

На правах рукописи

Мухаметзянов Эльвир Венерович

**ТЕПЛОПЕРЕНОС В СРЕДЕ С КОНВЕКТИВНЫМИ
ЯЧЕЙКАМИ**

Специальность

01.04.14 – теплофизика и теоретическая теплотехника

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Подписано в печать
Формат 60×84_{1/16}.
Гарнитура “Times”.
Печать оперативная.
Усл. печ. л. 1,00
Тираж 100 экз.
Заказ №
Отпечатано в типографии
Стерлитамакский филиал
Башкирского госуниверситета
453103, г. Стерлитамак, пр. Ленина, 49.

Тюмень – 2013

Работа выполнена на кафедре теоретической физики и методики обучения физике физико-математического факультета СФ БашГУ и в лаборатории прикладной физики и механики Института прикладных исследований республики Башкортостан

Международный научно-исследовательский журнал. Часть 1. 5(5) – 2012. – С. 28 – 30.

Научный руководитель: Филиппов Александр Иванович
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: Пахаруков Юрий Вавилович,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный
нефтегазовый университет»
(г. Тюмень)

Фатыхов Миннехан Абузарович,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный
педагогический университет им. М. Акмуллы»
(г. Уфа)

Ведущая организация: Институт механики им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского научного центра
Российской академии наук (г. Уфа)

Защита состоится «26» декабря 2013 г. в 13:30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.274.10 при ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный университет» по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, д. 15а, ауд. 410.

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-библиотечном центре ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный университет»

Автореферат разослан « 25 » ноября 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.274.10,
доктор физико-математических наук



С.Ю. Удовиченко

http://www.ogbus.ru/authors/FilippovAI/FilippovAI_2.pdf.

4. Филиппов А.И., Хисматуллин А.С., Мухаметзянов Э.В., Леонтьев А.И. Тепловой транслятор бегущей волны // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естественные науки». – 2011. – №1. – С. 78 – 86.

в других изданиях:

5. Филиппов А.И., Карасев Е.М., Хисматуллин А.С., Мухаметзянов Э.В. Новый метод вычисления коэффициента трансляторного переноса в жидкости с пузырьками // Вестник Херсонского национального технического университета. Вып. 2(35). – Херсон: ХНТУ, –2009. – С. 439 – 442.

6. Хисматуллин А.С., Мухаметзянов Э.В. Экспериментальное измерение коэффициента температуропроводности жидкости с фиксированными пузырьками // Сборник тезисов, материалы XIII Всероссийской научной конференции студентов – физиков и молодых ученых (ВНКСФ – 13, Ростов-на-Дону–Таганрог): Материалы конференции: В 1. Т. 1 – Екатеринбург: изд-во АСФ России, – 2007, – С. 289 – 290.

7. Хисматуллин А.С., Мухаметзянов Э.В., Леонтьев А.И. Исследование коэффициента трансляторного переноса в «псевдокипящей» жидкости // Сб. тезисов докладов ВНКСФ – 14, Уфа, 27 марта – 3 апреля 2008г, – С. 28 – 29.

8. Хисматуллин А.С., Мухаметзянов Э.В. Расчет коэффициента трансляторного теплопереноса в волновом поперечном поле // VIII Региональная школа – конференция для студентов, аспирантов и молодых ученых по математике, физике и химии: Сборник трудов. Т. II. Физика. Лекции и научные статьи. / Отв. ред. Р. М. Вахитов. – Уфа: РИЦ БашГУ. – 2008. – С. 182 – 184.

9. Филиппов А.И., Мухаметзянов Э.В., Уразаева Р.Р. Тепловой транслятор стоячей волны // Физика. Космос. Вселенная. Сборник материалов межвузовской астрономической научно-практической конференции молодых ученых, посвященной Дню космонавтики. Стерлитамак. – 2012. – С. 85 – 86.

10. Филиппов А.И., Степанов А.С., Мухаметзянов Э.В., Уразаева Р.Р. Тепловой транслятор стоячей волны // Научные труды Стерлитамакской государственной педагогической академии им. Зайнаб Бишевской. Т.2. Серия «Физико-математические и естественные науки». – 2012. – №1. – С. 122 – 129.

11. Филиппов А.И., Мухаметзянов Э.В., Леонтьев А.И., Садриев А.Ф. Новая модель теплопереноса – транслятор бегущей волны //

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Изучение явлений переноса представляет одно из важнейших направлений современной физики. Достаточно заметить, что содержание и современные формулировки законов сохранения (изменения) энергии, импульса и момента импульса представляют собой уравнения баланса соответствующих величин, главной причиной эволюции которых служат явления переноса.

С целью изучения методов интенсификации процессов переноса, проводились экспериментальные исследования. А.В. Романовым обнаружена интенсификация теплообмена при высокочастотных физических воздействиях в зоне ультразвуковых колебаний. Л.И. Ильченко и В.Д. Чайка обнаружили резкое увеличение коэффициента теплопередачи при зарождении паровых пузырей в кипящей жидкости. А.А. Божко и Г.Ф. Путиным при нагреве наножидкости обнаружено возникновение термомагнитной конвекции, усиливающей теплоперенос в 3 – 5 раз. А.С. Хисматуллин в диссертации¹ обобщил результаты, полученные А.И. Филипповым и показал, что величина эффективного коэффициента теплопроводности в жидкости со всплывающими пузырьками, в радиальных и вертикальных направлениях в предположении, что поля возмущений скорости подобны структурам, типа бегущей и стоячей волны, на 2 – 3 порядка превышает молекулярную. В статье Р.И. Нигматулина² установлено, что теоретически возможное возрастание эффективной теплопроводности составляет 2 порядка, в этой же работе на основе экспериментальных данных показано, что коэффициент температуропроводности возрастает в 27 раз. Итак, опубликованные в научной литературе данные различаются на порядок и требуют уточнений. Это стимулировало постановку цели исследования по проблематике и ее осуществление.

К настоящему времени накоплено большое количество экспериментальных фактов, свидетельствующих об увеличении коэффициентов переноса в среде с конвективными ячейками. Однако теоретически физические закономерности процессов переноса в сложных системах, содержащих конвективные ячейки, не исследованы.

¹Хисматуллин А.С. Теоретическое и экспериментальное исследование теплопереноса в жидкости с газовыми пузырьками: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.14 / Хисматуллин Азат Салаватович. – Стерлитамак, 2010. – 131с

²Нигматулин Р.И., Филиппов А.И., Хисматуллин А.С. Трансцилляторный перенос тепла в жидкости с газовыми пузырьками // Теплофизика и аэромеханика, 2012. Т. 19, №5, С. 595 – 612.

Целью диссертационной работы является развитие теории переноса в среде с конвективными ячейками на основе трансцилляторных представлений, уточнение экспериментальных данных с использованием сравнительного метода, сопоставление результатов применения развитой теории к жидкости со всплывающими пузырьками газа с экспериментом.

Основные задачи исследования:

- разработка математической модели, позволяющей представить явления переноса в жидкости с конвективными ячейками в виде трансцилляторов;
- разработка модели двумерного анизотропного трансциллятора стоячей волны;
- создание новой интерпретационной модели, позволяющей расширить диапазон измерения коэффициента трансцилляторного переноса;
- анализ результатов расчетов с целью определения дополнительных требований к экспериментальным температурным измерениям, реализация которых позволит увеличить точность измерения параметров интенсификации теплообмена;
- усовершенствование установки и уточнение результатов экспериментального определения эффективной теплопроводности ячейистой среды или среды с пузырьками.

Научная новизна. Поле скоростей в среде с конвективными ячейками представлено в виде счетного множества гармоник Фурье в двумерном случае. Найдены выражения для эффективного коэффициента теплопроводности. Показано, что явление теплопереноса в среде с конвективными ячейками представляется как результат действия счетной совокупности трансцилляторов.

Для определения эффективного коэффициента теплопроводности разработаны две интерпретационные модели на основе решения задач о тепловом потоке в цилиндре кругового сечения.

В результате анализа влияния таких препятствующих факторов, как эффект Гиббса, определены дополнительные требования к экспериментальным температурным измерениям, реализация которых позволила увеличить точность измерения теплофизических параметров.

Практическая значимость. На основе проведенных исследований явлений переноса в среде с конвективными ячейками могут быть определены оптимальные режимы работы соответствующих промышленных установок для интенсификации явлений переноса.

Достоверность основных результатов диссертационной работы обоснована применением в качестве исходных посылок основных зако-

установлен нагреватель. Генератором конвективных ячеек в установке выступают всплывающие пузырьки газа.

Для повышения точности измерений коэффициента трансцилляторного переноса в широком диапазоне значений создана новая интерпретационная модель, в которой при малых значениях эффективной теплопроводности (жидкость без конвективных ячеек) использовано решение задачи с заданной температурой в области впрыска газа, а при больших значениях (с конвективными ячейками) – с заданным теплообменом. Отмечено, что расчеты, выполненные согласно созданной модели, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Осуществлены экспериментальные измерения температурных полей в отсутствие и при наличии пузырьков газа в жидкости. Определены экспериментальные значения эффективного коэффициента теплопроводности, при этом использован сравнительный метод на основе оценки времени установления.

Установлено, что вклад трансцилляторного коэффициента переноса в 20 – 23 раза превышает вклад молекулярной теплопроводности.

Автор выражает глубокую благодарность академику Р.И. Нигматулину, д.ф.-м.н., проф. П.Н. Михайлову, д.ф.-м.н., проф. С.И. Лежнину, д.т.н., проф. Н. А. Прибатурину, к.ф.-м.н., доц. А.Ш. Азаматову и многим другим за внимание к работе и ценные замечания в процессе личного обсуждения и на научных семинарах результатов исследований и при постановке проблематики, которые послужили улучшению содержания работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ Поволжье (грант № 11-08-97033-р_поволжье_a).

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в журналах, рекомендованных ВАК РФ:

1. Филиппов А.И., Мухаметзянов Э.В., Леонтьев А.И., Садриев А.Ф. Полигармонический трансциллятор бегущей волны // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т.56 – №2. – С. 39 – 44.
2. Филиппов А.И., Мухаметзянов Э.В., Леонтьев А.И., Садриев А.Ф., Садыкова Л.Ф. Математическая модель классического линейного трансциллятора // Вестник Башкирского университета. – 2013. – Т.18 – №2. – С. 359 – 362.
3. Филиппов А.И., Мухаметзянов Э.В., Леонтьев А.И. Тепловое поле в ограниченном круговом цилиндре с заданной температурой двух сечений и теплообменом на поверхности // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». – 2013. – №3. – С. 450 – 470. – Режим доступа:

ностью, эквивалентной молекулярной. Для нахождения эффективного коэффициента теплопроводности сложное поле скоростей в среде с конвективными ячейками представлено в виде счетной совокупности гармоник Фурье.

Соответствующий процесс переноса тепла описывается тензорными соотношениями. Компоненты тензора эффективной теплопроводности зависят от коэффициентов разложения поля скоростей в ряд Фурье и частот, кратных основной.

Для определения вклада физических эффектов в изучаемый процесс переноса решены вспомогательные задачи о явлениях переноса в дополнительно определенных объектах – трансцилляторах: двумерном трансцилляторе, трансцилляторах бегущих и стоячих волн. На основании полученных выражений показано, что во всех рассматриваемых объектах существо процессов переноса практически идентично. Это означает, что некоторая физическая сущность описывается с помощью различных математических моделей. Эта сущность и есть так называемый трансцилляторный перенос.

Показано, что процесс переноса в двумерном трансцилляторе описывается совокупностью двух независимых одномерных трансцилляторов стоячих волн. Установлено, что в двумерном анизотропном трансцилляторе коэффициент трансцилляторного переноса по оси x не зависит от коэффициента теплопроводности по оси x (a_x), а целиком определяется коэффициентом теплопроводности по оси z (a_z). Напротив, коэффициент трансцилляторного переноса по оси z не зависит от коэффициента теплопроводности по оси z (a_z), а целиком определяется коэффициентом теплопроводности по оси x (a_x). Такая закономерность представляется необычной и является нетривиальным примером перекрестного влияния в процессе переноса.

Путем сопоставления слагаемых сумм ряда, описывающего перенос тепла периодической конвективной структурой, с полученными выражениями для двумерного и одномерных трансцилляторов показано, что процесс переноса в ячеистой структуре эквивалентен действию счетной совокупности трансцилляторов с кратными основной частотами и амплитудами, совпадающими с амплитудами гармоник Фурье. Этот факт свидетельствует о том, что трансциллятор является элементарным объектом (квантом) процесса переноса, с помощью которого описываются процессы переноса в ячеистых структурах.

Для проверки теоретических результатов создана новая установка для измерения коэффициента трансцилляторного переноса. Рабочий объем установки выполнен в виде цилиндра, в верхней части которого

нов сохранения и других фундаментальных физических законов. В диссертационной работе показано, что более общие решения, полученные автором для поля температур, в частных случаях совпадают с решениями, приведенными в публикациях других авторов. Сопоставление полученных теоретических результатов с экспериментальными данными показывает их удовлетворительное согласие.

Основные положения, выносимые на защиту:

- Теоретическая модель, объясняющая интенсификацию процессов переноса в среде с конвективными ячейками на основе трансцилляторных представлений.
- В двумерном анизотропном трансцилляторе с координатами x, z коэффициент трансцилляторного переноса по оси x не зависит от коэффициента теплопроводности по оси x (a_x), а целиком определяется коэффициентом теплопроводности по оси z (a_z). Напротив, коэффициент трансцилляторного переноса по оси z не зависит от коэффициента теплопроводности по оси z (a_z), а целиком определяется коэффициентом теплопроводности по оси x (a_x).
- Новая интерпретационная модель для определения эффективного коэффициента теплопроводности жидкости с пузырьками газа в расширенном диапазоне измеряемых значений.
- Уточненные результаты измерения эффективного коэффициента теплопроводности.

Апробация работы. Результаты работы были представлены в виде докладов на: Международных научных конференциях (г. Херсон, Украина, 2009), Всероссийских симпозиумах (г. Сочи – Адлер, 2007 – 2010), Всероссийских научных конференциях (г. Ростов-на-Дону – Таганрог, 2007; Уфа, 2008), научных семинарах кафедр прикладной математики и механики (научный руководитель – д. ф.-м. н., проф. И.К. Гимал-тдинов), теоретической физики и методики обучения физике Стерлитамакского филиала БашГУ (научный руководитель – д. т. н., проф. А.И. Филиппов), общенаучных дисциплин Салаватского филиала УГНТУ, (научный руководитель – к. т. н. Т.М. Левина), математического анализа и прикладной математики Бирского филиала БашГУ (научный руководитель – д. ф.-м. н., проф., академик АН РБ В.Ш. Шагапов).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 11 научных работах, список которых приведен в конце автореферата, 4 из них в журналах, рекомендованных ВАК РФ. В работах [1] – [11] постановка задачи принадлежит профессору А.И. Филиппову. Вклад авторов в

основном равнозначный. Результаты, выносимые на защиту, принадлежат автору.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 85 наименований. Работа содержит 17 рисунков и изложена на 115 страницах, включая приложение.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность работы, поставлены задачи исследования и приводятся краткие сведения по работе.

В **первой главе** рассмотрены явления переноса в жидкости с конвективными ячейками. В среде с конвективными ячейками возникает сложное поле скоростей, которое приводит к возрастанию эффективного коэффициента теплопроводности. При определенных условиях величина эффективного коэффициента теплопроводности может на несколько порядков превышать молекулярный, поэтому исследование механизма переноса в среде с конвективными ячейками имеет важное значение.

В процессе выполнения теоретических исследований, для определения эффективного коэффициента трансцилляторного переноса тепла использован метод Зельдовича, дополненный методом редукции к эквивалентному интегро-дифференциальному уравнению при определении температурного поля. Суть этого метода заключается в следующем.

Вычисление коэффициента эффективного переноса осуществляется усреднением вектора конвективного потока тепла

$$\vec{j}_{cv} = c_l \rho_l (\vec{i} v_x + \vec{k} v_z) T, \quad (1)$$

по периоду колебаний и пространственной ячейке. Для определения коэффициента эффективного переноса λ_{ef} необходимо величину усредненного конвективного потока тепла $\langle \vec{j}_{cv} \rangle$ привести к виду, аналогичному закону теплопроводности Фурье

$$\langle \vec{j}_{cv} \rangle = -\lambda_{ef} \langle \nabla T \rangle. \quad (2)$$

Из формул (1), (2) следует, что для отыскания эффективной теплопроводности следует найти поля скоростей и температуры в среде с неподвижными конвективными ячейками.

На рис. 1 представлена двумерная среда с неподвижными конвективными ячейками. Начало координат выбрано в центре одной из ячеек, в этом случае функции двумерного поля скорости $v_x(x,z,t)$ и $v_z(x,z,t)$

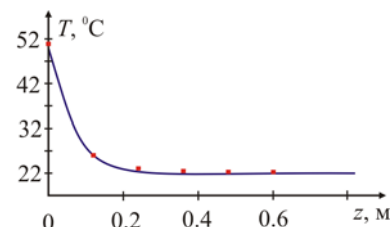


Рис. 5. Зависимость температуры T от расстояния z от нагревателя по истечении времени 36000 с в центре цилиндра ($r=0$) *

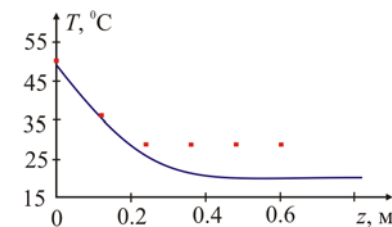


Рис. 6. Зависимость температуры T от расстояния до нагревателя z в центре цилиндра ($r=0$) при пропускании пузырьков по истечении времени 720 с

Также в этой главе представлены результаты экспериментальных исследований температурных полей и теплопроводности воды с газовыми пузырьками.

В таблице 1 приведены найденные значения эффективного коэффициента теплопроводности для различных значений содержания газовой фазы.

Таблица 1.

Экспериментальные значения эффективной теплопроводности при различных относительных объемных содержаниях газовой фазы s

$s = 0,1\%$		$s = 0,2\%$		$s = 0,3\%$		$s = 0,5\%$		$s = 0,7\%$	
$\frac{\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\Delta\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\Delta\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\Delta\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\Delta\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$	$\frac{\Delta\lambda}{\text{Вт}} / \frac{\text{К}\cdot\text{м}}$
13.11	1.95	13.85	1.79	13.38	1.25	12.28	1.52	13.29	1.49

Поскольку теплопроводность воды составляет $\lambda = 0.6 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м})$, то эффективный коэффициент теплопроводности возрастает в 20 – 23 раза в зависимости от содержания газовой фазы. Таким образом, трансцилляторная компонента теплопроводности в этом случае более чем в 20 раз превышает молекулярную, является преобладающей и практически полностью определяет перенос тепла в рассматриваемой системе.

В заключении подводятся итоги проведенного исследования.

Численные расчеты тепловых полей осуществлены с помощью программного пакета Mathcad. Графические иллюстрации выполнены с использованием программы CorelDraw.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

Показано, что процессы переноса тепла в двумерной среде с неподвижными конвективными ячейками можно заменить теплопровод-

На графике (рис. 3) приведены изменения температуры от вертикальной координаты z в центре резервуара с водой ($\lambda_r = \lambda_z = 0.6$ Вт/(м·К)) в различные моменты времени. При малых значениях времени (кр. 1) наблюдается чередование максимумов и минимумов, причины появления которых связаны с явлением Гиббса, поскольку при уменьшении времени распределение температуры стремится к скачкообразному изменению в точке $z = 0$. Известно, что при увеличении числа слагаемых в частой сумме Фурье точность расчетов температуры для малых времен возрастает. Однако широко используемая программа Mathcad в рассматриваемом случае позволяет вычислить ряд с числом слагаемых только до 100, в этом случае решение соответствует правдоподобному, только начиная с момента времени $t = 3$ мин.

Из расчетного радиального распределения температуры в резервуаре (рис. 4) видим, что вблизи от нагревателя также возникают максимумы и минимумы, причины возникновения которых, как и в предыдущем случае, связаны с явлением Гиббса.

Это приводит к ограничениям на расположение датчиков температуры. При малых значениях параметра теплообмена датчик температуры может быть приближен к нагревателю, в противном случае измерение температуры в экспериментальной установке следует осуществлять на достаточном удалении от нагревателя.

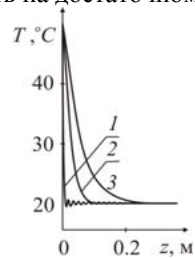


Рис. 3. Распределение температуры по глубине в центре резервуара в моменты времени 1 – 60, 2 – 3600, 3 – 36000 с

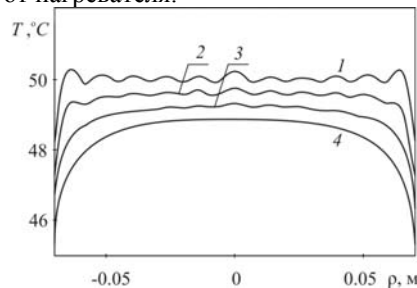


Рис. 4. Радиальное распределение температуры через 24 часа: 1 – на уровне расположения нагревателя и на расстояниях: 2 – 1мм, 3 – 2мм, 4 – 3мм от нагревателя, при значении параметра теплообмена $k=10$ м⁻¹

Сопоставление экспериментальных и теоретических данных (рис. 5, 6) подтверждает необходимость использования двух моделей для интерпретации, а также возможность учета теплообмена в области инъекции газа при исследовании теплопереноса в жидкости с газовыми пузырями.

являются четными функциями по пространственным координатам x и z , а по времени – ни четной, ни нечетной.

Известно, что в такой периодической структуре скорость всегда может быть представлена в виде счетной совокупности гармоник Фурье

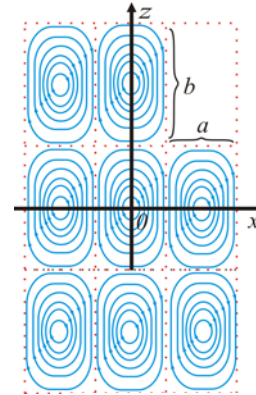


Рис. 1. Периодическая структура с неподвижными конвективными ячейками, где a, b размеры конвективных ячеек.

$$v_x(x, z, t) = \sum_{m, n, k=1}^{\infty} X_{mnk}^{ccs} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \sin \frac{k\pi t}{\tau} + \sum_{m, n, k=1}^{\infty} X_{mnk}^{ccc} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \cos \frac{k\pi t}{\tau}, \quad (3)$$

$$v_z(x, z, t) = \sum_{m, n, k=1}^{\infty} Z_{mnk}^{ccs} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \sin \frac{k\pi t}{\tau} + \sum_{m, n, k=1}^{\infty} Z_{mnk}^{ccc} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \cos \frac{k\pi t}{\tau}, \quad (4)$$

где $\tau = T/2$ – полупериод, $m = 1, 2, \dots$, $n = 1, 2, \dots$, $k = 1, 2, \dots$. Коэффициенты ряда вычисляются по формулам

$$X_{mnk}^{ccs} = \frac{1}{ab\tau} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-\tau}^{\tau} v_x(x, z, t) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \sin \frac{k\pi t}{\tau} dx dz dt, \quad (5)$$

$$X_{mnk}^{ccc} = \frac{1}{ab\tau} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-\tau}^{\tau} v_x(x, z, t) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \cos \frac{k\pi t}{\tau} dx dz dt,$$

$$Z_{mnk}^{ccs} = \frac{1}{ab\tau} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-\tau}^{\tau} v_z(x,z,t) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \sin \frac{k\pi t}{\tau} dx dz dt, \quad (6)$$

$$Z_{mnk}^{ccc} = \frac{1}{ab\tau} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-\tau}^{\tau} v_z(x,z,t) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{b} \cos \frac{k\pi t}{\tau} dx dz dt.$$

Соответствующая двумерная задача математической физики для определения температурного поля, описываемого уравнением конвективной теплопроводности, редуцирована к эквивалентному интегральному уравнению. На основе методов квантовой электродинамики выражение для температуры представлено в виде эквивалентного интегро-дифференциального уравнения, позволяющего выразить температурное поле через градиент

$$T = T|_{t=0} + \frac{1}{4\pi\sqrt{a_z a_x}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t \left(-v_z \frac{\partial T}{\partial z} - v_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{(z-z')^2}{4a_z(t-t')} - \frac{(x-x')^2}{4a_x(t-t')} \right] \frac{dx' dz' dt'}{t-t'}, \quad (7)$$

где a_z, a_x – коэффициенты теплопроводности по соответствующим осям.

Вычисление коэффициента эффективного переноса осуществлено усреднением вектора конвективного потока тепла по периоду колебаний и пространственной ячейке, что сопряжено с вычислением большого количества интегралов. Для определения эффективного коэффициента переноса λ_{ef} величина усредненного конвективного потока тепла $\langle \vec{j}_{cv} \rangle$ приведена к виду, аналогичному закону теплопроводности Фурье

$$\langle \vec{j}_{cv} \rangle = \frac{c_l \rho_l}{8} \sum_{m,n,k=1}^{\infty} \left[A_{mnk} \left((X_{mnk}^{ccs})^2 + (X_{mnk}^{ccc})^2 \right) \Gamma_x + \right.$$

$$+ \left. \left(A_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccs} + X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccc} \right) + B_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccc} - X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccs} \right) \right) \Gamma_z \right] \vec{i} +$$

$$+ \left[A_{mnk} \left((Z_{mnk}^{ccs})^2 + (Z_{mnk}^{ccc})^2 \right) \Gamma_z + \left(A_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccs} + X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccc} \right) + \right.$$

$$\left. + B_{mnk} \left(Z_{mnk}^{ccs} X_{mnk}^{ccc} - Z_{mnk}^{ccc} X_{mnk}^{ccs} \right) \right) \Gamma_x \right] \vec{k}, \quad (8)$$

$$T|_{\tau=0} = 0.$$

Для примера здесь приведено решение задачи с заданной температурой, найденное с применением спектральных методов, ныне развиваемых в МГУ (в школе академика Ильина В.А.)

$$T = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2k_1 r_0}{\lambda_r (k_1^2 r_0^2 / \lambda_r^2 + a\beta_p^2)} \frac{J_0(\sqrt{a}\beta_p r)}{J_0(\sqrt{a}\beta_p)} \times$$

$$\times \left[\frac{\text{sh}[\beta_p (h/r_0 - z)]}{\text{sh}[\beta_p h/r_0]} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2r_0 \gamma_k}{(\gamma_k^2 + \beta_p^2)} e^{-\alpha_{pk}^2 \tau} \sin(\gamma_k z) \right], \quad (18)$$

где k_1 – коэффициент теплоотдачи через боковую поверхность резервуара, λ_r – коэффициент теплопроводности вдоль оси r , r_0 – радиус резервуара, $a = \lambda_z / \lambda_r$, h – высота резервуара. Трансцендентные уравнения для определения коэффициентов имеют вид

$$\alpha_{kp}^2 = \gamma_k^2 + \beta_p^2,$$

$$\gamma_k = \frac{\pi r_0 k}{h}, \quad (19)$$

$$\beta_p J_1(\sqrt{a}\beta_p) = \frac{k_1 r_0}{\lambda_r \sqrt{a}} J_0(\sqrt{a}\beta_p).$$

При интерпретации результатов измерения температуры в среде без пузырьков высокая точность достигается на основе модели с заданной температурой на дне сосуда. Поскольку при пропускании пузырьков коэффициент теплопроводности возрастает на несколько порядков, то температурное возмущение, создаваемое нагревателем, достигает области инъекции газа. Это обстоятельство делает необходимым при исследовании теплопереноса использование модели с заданным теплообменом в области инъекции газа (на дне сосуда). Использование двух интерпретационных моделей обеспечивает поддержание в широком диапазоне высокой точности изменения эффективной теплопроводности исследуемой среды.

При составлении программ для интерпретации результатов измерений и повышения точности решающее значение имеет учет особенностей поведения решения в определенных условиях и эффектов, типа явления Гиббса, которые и определяют точность полученных значений физических величин.

Основным элементом установки является цилиндрическая емкость 1 радиуса 0,07 м и высотой 1 м, заполненная водой. Нагревательный элемент 2 установлен в верхней части резервуара для уменьшения влияния естественной тепловой конвекции на перенос тепла. В установку вмонтированы термопары 3, на уровне нагревателя и на различных расстояниях от нагревателя. Показания с термопар снимаются аналого-цифровым преобразователем ADAM 4 и передаются в компьютер 5 для последующей обработки и анализа.

Данные с верхней термопары передаются специальной программе, которая через реле-регулятор 6 управляет автотрансформатором 7, питающим нагреватель. Тем самым осуществляется поддержание температуры в верхней части столба жидкости, не превышающей 50°C. Газовые пузырьки, генерирующие конвективные ячейки, создаются впрыском газа компрессором 8 в нижнюю часть сосуда через иголки 9. Для уменьшения воздействия изменений температуры окружающей среды резервуар помещен в теплоизолирующий шкаф 10.

Определены теплофизические параметры установки, разработана интерпретационная модель на основе решения задач о тепловом поле в цилиндре кругового сечения. В нашем исследовании интерпретационная модель состоит из двух частей.

При нагреве жидкости без пузырьков эффективный коэффициент теплопроводности одного порядка с табличным значением коэффициента теплопроводности для воды. В этом случае для интерпретации использованы решения задач с заданной температурой и заданным теплообменом (условие в круглых скобках) в области впрыска газа. Поскольку экспериментальное определение коэффициента трансцилляторного переноса осуществлено путем измерения температуры в жидкостной и газожидкостной среде в сосуде цилиндрической формы, то математическая постановка задач имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{ar} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (16)$$

$$T|_{z=0} = 1,$$

$$T|_{z=h/r_0} = 0 \left(\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h/r_0} = -\frac{k_z r_0}{\lambda_z} T|_{z=h/r_0} \right), \quad (17)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} = -\frac{k_r r_0}{\lambda_r} T|_{r=1},$$

где введено обозначение

$$A_{mnk} = \left[a_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + a_z \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{k\pi}{\tau} \right)^2 + \left(a_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + a_z \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right)^2 \right]^{-1},$$

$$B_{mnk} = \frac{k\pi}{\tau} \left[\left(\frac{k\pi}{\tau} \right)^2 + \left(a_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + a_z \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right)^2 \right]^{-1}.$$

Полученное выражение для осредненного конвективного потока свидетельствует о том, что процесс конвективного переноса тепла системой ячеистых течений эквивалентен молекулярной теплопроводности. Причем поток тепла по оси x зависит от антиградиентов температуры по обеим координатам Γ_x и Γ_z . Аналогичное утверждение справедливо относительно оси z . Это означает, что соответствующий процесс переноса тепла описывается тензорными соотношениями. Компоненты тензора эффективной теплопроводности при этом имеют вид

$$\lambda_{ef}^{xx} = \frac{c_l \rho_l}{8} \sum_{m,n,k=1}^{\infty} A_{mnk} \left((X_{mnk}^{ccs})^2 + (X_{mnk}^{ccc})^2 \right), \quad (9)$$

$$\lambda_{ef}^{xz} = \frac{c_l \rho_l}{8} \sum_{m,n,k=1}^{\infty} A_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccs} + X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccc} \right) + B_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccc} - X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccs} \right), \quad (10)$$

$$\lambda_{ef}^{zx} = \frac{c_l \rho_l}{8} \sum_{m,n,k=1}^{\infty} A_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccs} + X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccc} \right) - B_{mnk} \left(X_{mnk}^{ccs} Z_{mnk}^{ccc} - X_{mnk}^{ccc} Z_{mnk}^{ccs} \right), \quad (11)$$

$$\lambda_{ef}^{zz} = \frac{c_l \rho_l}{8} \sum_{m,n,k=1}^{\infty} A_{mnk} \left((Z_{mnk}^{ccs})^2 + (Z_{mnk}^{ccc})^2 \right). \quad (12)$$

Они представлены в виде суммы рядов, члены которого содержат квадраты и произведения амплитуд гармоник Фурье для периодических полей скорости. Нижние индексы при коэффициентах гармоник Фурье представляют индексы суммирования, а верхние – первые буквы от названия тригонометрической функции, входящей в ортогональную систему.

Итак, процессы переноса тепла в двумерной среде с неподвижными периодическими конвективными ячейками можно заменить эффективной теплопроводностью, эквивалентной молекулярной.

По структуре выражений компонента тензора теплопроводности (9) можно сделать вывод, что описанный процесс переноса полностью является трансцилляторным. Доказательству этого положения посвящена вся вторая глава.

Во *второй главе* дан анализ физических процессов переноса в среде с конвективными ячейками на основе трансцилляторных представлений.

Впервые введена новая модель – двумерный анизотропный трансциллятор. Путем осреднения конвективного потока, при определении которого использовано интегро-дифференциальное уравнение для температуры, выражающее температурное поле через ее градиент, определены выражения для эффективных коэффициентов теплопроводности по осям.

Из сопоставления выражений для эффективного коэффициента теплопроводности следует, что двумерный анизотропный трансциллятор с усредненным потоком

$$\langle \vec{j}_{cv} \rangle = \frac{A^2 \omega^2 c_l \rho_l}{2} \left[\frac{k_z^2 a_z \Gamma_x}{(k_z^4 a_z^2 + \omega^2)} \vec{i} + \frac{k_x^2 a_x \Gamma_z}{(k_x^4 a_x^2 + \omega^2)} \vec{k} \right] \quad (13)$$

является структурным «кирпичиком» переноса в среде с периодически конвективными ячейками. В свою очередь, двумерный трансциллятор можно представить как совокупность одномерных трансцилляторов, теория которых развита в данной главе, с коэффициентами трансцилляторного переноса, совпадающими с его значением для трансциллятора стоячей волны

$$\lambda_x^{tr} = \frac{A^2 \omega^2 c_l \rho_l k_z^2 a_z}{2(k_z^4 a_z^2 + \omega^2)}, \quad (14)$$

$$\lambda_z^{tr} = \frac{A^2 \omega^2 c_l \rho_l k_x^2 a_x}{2(k_x^4 a_x^2 + \omega^2)}, \quad (15)$$

где c_l – удельная теплоемкость воды, ρ_l – плотность воды, k_z, k_x – волновые числа, определяющие размеры конвективных ячеек по осям x, z соответственно, ω – циклическая частота колебаний, A – амплитуда колебаний.

Итак, перенос в периодической структуре с конвективными ячейками полностью является трансцилляторным.

Из (14), (15) следует, что коэффициент трансцилляторного переноса по оси x у двумерного анизотропного трансциллятора не зависит от

коэффициента температуропроводности по оси x (a_x), а целиком определяется коэффициентом температуропроводности по оси z (a_z). Напротив, коэффициент трансцилляторного переноса по оси z не зависит от коэффициента температуропроводности по оси z (a_z), а целиком определяется коэффициентом температуропроводности по оси x (a_x).

Установленное положение об эквивалентности переноса тепла конвективной ячейкой и молекулярными структурами явилось теоретической основой экспериментальных измерений эффективной теплопроводности. Ячеистые структуры в экспериментальной установке генерируются регулярно всплывающими пузырьками. В основе генерации лежит известный факт, что при всплывании отдельного пузырька «выделенной» частицы жидкости движутся по замкнутым траекториям.

В *третьей главе* описана модернизированная установка (рис. 2) для определения эффективного коэффициента теплопереноса с генератором конвективных ячеек в виде всплывающих газовых пузырьков.

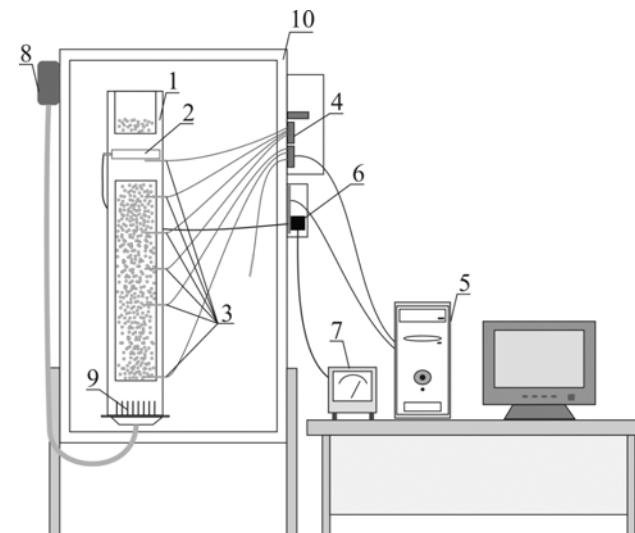


Рис. 2. Установка для определения коэффициента трансцилляторного переноса 1 – цилиндрический резервуар, 2 – нагревательный элемент, 3 – термопары, 4 – аналого-цифровой преобразователь ADAM, 5 – компьютер, 6 – реле-регулятор, 7 – автотрансформатор, 8 – компрессор, 9 – иглы для впрыска газа, 10 – теплоизолирующий шкаф