На правах рукописи

Ткаченко Евгений Иванович

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СРЕД С ИЗМЕНЕНИЕМ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ НА ОСНОВЕ НОВОЙ ФОРМУЛИРОВКИ НИЖНЕГО ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Тюмень – 2006

Работа выполнена на кафедре механики многофазных систем Тюменского государственного университета

Научный руководитель:	д-р физ.-мат. наук, профессор **Даниэлян Юрий Саакович**
Официальные оппоненты:	д-р техн. наук, профессор **Дубина Михаил Михайлович**
	к-т техн. наук **Горковенко Александр Иванович**
Ведущая организация:	ФГУП «Фундаментпроект», г. Москва

Защита состоится «19» декабря 2006 г. в 16 ч. 00 мин. на заседании Диссертационного совета К 212.274.01 при Тюменском государственном университете по адресу 625023, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, аудитория 217.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан «__» ноября 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Бутакова Н.Н.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы. Промышленное и экономическое освоение северных районов страны, где приходится строить в условиях вечной мерзлоты, вызывает необходимость изучения закономерностей развития мерзлых пород и их свойств, для решения многочисленных теоретических и практических задач. Строительство в условиях сурового климата, повышает требования к теплозащитным качествам применяемых материалов и разрабатываемым проектным решениям. При проектировании обустройства нефтяных и газовых месторождений, огромное значение имеет нахождение температурных полей вечномерзлых грунтов в основании зданий, резервуаров и других тепловыделяющих сооружений. Недостаток информации о температурном режиме грунта может привести к необоснованным проектным решениям. Отсюда следует необходимость увеличения точности расчетов. Увеличение точности подобных расчетов, достигаемое желанием учета неоднородности геологического строения грунтов и нестационарности теплофизических процессов, переводит проблему в разряд нерешаемых аналитически. Единственным способом решения часто является применение численных методов.

В литературе достаточно широко представлены различные математические постановки задач промерзания и оттаивания вечномерзлых грунтов и даны методы их решения. Основная неясность математической постановки задачи касается формулировки краевого условия на нижней границе рассматриваемой области. Проблема состоит в том, что задание температуры или теплового потока – не отвечает никаким реальным физическим процессам на этой границе, и, следовательно, эти условия не являются точными. Принимая во внимание то, что многие задачи практической геокриологии, бывают как одномерными – нахождение сезонных температурных полей вечномерзлых грунтов, так и двумерными – прогнозирование температурных полей вокруг наземных и подземных резервуаров, заглубленных трубопроводов и т.д., представляет очевидный интерес получение результатов для этих случаев.

В работе, опираясь на некоторые особенности физических процессов, удалось получить точную формулировку краевого условия на нижней границе рассматриваемой области в одномерной и двумерной постановке задачи промерзания-оттаивания.

Цель и задачи работы. Целью диссертационной работы является получение и исследование точного аналитического выражения нижнего граничного условия для одномерных и двумерных постановок задачи промерзания-оттаивания.

Для достижения этой цели работы решались следующие задачи:

1. Получение аналитического выражения нижнего граничного условия для двумерной задачи промерзания оттаивания с нулевым начальным условием;
2. Получение выражения точного краевого условия на нижней границе для двумерной задачи промерзания-оттаивания с произвольным начальным условием;
3. Получение точного аналитического выражения нижнего граничного условия для одномерной задачи промерзания оттаивания с учетом величины геотермического градиента;
4. Разработка программного комплекса для расчета сезонного профиля температур грунта, а также взаимодействия тепловыделяющих элементов с мерзлыми грунтами, с учетом полученного соотношения для нижнего граничного условия;
5. Постановка и решение задачи описывающей многолетнюю динамику образования вечномерзлых грунтов;
6. Проведение сравнительного анализа результатов расчетов по предлагаемой методике с расчетами задач, при традиционной постановке граничных условий;
7. Оценка границ применения традиционных методик расчета и предлагаемой методики расчета тепловых взаимодействий.

Научная новизна.

1. Получено точное аналитическое выражение нижнего краевого условия для задач инженерной геокриологии в ограниченных областях, как в случае

нулевого начального условия, так и в случае произвольного начального условия.

2. Получено точное аналитическое выражение краевого условия для задачи промерзания-оттаивания с учетом величины геотермического градиента.

3. Разработан программный комплекс, позволяющий производить расчеты взаимодействий тепловыделяющих сооружений с мерзлыми грунтами, с учетом полученного точного аналитического выражения для нижнего граничного условия.

4. Сформулирована новая постановка задачи промерзания-оттаивания, описывающая многолетнюю динамику образования вечномерзлых грунтов.

Практическое значение. Работа имеет практическое значение для совершенствования нормативно-методической базы инженерно-геокриологических изысканий под проектирование и строительство зданий и прочих тепловыделяющих сооружений в районах распространения вечномерзлых грунтов. В частности, результаты данной работы позволяют корректировать РД 39-Р-088-91 «Инструкция по определению температурного режима вечномерзлых и сезонномерзлых грунтов и прогнозирования последствий изменения тепловых условий на поверхности».

Правильный вид условий на нижней границе позволит более точно учесть последствия нарушения поверхностных условий при хозяйственном освоении северных территорий.

Разработанный программный комплекс, позволяет определить сезонную динамику температурных полей, а также глубину ореола оттаивания под тепловыделяющими конструкциями, с учетом совместного влияния на грунт, как сооружения, так и сезонного изменения температуры на поверхности грунта. Кроме этого, возможно проведение расчетов, позволяющих проследить динамику образования вечномерзлых грунтов.

Обоснованность и достоверность представленных в диссертации теоретических постановок определяется способом вывода из соответствующих законов сохранения и сравнением результатов моделирования с приведенными в научной литературе данными. Надежность численных методов контролировалась соблюдением балансовых соотношений.

При выводе точного аналитического выражения использовалось операционное исчисление: одностороннее и двустороннее преобразования Лапласа.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих научных и научно-практических дискуссиях:

- Международная конференция «Криосфера нефтегазоносных провинций». Тюмень 2004 г.
- 10-ая Всероссийская конференция студентов-физиков и молодых ученых Москва 2004 г.
- Третья конференция геокриологов России. Москва 2005 г.
- Международная конференция «Приоритетные направления изучения криосферы земли». Пущино 2005 г.
- 11-ая Всероссийская конференция студентов-физиков и молодых ученых. Екатеринбург 2005 г.
- II-ая научная школа-семинар молодых ученых, аспирантов, студентов «Теплофизика, гидрогазодинамика, теплотехника». Тюмень 2005 г.
- Международная конференция «Город и геологические опасности». Санкт-Петербург 2006 г.
- Научный семинар, посвященный юбилею кафедры «Механики Многофазных систем» ТюмГУ. Тюмень 2006 г.

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в 7 работах.

Структура и объем работы. Диссертация объемом 89 страниц печатного текста, состоит из введения, 3 глав, 7 рисунков, 3 таблиц, основных результатов и выводов, списка литературы и оглавления.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава носит обзорный характер. В главе приведен обзор литературы, посвященной вопросам постановок и решений различных задач инженерной геокриологии.

Промерзание и протаивание влажного грунта является сложным термодинамическим процессом, протекающем в неоднородной капиллярнопористой среде. Задача о протекании этого процесса является одной из наиболее сложных задач математической физики.

Основной трудностью решения указанной задачи является необходимость учета изменения агрегатного состояния и теплофизических характеристик среды, в результате чего задача становится нелинейной, а также корректной постановки граничных условий.

В первой главе все многообразие методов решения задач инженерной геокриологии разделено на три группы:

- Аналитические методы
- Методы сведения исходного уравнения теплопроводности к уравнениям другого типа.
- Численные методы.

Далее кратко на уровне основных идей рассмотрены классические и специальные методы, используемые в геокриологии для решения задач промерзания-оттаивания. Также приводятся достоинства и недостатки тех или иных методов.

Аналитические методы:

1. <u>Метод разделения переменных</u> – один из наиболее применяемых методов решения задач параболического типа. Например, для однородного одномерного уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами, используя принцип суперпозиции, решение можно представить в виде произведения функций, одна из которых зависит от времени τ, другая от координаты x: $f(x,t)=\varphi(x)*\psi(\tau)$. Подставляя это соотношение в уравнение теплопроводности, и, последовательно дифференцируя по времени и координате, получим уравнение с разделяющимися переменными. Однако имеются некоторые ограничения на использование данного метода, обусловленные нелинейностью задач.

2. <u>Метод интегральных преобразований</u> – имеет те же ограничения (линейность основных уравнений и граничных условий), что и метод разделения переменных. Однако более простая техника и удобный вид окончательных выражений определили его большее распространение. Идея данного метода состоит в том, что функции (оригиналу) приводится в

соответствие другая функция (изображение), полученная путем применения к оригиналу интегрального преобразования. Так, например, нестационарное уравнение теплопроводности в пространстве изображений будет иметь вид:

$$a\frac{dT^2(x,s)}{dx^2} - sT(x,s) + T(0) = 0,$$

где a – коэффициент температуропроводности, s – комплексное число. Т.е. нестационарная задача в области оригиналов становится стационарной в области изображений, а уравнение в частных производных переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение. Основная трудность данного метода – реализация обратного перехода от полученного в области изображений решения к его оригиналу. Данный метод широко используется для решения задач тепловлагопереноса в грунтах. В силу ограничений, обусловленных нелинейностью задач типа Стефана, использования этого метода затруднено.

Методы сведения исходного уравнения теплопроводности к уравнениям другого типа.

К данной группе относится совокупность различных приемов (подстановка, замена переменных), которые приводят уравнения теплопроводности к другим формам. Поэтому, они скорее являются не методом, а приемом, позволяющим упростить исходную математическую модель, в частности, линеаризовать ее, свести к обыкновенному дифференциальному уравнению (ОДУ) и т.д. Например, *подстановка Больцмана*, сводит одномерное уравнение теплопроводности в частных производных к ОДУ относительно новой переменной, являющейся комбинацией пространственной и временной координат. Подстановка Больцмана может применяться только для моделей бесконечных и полубесконечных массивов.

Численные методы.

В настоящее время самым эффективным и универсальным способом численного решения краевых задач является *метод конечных разностей*.

Идея метода состоит в следующем: область непрерывного изменения аргумента (x,y,z,τ) заменяется конечным (дискретным) множеством точек (узлов), называемых "сеткой". Вместо функции непрерывного аргумента рассматриваются функции дискретного аргумента, определяемые в узлах сетки ("сеточные функции"). Производные, входящие в основные дифференциальные уравнения, и краевые условия, заменяются (апроксимируются) при помощи соответствующих разностных отношений, т.е. линейных комбинаций значений сеточной функции в нескольких узлах сетки. Дифференциальное уравнение при этом заменяется системой алгебраических разностных уравнений. Форма написания разностных уравнений, в которые трансформируется исходная краевая задача, определяет тип применяемой разностной схемы: явной, неявной (или схемы с опережением), экономичной (или явно-неявной, сочетающей лучшие качества обеих схем). Схема устойчива, если решение непрерывно зависит от входных данных при "измельченной" сетке, т.е. при малом изменении входных данных решение меняется незначительно.

Вторая глава посвящена непосредственно математической постановке задачи и получению точного аналитического выражения для нижнего граничного условия.

При решении задач промерзания-оттаивания грунтов в ограниченных областях, основная неясность математической постановки касается формулировки условия на нижней границе рассматриваемой области. С точки зрения физики, задание постоянной температуры или теплового потока является некорректным, так как не соответствует никаким реальным физическим процессам на этой границе, а является искусственным способом замыкания математической постановки задачи.

При выводе условия для задачи промерзания-оттаивания, необходимо выбрать нижнюю границу таким образом, чтобы все возможные фазовые превращения происходили только в рассматриваемой области. Тогда ниже нее задача становится линейной и математически сводится к нахождению на границе функциональной зависимости между функцией, ее производными и, возможно, интегралами. Для получения такой зависимости достаточно найти связь между этими величинами при решении двумерного уравнения теплопроводности для полупространства.

Таким образом, решается следующая задача.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{1}$$

Начальные и граничные условия:

$$T(x,y,0)=0 \tag{2}$$

$$T(H,y,t)=f(y,t) \tag{3}$$

$$T(\infty,y,t)<\infty \tag{4}$$

$$T\,(x,\pm\infty,t)<\infty$$

$$H \le x < \infty$$

$$-\infty < y < \infty$$

Здесь ось *x* направлена перпендикулярно поверхности полупространства, совпадающей с плоскостью *y=H.*

Вывод граничного условия

Сначала производится двустороннее преобразование Лапласа уравнения (1) по *y* с параметром преобразования *p.* Уравнение и граничное условие (3) преобразуются в

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + p^2 U\right) \tag{5}$$

$$U(H,p,t)=F(p,t)$$

Здесь

$$U(x,p,t) = \int_{-\infty}^{\infty} T(x,y,t)\exp(-py)dy$$

Далее, применяя к (5) одностороннее преобразование Лапласа по *t* с параметром преобразования *s,* получаем с использованием (2):

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} - q^2 Z = 0 \tag{6}$$

$$Z(H,p,s) = E(p,s) = \int_0^{\infty} F(p,t)\exp(-st)dt$$

где

$$Z(x,p,s) = \int_0^{\infty} U(x,p,t)\exp(-st)dt \tag{7}$$

$$q^2 = \left(\frac{s}{a} - p^2\right)$$

Решение (6) с учетом ограниченности решения (4) представляется в виде:

$$Z(x,p,s)=E(p,s)\exp(-\sqrt{\frac{s}{a}-p^2}\,(x-H))$$

Найдем теперь $\frac{dZ}{dx}\Big|_{x=H}$:

$$\frac{dZ}{dx}\Big|_{x=H}=-E(p,s)(\sqrt{\frac{s}{a}-p^2})\exp(-\sqrt{\frac{s}{a}-p^2}\,(x-H))\Big|_{x=H}$$

В таком виде переход к оригиналам невозможен, поэтому необходимо предварительно разделить обе части на $\sqrt{\frac{s}{a}-p^2}$, после чего получается следующее выражение:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{s-ap^2}}\frac{dZ}{dx}\Big|_{x=H}+E(p,s)=0 \tag{8}$$

Теперь обратный переход по s можно провести. В соответствии со свойствами преобразования Лапласа, из представления (7) следует, что оригиналом второго сомножителя в левом члене левой части последнего уравнения является выражение $\frac{\partial U(x,p,t)}{\partial x}\Big|_{x=H}$. Оригинал же по s функции $\frac{1}{\sqrt{s-ap^2}}$ может быть получен по теореме о сдвиге в пространстве изображений в виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\exp(ap^2)$$

Применяя теперь теорему об оригинале произведения двух изображений, т.е.:

$$M_1(s)M_2(s)\Leftrightarrow\int_0^t m_1(\tau)m_2(t-\tau)d\tau$$

к первому слагаемому (8), получаем выражение:

$$\int_0^t\frac{\partial U(x,p,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=H}\frac{\exp\left[(ap^2)(t-\tau)\right]}{\sqrt{\pi t}}d\tau$$

Таким образом, оригиналом уравнения (8) по параметру преобразования s является следующее соотношение

$$\int_0^t\frac{\partial U(x,p,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=H}\frac{\sqrt{a}\exp\left[(ap^2)(t-\tau)\right]}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}d\tau+F(x,p,t)\Big|_{x=H}=0 \tag{9}$$

Для окончательного перехода в пространство оригиналов двухстороннего преобразования Лапласа с параметром p необходимо найти оригинал функции вида exp(αp^2).

Для этого найдем двухстороннее преобразование Лапласа по y с параметром p функции $\frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\exp(\frac{-y^2}{4\alpha})$, где α=a(t-τ)

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\exp(\frac{-y^2}{4\alpha})\exp(-py)dy=\frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(\frac{-y^2}{4\alpha}-py)dy$$

Выделяя под знаком экспоненты полный квадрат, прибавляя и отнимая величину $\alpha{*}p^2$, получаем в правой части

$$\frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\exp(\alpha p^2)\int_{-\infty}^{\infty}\exp[-(\frac{y}{2\sqrt{\alpha}}+\sqrt{\alpha}\,p)^2]dy$$

Вводя теперь новую переменную

$$v=\frac{y}{2\sqrt{\alpha}}+\sqrt{\alpha}\,p$$

и проводя интегрирование и, учитывая, что $\int_{-\infty}^{\infty}exp(-v^2)dv=\sqrt{\pi}$, получаем после несложных преобразований

$$\exp(\alpha p^2)\Leftrightarrow\frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\exp(\frac{-y^2}{4\alpha}) \qquad (10)$$

Применив теорему о произведении изображений второй раз к уравнению (9) можно с учетом полученного соотношения (10) окончательно перейти в пространство исходных функций:

$$\int_0^t\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}d\tau\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial T(x,\xi,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=H}\frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\exp(-\frac{(y-\xi)^2}{4\alpha})d\xi+T(x,y,t)\Big|_{x=H}=0 \qquad (11)$$

где, как и выше, $\alpha=a(t-\tau)$.

Это и есть аналитическое выражение нижнего граничного условия. Предполагая, что задача одномерная, т.е. *T=T(x,t)*, непосредственной проверкой можно получить соотношение:

$$T(H,t)+\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^t\frac{\frac{\partial T(H,\tau)}{\partial x}}{\sqrt{t-\tau}}d\tau=0.$$

Данное выражение было получено в работе (Даниэлян Ю.С. 2001 г.) для нижнего граничного условия в одномерном случае.

Также во ***<u>второй главе</u>*** приводится вывод нижнего граничного условия для общего случая, когда начальные условия отличны от нуля $T(x,y,0)=T^*(x,y)$. В этом случае для нахождения аналитического выражения можно применить следующий подход:

1. Уравнение теплопроводности является линейным в силу того, что область решения уравнения теплопроводности лежит ниже границы сезонного промерзания или оттаивания. Следовательно, справедливо будет следующее преобразование: $T_1(x,y,t)=T(x,y,t)-T^*(x,y)$. Тогда, переписав соответствующим образом исходное уравнение, начальные и граничные условия для функции T_1 будет решаться рассмотренная выше задача с нулевыми начальными условиями, шаги выполнения которой уже хорошо известны. В частности, если начальное условие отлично от нуля, но равно некоторой константе $T(x,y)=C=const$, нижнее граничное условие преобразуется к следующему виду:

$$\int_0^t \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial T(x,\xi,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=H} \frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}}\exp\left(-\frac{(y-\xi)^2}{4\alpha}\right)d\xi + T(x,y,t)\Big|_{x=H} - C = 0 \quad (12)$$

где, как и выше, $\alpha = a(t-\tau)$.

2. Кроме вышеуказанных соотношений, получено одномерное выражение для нижнего граничного условия, в которое входит величина геотермического градиента. Начальные и граничные условия для этой постановки задачи имеют вид:

$T(x,0)=T_0(x)+\Gamma x$

$T(H,t)=f(t)$

$T(\infty,t)<\Gamma H$

где Г – геотермический градиент. Для такой постановки задачи нижнее граничное условие имеет вид:

$$\sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^t \frac{\left(\frac{\partial T(H,\tau)}{\partial x}-\left(\frac{\partial T_0(H)}{\partial x}+\Gamma\right)\right)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + T(H,t)-(T_0(H)+\Gamma H) = \int_0^t\int_H^{\infty}\sqrt{\frac{a}{\pi\tau}}\frac{\partial^2 T_0(\xi)}{\partial \xi^2}\exp\left(-\frac{\xi^2}{4a\tau}\right)d\xi$$

В заключение второй главы, в очередной раз подчеркивается, что аналитическое выражение для нижнего граничного условия удалось получить, используя особенности проявления существенной нелинейности в задачах подобного типа, а именно тот факт, что, процессы промерзания оттаивания локализованы, т.е. происходят в ограниченной области, за пределами которой теплоперенос описывается линейным уравнением параболического типа.

В ***третьей главе*** проводится сравнительный анализ результатов, полученных для расчетов по традиционным методикам и по предлагаемой методике.

В качестве примера решалась следующая задача определения сезонной динамики температуры вечномерзлого грунта в периодической постановке.

$$c(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) \tag{13}$$

$$T(0,t) = f(t) \tag{14}$$

$$T(H,t) - T(H,0) + \sqrt{\frac{a}{\pi}}\int_0^t \frac{\left(\frac{\partial T(H,\tau)}{\partial x} - \frac{\partial T(H,0)}{\partial x}\right)}{\sqrt{t-\tau}}\,d\tau = 0 \tag{15}$$

$$T(x,0) = T(x,P) \tag{16}$$

Здесь:

P – период колебаний равный 1 году;

H – нижняя граница области.

Несколько усложненный вид (15) по сравнению с (11) связан учетом ненулевого начального условия (16). Вид (16) означает, что ищется только периодическая часть решения. Функции *c(T) и λ(T)* задавались в виде:

$$c(T) = \begin{cases} c_{м} & при\, T \le T_* \\ c_{m} & при\, T \ge 0 \\ c_{м} + q/|T_*| & при\, T^* \le T \le 0 \end{cases}$$

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_{м} & при\, T \le T_* \\ \lambda_{m} & при\, T \ge 0 \\ \lambda_{m} + T(\lambda_{м} - \lambda_{m})/T_* & при\, T_* \le T \le 0 \end{cases}$$

где, T_* - нижняя граница фазовых переходов, q – расход тепла при фазовых превращениях на единицу объема.

Исходные данные по грунтам следующие: $\lambda_м$ = 1.99; $\lambda_т$.=1.83 (ккал/мч^{0}С); $c_м$ =497; $c_т$ =579 (ккал/м^3 ^{0}С); W=0.09 д.е.; ρ=1.87 т/м^3. В качестве функции *f(t)* в условии (13) использовалась ступенчатая функция, где ординаты равнялись среднемесячным температурам по метеостанции Тарко-Сале Тюменской области. Задача решалась численно методом итераций, диапазон «размазывания» составлял 0.1 ^{0}С.

Проводились следующие расчеты. При различных значениях H решалась задача (14)-(16) и определялась глубина сезонного оттаивания. При этих же исходных данных решалась (14)-(16), где вместо предлагаемого условия (15) использовалось традиционное условие равенства нулю производной функции по координате. Результаты проведенных расчетов представлены в табл. 1.

Таблица 1. Зависимость глубины сезонного оттаивания от размера расчетной области и вида нижнего граничного условия.

Параметр	Нижнее граничное условие	Размер области, м					
		3	3.5	4	5	7	10
Глубина оттаивания,м	традиционное	2.59	2.48	2.36	2.16	2.08	2.10
	предлагаемое	2.15	2.10	2.10	2.10	2.10	2.10

Очевидно, что при малых значениях глубины расчетной области правомерность применения традиционного нижнего граничного условия вызывает сомнения, в то время как расчетная глубина оттаивания при использовании на нижней границе условия (14), практически не зависит от величины H.

Кроме этого проводился расчет ореола оттаивания под протяженным тепловыделяющим сооружением, в котором поддерживается постоянная температура. Вне этого сооружения происходит сезонное изменение температуры воздуха.

Рассчитывалась величина оттаивания под центром и краем здания на разные годы. В качестве нижнего граничного условия выбиралось выражение (12) или традиционное условие равенства нулю производной функции по координате. Результаты проведенных расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2. Сравнение ореолов оттаивания под тепловыделяющим сооружением.

Вид нижнего граничного условия	5 лет		20 лет		40 лет	
	оттаивание под центром здания	оттаивание под краем здания	оттаивание под центром здания	оттаивание под краем здания	оттаивание под центром здания	оттаивание под краем здания
нулевой поток	4.75	2.25	12	7.25	16.5	12.5
точное условие	4.75	2.25	11.25	6.5	15.5	11.25

Также было проведено исследования влияния вида нижнего граничного условия на процесс образования вечной мерзлоты. Решалась задача (14)-(16) при $H=400$ м, где вместо условия (15), использовались либо равенство нулю производной функции по координате, либо равенство величине геотермического градиента производной функции по координате, либо точное выражение нижнего граничного условия с учетом геотермического градиента.

Если на нижней границе задано равенство нулю производной по координате, то вся расчетная область промерзает. Если задано равенство величине геотермического градиента производной по координате, то подошва вечной мерзлоты фиксируется на отметке $H=153$ м. Если же задано точное условие, то подошва вечной мерзлоты фиксируется на отметке $H=305$ м.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ.

1. Получено точное аналитическое выражение нижнего граничного условия для задачи промерзания-оттаивания в ограниченной области.

2. Поставлена и решена задача, описывающая многолетнюю динамику образования вечномерзлого грунта.

3. Разработан программный комплекс, позволяющий проводить расчеты взаимодействий тепловыделяющих элементов с вечномерзлыми и сезонномерзлыми грунтами, с учетом полученного краевого условия.

4. При решении задачи об определении величины сезонного слоя промерзания-оттаивания для различных глубин, получено, что глубина сезонного слоя не зависит от величины расчетной области, если задавать на нижней границе точное аналитическое условие. Использование в качестве граничного условия равенства нулю теплового потока показывает обратное. Следовательно, использование в качестве нижнего граничного условия нулевого теплового потока неоправданно, так как в этом случае при приближении фронта промерзания (оттаивания) к границе области происходит накопление тепла, следствием чего является увеличение глубины сезонного слоя.

5. При нахождении ореола оттаивания под протяженным зданием различие результатов расчета для разных видов нижнего граничного условия начинает проявляться в тот момент, когда фронт оттаивания достаточно приблизится к границе расчетной области. В случае использования в качестве нижнего граничного условия нулевого теплового потока, происходит накопление тепла на границе, результатом чего становится, большая глубина оттаивания под центром и краем здания, а, следовательно, и увеличение общего объема талого грунта. В начальные моменты расчетного времени вышеуказанные отличия практически отсутствуют.

6. При решении задачи описывающей динамику образования вечномерзлых грунтов, использование на нижней границе расчетной области различных граничных условий дает резко отличающиеся друг от друга результаты. Если задан нулевой тепловой поток, то вся расчетная область промерзает. Этого в природе не происходит, следовательно, данное граничное условие не подходит для решения этой задачи. Если задавать постоянный тепловой поток или точное аналитическое условие, то получаем некоторые профили температур. В этих случаях глубина подошвы вечной мерзлоту

различается примерно в два раза. Однако если границу расчетной области приблизить к нижней границе вечной мерзлоты, то в случае точного условия результат расчета не изменится, а в случае постоянного теплового потока профиль температур претерпит изменение. Следовательно, при прочих равных условиях обоснованность результатов расчетов с точным условием на нижней границе намного выше.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Ю. С. Даниэлян, Е. И. Ткаченко. Влияние сезонных процессов на работу оснований на вечномерзлых грунтах // Нефтяное Хозяйство. – 2004. - №3. – С. 42 – 44.

2. Ткаченко Е. И. Численное решение нелинейного уравнения теплопроводности с фазовым переходом в спектре температур // X Всерос. конф. студентов – физиков и молодых ученых: Тез. докл. – Екатеринбург, 2004. – Т.2. С. 924 – 925.

3. Ткаченко Е. И. Влияние сезонных процессов на работу оснований на вечномерзлых грунтах // Криосфера нефтегазоносных провинций. Тез. докл. межд. конф. 23-29 мая 2004 г. – М., 2004. – С. 67

4. Даниэлян Ю. С., Ткаченко Е. И. Значение нижнего граничного условия при решении задач инженерной геокриологии // Приоритетные направления в изучении криосферы земли: Тез. докл. межд. конф. 25-28 мая 2005 г. – Пущино, 2005. С. 106 - 107.

5. Даниэлян Ю. С., Ткаченко Е. И. Решение задач инженерной геокриологии в ограниченных областях // Материалы Третьей конференции геокриологов России. – М., 2005. – Т.4. – С. 94 – 100.

6. Ткаченко Е. И. О нижнем граничном условии для задачи промерзания - оттаивания в двумерном случае // XI Всерос. конф. студентов – физиков и молодых ученых: Тез. докл. – Екатеринбург, 2005. – Т.1. – С. 65 – 66.

7. Ткаченко Е. И. Даниэлян Ю. С. Влияние вида нижнего граничного условия на расчет сезонного слоя в задачах промерзания-оттаивания // Материалы международной конференции «Город и геологические опасности». М., 2006 г. – Т.2. – С. 131 – 136.