На правах рукописи

Розанова Людмила Владимировна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МАЛЫХ ГРУППАХ

05.13.18. – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Тюмень – 2004

Работа выполнена в Омском филиале
Института математики им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Гуц А.К.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор Стругов Ю.Ф.

кандидат физико-математических наук,
доцент Баринов В.А.

Ведущая организация: Институт вычислительного моделирования
СО РАН, г. Красноярск.

Защита состоится 16 апреля 2004 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета К 212.274.01 при Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, ауд. 218.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета

Автореферат разослан "____" марта 2004 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Бутакова Бутакова Н.Н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы.

Появление в XX веке таких научных направлений как информатика, теория систем, кибернетика, развитие вычислительной техники повлекло активное проникновение математики в такие далекие от точных наук области знаний как психология и социология.

Первые исследования в области моделирования динамики малых социальных групп появились в середине XX века. С этого времени интерес к данной теме как со стороны социологов и психологов, так и со стороны математиков не ослабевает. Этот интерес обусловлен разнообразными практическими задачами психологической совместимости и управления малыми группами. Большое количество имеющихся на сегодняшний день описательных моделей малых социальных групп, подтвержденных практическими данными, позволяет разрабатывать более сложные, прогностические модели, дающие возможность предсказывать групповую динамику.

В числе наиболее известных работ в данной области можно выделить модель процессов межличностного влияния (Р.Абельсон), модели межличностной привлекательности в малой группе (Д.Картрайт, Ф.Харари, Д.Девис и С. Лейнгард), модель включенности в малую дискуссионную группу (Р. Бэйлз), модель группового взаимодействия (Г.Саймон), модель межличностного влияния (Д.Хантер), модель подражания (Н. Рашевский), модель распространения состояний в малой группе (Г. Карлсон).

В последнее десятилетие появилось много новых работ, посвященных моделированию социальных процессов в малых группах: модель формирования мнения в малой группе (Ю.Н. Гаврилец), стохастическая модель формирования установок индивида в социальной среде (Б.А. Ефимов), модель взаимодействия внутри социальной группы (Д.В. Серебряков), модели межличностных взаимодействий (Ю.В. Фролова, А.К. Гуц), модель семьи (Ю.В. Фролова) и др.

Математическое моделирование процессов в малых социальных группах связано с рядом специфических трудностей: отсутствие общей теоретической концепции самого объекта моделирования, субъективность выбора переменных, сложность эмпирической проверки моделей. Ввиду этих объективных ограничений, математические модели процессов, протекающих в малых группах, зачастую оказываются упрощенными.

Известные к настоящему времени математические модели оперируют преимущественно внутригрупповыми характеристиками. Поэтому остается открытой проблема построения полнофакторной модели социального взаимодействия в малой группе. Модель должна учитывать внешние, внутригрупповые и индивидуальные факторы, что позволит, во-первых, учесть вклад индивидуальных психологических характеристик членов группы в ее развитие и, во-вторых, рассматривать малую группу как открытую систему.

Цель работы.

Цель работы заключается в построении и исследовании математических моделей, адекватно описывающих развитие малой социальной группы на основе деятельностного подхода в социальной психологии (А.Н. Леонтьев, А.Л. Петровский, Г.М. Андреева, А.И. Донцов и др.) и динамику межличностных отношений в малой группе на основе модели малых групп Д.Хантера и теории темпераментов И.П. Павлова, позволяющих изучать динамику отдельных характеристик социального взаимодействия.

Основные задачи работы:

- провести анализ существующих проблем математического моделирования малых групп;
- формализовать деятельностный подход к описанию малых групп и построить на его основе математические модели групповой динамики;
- провести аналитическое и компьютерное исследование построенных моделей;
- расширить модель межличностных отношений Д.Хантера с учетом индивидуальных различий членов группы; создать компьютерную имитацию расширенной модели, провести компьютерные эксперименты и интерпретировать результаты.

Научная новизна:

В работе получены следующие новые научные результаты:

- в рамках деятельностного подхода в социальной психологии построены динамические модели малой группы в виде систем дифференциальных уравнений;
- малая группа рассмотрена как управляемая динамическая система, показана возможность формализации некоторых задач управления группой в виде стандартных задач оптимального управления;

– качественно исследован вариант деятельностной модели с постоянными коэффициентами связи переменных, показано соответствие типов решений системы дифференциальных уравнений основным психологическим сценариям развития малой группы;
– построены специальные деятельностные модели групповой динамики, проведено их качественное и численное исследование и интерпретированы результаты;
– на основе компьютерного анализа модели с переменными коэффициентами связи сделан вывод о соответствии поведения решений основным стадиям развития малой группы и динамике групповых характеристик при решении конкретной задачи;
– предложена математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений, описывающая динамику межличностных отношений в малой группе, расширяющая известную модель Хантера и учитывающая индивидуальные различия членов группы; показана лучшая по сравнению с прототипом интерпретируемость решений системы.

Научно-практическая значимость работы.

Основными практическими результатами работы являются:
– построение деятельностных моделей групповой динамики, позволяющих прогнозировать развитие малой группы при заданных начальных условиях и заданном изменении внешних факторов;
– интерпретация малой группы как управляемой динамической системы, позволяющая формализовать некоторые практически интересные задачи внешнего управления группой в виде стандартных задач оптимального управления;
– разработка подхода к моделированию влияния индивидуальных различий членов группы на межличностные отношения и компьютерная реализация математической модели, позволяющая проводить эксперименты с получением численных результатов моделирования, отражающих развитие межличностных отношений в малой группе с учетом индивидуальных различий ее членов.

Методы исследования.

При решении поставленных задач использовались методы математического моделирования, теории дифференциальных уравнений, методы и приемы качественного исследования динамических систем, методы объектно-ориентированного программирования, применялись пакеты программ для численных экспериментов.

Апробация работы и публикации.

Основные результаты работы докладывались на II III Всесибирских конгрессах женщин-математиков (Красноярск, 2002, 2004), на IV международной конференции «Динамика систем, механизмов и машин (Омск, 2002), на Второй всероссийской конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам «ФАМ-03» (Красноярск, 2003), на Международной научно-практической конференции «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве» (Тирасполь, 2003), на семинарах ЛМСС ОФИМ СО РАН (Омск, 2001, 2002, 2003). Основные результаты диссертации опубликованы в 10 печатных работах, часть из которых выполнена при поддержке РФФИ (проект №01-01-00303). Из совместных публикаций в диссертацию вошли результаты, полученные непосредственно автором.

Основные положения, выносимые на защиту:
– математические модели динамики малой социальной группы в виде систем дифференциальных уравнений, формализующих взаимозависимости основных характеристик группы в рамках деятельностного подхода в социальной психологии;
– качественное исследование деятельностной модели с постоянными коэффициентами связи; выделение решений системы дифференциальных уравнений, соответствующих основным сценариям развития малой группы;
– аналитическое и численное исследование специальных деятельностных моделей групповой динамики;
– математическая модель, расширяющая модель динамики межличностных отношений Хантера с учетом индивидуальных различий членов группы; компьютерная модель, графически представляющая развитие межличностных отношений в малой группе с учетом индивидуальных различий.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 132 страницы. Библиографический список включает 92 источника.

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы цель и задачи исследования, перечислены основные результаты работы.

Первая глава диссертации посвящена истории вопроса, исследованию приемов и методов математического моделирования социальных процессов в малых группах, анализу имеющихся моделей, описывающих различные социальные и психологические характеристики малых групп и протекающих в них процессов, а также рассмотрению общего подхода к построению полнофакторной модели малой группы.

В первом параграфе рассматривается малая группа как объект моделирования.

Согласно общепринятому определению, малая группа – небольшое число непосредственно контактирующих индивидов, объединенных общими целями и задачами (Я.Л. Коломинский). В социальной психологии в рамках деятельностного подхода малая группа изучается как совокупный субъект: субъект деятельности и субъект общения. В процессе и на основании социально значимой коллективной деятельности рождается психологическое единство, при котором группа из номинальной становится реальной социально-психологической общностью.

Малая группа представляет собой систему, элементами (как и элементами других социальных систем) выступают люди и возникающие между ними отношения.

Большой объем собранных психологами эмпирических данных и апробированных теоретических концепций малых групп представляют широкое поле для применения математического моделирования в целях формализации многочисленных психологических факторов и их связей, создания все более сложных и полных моделей, описывающих тот или иной пласт взаимоотношений в малых группах. В настоящее время на смену описанию отдельно взятых, рассматриваемых зачастую изолировано друг от друга феноменов малой группы, пришло понимание группового поведения как целостного процесса.

Во втором параграфе выделяются и классифицируются основные факторы, влияющие на процессы в малых группах, и определяются цели моделирования и анализа.

Процессы, протекающие в малых группах, зависят от различных групп факторов, которые условно можно разделить на внешние, обусловленные социальной средой, внутригрупповые, определяемые характером отношений между членами группы, и индивидуальные, задаваемые психологическими характеристиками каждого индивида.

Среди внешних факторов, определяющих внутригрупповую сплоченность, являющуюся критерием уровня развития группы и продуктивности ее деятельности, можно выделить уровень задач, стоящих перед группой, и эффективность выполнения этих задач, а также влияние прямых внешних стимулов, таких как, например, вознаграждение за выполненную работу.

Внутригрупповыми факторами, отражающими взаимосвязи индивидов в малой группе, являются: эмоциональная привлекательность членов группы, сходство членов группы между собой (ценностное единство, близость взглядов и социальных ориентаций членов группы), способ взаимодействия и ведущий мотив членов группы.

Среди психологических факторов, характеризующих индивидуальные особенности каждого члена группы, выделяют, в частности, удовлетворенность совместной деятельностью и положением в группе, а также уровень удовлетворенности личных потребностей (потребности в общении, самореализации и т.п.).

Целью моделирования и анализа процессов, протекающих в малых группах, является создание математических приближений, достаточно полно и точно описывающих взаимосвязь разнообразных групп факторов, влияющих на групповые процессы, что позволяет решать задачи описания, объяснения и предсказания динамики исследуемых явлений. В частности, по заданному набору характеристик предсказывать динамику основных групповых параметров, например, эффективность выполнения стоящих перед группой задач.

В третьем параграфе проводится классификация существующих математических моделей малых групп, а также определяются типы моделей и инструменты моделирования.

Модели классифицируются по способности решать задачи описания, объяснения, предсказания, управления и планирования. В зависимости от перечисленных целей модели классифицируются как описательные, объяснительные, предсказательные и модели управления объектом. Кроме этого, математические модели малых групп делятся на теоретические и эмпирические.

Выделяются также основные классы математических моделей в социальной психологии: модели измерения социально-психологических характеристик и модели социально-психологических структур и процессов.

Для описания закономерностей, наблюдаемых при исследовании малых групп, используются инструменты теории вероятностей, теории игр и теории нечетких множеств. Перспективным направлением изучения динамики сложной системы, каковой является малая группа, является и классический аппарат дифференциальных уравнений.

Средства математического моделирования дают исследователю возможность эффективно использовать возможности современных ЭВМ и их программного обеспечения для машинной имитации социально-психологических процессов.

В четвертом параграфе ставится задача построения полнофакторной модели, описывающей развитие малой группы. Данная задача усложняется рядом существенных трудностей: это многообразие и разнородность традиционных подходов к описанию малой группы в социальной психологии, отсутствие объективно измеримых переменных, на основе которых можно было бы формулировать теоретические закономерности; ограниченные возможности математического аппарата при аналитическом решении сложных систем уравнений, учитывающих все многообразие факторов, влияющих на исследуемый процесс.

Конкретные апробированные подходы к моделированию процессов в малых группах весьма эффективны в частных случаях, но фиксируют неполный набор факторов, что зачастую заставляет исследовать «биографию» малой группы с помощью нескольких разнородных моделей.

Предлагаемый подход к построению возможной полнофакторной модели состоит в сбалансированном учете трех основных групп социально-психологических факторов: индивидуальных психологических, внутригрупповых факторов, порожденных отношением людей внутри малой социальной группы, и внешних, влияющих на взаимодействие группы с социальной средой.

В самом общем виде подобная модель может быть представлена системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_k(\overline{\alpha}_i,t)}{dt} = f_I\left(P_k(\overline{\alpha}_i,t), V_m(\overline{\alpha}_i,t), W_l(\overline{\alpha}_i,t)\right), \\ \dfrac{dV_m(\overline{\alpha}_i,t)}{dt} = f_G\left(P_k(\overline{\alpha}_i,t), V_m(\overline{\alpha}_i,t), W_l(\overline{\alpha}_i,t)\right), \\ \dfrac{dW_l(\overline{\alpha}_i,t)}{dt} = f_F\left(P_k(\overline{\alpha}_i,t), V_m(\overline{\alpha}_i,t), W_l(\overline{\alpha}_i,t)\right). \end{cases} \tag{1}$$

где $\overline{\alpha}_i$ – вектор, в качестве компонентов которого выступают некоторые параметры, характеризующие групповую динамику, $i=1,...p$. $P_k(\overline{\alpha}_i,t)$ – набор функций, описывающих изменение во времени индивидуальных характеристик членов группы, $V_m(\overline{\alpha}_i,t)$ – функции, описывающие изменение во времени внутригрупповых факторов, $W_l(\overline{\alpha}_i,t)$ – функции, описывающие взаимодействие группы с социальной средой.

Во второй главе диссертации строятся и исследуются деятельностные модели групповой динамики.

В первом параграфе исследуется модель-прототип, анализируются ее недостатки и определяются основные задачи, которые должны быть решены при построении деятельностных моделей групповой динамики.

Во втором параграфе формализуются основные понятия социально-психологической теории деятельности, применительно к малой группе. В рамках деятельностного подхода определяется следующая структура деятельности (А.Н. Леонтьев):

мотивация $\mapsto$ ***постановка задачи*** $\mapsto$ ***решение задачи*** $\mapsto$ ***результат.***

Применительно к малой группе в соответствии с этой структурой и учетом трех групп факторов (индивидуальных, внутригрупповых и внешних) выделяются основные переменные, обуславливающие характер групповых процессов: *I(t)* – степень взаимного дружелюбия членов группы, *W(t)* – эффективность групповой деятельности, *C(t)* – целевые ориентации членов группы, в частности направленность на решение групповых задач, и факторы, влияющие на групповую динамику: *F(t)* – уровень (количество, объем) задач, стоящих перед группой и *f(E)* – направленность членов группы на групповую сплоченность, которая выражается функцией

$$f(E) = c_E\left(e^{\mu E-\mu_1}-1\right),$$

где *E(t)* – уровень групповой интеграции, константы $c_E, \mu, \mu_1 > 0$. В проведенных компьютерных экспериментах изменение уровня групповой интеграции во времени описывалось функцией

$$E(t) = \frac{a}{\eta + e^{-\eta_1 t}},$$

где a, η, η_1 - положительные константы.

На основе деятельностного подхода обосновываются связи между групповыми характеристиками и строится динамическая модель малой группы с переменными коэффициентами связи.

Соответствующие уравнения системы являются следствием балансных соотношений основных параметров групповой динамики.

При этом соотношения балансов выписываются для момента времени *t* на интервале Δt, столь малом, что на нем различные процессы взаимодействия в группе можно считать аддитивными. Балансные соотношения при $\Delta t \to 0$ приобретают форму дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dI}{dt} = (\alpha_1 - \beta)I + \alpha_2 C + \alpha_3 F + \alpha_4 W, \\ \dfrac{dW}{dt} = c_1\left(e^{\mu E - \mu_1} - 1\right)(I - \tau W) + c_2\left(e^{\mu E - \mu_1} - 1\right)(C - \chi W) + c_3(F - \delta W), \\ \dfrac{dC}{dt} = d_1\left(e^{\mu E - \mu_1} - 1\right)(I - \varepsilon C) + d_2\left(e^{\mu E - \mu_1} - 1\right)(W - \varphi C) + d_3(F - \phi C), \\ I\big|_{t=0} = I_0, W\big|_{t=0} = W_0, C\big|_{t=0} = C_0. \end{cases} \tag{2}$$

где константы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, \tau, \chi, \delta, \varepsilon, \phi, \varphi > 0$.

Система (2) – это математическая модель малой группы. Структура уравнений модели отражает общие закономерности поведения малой группы. Неповторимость любой малой группы, ее индивидуальные особенности, отражены в многообразии выбора коэффициентов.

В третьем параграфе малая группа рассматривается как управляемая динамическая система. В качестве управляющего параметра выбрана функция *F(t)* — объем деятельности (задача, стоящая перед группой). Этот параметр наиболее доступен регулированию, если рассматривать последнее как фактор, напрямую не зависящий от людей, входящих в группу, то есть управление предполагается «внешним». Оговорены ограничения, накладываемые на управление.

Такое представление позволяет поставить задачу оптимального управления группой, например, максимизировать ее продуктивность или межличностные отношения внутри группы.

Поставлена задача оптимального управления малой группой с целевой функцией

$$J(u) = k_1 I(t_f) + k_2 \int_0^{t_f} W(t)dt \to \max,$$

где k_1, k_2 – положительные весовые коэффициенты, $(0, t_f)$ – заданный интервал управления.

В четвертом параграфе рассматривается частный случай деятельностной модели, модель с постоянными коэффициентами связи, получаемая при фиксированном значении *E(t)* – уровня развития группы.

$$\begin{cases} \dfrac{dI}{dt} = (\alpha_1 - \beta)I + \alpha_2 C + \alpha_3 F + \alpha_4 W \\ \dfrac{dW}{dt} = c_1(I - \tau W) + c_2(C - \chi W) + c_3(F - \delta W), \\ \dfrac{dC}{dt} = d_1(I - \varepsilon C) + d_2(W - \phi C) + d_3(F - \varphi C), \\ I\big|_{t=0} = I_0, W\big|_{t=0} = W_0, C\big|_{t=0} = C_0, \end{cases} \tag{3}$$

где *I(t)* – степень взаимного дружелюбия членов группы, *W(t)* – эффективность групповой деятельности, *C(t)* – целевые ориентации членов группы (направленность на решение групповых задач), *F(t)* – уровень (количество, объем) задач, стоящих перед группой, коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, c_3, d_3, \beta, \tau, \chi, \delta, \varepsilon, \phi, \varphi > 0$.

Описывается общее решение системы, определяются условия устойчивого равновесия. Справедлива следующая теорема:

Теорема 2.1.

При асимптотической устойчивости решений однородной системы вблизи состоянии равновесия, в системе (3) при $F(t) \to 0$ с течением времени, *I(t)*, *W(t)*, *C(t)* также стремятся к нулю с течением времени.

Этот результат согласуется с выводами теории деятельности о том, что группа, как социальная общность, существует и развивается только при наличии определенных, решаемых ею задач.

Проводится компьютерное исследование поведения системы в зависимости от величины коэффициентов. Результаты исследования соотнесены с общепсихологическими представлениями о стадиях развития малой группы.

В пятом параграфе строятся и исследуются специальные деятельностные модели групповой динамики с переменными коэффициентами связи. Они основаны на том факте, что в зависимости от рода задач, выполняемых группой, одна из переменных некоторое время может оставаться постоянной. Рассматривая этот случай, и заново проведя построения, аналогичные построению системы (3), получим дифференциальные соотношения на две оставшиеся переменные.

На основе теории качественного исследования динамических систем анализируется специальная модель, описывающая поведение функций *W(t)* и *C(t)*. Для исследования данной системы осуществляется формальный переход к новым переменным ($x = W, y = C$) и коэффициентам:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\left(-k_1 x + k_2 + k_3 y\right) - k_4 x + k_5, \\ \dfrac{dy}{dt} = A\left(-r_1 y + r_2 + r_3 x\right) - r_4 y + r_5, \\ x\big|_{t=0} = x_0,\ y\big|_{t=0} = y_0. \end{cases} \tag{4}$$

Все коэффициенты системы (4) положительны.

Стационарные равновесия системы (4) – это состояния, когда групповые характеристики сбалансированы, то есть группа находится в оптимальном режиме функционирования, поэтому изучение поведения системы вблизи таких состояний представляет большой практический интерес.

Справедлива следующая теорема о характере состояний равновесия (особых точек) системы (4):

Теорема 2.2.

В системе (4) в невырожденном случае в конечной части плоскости (*x, y*) устойчивым равновесием является только узел (при любом *A*). Неустойчивым равновесием могут быть седло (при $A \neq 0$) и узел (при $A < 0$).

В бесконечной области возможны одна или две особых точки, которые в зависимости от значений коэффициентов и параметра *A*, являются либо седлами, либо узлами, в зависимости от смены знака выражения:

$$\frac{Ak_3u^2 - (Ak_1 + k_4 - Ar_1 - r_4)u - Ar_3}{A(-k_1 + k_3u) - k_4}$$

в окрестности особой точки u_0 на экваторе сферы Пуанкаре.

Отметим, что в данном случае не появляются равновесия типа фокус и центр, что отражает специфику группового взаимодействия при постоянном уровне дружелюбия в группе.

Проводится анализ и верификация модели в соответствии с положениями социально-психологической теории деятельности.

С помощью пакета программ «DynaSys» строятся фазовые портреты системы при различных значениях коэффициентов и параметров. Выделяется набор коэффициентов, позволяющий получить все варианты фазовых портретов при изменении параметра *A*.

Из анализа системы (4) делается вывод, что в условиях пропорциональности коэффициентов при отрицательной направленности на групповую сплоченность, группа не находит стационарного режима, при котором эффективность деятельности и целевая направленность сбалансированы, то есть для эффективного решения стоящих перед группой задач необходима положительная направленность членов группы на внутригрупповую сплоченность. Эффективность выполнения задачи при положительной направленности на групповую сплоченность возрастает до некоторого оптимального уровня, после которого начинает снижаться, что согласуется с результатами экспериментов (J.W. Atkinson, 1974).

Далее анализируются специальная система, описывающая изменение эффективности деятельности и дружелюбия при постоянной направленности на решение задачи и специальная система, описывающая изменение дружелюбия и мотивации при фиксированной эффективности, что отражает возможную психологическую ситуацию, возникающую при решении группой задач определенного вида. Заменой переменных и коэффициентов ($x = I, y = W$ – в первом случае и $x = I, y = C$ – во втором случае) данные системы приводятся к общему виду

$$
\begin{cases}
\dfrac{dx}{dt} = k_1 x + k_2 y + k_3, \\
\dfrac{dy}{dt} = A(-r_1 y + r_2 + r_3 x) - r_4 y + r_5, \\
x\big|_{t=0} = x_0,\ y\big|_{t=0} = y_0,
\end{cases} \tag{5}
$$

где $k_2, k_3, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 > 0$, коэффициент k_1 может принимать любые конечные значения.

Аналогично исследованию системы (4) проводится исследование состояний равновесия системы (5), в зависимости от параметра *A*.

Справедлива следующая теорема о характере особых точек системы (5):

Теорема 2.3.

В конечной части плоскости *(x,y)* в невырожденном случае в системе (5) устойчивым равновесием является узел (при любых *A*), фокус и центр (при *A<0*). Неустойчивым равновесием могут быть седло (при любых *A*), узел и фокус (при *A<0*).

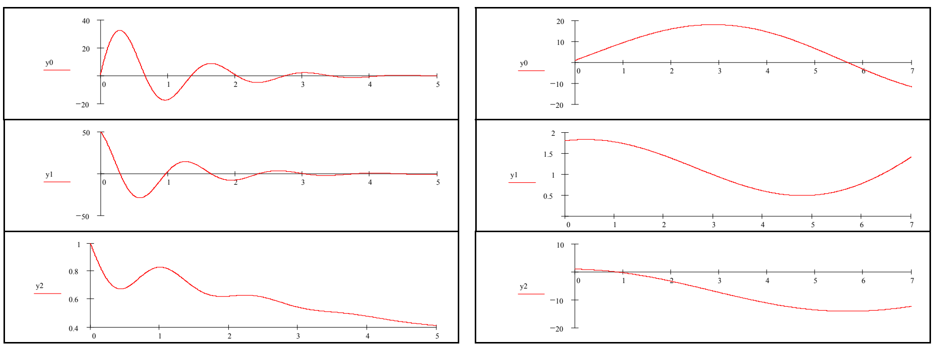
В бесконечной области могут быть одна или две особых точки, которые, в зависимости от значений коэффициентов и параметра *A*, могут быть седлами либо узлами, причем, если в конечной части плоскости особая точка – невырожденный узел или фокус, то в бесконечной области одна особая точка является узлом, а другая – седлом. Если же в конечной части плоскости особая точка – седло, то в бесконечной области особые точки – узлы.

Строятся фазовые портреты системы, проводится их анализ в соответствии с положениями социально-психологической теории деятельности.

Из анализа системы (5) следует, что направленность на решение задачи и эффективность деятельности с возрастанием дружелюбия увеличиваются до некоторого оптимального уровня, после которого начинают снижаться, что соответствует смещению направленности членов группы от выполнения внешней задачи к развитию межличностных отношений.

Рассматривается случай особой точки-фокуса, возникающего при отрицательном значении направленности на групповую сплоченность, при котором траектории системы (5) являются логарифмическими спиралями, что соответствует затухающим колебаниям в анализируемом процессе, отражающим «подстраивание» переменных модели к оптимальному режиму функционирования. В малой группе это соответствует адаптивной фазе, наблюдаемой при формировании группы и при выработке адаптивных реакций в период врабатывания при решении задачи.

В шестом параграфе проводится компьютерный анализ поведения решений системы (3). Показывается соответствие поведения решений системы общим закономерностям групповой динамики, отражающим представления о стадийности развития малой группы: первой стадии – ориентации и зависимости, второй – конфликтов и протеста, третьей – развития связей и сотрудничества и четвертой – целенаправленной деятельности (Р.Л. Кричевский, Е.М. Дубовская и др.) (рис.1а). Также выявлено соответствие поведения решений системы теоретическим и эмпирическим данным о динамике групповых параметров при решении конкретной задачи (А.М.Коробов, В.Л.Надток и др.) (рис. 1б).



а) *б)*

Рис.1. Изменение групповых характеристик:
а) по стадиям развития группы; б) в процессе решения задачи

В седьмом параграфе исследуются вопросы задания начальных условий, верификации и нормировки моделей групповой динамики. Анализируется ряд проблем, возникающих в процессе практического применения математических моделей для исследования и прогнозирования динамики малой группы.

В третьей главе строится математическая модель межличностного взаимодействия в малых группах с учетом индивидуальных характеристик (темпераментов) членов группы.

В первом параграфе анализируются деятельностные модели групповой динамики и делается вывод о необходимости прямого учета индивидуальных различий при моделировании процессов в малых группах, так как личностные особенности участников группового процесса оказывают на него опосредованное рядом факторов влияние, существенно отражающееся на его динамике.

Во втором параграфе строится модель, описывающая межличностное взаимодействие в малых группах, расширяющая известную модель Хантера и учитывающая индивидуальные различия членов группы (темпераменты).

Темперамент – динамическая характеристика психических процессов и поведения человека, проявляющаяся в их скорости, изменчивости и интенсивности.

Предполагается, что общение имеет исключительно диадический характер и осуществляется в форме беседы, содержанием которой является выражение чувств собеседников друг к другу или к другим членам группы. Изменение межличностных отношений в малой группе регулируется четырьмя независимыми механизмами: влиянием, совместимостью, переносом и взаимностью. Изменение отношения i-го члена группы к j-му с течением времени описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_{ij}}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n}\left(\alpha x_{ik}x_{kj}\cdot\tau_{ik} + \beta x_{ik}x_{jk}\cdot\tau_{ij} + \gamma x_{ki}x_{kj}\cdot\tau_{ik} + \delta x_{ki}x_{jk}\cdot\tau_{ij}\right), \\ x_{ij}\big|_{t=0} = x_{ij}^{0}, \end{cases} \qquad (6)$$

где x_{ij} – отношение i-го члена группы к j-му, n – количество индивидов, входящих в рассматриваемую группу, величины α,γ и β,δ представляют относительную важность влияния и совместимости соответственно, τ_{ij} - функция соотношения индивидуальных различий (темпераментов) i-го и j-го членов группы:

$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \rho^{ij} + \sigma^{ij}t, & \{t < T_{ij} \ |\tau_{ij}(T_{ij}) = 1\}, \\ 1, & \{t \ge T_{ij}\}, \end{cases}$$

где ρ^{ij} - корреляция между параметрами нервных процессов, обуславливающих тип темперамента $i-$го и $j-$го членов группы, $\sigma^{ij} \in \mathbf{R}^{+}$ - коэффициент «адаптации», $i, j = 1...n$.

В условиях тесного общения индивидуальные различия членов группы оказывают все менее выраженное воздействие на механизмы формирования отношений в группе, т.к. члены группы вырабатывают определенный стереотип взаимодействия. С учетом этого считается, что с течением времени влияние темпераментных различий между i-м и j-м членом группы «сгладится».

В третьем параграфе описываются результаты компьютерного моделирования. Математическая модель реализована на языке C++ Builder. Так как в общем случае не удается выписать точное решение, поведение системы оценивалось с помощью приближенного решения, сходящегося к точному (метод Рунге-Кутты 4 порядка).

Кроме того, программа позволяет исследовать динамику межличностных отношений, с помощью нормированного метода и выводит графики точного решения для случая симметричной матрицы и равных корреляций (рис.2).

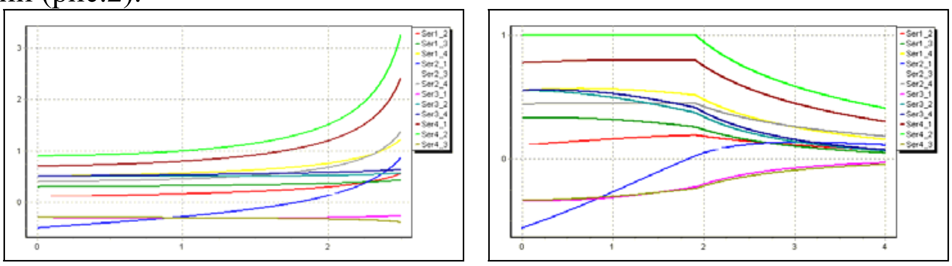
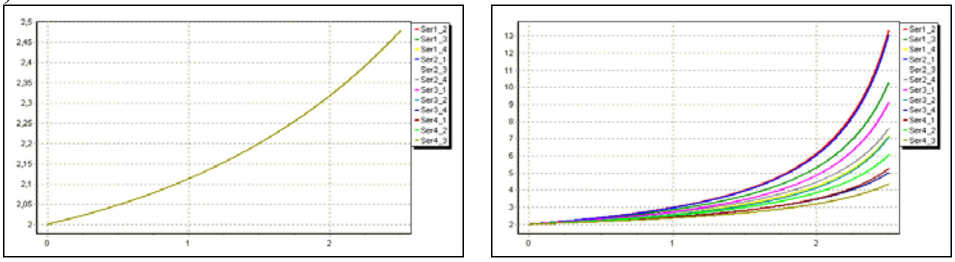


Рис.2. Динамика межличностных отношений в малой группе с учетом индивидуальных различий ее членов (обычный и нормированный метод)

В проведенных компьютерных экспериментах рассматривалась малая группа, состоящая из четырех человек с четырьмя различными типами темпераментов. Исходные данные для компьютерного эксперимента были взяты из опытов по измерению силы, уравновешенности и подвижности нервных процессов Н.М. Пейсахова. Предполагалось, что все начальные отношения в группе равны. Без учета влияния темпераментов (модель Г.Хантера) изменение отношений всех членов группы друг к другу изменяются одинаково (рис.3а), что противоречит очевидным психологическим фактам. В нашей модели динамика отношений меланхолика, холерика, флегматика, сангвиника к другим членам группы различны (рис.3б).



а) *б)*

Рис.3. Динамика межличностных отношений в малой группе: а) без учета индивидуальных различий; б) с учетом темпераментов в группе

Наиболее предпочтительным темпераментом в межличностном общении по результатам эксперимента оказался сангвиник, за ним следуют флегматик, холерик и меланхолик. Результаты экспериментов полностью соответствуют психологическим представлениям о взаимодействии людей с различными типами темпераментов в процессе общения (И.П. Павлов). Таким образом, была показана лучшая по сравнению с прототипом интерпретируемость решений системы.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Проведен анализ психологических, постановочных и математических проблем, возникающих при формализации процессов в малых группах. Предложен подход к построению полнофакторной динамической модели малой группы.
2. На основе деятельностного подхода в социальной психологии построена динамическая модель малой группы в виде системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами связи. Построенная модель позволяет рассматривать малую группу как управляемую динамическую систему.
3. Проведено качественное и компьютерное исследование частного случая общей модели – системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами связи. Показано соответствие поведения решений системы известным сценариям групповой динамики.
4. Построены и качественно исследованы специальные модели групповой динамики. Построены их фазовые портреты и проведено численное исследование решений. Результаты компьютерного анализа решений совпадают с результатами аналитического исследования. Дана социально-психологическая интерпретация полученных результатов.
5. Проведено компьютерное исследование общей деятельностной модели, на основе которого сделан вывод о соответствии поведения решений системы дифференциальных уравнений основным стадиям развития малой группы и динамике групповых характеристик в процессе решения конкретной задачи.
6. Предложена математическая модель, описывающая динамику межличностных отношений в малой группе, расширяющая известную модель Хантера и учитывающая индивидуальные различия членов группы. Построена компьютерная модель, графически представляющая решения. Показана лучшая по сравнению с моделью-прототипом психологическая интерпретируемость результатов.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Розанова Л.В. Математическое моделирование социально-психичес-ких процессов в малых группах. Модель Г. Хантера межличностных отношений и компьютерный эксперимент // Омский научный вестник. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2001. – № 17. – С. 84-86.
2. Розанова Л.В. Моделирование влияния темпераментов на динамику межличностных отношений в малых группах // Омский научный вестник. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2002. – № 19. – С. 59-61.
3. Розанова Л.В. Модель Хантера и компьютерный эксперимент // II Всесибирский конгресс женщин-математиков. Красноярск, 15-17 января 2002 г.: Тез.докл. – Красноярск: Изд-во КрасГУ, 2002. – С.9.
4. Розанова Л.В., Шапцев В.А. Математическое моделирование в социальной психологии: Учеб. пособие. – Сургут: РИО СурГПИ, 2002. – 55 с.
5. Розанова Л.В. Моделирование влияния темпераментов на динамику межличностных отношений в малых группах // Математические структуры и моделирование. – Омск: Изд-во ОмГУ, 2002. – № 10. – С.30-37.
6. Розанова Л.В. Моделирование влияния индивидуальных различий на динамику межличностных отношений в малых группах // Динамика систем, механизмов и машин: Материалы IV междун. науч.-тех. конф., 12-14 ноября 2002 г. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2002. – С. 94-96.
7. Розанова Л.В. Моделирование социального взаимодействия в малых группах // Вторая всероссийская конференция по финансово-актуарной математике и смежным вопросам – ФАМ-03 (28 февраля – 2 марта 2003 г.). Тез.докл. – Красноярск: Изд-во ИВМ СО РАН, 2003. – С.65.
8. Розанова Л.В. Моделирование социального взаимодействия в малых группах // Вторая всероссийская конференция по финансово-актуарной математике и смежным вопросам – ФАМ-03 (28 февраля – 2 марта 2003 г.). Материалы конф. – Красноярск: Изд-во ИВМ СО РАН, 2003. – С.147-152.
9. Розанова Л.В. Математическое моделирование социального взаимодействия в малых группах // Математическое моделирование в образовании, науке и производстве: Материалы III Международной научно-практической конференции. – Тирасполь: РИО ПГУ, 2003. – С. 150-151.
10. Розанова Л.В. Деятельностная модель групповой динамики // III Всесибирский конгресс женщин-математиков. Красноярск, 15-17 января 2004 г.: Тез.докл. – Красноярск: Изд-во КрасГУ, 2004. – С.103-104.