

БЕЗУСОВА Татьяна Алексеевна

**НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КУЛЬТУРЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО МЫШЛЕНИЯ
ШКОЛЬНИКОВ**

13.00.01 – общая педагогика,
история педагогики и образования

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Пермский государственный педагогический университет»

Научный руководитель - доктор педагогических наук, профессор
Лебедева Ирина Павловна

Официальные оппоненты: доктор педагогических наук, профессор
Захарова Ирина Гелиевна;

кандидат педагогических наук, доцент
Дегтярев Сергей Николаевич

Ведущая организация - ГОУ ВПО «Пермский государственный университет»

Защита состоится 19 июня 2008 г. в 10 час. на заседании диссертационного совета Д 212.274.01 при государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Тюменский государственный университет» по адресу: 625003, Тюмень, ул. Семакова, 10.

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-библиотечном центре Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан 16 мая 2008 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Строкова Т.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Современное образование ориентировано на развитие личности обучаемых и овладение ими системой общеобразовательных компетенций, основой которых является продуктивная мыслительная деятельность по применению полученных знаний в различных ситуациях. В этой связи становится еще более актуальной проблема развития мышления учащихся, приобретение ими таких мыслительных возможностей, которые значительно расширяют сферу использования теоретических знаний. Характеризуя данные возможности в комплексе, целесообразно рассматривать понятие «культура мышления». Существенный вклад в ее формирование могут внести математические и естественнонаучные дисциплины. Поэтому особый интерес представляют математическое и естественнонаучное мышление в их глубокой взаимосвязи как в методологическом, так и содержательном аспектах.

Анализ педагогической и методической литературы показал, что к культуре мышления обучаемых подходят с разных точек зрения и связывают с вопросами совершенствования познавательной деятельности (Н.Н. Егорова, А.Н. Ксенофонтова, А.П. Тряпицина и др.); с ценностными ориентациями личности (В.И. Вернадский, В.Е. Ермолаева, А.В. Кирьякова и др.); с развитием творческих способностей (В.И. Андреев, Т.А. Иванова, Т.Е. Климова, В.Г. Рындак и др.). В качестве путей развития культуры мышления авторы часто рассматривают изменение характера учебной деятельности (коллективная деятельность, создание ситуаций принятия решения, исследовательская деятельность).

Проблемы естественнонаучного мышления обсуждались в работах Г.А. Борулава, В.И. Вернадского, С.А. Сурувикиной. Вклад в изучение особенностей математического мышления внесли исследования Р.А. Атаханова, Ю.М. Колягина, А.А. Столяра, А.Я. Хинчина, Л.М. Фридмана. Однако разработка и даже упоминание о культуре математического и естественнонаучного мышления встречаются крайне редко.

Приходится констатировать наличие в развитии культуры математического и естественнонаучного мышления ряда нерешенных вопросов:

- 1) отсутствие единого взгляда на сущность данного явления;
- 2) отсутствие совокупности характеристик, которые можно было бы диагностировать, используя доступные педагогу средства;
- 3) недостаточность дидактических средств, позволяющих повышать как уровень культуры математического и естественнонаучного мышления в целом, так и отдельных ее содержательных характеристик. В качестве средства развития культуры мышления некоторые авторы рассматривают задачи с недостающими или избыточными данными – некорректные задачи (Э.Г. Гельфман, В.А. Крутецкий, Н.В. Метельский, Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов и др.). Однако их развивающий потенциал недостаточно исследован, особенно в плане влияния на культуру математического и естественнонаучного мышления

школьников. Как правило, рассматриваются виды некорректных задач, отмечается их положительная роль в развитии мышления. Способы использования таких задач в обучении математике изучали Э.Г. Гельфман, З.П. Матушкина, М.А. Холодная и др., в обучении физике – С.В. Каплун и А.И. Песин. Однако механизмы применения некорректных задач в качестве средства развития культуры математического и естественнонаучного мышления не раскрыты:

- их развивающие возможности находятся в тени, так как приоритет многих разработанных систем задач остается за образовательными целями, не оказывающими значительного влияния на развитие культуры мышления;

- мало изучены средства развития дивергентного мышления;

- анализ задачного материала, содержащегося в учебных пособиях, позволяет утверждать, что в последних практически отсутствуют некорректные задачи.

Для исследования некорректных задач в указанном качестве имеются необходимые предпосылки:

- наблюдаются тенденция усиления развивающей функции задач и изменения их роли в процессе обучения (Ю.М. Колягин, В.В. Давыдов, Г.И. Саранцев, Д.Б. Эльконин, Э.Г. Гельфман, М.А. Холодная, З.П. Матушкина и др.), а также приближение задач к деятельности человека (Г.Д. Бухарова, О.Я. Емельянова, Г.П. Стефанова, Р.Р. Сулейманова);

- человек часто сталкивается с задачами, условие которых не является необходимым и достаточным для решения, в связи с чем возрастает значимость умения преобразовывать условие задачи с целью получения результата, ограниченного некоторыми рамками;

- в современном естествознании востребовано дивергентное мышление (Дж. Гилфорд, Е. Торренс, Л.Я. Дорфман, К.В. Дрызгунов и др.), в процесс формирования которого могут внести значительный вклад некорректные задачи.

Таким образом, имеет место противоречие между потребностью педагогической практики в использовании некорректных задач как средства развития культуры математического и естественнонаучного мышления и отсутствием теории, раскрывающей методику их использования. Отсюда возникает **проблема** поиска условий эффективного использования некорректных задач с целью развития культуры математического и естественнонаучного мышления обучаемых.

Цель исследования – разработать и теоретически обосновать методику использования некорректных задач в качестве средства развития у учащихся культуры математического и естественнонаучного мышления в процессе обучения.

Объект исследования – развитие у школьников культуры математического и естественнонаучного мышления в процессе обучения.

Предмет исследования – способы формирования и использования некорректных задач с целью развития культуры математического и естественнонаучного мышления школьников.

Гипотеза исследования

Совокупность некорректных задач будет обеспечивать эффективное развитие культуры математического и естественнонаучного мышления учащегося в единстве всех его составляющих, если:

- 1) содержание и структура комплекса задач будут соответствовать принципам модульности, полноты, вариативности, открытости, эффективности, преемственности в содержательном и структурном аспектах;
- 2) одновременно используются как некорректные задачи, так и задачи, которые таковыми кажутся;
- 3) включаются задания, требующие построения упрощенной (содержащей достаточное количество данных) модели некорректной задачи путем отбрасывания избыточных данных или изменения требования задачи; дополнения любого набора данных некорректной задачи для получения различных корректных задач;
- 4) используются задания на составление задач по уравнениям, чертежам, схемам с учетом дополнения при необходимости недостающими данными.

В соответствии с поставленной целью и сформулированной гипотезой определены следующие **задачи исследования**:

1. Провести психолого-педагогический анализ сущности понятий «естественнонаучное мышление», «математическое мышление», «культура естественнонаучного мышления» и «культура математического мышления».
2. Изучить состояние проблемы развития культуры математического и естественнонаучного мышления учащихся при обучении математике, химии, физике; обобщить результаты исследований.
3. Уточнив сущностные представления о понятии «некорректная задача» и определив место таких задач в структуре различных классификаций, выделить основные виды некорректных задач в предметах естественнонаучного и математического циклов.
4. Разработать и экспериментально проверить эффективность методики использования некорректных задач для развития культуры математического и естественнонаучного мышления школьников.
5. Провести педагогический эксперимент по апробации комплекса некорректных задач на материале математики, физики, химии и дать анализ его результатов.

Научная новизна исследования:

- 1) *раскрыто* понятие культуры математического и естественнонаучного мышления с позиции системного подхода как интегративной характеристики развития ее составляющих в аспекте целостности, взаимодействия и

взаимовлияния способов умственной деятельности; *определены* уровни развития культуры математического и естественнонаучного мышления, которые соотнесены с видами и функциями мыслительной деятельности учащихся и иерархически структурируют ее с учетом сложности умственных действий;

- 2) *выделены функции* математического и естественнонаучного мышления (моделирующая, методологическая, интегрирующая, формирующая логические приемы мыслительной деятельности, эвристическая, прогностическая, корректирующая);
- 3) для школьного образования *конкретизировано* понятие некорректной задачи: уточнены требования математической определенности данных; требования физической детерминированности считаются априори выполненными.
- 4) *определены* показатели развития культуры математического и естественнонаучного мышления, которые соотнесены с типами некорректных задач и уровнем развития ее компонентов: образного (семантическая гибкость, образная адаптивная гибкость), логического (критичность), абстрактного (семантическая спонтанная гибкость), систематизирующего (целостность и системность, рефлексивность).

Теоретическая значимость. Выделены структурные компоненты естественнонаучного мышления на основе дополнения набора когнитивных структур мышления структурами эмпирической проверяемости (экспериментальная, экстраполяционная), а компоненты математического мышления систематизированы с учетом предмета современной математики (фундаментальных и прикладных структур). Адаптировано к школьному курсу определение понятия «некорректная задача». Четко выделены и описаны основания классификации некорректных задач и дидактические функции каждого типа (задачи с недостающими данными, решение которых предусматривает рассмотрение нескольких случаев; задачи с недостающими данными, не имеющие однозначного решения без существенных дополнительных условий; задачи с избыточными непротиворечивыми данными; задачи с избыточными противоречивыми данными).

Практическая значимость. Предложенный комплекс некорректных задач может использоваться в процессе обучения математике, физике и химии в средней школе. Разработанная методика позволяет составлять подобные задачи по различным разделам школьного курса математических и естественнонаучных дисциплин. Отдельные положения диссертационного исследования могут быть полезны для методической подготовки студентов соответствующих факультетов, а также включены в программу курсов повышения квалификации учителей.

Теоретико-методологической основой исследования явились ведущие положения общенаучной теории систем (А.Н. Аверьянов, В.Г. Афанасьев, И.В. Блауберг, В.Н. Садовский, Г.П. Щедровицкий, Э.Г. Юдин и др.); исследования сущности процесса естественнонаучного и математического мышления (Р.А. Атаханов, Г.А. Берулава, В.А. Крутецкий, С.А. Суровикина, А.А. Столяр, А.Я.

Хинчин, Л.М. Фридман); концепция структуры мышления (Н. Бурбаки, Ж. Пиаже, В.А. Тестов); концепция дивергентного и конвергентного мышления (Е. Торранс, Д. Гилфорд, К. Тейлор, Г. Груббер, К.В. Дрязгунов, М.А. Холодная); теоретические основы дидактики (В.И. Андреев, Б.С. Гершунский, В.И. Загвязинский, И.Я. Лернер, В.А. Ситаров и др.); исследования по проблеме развития культуры мышления (Л.П. Безуглова, Н.Н. Егорова, Т.А. Иванова, Ю.В. Соловьева); исследования по использованию задач в качестве дидактического средства обучения (Г.А. Балл, Г.Н. Васильева, Л.Л. Гурова, В.И. Загвязинский, Ю.М. Колягин, И.В. Соловьева, Е.И. Машбиц, Л.М. Фридман и др.).

Методы исследования:

теоретические – изучение и теоретический анализ научной литературы (по философии, психологии, педагогике, по методикам преподавания математических и естественнонаучных дисциплин); исследование проблемы на основе методологии системного подхода, математического моделирования и др.;

эмпирические – изучение и обобщение педагогического опыта, педагогическое наблюдение, тестирование, констатирующий, формирующий, сравнительный, лабораторный эксперименты.

Надежность и обоснованность результатов исследования обеспечивались применением современной научной методологии, опорой на фундаментальные психолого-педагогические исследования, использованием принципов системного подхода к изучению проблемы; экспериментальной проверкой всех основных теоретических выводов и апробацией соответствующих материалов в общеобразовательной школе; применением методов математической статистики с целью определения достоверности количественных показателей, проверки статистических гипотез, установления взаимосвязей изучаемых параметров.

Экспериментальной базой исследования явились: МОУ «СОШ № 1», МОУ «СОШ № 17» г. Соликамска.

Основные этапы исследования:

На первом этапе (2004-2006 гг.) проводился анализ философской, психологической, педагогической, методической, математической, естественнонаучной литературы по проблемам развития математического и естественнонаучного мышления и реализации дидактической роли некорректных задач в процессе обучения в средней школе.

На втором этапе (2006-2007 гг.) были сформулированы основные теоретические положения; определен необходимый диагностический инструментарий и организованы констатирующий срез, формирующий и лабораторный эксперименты.

На третьем этапе (2007-2008 гг.) осуществлялась математико-статистическая обработка экспериментальных данных, интерпретация результатов исследования.

Апробация. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда в 2008 г., проект № 08-06-00012а. Результаты опубликованы в журналах «Образование и наука» (Екатеринбург, 2007 г.), «Вестник Челябинского государственного педагогического университета» (Челябинск, 2007 г.), «Альманах современной науки и образования» (Тамбов, 2007 г.), «Современные проблемы науки и образования» (Москва, 2008 г.) и отражены в докладах на международных научных конференциях «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития, 2007» (Одесса, 2007 г.), «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития, 2008» (Одесса, 2008 г.), «Актуальные вопросы педагогики» (Прага, 2008 г.); на всероссийских и региональных научных конференциях «Проблемы регионального образования от ДООУ до вуза в условиях Верхнекамья» (Соликамск, 2007 г.), IX-X научно-практическая конференция преподавателей-предметников, студентов и школьников (Соликамск, 2004 г.), «Педагогические идеи Е.А. Дышинского и современное математическое образование» (Пермь, 2004 г.), «Проблемы и перспективы историко-культурного развития г.Соликамска». (Соликамск, 2005 г.), «Современное образование в Верхнекамье: от школы до вуза» (Соликамск, 2006 г.).

Положения, выносимые на защиту:

1. Под математическим мышлением будем понимать процесс отображения объективной действительности, который предполагает формирование когнитивных структур как гомоморфных образов математических (фундаментальных и прикладных) структур. К фундаментальным математическим структурам, в той или иной степени представленным в школьном образовании, отнесем топологическую, порядковую, алгебраическую, логическую, структуру конструирования алгоритмов, комбинаторную, стохастическую, образно-геометрическую структуру. В естественнонаучном мышлении когнитивные структуры формируются на основе взаимодействия математических структур, соответствующих специфике изучаемого объекта, и экстраполяционной и экспериментальной структур.

2. Культура математического и естественнонаучного мышления (с позиции системного подхода) представляет собой интегративную характеристику его развития как некой целостности во взаимодействии и взаимовлиянии различных компонентов. К основным составляющим культуры математического и естественнонаучного мышления относятся *логический* (анализ и синтез воспринимаемых объектов, выполнение умозаключений с опорой на опыт, перенос знаний из одной сферы в другую), *образный* (распознавание объектов по внешним признакам, установление количественных отношений между величинами и их мерами, оперирование идеальными образами и реальными моделями объектов), *абстрактный* (оперирование знаковыми обозначениями, нахождение существенных признаков явлений, процессов и выявление на их основе новых

закономерностей, применение ранее изученных знаний в новой ситуации) и *систематизирующий* (классификация объектов, сравнение объектов по различным категориям, разработка алгоритмов решения простейших естественнонаучных проблем, распознавание эмпирической области изучаемых объектов) компоненты.

3. Уровни развития культуры математического и естественнонаучного мышления соотносятся с видами и функциями мыслительной деятельности учащихся. Ее структуру можно иерархически упорядочить в зависимости от сложности умственных действий, что позволяет раскрыть их функциональные возможности. Низший уровень базируется на копировании математических структур объекта изучения описанием его структуры типами связей его элементов. Средний уровень мыслительной деятельности предполагает преимущественно конвергентные мыслительные операции, опосредованные через призму когнитивной схематизации, характеризуется комбинированием элементарных базовых действий с помощью средств конструирования, которыми располагает ученик (логической, комбинаторной, стохастической, образно-геометрической, экстраполяционной и экспериментальной структур), синтезирует или осуществляет выбор элементов низшего уровня. Выход на высший уровень иерархии предполагает владение методологическим содержанием, характеризуется алгоритмической структурой мышления, соотносится с систематизирующим компонентом, активно использует дивергентные мыслительные операции.

4. Некорректные задачи оказывают значимое влияние на развитие культуры математического и естественнонаучного мышления обучаемых. Решение таких задач базируется на абстрактных схемах мыслительных операций и предполагает развитие дивергентного мышления. Некорректные задачи, выполняя развивающую функцию, используются наряду со стандартными (корректными) задачами, за которыми закреплены дидактические возможности. Предлагаемые школьникам задачи должны содержать задания, требующие построения модели, содержащей достаточное количество данных, по условию некорректной задачи; составления задачи по рисунку, схеме; получения различных корректных задач преобразованием любого набора данных некорректной задачи. Некорректные задачи используются наряду с задачами, которые ими кажутся.

5. Полученные в ходе экспериментальной работы количественные оценки эффективности применения некорректных задач в процессе обучения естественнонаучным и математическим дисциплинам позволили выявить закономерность между продуктивным решением таких задач и успешностью в обучении. Взаимосвязи показателей культуры мышления с оценками успешности учебной деятельности отражают интегративный характер взаимодействия компонентов мышления.

Структура диссертации отражает содержание, логику и результаты исследования. Работа состоит из введения, трех глав, заключения, 2

иллюстраций, 39 таблиц, списка использованной литературы из 183 источников, 8 приложений. Общий объем диссертации составляет 169 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность исследования, определяются объект, предмет, цели и задачи; формулируется основная гипотеза; описывается система применяемых методов и способов обоснования достоверности результатов, их апробации и внедрения; обосновываются научная новизна и практическая значимость изучаемой проблемы, приведены основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава «*Теоретические основы развития культуры математического и естественнонаучного мышления*» посвящена рассмотрению теоретических предпосылок развития культуры математического и естественнонаучного мышления (КМиЕНМ). В ней обсуждаются различные подходы к объяснению сущности понятий «математическое мышление» и «естественнонаучное мышление» и их взаимосвязи.

Учитывая, что математическое мышление как теоретическая форма мышления реализуется в процессе изучения многих наук, а тем более – естественных, его нецелесообразно рассматривать изолированно от конкретных сфер применения. Поэтому наш подход основан на установлении содержательной связи данных видов мышления, а следовательно, общности их структур в той части, которая порождает универсальные абстрактные схемы мыслительной деятельности и различий в элементах, относящихся к специфике изучаемого объекта. Наиболее перспективным на сегодняшний день является понимание сущности математического и естественнонаучного мышления через призму следующих точек зрения: во-первых, структурный подход к понятию мышления (Ж. Пиаже, В.А. Тестов и др.); во-вторых, признание роли математических методов в формировании естественнонаучного знания.

Под математическим мышлением будем понимать процесс отображения объективной действительности, который предполагает формирование когнитивных структур как гомоморфных образов математических структур. При этом структура рассматривается нами как совокупность устойчивых связей, обеспечивающих целостность объекта. К фундаментальным математическим структурам относят порядковую, алгебраическую и топологическую – модели реальных явлений (Н. Бурбаки); к когнитивным структурам – средствам, методам познания – логическую, структуру конструирования алгоритмов, комбинаторную, стохастическую, образно-геометрическую структуры. *Естественнонаучное мышление* можно определить аналогично, выделив дополнительно структуры, связанные с эмпирической проверяемостью естественнонаучных фактов, – экстраполяционную и экспериментальную, – которые при изучении естественных дисциплин в школе часто являются ведущими.

Математическое и естественнонаучное мышление выполняет ряд функций, к которым относятся общие функции мышления (понимание, решение проблем и задач, целеобразование, рефлексия) и специфические.

Охарактеризуем специфические функции математического и естественнонаучного мышления, к которым отнесем следующие. *Моделирующая функция* предполагает создание математических моделей объектов изучения; ориентирована на абстрагирование и идеализацию. *Методологическая* – практикоориентированная функция, обеспечивает установку на овладение методологическими принципами и сознательное их использование в учебно-познавательной деятельности. Реализуется в политехнической направленности обучения физике, химии, биологии вследствие того, что изучение какого-либо объекта в рамках этих учебных предметов основывается на его естественнонаучных, функциональных, морфологических, технологических характеристиках. *Интегрирующая* предполагает исследование объектов изучения с позиции системности и целостности; установку иерархии между отдельными видами знаний. *Формирующая логические приемы мыслительной деятельности* ориентирована на понимание логической структуры утверждений, обеспечение полноты дизъюнкции, оперирование законами логики). *Эвристическая* обеспечивает поиск собственных результатов в обучении, усвоение и применение эвристических приемов и методов познания. *Прогностическая* ориентирована на обнаружение нерешенных проблем, выдвижение гипотез, рассмотрение альтернативных решений проблем. *Корректирующая* предполагает корректирование информации, получаемой из различных источников, оценку ее значения.

Рассматривая процесс развития КМиЕНМ через призму требований личностно-ориентированного обучения к формированию умственной деятельности школьников, в качестве основы выбираем антропологический подход к определению культуры, который позволяет расширить круг относящихся к ней явлений и актуализирует субъективную роль человека как носителя сознания. Многие авторы понимают культуру как интегративную характеристику уровня развития личности, отражающую тесную взаимосвязь личности с той социальной средой, в которой происходит ее формирование (К.А. Абульханова-Славская, Б.Г. Ананьев, А.Г. Асмолов, М.М. Бахтин, Е.А. Климов, А.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн, Б.М. Теплов). Следуя такой точке зрения, под **культурой математического и естественнонаучного мышления** будем понимать интегративную характеристику уровня развития данных видов мышления.

На основе анализа современной психологической, педагогической и методической литературы был определен структурно-компонентный состав характеристик КМиЕНМ, которые представлены нами в единстве (см. табл.1).

Таблица 1

**Структурно-компонентные характеристики культуры
математического и естественнонаучного мышления**

Комп онен ты	Критерии	Показатели
--------------------	----------	------------

Образный	<ul style="list-style-type: none"> – Выполнение анализа структуры образа, являющегося моделью реального явления или объекта; – использование аналогий структур образа и реального объекта при изучении свойств последнего; – наличие представлений о возможностях измерения качеств реального объекта на основе структуры его образа; – оценка возможностей анализа количественных отношений между свойствами реального объекта по свойствам образа; – осуществление мыслительных преобразований плоскости и пространства в связи с изменениями расположения объектов и количественных соотношений между ними 	<p><i>Семантическая гибкость</i> – способность видеть объект задачи под новым углом зрения, обнаруживать все случаи, отвечающие условию задачи;</p> <p><i>образная адаптивная гибкость</i> – способность изменять восприятие объекта задачи таким образом, чтобы видеть его новые, скрытые от наблюдения стороны</p>
Логический	<ul style="list-style-type: none"> – Проведение анализа и синтеза структуры объекта, упорядочивание по значимости его свойств и признаков; – построение рассуждений в соответствии с правилами формальной логики; – владение схемами рассуждений: по аналогии, индукции, дедукции; – выполнение простейших логических операций над высказываниями (отрицание, построение обратного утверждения и др.) 	<p><i>Критичность</i> – способность исследовать условие на непротиворечивость данных</p>
Абстрактный	<ul style="list-style-type: none"> – Владение буквенно-знаковой символикой при проведении рассуждений; – выделение существенных свойств и признаков абстрактных объектов или их совокупностей (терминов, понятий, логических схем); – формулирование и проверка гипотез; – применение знаний, которыми владеет субъект, в новой ситуации 	<p><i>Семантическая спонтанная гибкость</i> (или способность к самоопределению в ситуации неопределенности) – способность продуцировать разнообразные дополнения недостающих данных, выражающая в умении оперировать представлениями с постоянным добавлением своих фактов к суждениям и умозаключениям. Отбор данных для составления модели условия задачи из избыточного количества</p>

Систематизирующий	<ul style="list-style-type: none"> – Определение эмпирической области (отбор имеющихся методологических знаний, связанных с изучаемой тематикой); – выявление многообразия связей и отношений, существующих как в структуре исследуемого объекта, так и в его взаимоотношениях с внешним окружением (средой); – выполнение иерархически упорядоченных классификаций объектов и их свойств по составным критериям; – выделение из общего набора свойств объекта существенных свойств в связи с конкретной задачей анализа объекта, подбор соответствующего способа действий, механизмы принятия решений; – определение системных свойств объекта (или совокупности объектов), возникающих в результате его рассмотрения как некоей целостности (системы) 	<p><i>Целостность и системность</i> – восприятие формальной структуры задачи как комплекса взаимосвязанных причин, составляющих ее сущность (обнаружение недостающих и избыточных данных);</p> <p><i>рефлексивность</i> – потребность в рефлексии, объективность анализа полученных результатов</p>
-------------------	--	---

КМиЕНМ может проявляться на низком, среднем и высоком уровнях. Уровни КМиЕНМ соответствуют применяемым мыслительным операциям: низкий (синкретичное мышление, без умения оперировать когнитивными структурами), средний (преимущественно конвергентное мышление, опосредованное через призму когнитивной схематизации) и высокий (дивергентное мышление, владение методологическим содержанием). В рамках обучения предметам математического и естественнонаучного цикла в школе этого достаточно, причем уже на высоком уровне осуществляется выход на творческую деятельность. Достижение творческого уровня развития личности может считаться наивысшим результатом.

Каждая из естественных наук имеет свою структуру, методы исследования (инструментарий), предметное поле, описывает какую-то одну сторону природы и строит ее модель. Для рассмотрения КМиЕНМ как системы, обладающей собственной внутренней структурой, были подобраны компоненты, которые наиболее точно и целостно, с единых позиций описывают процессы и явления, протекающие в природной среде. Они демонстрируют механизмы обработки эмпирических данных, тесную взаимосвязь между природой и методами обработки данных. Так, например, логические рассуждения, наряду с наблюдением, являлись основными методами натурфилософии; естественнонаучное познание неразрывно связывается с накоплением и систематизацией, осмыслением и обобщением знаний о природе и обществе. Следует отметить широкое применение системы абстракций (символического языка) в процессе изучения естественно-математических дисциплин, которые, возникнув на базе опыта, требуют дальнейшего обращения к практике. В экспериментальных науках особое значение имеют выводы, полученные обращением к идеальным моделям процессов и явлений (например, химические уравнения), соотношением качеств реального объекта и

его единиц измерения. Достаточные утверждения высказываются для идеальных объектов, но воспринимаются как утверждения об объектах, наглядно представляемых, и применяются к реальным вещам, в которых объекты реализуются условно.

В качестве методологического инструментария исследования рассматривается концепция системного подхода (В.И. Загвязинский, Т.А. Ильина, Ф.Ф. Королев, А.Г. Кузнецова, Н.В. Кузьмина, Ю.Н. Кулюткин и др.). С позиции системного подхода структура деятельности обучаемого представляется в виде системы операций и методов, используемых учащимся для решения задачи. Проиллюстрируем это через призму деятельности по решению задач, распределенной по иерархически последовательным уровням. Низший уровень иерархии мыслительной деятельности требует копирования фундаментальных структур объекта изучения. Осуществляется детерминированное функционирование системы «ученик» (воспроизведение известных фактов, действие по заданному алгоритму и др.). Фундаментальные структуры позволяют описать структуру объекта изучения указанием типов связи его элементов (алгебраическая структура задает связи посредством операций, топологическая – предельных процессов, порядковая – отношений порядка (Ю.Я. Каазик)). Средний уровень мыслительной деятельности предполагает выполнение комбинаций из элементарных базовых действий с помощью средств конструирования, которыми располагает ученик (логической, комбинаторной, стохастической, образно-геометрической, экстраполяционной и экспериментальной структурах), и характеризуется комбинированием элементов низшего уровня или их выбором. Этот уровень связан с образным, логическим и абстрактным компонентами культуры мышления. Высший уровень требует изобретения собственного способа действий. Элемент высшего уровня в системе методов по отношению к операциям и методам низшего и среднего уровней можно образно обозначить как «метод оперирования» методами (И.Д. Пехлецкий). Выход на высший уровень иерархии подразумевает владение методологическим содержанием (универсальными схемами рассуждений, рациональными методами осуществления сложной познавательной деятельности). Данному уровню таким образом, свойственна алгоритмическая структура. Высшему иерархическому уровню отвечает преимущественно систематизирующий компонент культуры мышления, некоторые проявления которого имеются и на предыдущих уровнях.

Качественные характеристики уровней развития КМиЕНМ, опосредованные решением некорректных задач, представлены в таблице 2.

Таблица 2

Качественные критерии уровней развития КМиЕНМ

<i>Семантическая гибкость</i>		
Высокий уровень. Учащийся легко и правильно выявляет все случаи, отвечающие условию задачи	Средний уровень. Учащиеся правильно, лишь иногда допуская ошибки, выделяют все случаи, отвечающие	Низкий уровень. Учащиеся затрудняются выделить отвечающие условию задачи случаи, ограничиваются изучением наиболее

	условию задачи	выраженных, по их мнению, вариантов
<i>Образная адаптивная гибкость</i>		
Высокий уровень характеризуется знанием логической процедуры отыскания противоречия и умением безошибочно сопоставлять части условия и ответы к геометрической задаче. Ученик быстро и безошибочно исследует условие на противоречивость с изученными ранее теоретическими фактами	Средний уровень характеризуется тем, что ученик знает процедуру отыскания противоречия, но испытывает затруднения при его обосновании и нуждается в помощи учителя. Ученик этого уровня допускает ошибки при решении геометрических задач, но потом обнаруживает и оказывается способным их исправить	Низкий уровень имеют ученики, не умеющие пользоваться процедурой нахождения противоречия. С большим трудом сопоставляют части условия и полученный в ходе решения ответ, при этом часто необоснованно и неправильно. При решении противоречивых задач допускают ошибки и не видят их
<i>Критичность</i>		
Высокий уровень. Ученик безошибочно определяет избыточные данные и исследует условие на противоречивость	Средний уровень характеризуется тем, что ученик допускает ошибки при выявлении избыточных данных, но верно решает вопрос об их противоречивости. Не всегда может исследовать вопрос о существовании решения при большом количестве теоретического материала	Низкий уровень. Допускает ошибки, при помощи учителя может их обнаружить, но исправляет с трудом
<i>Семантическая спонтанная гибкость</i>		
Высокий уровень. Ученик быстро составляет модель задачи по имеющимся данным и безошибочно включает дополнительные условия, исследуя вероятность наступления которых ограничивает ответ	Средний уровень. Ученик в ходе решения приходит к выводу, что задача не решается и указывает каких данных недостает, но может ошибиться, сводя решение задачи к рассмотрению нескольких случаев, не исчерпывающих ответ	Низкий уровень. Ученик видит невозможность однозначного решения задачи, но не умеет предложить варианты реализации ее условия
<i>Целостность и системность</i>		
Высокий уровень характеризуется тем, что ученик без труда осуществляет процедуру комбинаторного перебора всех отвечающих условию случаев. Задача воспринимается как комплекс взаимосвязанных объектов,	Средний уровень характеризует учеников, которые знают структуру комбинаторного перебора, но испытывают затруднения при его выполнении. Требуется помощь учителя	Низкий уровень. Рассматривает задачу как совокупность разрозненных фактов. Не может определить тип задачи без помощи учителя

потому ученик предлагает сразу несколько возможных дополнений условия задачи посредством выявления многообразия связей и отношений, существующих как в структуре исследуемого объекта, так и в его взаимоотношениях с внешним окружением (средой)		
<i>Рефлексивность</i>		
Высокий уровень. Ученик почти не допускает ошибок при решении задач, а допущенные ошибки быстро и правильно исправляет	Средний уровень. Ученик этого уровня допускает ошибки при решении задач, но потом их обнаруживает (при необходимости и с помощью учителя) и оказывается способным исправить их	Низкий уровень. Ученик допускает ошибки при решении задачи и не видит их

Во второй главе *«Роль некорректных задач в развитии культуры математического и естественнонаучного мышления в процессе обучения»* проводится психолого-педагогический анализ понятия «задача», обосновывается роль некорректных задач в обучении предметам математического и естественнонаучного циклов, выделяются виды некорректных задач и особенности их конструирования, описываются этапы работы с некорректной задачей, проводится анализ учебников с позиции включения в их содержание некорректных задач.

Несмотря на широкую распространенность понятия «задача», оно не имеет однозначного толкования. Наиболее распространенным является понимание сущности задачи как цели мыслительной деятельности, которая может быть достигнута в определенных условиях (А.Н. Леонтьев). Многие исследователи (К.А. Абульханова-Славская, Л.Л. Гурова, А.Я. Пономарев) под задачей понимают ситуацию, которая определяет действие субъекта, удовлетворяющего потребность путем изменения ситуации и поиска необходимых для решения задачи средств.

В данном исследовании за основу возьмем определение задачи, предложенное А.Н. Леонтьевым, конкретизируя его в аспекте условий достижения цели. Под задачей понимается *цель мыслительной деятельности, в которой в диалектическом единстве представлены составные элементы (предмет, условие и требование), а получение некоторого познавательного результата возможно при раскрытии отношения между известными и неизвестными элементами* (Г.Д. Бухарова).

Понятие корректности (правильности) постановки задачи было сформулировано в начале прошлого века (1932 г.) известным французским математиком Жаком Саломоном Адамаром (1865 – 1963) для математической физики. Говоря о структурных компонентах математической задачи, заметим,

что практически все математические задачи отличает тот факт, что по исходным данным (u) ищется решение (z). При этом считается, что u и z связаны функциональной зависимостью $z = R(u)$. Задача называется корректной задачей (или корректно поставленной), если выполнены следующие требования (требования корректности): 1) задача имеет решение при любых допустимых исходных данных (существование решения); 2) каждым исходным данным (u) соответствует только одно решение (однозначность задачи); 3) решение устойчиво (решение задачи непрерывно зависит от данных задачи). Смысл первого требования заключается в том, что среди исходных данных нет противоречащих друг другу условий, что исключало бы возможность решения задачи. Второе требование означает, что исходных данных достаточно для однозначной определенности решения задачи. Эти два требования обычно называют требованиями математической определенности задачи. Третье требование непрерывной зависимости решения (z) от какого-либо данного (u) означает следующее: пусть последовательность данных u_k , где $k=1, 2, \dots$, стремится к значению u ; пусть z_k и z – соответствующие решения задачи. Тогда последовательность z_k должна стремиться к функции z . В развитие теории некорректных задач и методов их решения внесли вклад такие ученые, как В.К. Иванов, М.М. Лаврентьев, А.Н. Тихонов.

Определение некорректных задач, предлагаемое в данном исследовании, отличается от того, которое известно в курсах математического анализа и математической физики. Мы ограничимся двумя первыми требованиями. Вопрос о выполнимости требования непрерывной зависимости решения от данных задачи может быть решен для таких задач, например, из области математической физики, которые не рассматриваются в школе.

Исходя из этого, под *корректной (корректно поставленной) задачей мы будем понимать такую задачу, для которой выполняются следующие два требования: 1) решение задачи существует; 2) решение задачи единственно и определено однозначно.* Требование однозначности решения задачи исключает наличие избыточных данных, в том числе и непротиворечивых. В противном случае задача будет называться некорректной (некорректно поставленной).

Вопросами работы с задачами с недостающими и избыточными данными занимались (Э.Г. Гельфман, В.А. Крутецкий, Н.В. Метельский, Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов и др.). Эти авторы выделяют типы и приводят примеры таких задач, описывают работу с конкретными задачами, останавливаются на их значении. По соответствию числа данных и искомого можно выделить следующие типы некорректных задач (Т.Е. Демидова, А.П. Тонких).

1. Задачи с недостающими данными, решение которых предполагает рассмотрение нескольких случаев. Условие таких задач определяет описываемую ситуацию неоднозначно. Необходимо выделить различные случаи, удовлетворяющие условию задачи, и работать с каждым из них в отдельности. Каждый выделенный случай представляет собой стандартную (традиционную) задачу, имеющую одно решение.

2. Задачи с недостающими данными, не имеющие однозначного решения без существенных дополнительных условий. В такой задаче отсутствуют необходимые элементы для отыскания ответа на вопрос, поэтому без существенного дополняющего условия задачу решить невозможно.

3. Задачи с избыточными данными, не противоречащими друг другу. В такой задаче содержится лишнее данное, которые необходимо выявить при анализе условия (или на другом этапе работы) и не учитывать при поиске решения. После того, как решение будет найдено, необходимо установить, не противоречит ли оно данному, которое было исключено из рассмотрения.

4. Задачи с избыточными данными, имеющие противоречивое условие. Условие таких задач содержит в себе несовместимые части, то есть не существует никакого объекта, удовлетворяющего взаимно исключаящим друг друга частям условия. Задача такого типа не имеет решения. При решении таких задач необходимо увидеть противоречие, соотнести полученные результаты с данными, которые были упущены при решении. Иногда требуется провести ряд дополнительных преобразований, чтобы выявить противоречие. Отказ от таких задач может привести к снижению внимания на этапе рефлексии.

Предложенное деление не исчерпывает все разновидности некорректных задач, но с позиции развития культуры математического и естественнонаучного мышления их достаточно. Рассматриваемые типы задач отражают все выделенные нами компоненты культуры мышления и могут быть сконструированы на материале предметов математического и естественнонаучного циклов.

Некорректные задачи выступают как составная часть системы задач, направленной на развитие культуры мышления. Эта система содержит инвариантную и вариативную части, ориентированные на обучающие и развивающие цели. Некорректные задачи могут включаться в обе части, выполняя в качестве ведущей развивающую функцию и подготавливая учащихся к эффективному принятию решений. Недостаток данных приводит к необходимости дополнения условия, избыток требует ориентации в потоке информации, ранжируя ее по значимости и достоверности. Рассмотрим основные принципы построения системы задач:

- принцип **модульности** предполагает построение систем в соотношении с определенным блоком учебного материала;
- принцип **полноты** требует, чтобы вся совокупность задач должна объективно полно отражать все особенности изучаемого материала в объеме, предусмотренном программой курса;
- согласно принципу **вариативности** в систему включаются задачи, из набора которых обучаемый может выбрать некоторые, опираясь на личные мотивы;
- учет принципа **открытости** означает возможность изменения (включения или удаления) некоторых задач вследствие корректировки поставленных целей;

- принцип **эффективности** предполагает связь между целями (развитие КМиЕНМ) и результатами внедрения задач, регулирует отбор задачного материала, оценку его развивающего эффекта;
- принцип **преемственности** ориентирует на сохранение связи между задачами на различных этапах обучения; как по типологии, так и по способам решения; он предполагает закрепление усвоенного учеником методологического содержания, его развитие и совершенствование. Принцип преемственности означает, что при использовании задач необходимо сохранять связь с теми знаниями, которые ученик получил ранее, и знаниями, полученными на других предметах. Значимость последнего возрастает в аспекте естествознания.

Данные принципы можно конкретизировать до уровня требований:

- 1) комплекс некорректных задач должен быть непротиворечивым в смысле формирования у учащихся единого и целостного представления о природе научно-теоретических понятий, составляющих основу изучаемого предмета;
- 2) комплекс некорректных задач должен учитывать временной фактор обучения, вследствие чего содержать минимальное количество задач, посредством которых достигаются все обозначенные ранее цели;
- 3) переход от задачи к задаче осуществляется с учетом уровня сложности (в зависимости от уровня подготовки и знаний обучаемых);
- 4) в процессе решения некорректной задачи качественно обогащается познавательная деятельность ученика и раскрываются новые аспекты изучаемого объекта или явления;
- 5) в процессе обучения в равной степени используются все типы некорректных задач.

Некорректные задачи можно предлагать учащимся уже в 5-6 классах. Начинать работу с подобными задачами следует с введения задач с избыточными данными, предупреждая учащихся о наличии этих данных и предлагая им найти такие данные. Постепенно можно переходить от простых задач к задачам с не явно заметными избыточными данными. Когда учащиеся приобретут некоторые навыки работы с такими задачами, можно перестать предупреждать о наличии избыточных данных, чередуя некорректные задачи с традиционными. На определенном этапе предлагаемые учащимся задачи с избыточным условием становятся противоречивыми. Использование таких задач постепенно приучит школьников к тому, что обнаруженное в условии лишнее данное не следует игнорировать, а необходимо проверять условие на противоречивость. Рассмотрение задач с противоречивыми данными позволит учащимся заметить (не без помощи учителя) полезность вдумчивого анализа условия, в результате которого можно выявить противоречивость и тем самым не искать решения, то есть облегчить себе работу. А поскольку никогда не ясно, есть ли противоречие в условии задачи или нет, то специальному анализу будут подвергаться условия всех задач.

Когда задачи с избыточными данными станут привычными и не будут вызывать у учащихся настороженности, можно перейти к решению задач с

недостающими данными. Первыми задачами с недостающими данными могут стать задачи, условие которых требует рассмотрения нескольких случаев. Всестороннее изучение условия будет способствовать формированию качеств дивергентного мышления. Когда учащиеся будут потенциально готовы к многовариантности условия и вознамерятся искать все возможные альтернативы, им следует предложить задачи, не имеющие однозначного решения без существенных дополнительных условий. При этом полезно выявить зависимость ответа задачи от различных дополнений условия учащимися.

Остановимся на особенностях включения некорректных задач в зависимости от дидактической цели этапа урока.

Цель: актуализировать изученные знания и способы действий учащихся. Этап актуализации знаний и способов действий связан с воспроизведением учащимися опорных знаний, изученных ранее или накопленных на основе личных наблюдений. Некорректные задачи не должны быть сложными и трудоемкими, в противном случае их применение будет нецелесообразным. Кроме того, на этом этапе учащимся можно предлагать корректные задачи, которые пока лишь кажутся некорректными (недостаток данных), но уже после изучения нового материала могут быть решены самими учениками. Решение некорректных задач проверяется фронтально, при активном участии всего класса. Такая работа позволяет формировать у обучаемых конкретные образы, правильно рассуждать. На этапе актуализации активно используются задачи с недостающими данными, не имеющие однозначного решения без дополнительных условий. Учащиеся получают задание дополнить недостающими данными условие задачи и решить ее. Применение таких задач позволяет учителю организовать повторение логической структуры определений основных понятий, способствует повторению учениками теоретических положений.

Цель: сформировать новые понятия и способы действий. Некорректные задачи применяются на данном этапе для полноценного усвоения учащимися нового материала в различных ситуациях. Некорректные задачи всех типов используются для выделения главного содержания в материале, а также для установления внутрипредметных связей. На этапе формирования новых знаний и способов деятельности активно применяются задачи с недостающими данными, требующие рассмотрения нескольких случаев. Часто учебные задачи и доказываемые теоремы содержат в себе потенциальную многовариантность условия и для полного представления их структуры необходим более глубокий анализ.

Цель: сформировать у учащихся умения применять полученные знания. На этапе первичного закрепления некорректные задачи направлены на доведение знаний до полного усвоения и применения их в условиях первичной генерализации, когда знания еще недостаточно устойчивы. Решение некорректных задач тесно сочетается с объяснением соответствующих правил

или обоснованием. Они не должны быть слишком сложными по степени трудности и самостоятельности.

Некорректные задачи можно использовать при изучении различных тем, предусматривающих содержательную или математическую постановку задачи (текстовые задачи). Некорректные задачи в рамках отдельной темы должны органично дополнять корректные задачи, которые выполняют основные дидактические функции.

Особое место занимают задания на конструирование некорректных задач. К основным приемам конструирования таких задач относим: расширение (ограничение) условия – замену входящих в условие задачи компонентов более общими (конкретными); фиксацию данных условия задачи при удалении некоторых их характеристик; дополнение условия задачи следствиями из того, что дано, или из ответа; дополнение условия задачи данными, противоречащими следствиям или ответу; изменение требования посредством конкретизации (обобщения) объектов.

Особенности задач с недостающими и избыточными данными нашли отражение в предложенных нами приемах работы по поиску их решения.

В третьей главе «Экспериментальное исследование эффективности использования некорректных задач в качестве средства развития культуры математического и естественнонаучного мышления обучающихся» описывается методика формирующего и лабораторного экспериментов и схемы обработки результатов.

1. Особенности организации лабораторного эксперимента

Была проведена серия лабораторных экспериментов на базе МОУ «СОШ № 17». Были выделены контрольная и экспериментальная группы. Учащиеся контрольной группы решали только корректные задачи, учащиеся экспериментальной группы – некорректные задачи по химии. Затем они самостоятельно решали корректные и некорректные задачи, имея возможность обратиться к учителю с любым вопросом. Эффективность усвоения темы проверялась с помощью традиционной контрольной работы, с которой гораздо успешнее справились учащиеся экспериментальной группы (обнаружены статистически значимые различия в средних показателях успешности для данных групп по t-критерию).

Аналогичные эксперименты были проведены по физике. На разных этапах усвоения знаний учащимися использовались последовательно усложняющиеся способы организации мыслительной деятельности за счет применения специальной системы некорректных задач. Особенно значимый положительный эффект был достигнут на этапе обобщения и систематизации изученного материала по темам: тепловые явления, изменение агрегатных состояний веществ, электрические явления, электромагнитные явления, световые явления. Методическая структура экспериментальных уроков в целом была идентична урокам математики. Специфика физики учтена в конкретных приемах работы с некорректными задачами.

2. Разработка и апробация методики применения некорректных задач в качестве средств развития КМиЕНМ обучаемых.

С целью проверки эффективности разработанной методики были предприняты экспериментальные исследования, в которых принимали участие учащиеся 6-х, 8-х, 10-х классов. Охарактеризуем один из них, который проходил на базе школы № 17 г. Соликамска в процессе обучения геометрии. Суть экспериментального обучения заключалась в следующем. Сначала были выбраны методом случайного отбора контрольная и экспериментальная группы (в 10-м классе) и проведен констатирующий эксперимент, позволяющий определить в этих группах уровень КМиЕНМ в целом и ее компонентов в частности. Сравнительные результаты начального уровня КМиЕНМ экспериментальных и контрольных групп не имели существенных различий. В экспериментальной группе задачный материал был дополнен некорректными задачами. Использовались некорректные задачи различных типов. Наряду с некорректными задачами предлагались стандартные (корректные) задачи. Домашнее задание также предполагало решение некорректных задач. За время организации эксперимента подобные задачи стали для учащихся равноправным элементом предлагаемого им задачного материала. Самостоятельные и контрольные работы также содержали некорректные задачи. Всего было решено каждым учащимся 80 некорректных задач (примерно по 20 задач каждого из рассмотренных нами видов). В заключении учащимся был предложен срез, диагностирующий уровень развития культуры математического и естественнонаучного мышления.

Результатом формирующего эксперимента явились количественные оценки средних значений исследуемых параметров. В таблице 3 представлена достоверность различий итоговых показателей КМиЕНМ в контрольной и экспериментальной группах.

Таблица 3

Сравнение средних значений показателей исследуемых параметров в конце опытно-экспериментального воздействия (10 класс)

	Экспериментальная группа	Контрольная группа	Достоверность различий по критерию Стьюдента
Сем_гиб	2,181818	1,894737	0,197480
Обр_ад_гиб	2,409091*	1,842105*	0,007127*
Кр	2,272727	1,894737	0,101157
Сем_сп_гиб	2,090909	1,947368	0,512671
Цел_сист	2,272727	2,210526	0,737702
Реф	2,363636*	1,947368*	0,044862*

*Примечание: Сем_гиб – семантическая гибкость, Обр_ад_гиб – образная адаптивная гибкость, Кр – критичность, Сем_сп_гиб – семантическая спонтанная гибкость, Цел_сист – целостность и системность, Реф – рефлексивность. В таблице приведены коэффициенты корреляции (с символом * – статистически значимые) между соответствующими показателями.*

У обучаемых экспериментального класса произошли существенные сдвиги по выбранным показателям КМиЕНМ. Статистически значимыми являются рефлексивность и образная адаптивная гибкость, что можно объяснить тем, что экспериментальное воздействие осуществлялось на материале геометрии.

Результаты формирующего эксперимента заключались в следующем: установлена достоверность различий (по t – критерию) начальных и итоговых показателей: 1) сформированности образного, логического, абстрактного, систематизирующего компонентов КМиЕНМ соответственно в 6-м классе (1,17; 2,29), (5,13; 6,42), (3,67; 5,63), (5,29; 7,46), $p < 0,001$; в 8-м классе (5,95; 7,5), (5,95; 6,95), (3,62; 5,81), (7,52; 8,71) $p < 0,5$; в 10-м классе (5,23; 7,5), (5,55; 6,5), (4,5; 5,95), (5,23; 8,18), $p < 0,5$; 2) показателей компонентов КМиЕНМ (семантическая гибкость, образная адаптивная гибкость, критичность, семантическая спонтанная гибкость, целостность и системность, рефлексивность); также выявлены взаимосвязи компонентов КМиЕНМ и личностных качеств обучаемых (интеллект, эмоциональная устойчивость, находчивость, настойчивость, самоконтроль, конформизм).

С комплексом показателей был проведен корреляционный анализ. Плеяды многофункциональных связей составлены для выделенных компонентов КМиЕНМ на материале итоговых данных в экспериментальных группах по 6-м, 8-м, 10-м классам.

У шестиклассников компоненты КМиЕНМ коррелируют с соответствующими показателями, выявленными с помощью некорректных задач, и показателями теста Амтхауэра. Спектр выявленных связей свидетельствует об интеграции составляющих математического мышления и достижении определенного уровня его культуры. Учитывая лонгитюдный характер исследования, можно утверждать, что работа с некорректными задачами оказывает положительное влияние на развитие компонентов КМиЕНМ, повышая тем самым успешность обучения школьников в целом.

В старших классах статистически значимые коэффициенты корреляции создают возможность для анализа связи компонентов культуры математического и естественнонаучного мышления с оценками по предметам естественнонаучного цикла (химия, биология) и личностными качествами (интеллект, находчивость, настойчивость, уверенность, самоконтроль) обучаемых. В 10 классе повышается значимость взаимосвязей компонентов культуры мышления с показателями общей осведомленности, интеллекта и самоконтроля деятельности, причем большее количество корреляционных взаимосвязей принадлежит образному, логическому и абстрактному компонентам. Это, по-видимому, связано, с одной стороны, с возрастными особенностями мышления, выраженными в существенных сдвигах в формировании теоретического мышления (умения оперировать гипотезами, анализировать свои собственные мыслительные операции и т.д.), а с другой – с характером учебной деятельности, обусловленной подготовкой к экзаменам, т.е. большой долей репродуктивной работы учащихся. Кроме того, экспериментальное действие осуществлялось на материале геометрии, что

нашло свое отражение в большом количестве связей образного компонента культуры мышления.

3. Выявление характера влияния компонентов КМиЕНМ на успешность учебных достижений.

Данный этап имел своей целью выявление меры влияния основных компонентов КМиЕНМ на повышение успешности учебной деятельности учащихся. В нем приняли участие учащиеся 6-х, 8-х, 10-х классов общеобразовательных школ г.Соликамска (N=124). Такая выборка испытуемых была организована для получения надежных результатов по всем звеньям полного среднего образования. На констатирующем этапе было установлено, что большая часть обучаемых не умеет устанавливать аналогию структур образа и реального объекта; рассуждать в соответствии с правилами формальной логики; выделять существенные свойства и признаки абстрактных объектов; выявлять связи и отношения, существующие как в структуре исследуемого объекта, так и в его взаимоотношениях с окружающим миром.

Для выявления меры влияния компонентов культуры математического и естественнонаучного мышления на изменение показателей успеваемости обучаемых 6, 8 и 10 классов были получены регрессионные уравнения следующего типа до и после обучающего воздействия:

$$Y = a \cdot \text{обр.комп} + b \cdot \text{лог.комп} + c \cdot \text{абс.комп} + d \cdot \text{сист.комп} + e^*;$$

Примечание: Y – показатель успешности учебной деятельности школьников; обр.комп – образный компонент; лог.комп – логический компонент; абс.комп – абстрактный компонент; сист.комп – систематизирующий компонент.

Учитывая величину коэффициентов уравнений, можно сделать вывод о том, что в шестом классе на показатели успешности учебной деятельности в начале эксперимента компоненты КМиЕНМ оказали в равной мере несущественное влияние, в то время как после проведения эксперимента на успешность существенно повлияли логический и систематизирующий компоненты, в меньшей степени – образный и абстрактный компоненты. В начале эксперимента в 8-м и 10-м классах компоненты культуры математического и естественнонаучного мышления оказывали воздействие на показатели успешности учебной деятельности по предметам естественно-математического цикла. Тем не менее, после проведения экспериментальной работы уровень их влияния, как правило, усиливался, причем в большей мере доминировали образный и систематизирующий компоненты. Сформированная совокупность умственных навыков учащихся способствует более успешному обучению, в том числе и по предметам естественнонаучного цикла.

Таким образом, на основе полученных результатов можно сделать вывод, что некорректные задачи вносят вклад в развитие культуры мышления обучаемых, и количественно зафиксировать положительные сдвиги в развитии отдельных компонент КМиЕНМ. Комплексный характер взаимосвязей показателей культуры математического и естественнонаучного мышления с успешностью учебной деятельности различной сложности и содержания

свидетельствует о взаимодействии и взаимовлиянии составляющих ее компонентов.

В заключении подводятся основные итоги исследования.

1. На современном этапе развития педагогической науки сложились теоретические предпосылки для развития дивергентной составляющей мышления обучаемых. Кроме того, особое значение в образовательной практике приобретает владение метапредметными знаниями и умениями. Анализ научной литературы свидетельствует о детальном исследовании вопросов, связанных с развивающими возможностями задач в процессе обучения. Однако роль некорректных задач в качестве средства развития культуры математического и естественнонаучного мышления обучаемых специально не изучалась.

2. Математическое мышление предполагает формирование когнитивных структур как гомоморфных образов математических структур. К фундаментальным математическим структурам относят порядковую, алгебраическую и топологическую – модели реальных явлений (Н. Бурбаки); к когнитивным структурам – средствам, методам познания – отнесем логическую, структуру конструирования алгоритмов, комбинаторную, стохастическую, образно-геометрическую структуры. Естественнонаучное мышление можно определить аналогично, выделив дополнительно структуры – экстраполяционную и экспериментальную.

3. В качестве одного из дидактических средств развития КМиЕНМ школьников нами рассматриваются некорректные задачи. Для этого была уточнена типология некорректных задач, положенная в основу отбора показателей компонентов КМиЕНМ (семантическая гибкость, образная адаптивная гибкость, критичность, семантическая спонтанная гибкость, целостность и системность, рефлексивность). Проблема применения некорректных задач в указанном качестве может быть решена на основе формирования специальных наборов задач как части системы. Каждая задача имеет набор функций, взаимосвязанный со всеми составляющими системы и подчиненный достижению поставленных образовательных целей.

4. Анализ подходов к отбору содержания учебного материала позволил сформулировать основные принципы построения наборов некорректных задач (принцип модульности, полноты, вариативности, открытости, эффективности, преемственности). Принципы конкретизированы в виде совокупности требований к включаемым в систему типам некорректных задач различных уровней сложности.

5. Для апробации разработанных теоретических положений использования некорректных задач в качестве развития КМиЕНМ учащихся была проведена экспериментальная работа, которая осуществлялась в несколько этапов. Ее основные результаты на каждом этапе следующие:

1-й этап. На основе корреляционно-регрессионного анализа получены количественные оценки характера влияния компонентов КМиЕНМ обучаемых на успешность учебных достижений, дифференцированные к различным

предметам естественнонаучного цикла (математика, физика, химия), выраженные в регрессионных уравнениях.

2-й этап. В ходе экспериментальной деятельности выявлены связи компонентов КМиЕНМ с личностными качествами: интеллектом, находчивостью, самоконтролем, настойчивостью и др. – посредством конструирования корреляционных плеяд по каждому из исследуемых компонентов.

3-й этап. Получены количественные оценки эффективности методики использования комплекса некорректных задач в качестве средства развития КМиЕНМ. Эти оценки свидетельствуют о существенном положительном влиянии некорректных задач на развитие культуры мышления. Учитывая величину показателей, комплексный характер произошедших в них изменений и интегративность проявления различных компонентов математического и естественнонаучного мышления, можно сделать вывод о достижении определенного уровня его культуры.

Основное содержание диссертации отражено в следующих публикациях:

Публикации в изданиях, включенных ВАК в перечень ведущих научных журналов и изданий

1. Безусова, Т.А. О роли некорректных задач в развитии культуры математического мышления учащихся / Т.А. Безусова // *Образование и наука / Екатеринбург, 2007. - №4 (4 б). - С.123-132.*
2. Безусова, Т.А. Развитие культуры математического мышления в процессе решения некорректных задач / Т.А. Безусова // *Вестник Челябинского государственного педагогического университета / Челябинск, 2007. - № 8. – С. 3-13.*

Статьи, материалы конференций

3. Безусова, Т.А. Дидактические функции некорректно поставленных задач в процессе обучения математике в школе / Т.А. Безусова // *Ученые записки / Соликамский гос. пед. ин-т. -2007. - Вып. 6.- С. 121-129.*
4. Безусова, Т.А. Развитие математического мышления с помощью задач с избыточными (недостаточными) данными/ Т.А. Безусова // *Ученые записки / Соликамский гос. пед. ин-т. - 2006. - Вып. 4.- С. 329-332.*
5. Безусова, Т.А. Взаимосвязь уровней культуры математического мышления обучаемых с особенностями решения некорректных задач / Т.А. Безусова // *Альманах современной науки и образования/ Тамбов, 2007. - № 5. - С. 30-31.*
6. Безусова, Т.А. Некорректные задачи в школьном курсе математики/ Т.А. Безусова // *Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития 2007 / Одесса: Черноморье. - 2007. – Т. 13. - С. 75-77.*
7. Безусова, Т.А. Воспитательные возможности задач с избыточными и недостающими данными / Т.А. Безусова // *Педагогические идеи Е.А. Дышинского и современное математическое образование: материалы науч.-практ. конф. – Пермь: Перм. гос. пед. ун-т, 2004. - С. 124 -127.*

8. Безусова, Т.А. Некорректные задачи в развитии дивергентного мышления студентов / Т.А. Безусова // Современные проблемы науки и образования/ М., 2008. - № 6.- С.12.