных сред. Новосибирск, 2005, С. 12–15.

15. *Баязитова А.Р.* Распространение детонационных волн в пузырьковом шнуре // ЭВТ в обучении и моделировании: Сб. науч. трудов: в 2-х ч./ Отв. ред. С.М. Усманов // IV Регион. научно-методич. конференция. 16–17 декабря 2005 г. – Бирск: Бирск. гос. соц.-пед. акад., 2005. – Ч.1. – С. 266–270.

16. *Баязитова А.Р., Гималтдинов И.К., Шагапов В.Ш.* Волны давления в трубе, заполненной пузырьковой смесью с неоднородным распределением по сечению // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2006 – № 3 – С. 65–76.

Подписано в печать 11.04.2006 г.

Гарнитура «Таймс». Бумага ксероксная. Формат 60×80<sub>1/16</sub>.

Печать оперативная. Усл.-печ. л. 1,6.

Заказ № 59/06. Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии Стерлитамакской государственной педагогической академии: 453103, Стерлитамак, пр. Ленина, 49.