

На правах рукописи

Гусева Татьяна Сергеевна

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ  
ФОРМЫ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ  
ПРИ ЕГО СИЛЬНОМ РАСШИРЕНИИ-СЖАТИИ

специальность

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Тюмень – 2006 г.

Работа выполнена в лаборатории вычислительной динамики сплошной среды Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
Аганин Александр Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Сахабутдинов Жавдат Мирсаяпович,  
г. Казань

кандидат физико-математических наук  
Санников Иван Николаевич,  
г. Тюмень

Ведущая организация: Институт механики  
Уфимского научного центра РАН,  
г. Уфа.

Защита состоится “17” мая 2006 года в 15 часов на заседании диссертационного совета ДМ 212.274.09 в Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, д. 15<sup>А</sup>.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан 31 марта 2006 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук,  
доцент



Татосов А.В.

# **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

## **Актуальность темы**

Жидкости широко применяются для решения различных практических задач во многих отраслях народного хозяйства: теплоэнергетике, химии, нефтяной промышленности и т.д. Применение жидкостей, как правило, сопровождается возникновением в них пузырьков. Наличие пузырьков в жидкости может приводить к существенному изменению ее свойств, в том числе, полезному или нежелательному с прикладной точки зрения. Свойства жидкости с пузырьками в значительной степени зависят от того, насколько форма пузырьков остается близкой к сферической, особенно в тех случаях, когда пузырьки испытывают сильные расширения-сжатия.

Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования сильного расширения-сжатия пузырька в акустическом поле показали, что при сохранении сферичности пузырька в финале стадии сжатия внутри него могут возникать очень высокие давления, плотности и температуры. Вместе с тем, эволюция возмущения сферической формы пузырьков хорошо изучена, в основном, при их расширении, сжатии и относительно небольших радиальных колебаниях. Таким образом, изучение эволюции возмущения сферичности пузырьков при их сильном расширении-сжатии является актуальным.

## **Цель работы**

Работа направлена на выявление основных закономерностей эволюции возмущения сферичности газового пузырька в процессе его сильного расширения-сжатия под воздействием сильного акустического поля в зависимости от характеристик воздействия, свойств жидкости и газа.

## **Научная новизна**

1. Описан характер эволюции малого возмущения сферической формы газового пузырька в ходе его сильного расширения-сжатия при гармоническом изменении давления в жидкости с большой амплитудой.

2. Изучено влияние амплитуды колебаний давления жидкости, длины волны возмущения сферичности, вязкости и сжимаемости жидкости, термодинамических процессов, учитываемых посредством уравнения состояния газа, неоднородности давления газа в пузырьке на эволюцию малого возмущения сферичности пузырька.

3. Представлена новая модель эволюции возмущения сферичности на стадии сжатия, в которой сферическая составляющая движения жидкости и газа описывается полной системой уравнений динамики сжимаемой жидкости с замыканием реалистичными уравнениями состояния, а эволюция возмущения сферической формы пузырька – уравнением с более точным учетом влияния градиентов скорости и давления газа и жидкости на поверхности пузырька.

### **Основные результаты, выносимые на защиту**

1. Новое уравнение эволюции малых возмущений сферической формы газового пузырька в жидкости на стадии сильного сжатия с более точным учетом влияния градиентов скорости и давления газа и жидкости на поверхности пузырька.

2. Выявленные качественные и количественные особенности эволюции малых начальных возмущений сферической формы пузырька при его сильном расширении-сжатии.

3. Установленные закономерности влияния параметров газа в пузырьке и окружающей жидкости на эволюцию малых возмущений сферической формы пузырька.

4. Полученные результаты анализа применимости распространенных приближенных моделей эволюции возмущения сферичности пузырька на стадии сжатия.

### **Достоверность полученных результатов**

Достоверность результатов работы обеспечивается корректностью постановки задачи, согласованием результатов расчета тестовых и методических задач с результатами расчетов других авторов и экспериментальными данными.

## **Практическая ценность**

Полученные в диссертации результаты можно использовать при оценке свойств пузырьковых жидкостей, находящихся в сильном акустическом поле. В частности, их можно применять при прогнозировании интенсивности физико-химических процессов в реакторах с жидкостью, подвергаемой ультразвуковому облучению.

## **Апробация работы**

Результаты диссертации докладывались на итоговых научных конференциях Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН за 2002 – 2005 гг.; VI Научной конференции “Нелинейные колебания механических систем” (Нижний Новгород, 2002); Всероссийской школе-семинаре “Проблемы теплообмена и гидродинамики в машиностроении” (Казань, 2002); Всероссийском совещании по сжатую пузырька (Уфа, 2002); V Международной научной школе-семинаре “Импульсные процессы в механике сплошных сред” (Николаев, 2003); Третьей всероссийской молодежной научной школе-конференции “Лобачевские чтения – 2003” (Казань, 2003); Второй международной летней научной школе “Гидродинамика больших скоростей” (Чебоксары, 2004); XVII сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды (Казань, 2004); IV Школе-семинаре молодых ученых и специалистов “Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении” (Казань, 2004); XII и XIV Международных конференциях по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Владимир, 2003; Алушта, 2005).

По теме диссертации опубликовано 8 тезисов и 11 статей. Список основных публикаций приведен в конце автореферата.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержит 151 страницу, 44 рисунка. Список литературы включает 137 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** раскрыта актуальность темы диссертации. Дан обзор работ по динамике сферических и несферических пузырьков. Определена цель работы, ее научная новизна. Представлено краткое содержание разделов диссертации. Изложены результаты, выносимые на защиту.

В **первой главе** сформулирована физическая и общая математическая постановка задачи о несферической динамике газового пузырька под влиянием гармонического изменения давления в жидкости вдали от пузырька. Описаны используемые в работе модели сферической и несферической составляющих динамики пузырька.

Приведен вывод нового уравнения эволюции малого возмущения сферической формы пузырька на стадии сильного сжатия. Изложена методика решения задачи. Представлено сравнение результатов расчета методических задач с экспериментальными данными.

Уравнение поверхности пузырька принимается в виде

$$F(r, \theta, \varphi, t) = r - R(t) - \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{j=i}^i a_{ij} Y_i^j(\theta, \varphi) = 0,$$

где  $r$  – радиальная координата, отсчитываемая от центра пузырька,  $R$  – средняя радиальная координата точек поверхности пузырька (в дальнейшем радиус пузырька),  $Y_i^j(\theta, \varphi)$  – сферическая гармоника степени  $i$  порядка  $j$ . Степень гармоники  $i$  характеризует длину волны соответствующего возмущения сферичности. Коэффициент  $a_{ij}$  называется отклонением от сферической формы пузырька. Вводится также параметр  $\varepsilon_{ij} = a_{ij} / R$ , называемый искажением сферической формы пузырька.

Отклонение от сферической формы полагается малым по сравнению с линейными размерами пузырька. При этом движение жидкости и газа рассматривается как суперпозиция чисто сферического движения и его малого несферического возмущения (чисто несферического движения).

Система уравнений газовой динамики, описывающих чисто сферическое движение газа и жидкости, имеет следующий вид

$$\left(\rho r^2\right)_t + \left(\rho r^2 u\right)_r = 0, \quad (1)$$

$$\left(\rho r^2 u\right)_t + \left(p r^2 + \rho r^2 u^2\right)_r = 0, \quad (2)$$

$$\left(E r^2\right)_t + \left[(p+E) r^2 u\right]_r = \left(\kappa r^2 T_r\right)_r, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность,  $u$  – радиальная компонента вектора скорости,  $p$  – давление,  $E$  – полная энергия, отнесенная к единице объема,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – температура. Система замыкается реалистичными уравнениями состояния сред, а также граничными условиями на поверхности и в центре пузырька, на внешней границе жидкости.

Описана более простая модель Рэлея–Плессета чисто сферического движения пузырька, основанная на предположениях о малости радиальной скорости границы пузырька по сравнению со скоростью звука в газе и жидкости и об однородности давления газа в пузырьке, а также модификация этой модели с приближенным учетом неоднородности давления газа. Переход от модели Рэлея–Плессета к (1) – (3) осуществлялся при нарушении любого из неравенств  $M_f^2 < M_{f^*}^2$ ,  $M_g^2 < M_{g^*}^2$ , где  $M_{f,g} = R/c_{f,g}^0$ ,  $M_{f,g^*}^2 = 1$ . Индекс  $f$  ( $g$ ) указывает на отношение к жидкости (газу).

Приведен вывод нового уравнения эволюции малых возмущений сферической формы газового пузырька в жидкости

$$\begin{aligned} & (1+q_i) \alpha_{ij} + \left\{ \left[ \frac{\dot{R}}{R} - u_r^+ \right] + q_i \left[ \frac{\dot{R}}{R} - u_r^- \right] + \frac{2(i+1)(i+2)v}{R^2} \right\} \alpha_{ij} + \\ & + \left\{ \frac{1}{R} \left[ \frac{(i+1)}{\rho_f^0} p_r^+ - \frac{d}{dt} (R u_r^+) \right] + \frac{q_i}{R} \left[ -\frac{i}{\bar{\rho}} p_r^- - \frac{d}{dt} (R u_r^-) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{(i^2-1)(i+2)\sigma}{\rho_f^0 R^3} - \frac{2(i+1)v}{R} \left[ u_{rr}^+ + \frac{(i+2)}{R} u_r^+ \right] \right\} a_{ij} + \\ & + i(i+1)v \frac{Q_{ij}(R,t)}{R^2} + 2vi(i+1)(2i+1)R^{i-3} \alpha_{ij} + i(i+1) \frac{\beta_{ij}}{R^2} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $q_i = (i+1)\bar{\rho}/i\rho_f^0$ ,

$$Q_{ij}(R,t) = \frac{2}{(i+1)} \left[ (i+2) \alpha_{ij} - \left( u_r^+ + \frac{(i+1)\dot{R}}{R} \right) a_{ij} + \frac{(2i+1)\alpha_{ij}}{R^{(1-i)}} \right].$$

Здесь  $\nu, \rho_f^0$  – вязкость и невозмущенная плотность жидкости,  $\sigma$  – поверхностное натяжение,  $\bar{\rho}$  – средняя по объему плотность газа,  $p_r^\pm, u_r^\pm$  – градиенты давления и скорости газа (–) и жидкости (+) на межфазной поверхности,  $Q_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}$  – параметры, характеризующие поле завихренности жидкости,  $r=r_\infty$  – внешняя граница жидкости. Уравнение (4) применяется на стадии сжатия с момента “включения” уравнений (1) – (3). Характер эволюции отклонения  $a_{ij}$  от индекса  $j$  не зависит, поэтому в дальнейшем индекс  $j$  опускается.

Представлены также модели эволюции возмущения сферичности с упрощенным учетом влияния вязкости жидкости, плотности газа, градиентов давления и скорости газа и жидкости на поверхности пузырька.

Исследования проведены для случая воздушного пузырька микронных размеров в воде при комнатных условиях. Амплитуда колебаний давления жидкости варьировалась в интервале  $1.4 \leq \Delta p \leq 5$  бар, а номер гармоники – в диапазоне  $2 \leq i \leq 5$ . Полагалось, что до начала расширения несферическая форма пузырька совершает свободные колебания с малой амплитудой, и что фаза этих колебаний  $\varphi^0$  в момент начала расширения пузырька является произвольной.

Описан метод решения. На стадии расширения и в начале стадии сжатия эволюция радиуса пузырька и отклонения от сферической формы рассчитывается численным решением уравнения Рэлея–Плессета и уравнения Просперетти (A. Prosperetti), соответствующего (4) при  $q_i=0$  и с упрощенными градиентами  $p_r^\pm, u_r^\pm$ , полученными в предположении  $M_{f,g}^2 = 1$ . При высокоскоростном сжатии сначала определяются параметры сферической составляющей движения при интегрировании уравнений (1) – (3), а затем – эволюция отклонения от сферичности. Коэффициенты уравнения (4) аппроксимируются кубическими сплайнами по результатам численного решения уравнений (1) – (3).

Описана методика отыскания максимальных по начальной фазе отклонений от сферичности

$$a_{im} = \max_{0 \leq \varphi^0 \leq 2\pi} |a_i(t)|.$$

С точки зрения устойчивости сферической формы пузырька они соответствуют наихудшему сценарию развития возмущения.

**Вторая глава** посвящена изучению эволюции малых возмущений сферичности газового пузырька в ходе всего процесса его сильного расширения-сжатия на основе широко распространенной модели, в которой эволюция радиуса пузырька описывается уравнением Рэля–Плессета, а эволюция малых возмущений сферичности – уравнением Просперетти с несколькими вариантами учета вязкости жидкости. В этой модели газ считается гомобарическим (с однородным распределением давления), а жидкость возле пузырька – несжимаемой.

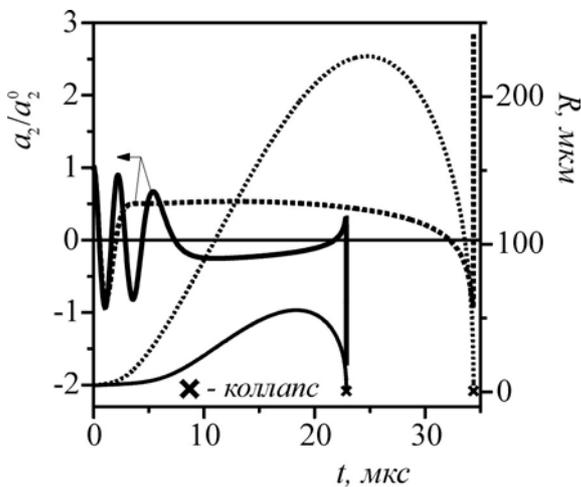


Рис. 1. Эволюция радиуса пузырька и отклонения от сферичности для  $\Delta p/p^0=1.5$  (сплошные кривые), 4 (пунктирные).

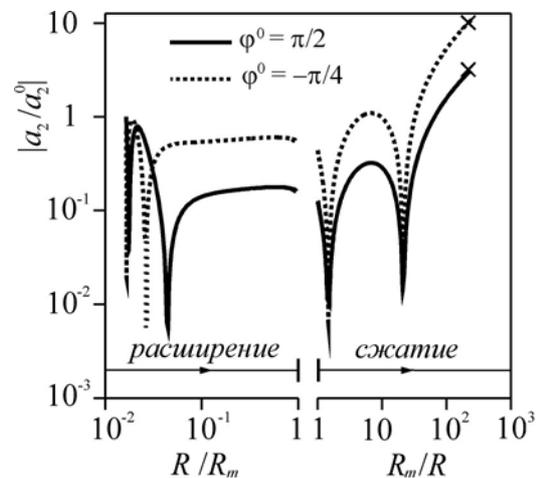


Рис. 2. Изменение амплитуды отклонения для  $\varphi^0 = \pi/2$  (сплошная кривая),  $-\pi/4$  (пунктирная).

На рис. 1 представлено изменение радиуса пузырька  $R$  и относительного отклонения от сферичности  $a_2/a_2^0$ , где  $a_2^0 = a_2(0)$ , при расширении-сжатии. Символом  $\times$  отмечен момент коллапса (максимального сжатия) пузырька. На стадии расширения пузырька малое отклонение от сферичности уменьшается сначала в виде затухающих колебаний, а затем без колебаний с относительно небольшой скоростью изменения. На стадии сжатия отклонение сначала совершает одно (при  $i=2$ ) или несколько (при  $i \geq 3$ , количество колебаний увеличивается по мере роста  $i$ ) колебаний с нарастающей амплитудой, а затем растет без колебаний. С рос-

том  $\Delta p$  относительная продолжительность колебаний отклонения в начале расширения уменьшается. В конце стадии расширения и на стадии сжатия эволюция возмущения определяется, главным образом, инерцией жидкости.

Приведены результаты исследования влияния длины волны возмущения, фазы изменения возмущения в момент начала расширения  $\varphi^0$ , вязкости жидкости, и, в частности, ее завихренности, на характер изменения возмущения в процессе всего расширения-сжатия пузырька. На рис. 2 для  $\Delta p/p^0=5$  сравнивается изменение амплитуды относительного отклонения от сферичности  $|a_i/a_i^0|$ ,  $i=2$  на стадиях расширения (ось абсцисс  $R/R_m$ ,  $R_m$  – максимальный радиус пузырька) и сжатия (ось абсцисс  $R_m/R$ ) для двух значений  $\varphi^0$ . Если продолжительность интервала с малым изменением отклонения на стадии расширения достаточно велика, то эволюция возмущения на стадии сжатия для любых значений  $\varphi^0$  оказывается подобной.

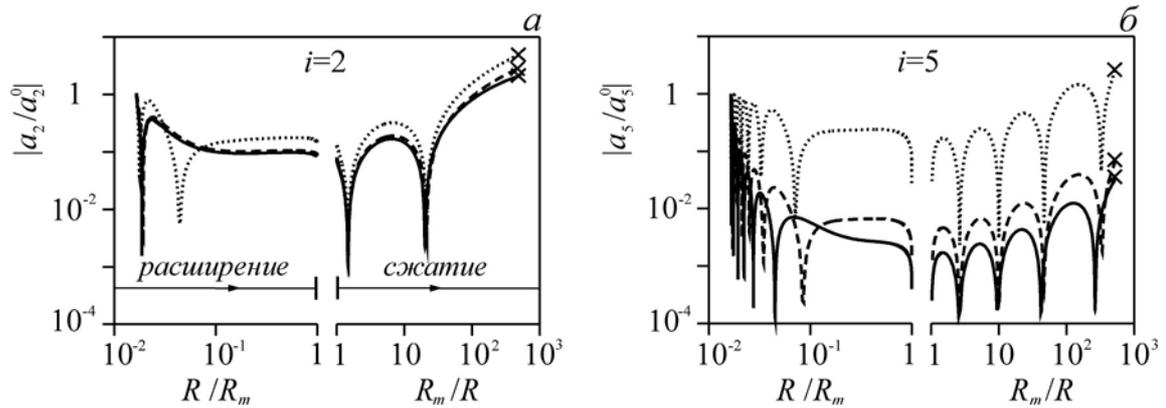


Рис. 3. Изменение амплитуды отклонения при полном учете вязкости (сплошные кривые), без учета завихренности жидкости (штриховые), без учета вязкости жидкости (пунктирные).

На рис. 2 для  $\Delta p/p^0=3.5$  представлено изменение амплитуды относительного отклонения от сферичности  $|a_i/a_i^0|$ ,  $i=2$  (а) и  $i=5$  (б) при расширении-сжатии пузырька с различными вариантами учета вязкости жидкости. Сокращение длины волны возмущения (рост номера гармоники  $i$ ) сопровождается увеличением частоты и относительной продол-

жительности колебаний отклонения в начале стадии расширения и на стадии сжатия. Вязкость жидкости значительно проявляется в начале стадии расширения пузырька, приводя к заметному увеличению декремента затухания колебаний отклонения. Влияние завихренности жидкости на стадии расширения также имеет демпфирующий характер, но оказывается гораздо менее существенным. При увеличении  $i$  демпфирующее влияние вязкости усиливается. На стадии сжатия влияние вязкости жидкости невелико и проявляется, в основном, посредством завихренности жидкости.

Для амплитуд внешнего воздействия  $1.4 \leq \Delta p / p^0 \leq 5$  и номеров гармоник  $2 \leq i \leq 5$  получены оценки степени затухания максимального искажения сферической формы пузырька на стадии расширения  $\varepsilon_i^0 / \varepsilon_{imm}$  и степени его нарастания в ходе всего расширения-сжатия к моменту коллапса  $\varepsilon_{imc} / \varepsilon_i^0$ . Здесь  $\varepsilon_{imm}$  и  $\varepsilon_{imc}$  – соответственно величины максимального искажения сферичности в момент наибольшего расширения и коллапса пузырька. Установлено, что при  $i=2$  и  $\Delta p / p^0=5$  степень затухания максимального искажения сферичности пузырька на стадии расширения оказывается наименьшей (250 раз), а степень его нарастания при расширении-сжатии – наибольшей (60 раз). С уменьшением  $\Delta p / p^0$  и ростом  $i$  степень затухания максимального искажения при расширении пузырька увеличивается, а значение максимального искажения, достигнутого к моменту коллапса, уменьшается.

Проведено сравнение решений, полученных для чисто адиабатического пузырька и пузырька изотермического при расширении и сжатии до начальных размеров, а затем – адиабатического. Таким образом во втором случае упрощенно учитывается теплообмен на межфазной поверхности. Пренебрежение теплообменом приводит к небольшому увеличению степени затухания искажения на стадии расширения пузырька. С ростом  $\Delta p$  и уменьшением  $i$  влияние теплообмена на эволюцию искажения сферичности уменьшается.

В **третьей главе** представлены результаты исследования эволюции малых возмущений сферической формы пузырька на стадии сжатия. Ис-

пользуемые здесь модели отличаются от моделей предыдущей главы лишь более точным описанием динамики пузырька на стадии сжатия.

Первая часть главы посвящена изучению влияния факторов, учитываемых при моделировании сферической составляющей движения: уравнения состояния газа, сжимаемости жидкости, неоднородности давления газа в пузырьке.

Рассмотрены варианты моделирования стадии сжатия с уравнениями состояния совершенного газа, газа Ван-дер-Ваальса и модифицированным уравнением состояния Мосса. Установлено, что различия значений искажения сферичности пузырька в момент коллапса обусловлены лишь разной продолжительностью финальной стадии сжатия.

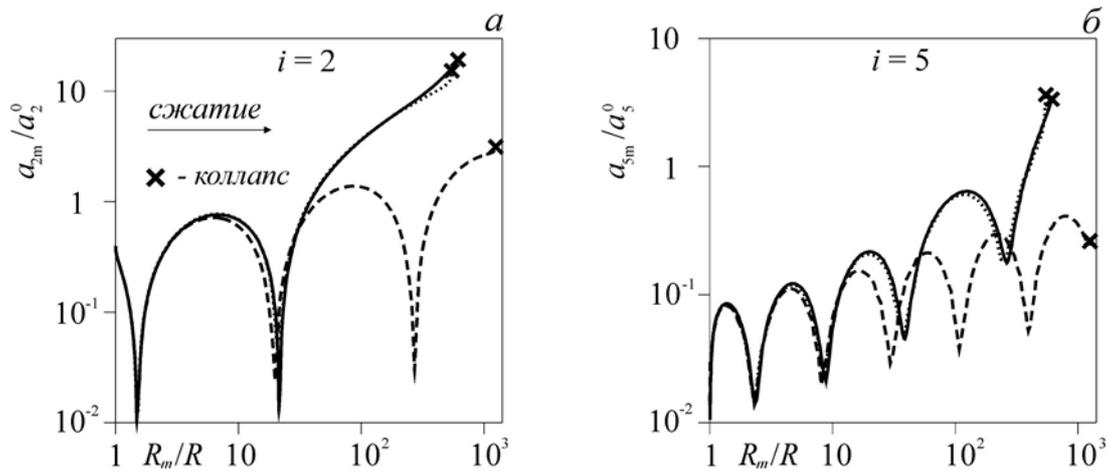


Рис. 4. Эволюция отклонения от сферичности на стадии сжатия пузырька. Штриховая кривая – РЛ, пунктирная – РП, сплошная – ГД.

Изучено влияние сжимаемости жидкости и неоднородности давления газа в пузырьке на эволюцию искажения сферичности при сжатии. Сравнивались решения, полученные при описании стадии сжатия системой уравнений (1) – (3) (ГД) и уравнением Рэлея–Ламба (РЛ) для несжимаемой жидкости. Рассмотрена возможность применения уравнения Рэлея–Плессета (РП) вместо уравнений ГД, что важно с точки зрения экономичности вычислений. Применимость уравнения РП строго обоснована лишь при  $M_{f,g}^2 = 1$ . На рис. 4 для  $\Delta p / p^0 = 3$  представлена эволюция максимальных по  $\varphi^0$  относительных отклонений от сферической формы  $a_{i,m} / a_i^0$ ,  $i=2$  (а) и  $i=5$  (б) на стадии сжатия пузырька с приме-

нием моделей РЛ, РП и ГД для описания сферической составляющей движения. По сравнению с полным пренебрежением сжимаемостью жидкости ее приближенный учет согласно РП позволяет вполне удовлетворительно описывать динамику пузырька. Полное пренебрежение эффектами сжимаемости жидкости и неоднородности газа приводит к многократному уменьшению амплитуды отклонения (и искажения) в конце стадии сжатия пузырька. Кроме того, в этом случае возникают ситуации, когда максимальное значение отклонения (и искажения) на стадии сжатия достигается не в момент коллапса, а раньше (рис. 4б).

Вторая часть третьей главы посвящена изучению влияния факторов, учитываемых при моделировании несферической составляющей движения: плотности газа в пузырьке, градиентов давления и скорости газа и жидкости на поверхности пузырька. При этом чисто сферическое движение пузырька описывалось уравнениями ГД с учетом теплопроводности и реалистичными уравнениями состояния.

Рассмотрены различные варианты учета плотности газа в уравнении эволюции возмущения. В первом варианте плотность газа полагалась равной среднему по объему значению  $\bar{\rho}$ , и приближенно учитывался градиент давления газа на поверхности пузырька. Во втором варианте учитывалось только влияние плотности газа, а пузырек считался гомобарическим (с однородным распределением давления). В третьем варианте плотность газа не учитывалась.

Эволюция относительного отклонения  $a_i/a_i^0$  в конце стадии сжатия пузырька для  $\Delta p/p^0=3$ ,  $i=2$ , рассчитанная с разными вариантами учета плотности газа, приведена на рис. 5. Символом  $\bullet$  обозначен момент, когда средняя плотность газа  $\bar{\rho}$  становится равной плотности жидкости  $\rho_f^0$ ,  $\diamond$  – момент, когда  $K=0$  (начало стадии замедленного сжатия, где радиальное ускорение межфазной границы направлено от газа к жидкости). На стадии ускоренного сжатия учет плотности газа приводит к снижению скорости роста отклонения от сферичности. На стадии замедленного сжатия при учете только плотности газа без учета градиента его давления, как и в случае без учета плотности газа, на поверхности пу-

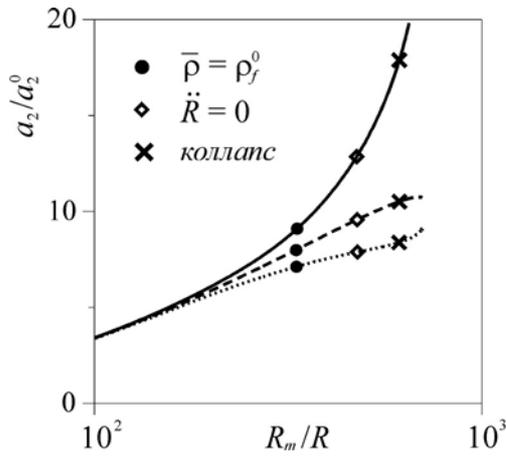


Рис. 5. Эволюция отклонения от сферичности в конце стадии сжатия без учета плотности газа (сплошная кривая), с учетом плотности и градиента давления газа на поверхности пузырька (штриховая), с учетом только плотности газа (пунктирная).

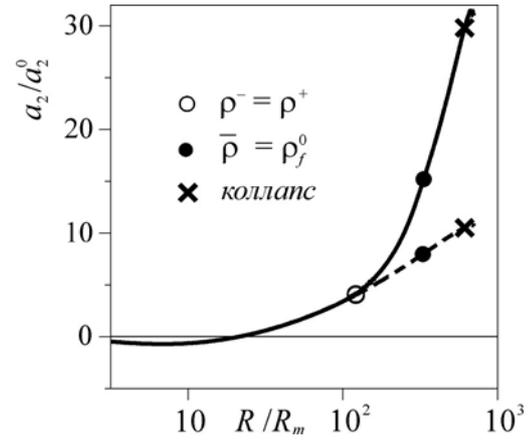


Рис. 6. Эволюция отклонения от сферичности в конце стадии сжатия с учетом градиентов давления и скорости газа и жидкости на границе пузырька без упрощений (сплошная кривая) и с их упрощенным учетом (штриховая).

пузырька наблюдается развитие неустойчивости Рэлея–Тейлора (ускоренный рост отклонения), несмотря на то, что среднее значение плотности газа здесь уже превышает плотность жидкости. В варианте с приближенным учетом градиента давления газа эффект изменения соотношения плотностей сред учитывается более корректно: на стадии замедленного сжатия ускоренное движение поверхности пузырька способствует уменьшению скорости роста отклонения от сферичности.

Изучено влияние на эволюцию возмущения сферичности градиентов скорости и давления газа и жидкости на поверхности пузырька. Для этого сравнивались решения, полученные при определении входящих в уравнение эволюции возмущения (4) градиентов давления  $p_r^\pm$  и скорости  $u_r^\pm$  на поверхности пузырька, их производных по времени  $du_r^\pm/dt$  непосредственно из решения уравнений ГД, а также с использованием приближенных аналогов градиентов, полученных в предположении  $M_{f,g}^2 = 1$ . На рис. 6 приведена эволюция относительного отклонения от сферичности  $a_i/a_i^0$  в конце стадии сжатия при  $\Delta p/p^0=3$ ,  $i=2$  с двумя способами учета градиентов давления и скорости газа и жидкости на

поверхности пузырька. Почти сразу после смены соотношения плотностей газа  $\rho^-$  и жидкости  $\rho^+$  на поверхности пузырька в решении с учетом градиентов без упрощений наблюдается значительно более быстрый, чем с упрощенными градиентами, рост отклонения от сферичности. Таким образом, неустойчивость Рэлея–Тейлора в данном случае возникает на стадии ускоренного сжатия, поскольку ускорение оказывается направленным от менее плотной жидкости к более плотному газу. Модель с упрощенными градиентами этой особенности почти не улавливает. В конце стадии сжатия обе модели показывают уменьшение скорости роста отклонения.

Сравнение оценок относительного максимального отклонения в момент коллапса пузырька  $a_{i_{mc}}/a_i^0$  показывает, что во всем диапазоне  $1.4 \leq \Delta p/p^0 \leq 5$  для  $2 \leq i \leq 5$  оценки, полученные согласно новому уравнению (4) с определением градиентов давления и скорости газа и жидкости на поверхности пузырька из решения уравнений (1) – (3), превышают оценки, полученные с приближенными аналогами градиентов, не более чем в 4 раза (за исключением интервала  $2 < \Delta p/p^0 < 5$  для  $i=5$ , где расхождение достигает 9 раз), а оценки, полученные без учета плотности газа – не более чем в 3 раза (за исключением интервала  $1.5 < \Delta p/p^0 < 4$  для  $i=4$ , где оценки без упрощений оказываются несколько ниже).

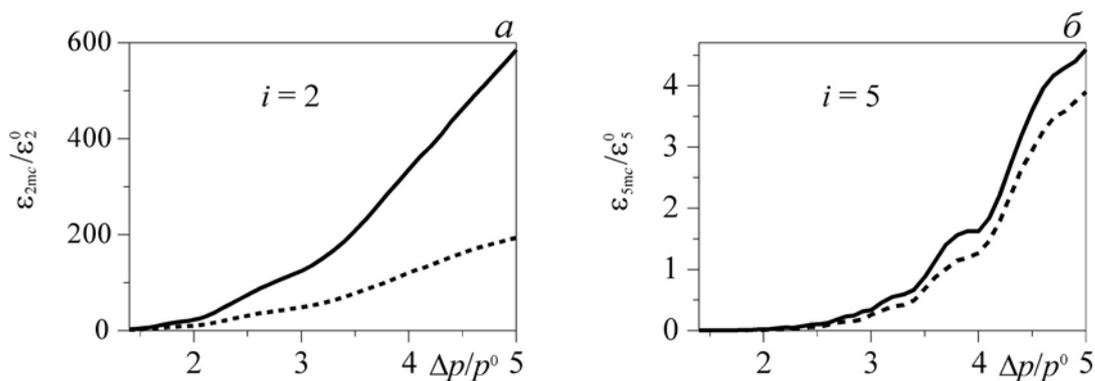


Рис. 7. Относительные максимальные искажения сферичности в момент коллапса пузырька в зависимости от амплитуды акустического поля  $\Delta p/p^0$ . Сплошные кривые – уравнения (1) – (3) совместно с уравнением (4) без упрощений, штриховые кривые – уравнения Рэлея–Плессета и Просперетти.

Проведено сравнение относительных максимальных искажений в момент коллапса пузырька  $\varepsilon_{i_{mc}} / \varepsilon_i^0$ , полученных с применением (1) – (3) совместно с уравнением (4) без упрощений и распространенной упрощенной модели, в которой эволюция радиуса пузырька описывается уравнением Рэлея–Плессета, а эволюция возмущения – уравнением Просперетти без учета плотности газа (рис. 7). Установлено, что в первом случае в диапазоне  $1.4 \leq \Delta p / p^0 \leq 5$  для  $i=2$  амплитуда малого начального искажения сферичности пузырька может вырасти к моменту коллапса максимум в  $\sim 600$  раз, а во втором случае – в  $\sim 200$  раз (рис. 7а). Увеличение номера гармоники сопровождается снижением прогнозируемых в момент коллапса искажений сферичности. При этом расхождение между рассматриваемыми моделями может значительно уменьшиться (рис. 7б).

**В заключении** приведены основные результаты работы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Получено новое уравнение эволюции малых возмущений сферической формы газового пузырька в жидкости на стадии сильного сжатия. Новизна заключается в более точном учете влияния градиентов скорости и давления газа и жидкости на поверхности пузырька.

2. Изучена эволюция малых возмущений сферической формы пузырька в виде сферических гармоник степени  $2 \leq i \leq 5$  при сильном расширении-сжатии под действием колебаний давления жидкости с амплитудой  $1.4 \leq \Delta p \leq 5$  бар. До начала расширения несферическая форма пузырька совершает свободные колебания. Фаза этих колебаний  $\varphi^0$  и начало расширения не взаимосвязаны.

3. Установлено, что при достаточно больших  $\Delta p$  эволюция возмущения сферичности на стадии сжатия для всех значений  $\varphi^0$  оказывается подобной.

4. Пренебрежение вязкостью жидкости повышает амплитуду возмущения сферичности пузырька к моменту коллапса более чем в 2 раза. При этом зависимости максимального искажения сферичности от  $\Delta p$  в

момент максимального расширения при  $i \geq 3$  и в момент коллапса при  $i \geq 4$  пузырька становятся немонотонными.

5. Полное пренебрежение сжимаемостью жидкости приводит к занижению амплитуды максимального искажения сферичности пузырька на стадии сжатия более чем в 1.5 раза.

6. При достаточно больших  $\Delta p$  наиболее быстрый рост амплитуды возмущения сферичности пузырька наблюдается в той части стадии сжатия, где радиальное ускорение направлено от жидкости к газу.

7. Амплитуда искажения сферичности пузырька может вырасти к моменту коллапса максимум в 600 раз: в 35 раз – за счет роста амплитуды возмущения и в 17 раз – за счет уменьшения радиуса пузырька. При этом увеличение амплитуды искажения на стадии сжатия составляет около  $10^5$  раз.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

1. *Аганин А.А., Гусева Т.С., Ильгамов М.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г.* Устойчивость сильного сжатия сферического пузырька // Проблемы механики деформируемого твердого тела. С.-Петербург: СПбГУ, 2002. С. 7–13.

2. *Ilgamov M.A., Aganin A.A., Guseva T.S.* Distortion of the spherical shape of a bubble under strong enlargement-compression // Proceedings of Fifth international symposium on the behaviour of dense media under high dynamic pressures. Saint-Malo, France. 2003. T. 2. P. 417–429.

3. *Аганин А.А., Ильгамов М.А., Гусева Т.С.* Искажение сферической формы пузырька при больших расширениях-сжатиях из состояния покоя // Динамика газовых пузырьков и аэрозолей. Казань: КГУ, 2003. С. 95–132.

4. *Гусева Т.С.* Искажение сферической формы пузырька при его сильном расширении-сжатии // Динамика газовых пузырьков и аэрозолей. Казань: КГУ, 2003. С. 133–178.

5. *Гусева Т.С.* Искажение сферической формы пузырька в процессе его сильного расширения-сжатия // Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении: Труды IV школы-семинара молодых ученых и специалистов. Казань: КГУ, 2004. С. 239–245.

6. *Гусева Т.С.* Влияние вязкости жидкости на искажение сферической формы пузырька в ходе его однократного расширения-сжатия // Вестник КГПУ. 2004. Т. 2. С. 85–99.

7. *Aganin A.A., Guseva T.S.* Distortion of the spherical shape of a bubble under its single strong enlargement-compression // Proceedings of second international summer scientific school “High speed hydrodynamics”. Cheboksary: Cheboksary institute of the Moscow State Open University, 2004. P. 191–196.

8. *Аганин А.А., Гусева Т.С., Ильгамов М.А.* Зависимость искажений сферической формы пузырька от модели его сильных радиальных колебаний // Современные проблемы физики и математики. Труды Всероссийской научной конференции. Уфа: Гилем, 2004. Т. 2. С. 7–10.

9. *Аганин А.А., Гусева Т.С.* Эволюция малого искажения сферической формы газового пузырька при его сильном расширении-сжатии // ПМТФ. 2005. Т. 46. № 4. С. 17–28.

10. *Аганин А.А., Гусева Т.С.* Развитие возмущения сферической формы коллапсирующего пузырька при учете неоднородности давления газа в пузырьке и сжимаемости окружающей жидкости // Материалы XIV международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. М.: Вузовская книга, 2005. С. 27–28.

11. *Гусева Т.С.* Расчет несферической динамики газового пузырька в жидкости при сильном расширении-сжатии // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы шестого всероссийского семинара. Казань: КГУ, 2005. С. 73–77.