

*На правах рукописи*

МОИСЕЕВ КОНСТАНТИН ВАЛЕРЬЕВИЧ

**ВЛИЯНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ  
ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СВОБОДНУЮ  
КОНВЕКЦИЮ ЖИДКОСТИ**

01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Тюмень — 2009

Работа выполнена в Институте механики Уфимского научного центра Российской академии наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
Урманчиев Саид Федорович

Научный консультант: кандидат физико-математических наук  
Ильясов Айдар Мартисович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук  
Родионов Сергей Павлович  
кандидат физико-математических наук,  
доцент Гореликов Андрей Вячеславович

Ведущая организация: Институт теплофизики СО РАН

Защита диссертации состоится « 19 » июня 2009 года  
в 15<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета ДМ 212.274.09  
в Тюменском государственном университете по адресу: 625003,  
г. Тюмень, ул. Перекопская, 15А.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан « 18 » мая 2009 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к.ф.-м.н., доцент



Мусакаев Н. Г.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Исследование процессов конвективного переноса является одной из важнейших задач современной гидродинамики, так как эти процессы широко распространены как в природе, так и в технике.

В современной промышленности для улучшения характеристик рабочих жидкостей аппаратов и машин используются различные полимерные присадки, способные изменять реологические свойства жидкости. Между тем, даже при незначительных добавках присадок, эти свойства могут претерпеть как качественные, так и количественные изменения. Например, процессы полимеризации и деполимеризации, образования и разрушения гелевых структур при изменении температуры могут привести к немонотонным температурным зависимостям вязкости. Этот факт должен учитываться при оценке режимов технологических процессов, так как оптимальные режимы тепломассопереноса могут сильно измениться.

В отечественной и зарубежной литературе достаточно широко представлены работы по изучению конвективных течений в жидкостях, вязкость которых не изменяется или монотонно убывает с ростом температуры. Тем не менее, температурная зависимость вязкости может иметь достаточно сложный характер. Вязкость гелеобратимых водных растворов метилцеллюлозы, полиакриламида, карбоксиметилцеллюлозы с ростом температуры до точки начала гелеобразования убывает и при достижении этой точки начинает резко возрастать, то есть изменяется немонотонно, и имеет в точке гелеобразования минимальное значение. Вязкость жидкой серы и ряда органических полимеров также имеет немонотонный характер: образование длинных полимерных цепочек в определенном температурном диапазоне приводит к значительному увеличению вязкости. Понижение или повышение температуры уменьшает их длину и ведет к уменьшению вязкости. Кривая температурной зависимости вязкости таких жидкостей имеет точку максимума.

Изучение эффектов конвективного переноса жидкостей с аномалией вязкости по температуре представляет собой сложную задачу, сопряженную с необходимостью проведения исследований с применением математического моделирования и современных вычисли-

тельных средств.

Закономерности поведения таких сред при свободно-конвективном переносе практически не изучены и представляют большой практический и научный интерес.

**Цель работы.** Установление особенностей свободно-конвективного переноса в двухмерной ячейке жидкостей, имеющих монотонные и немонотонные зависимости вязкости от температуры; изучение режимов свободной конвекции в двухмерной наклонной ячейке жидкости с аномальной зависимостью вязкости от температуры.

**Научная новизна.**

- Изучено влияние функциональной зависимости вязкости от температуры на режимы свободной конвекции.
- Определены параметры, характеризующие интенсивность теплообмена для жидкостей с температурными зависимостями вязкости.
- Исследовано влияние угла наклона ячейки относительно горизонта на свободную конвекцию жидкости с немонотонной зависимостью вязкости.

**Практическая значимость.** Полученные в работе результаты необходимы для более полного понимания процессов, происходящих в аппаратах и установках, рабочие жидкости которых имеют сложные зависимости вязкости от температуры. Также результаты могут быть использованы при оценках степени влияния температурной зависимости вязкости на режимы конвективных течений, распределение температуры и теплообмен. Кроме того, результаты работы могут служить теоретической основой для проектирования нагревательных приборов, теплоносители которых имеют аномалию вязкости по температуре.

Работа выполнена в рамках программы исследований по гранту Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-3483.2008.1) и при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований

ОЭММПУ РАН «Динамика многофазных и неоднородных жидкостей» (2006-2008 гг.).

Результаты работы использовались при составлении отчета о НИР Института механики УНЦ РАН № 01200614458 инв. № 02.2.00 951105 за 2009 г.

**Достоверность результатов.** При исследовании применялись методы, основанные на фундаментальных законах механики сплошных сред, и апробированные методы вычислительной гидродинамики. Для проверки компьютерной программы, реализующей численный метод, был проведен ряд тестовых расчетов.

**Апробации работы.** Основные положения и результаты, представленные в диссертации, докладывались на следующих конференциях:

- Российская научно-техническая конференция «Мавлютовские чтения», посвященная 80-летию со дня рождения чл.-корр. РАН, проф. Р.Р. Мавлютова, Уфа, 2006 г.
- Четвертая Российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ-4), Москва, 2006 г.
- Российская конференция «Механика и химическая физика сплошных сред», Бирск, 2007 г.
- Международная конференция «Потоки и структуры в жидкостях», Санкт-Петербург, 2007 г.
- IV Всероссийская конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», посвященная памяти академика А.Ф. Сидорова, Абрау-Дюрсо, 2008 г.

Кроме того, результаты работы докладывались на научных семинарах в Институте механики Уфимского научного центра РАН под руководством профессора С. В. Хабирова, профессора В. Ш. Шагапова и в Тюменском филиале Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН под руководством профессора А. А. Губайдуллина.

В 2009 г. работа была удостоена гранта Республики Башкортостан на конкурсе работ молодых ученых и молодежных научных коллективов.

**Публикации.** Основные результаты исследований опубликованы в 6 печатных работах, список которых представлен в конце автореферата.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 113 страниц, 7 таблиц и 80 рисунков. Список литературы включает 82 наименования работ российских и зарубежных авторов.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** отражена актуальность проблем, рассматриваемых в диссертации, сформулированы цели исследования, отмечены научная новизна и практическая значимость работы. Кратко изложена структура диссертации.

**В первой главе** выполнен обзор литературы, посвященной теоретическим и экспериментальным исследованиям в области свободно-конвективных течений. Выписана математическая модель свободной конвекции жидкости с учетом зависимости коэффициента вязкости от температуры.

**Во второй главе** описан численный метод и представлены результаты тестовых расчетов. Дано подробное описание метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE (Semi – Implicit Method for Pressure – Linked Equations). Проверка используемого в работе численного метода была проведена на ряде тестовых расчетов: течение изотермической жидкости в канале, свободная и вынужденная конвекции в квадратной ячейке. Оценена погрешность численного метода на вложенных сетках по правилу Рунге.

**В третьей главе** численно исследуется влияние зависимости вязкости от температуры на свободную конвекцию ньютоновской несжимаемой жидкости в квадратной ячейке, подогреваемой снизу. Вертикальные границы ячейки считались адиабатическими, гори-

горизонтальные — изотермическими.

Выписана безразмерная система уравнений свободной конвекции жидкости с вязкостью, зависящей от температуры в двумерной области:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2 \mu(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \mu(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2 \mu(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \text{Gr} \cdot \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right), \quad (4)$$

где  $u$  и  $v$  — горизонтальная и вертикальная составляющие вектора скорости;  $p$  — отклонение от гидростатического давления;  $\theta$  — температура и  $\mu(\theta)$  — динамическая вязкость как функция температуры. Параметры подобия: число Прандтля  $\text{Pr} = \frac{\nu_0}{\chi_0}$  и число Грасгофа

$\text{Gr} = \frac{g \beta (T_2 - T_1) L^3}{\nu_0^2}$ , где  $\nu_0 = \frac{\mu_0}{\rho_0}$  и  $\chi_0$  — характерные значения кинематической вязкости и коэффициента температуропроводности;  $\mu_0$  и  $\rho_0$  — характерные динамическая вязкость и плотность;  $T_1$  и  $T_2$  — размерные температуры верхней и нижней границ ячейки ( $T_2 > T_1$ );  $\beta$  — коэффициент объемного расширения;  $g$  — ускорение свободного падения;  $L$  — характерный размер ячейки. Кроме того, при изучении процессов свободно-конвективных течений используем число Рэлея  $\text{Ra} = \text{Pr} \cdot \text{Gr}$ .

Полагалось, что функция вязкости в размерном виде  $\mu(T)$  определена на интервале температур  $T_1 \leq T \leq T_2$ , а область значений разбивалась на область больших  $\mu_0 \leq \mu \leq \mu_{\text{sup}}$  и меньших

$\mu_{\text{inf}} \leq \mu \leq \mu_0$  по отношению к  $\mu_0$  вязкостей. Неоднородность значений вязкости задавалась параметром  $r$ , который в области больших вязкостей полагался равным  $r = \mu_{\text{sup}}/\mu_0$ , а в области меньших вязкостей —  $r = \mu_0/\mu_{\text{inf}}$ .

В обеих областях исследовалась свободная конвекция жидкостей с монотонными и немонотонными зависимостями вязкости от температуры.

Монотонные зависимости вязкости от температуры моделировались показательными функциями.

В качестве немонотонных зависимостей вязкости от температуры использовались квадратичные функции, при этом полагалось, что экстремум функции вязкости достигается в средней точке температурного интервала  $T_0$ . Графики исследуемых зависимостей приведены на рис. 1(а),(б).

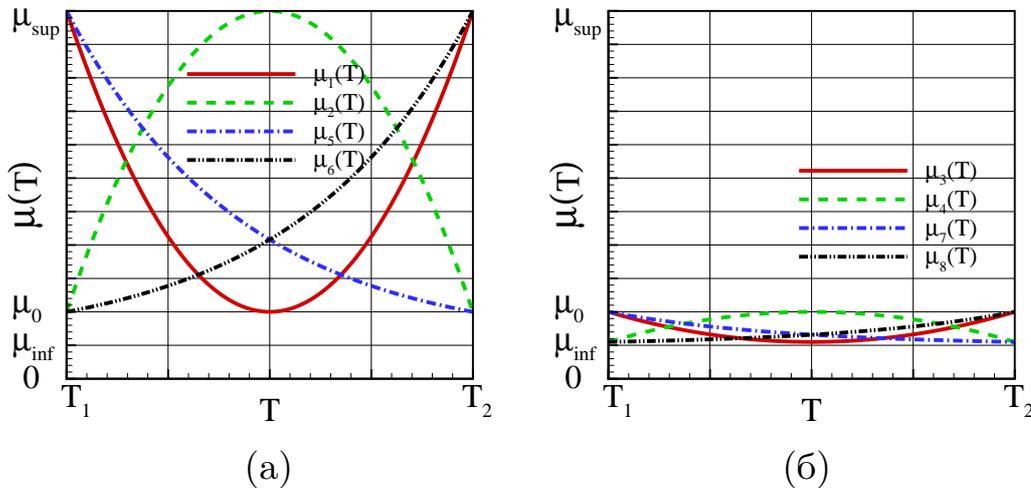


Рис. 1. Графики исследуемых зависимостей в области больших вязкостей (а) и в области меньших вязкостей (б)

Исследуемые зависимости вязкости, удовлетворяющие приведенным выше требованиям, в безразмерном виде можно представить формулами:

$$\begin{aligned} \mu_1(\theta) &= 4 \cdot (r - 1) \cdot \theta^2 + 1, & \mu_5(\theta) &= r^{-(\theta-0,5)}, \\ \mu_2(\theta) &= 4 \cdot (1 - r) \cdot \theta^2 + r, & \mu_6(\theta) &= r^{(\theta+0,5)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_3(\theta) &= 4 \cdot (r - 1) \cdot r^{-1} \cdot \theta^2 + r^{-1}, & \mu_7(\theta) &= r^{-(\theta+0,5)}, \\ \mu_4(\theta) &= 4 \cdot (1 - r) \cdot r^{-1} \cdot \theta^2 + 1, & \mu_8(\theta) &= r^{(\theta-0,5)}.\end{aligned}$$

Полагалось, что в начальный момент времени жидкость находилась в состоянии покоя:

$$u|_{t=0} = 0, \quad v|_{t=0} = 0, \quad \theta|_{t=0} = 0.$$

Для компонент вектора скорости на всех границах задавались условия прилипания ( $u = 0$  и  $v = 0$ ). Граничные условия для температуры в соответствии с постановкой задачи записывались в виде:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad \theta|_{y=1} = -0,5, \quad \theta|_{y=0} = 0,5.$$

Для исследования интенсивности теплообмена на изотермических границах вычислялись числа Нуссельта:

$$\text{Nu}_H = - \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} dx, \quad \text{Nu}_C = - \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=1} dx,$$

где  $\text{Nu}_H$  и  $\text{Nu}_C$  — числа Нуссельта на подогреваемой и охлаждаемой границах соответственно.

При изучении колебательных режимов свободной конвекции исследовался спектр мощности чисел Нуссельта

$$|F(\omega)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \text{Nu}(t) e^{i\omega t} dt \right|,$$

где  $t$  и  $\omega$  — безразмерное время и безразмерная круговая частота соответственно.

Все расчеты проводились на сетке  $50 \times 50$  контрольных объемов для фиксированных параметров  $\text{Pr} = 118$  и  $r = 10$ . Числа Грасгофа варьировались в пределах  $1 \leq \text{Gr} \leq 40000$ .

Обнаружено, что функциональная зависимость вязкости от температуры сказывается на картинах течений в установившихся режимах свободной конвекции. Так, для жидкости с квадратичной

зависимостью вязкости от температуры вида  $\mu_1(\theta)$  обнаружено существование трех типов стационарных течений. При последовательном увеличении числа Грасгофа сначала появляется одновихревой (рис. 2(а)), затем двухвихревой симметричный (рис. 2(б)), и наконец, двухвихревой асимметричный (рис. 2(в)) режимы, в то время, как для жидкости с постоянной вязкостью  $\mu_0$  при заданном числе Прандтля ( $Pr = 118$ ) выявлен только стационарный одновихревой режим.

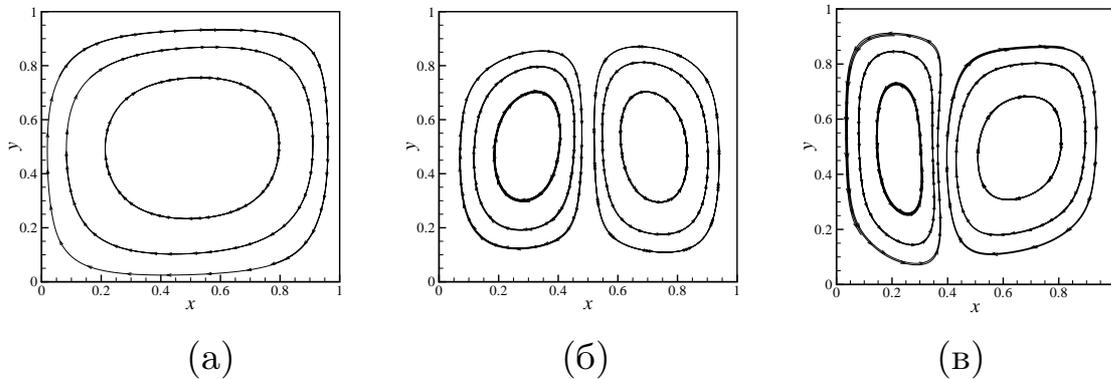


Рис. 2. Линии тока в установившихся режимах конвекции: одновихревом (а), двухвихревом симметричном (б) и двухвихревом асимметричном (в). Зависимость вязкости от температуры вида  $\mu_1(\theta)$

Для жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры вида  $\mu_3(\theta)$ , как и для жидкостей с монотонными температурными зависимостями вязкости —  $\mu_5(\theta)$ ,  $\mu_6(\theta)$ ,  $\mu_7(\theta)$  и  $\mu_8(\theta)$  обнаружено существование двух установившихся режимов. Свободная конвекция начинается с одновихревого течения, а при увеличении числа Грасгофа происходит переход к двухвихревому симметричному режиму.

Немонотонные зависимости вязкости от температуры с отрицательной второй производной  $\mu_2(\theta)$  и  $\mu_4(\theta)$  качественных изменений в картины установившихся течений свободной конвекции не вносят. Для жидкостей с этими функциональными зависимостями, как и для жидкости с постоянной вязкостью  $\mu_0$ , обнаружены стационарные одновихревые режимы свободной конвекции.

Для жидкостей с монотонными зависимостями вязкости от тем-

пературы  $\mu_5(\theta)$ ,  $\mu_6(\theta)$ ,  $\mu_7(\theta)$  и  $\mu_8(\theta)$  установлено, что в одновихревом режиме конвекции для монотонно возрастающих функций вязкости  $\mu_6(\theta)$  и  $\mu_8(\theta)$  ( $\mu' > 0$ ) циркуляция происходит против часовой стрелки, а для монотонно убывающих  $\mu_5(\theta)$  и  $\mu_7(\theta)$  ( $\mu' < 0$ ) — по часовой. Также обнаружено влияние знака первой производной функции вязкости на направления вихрей в двухвихревом симметричном режиме. Для жидкостей с монотонно возрастающими зависимостями выявлены течения с нисходящим движением в центре ячейки, а для жидкостей с монотонно убывающими зависимостями — с восходящим движением в центре.

Направления вихрей в свободно-конвективных режимах жидкостей с немонотонными температурными зависимостями вязкости носят случайный характер: в одновихревом режиме с равной вероятностью появляются течения, направленные как по часовой, так и против часовой стрелки, а в двухвихревом — как с восходящим движением, так и с нисходящим движением в центре ячейки.

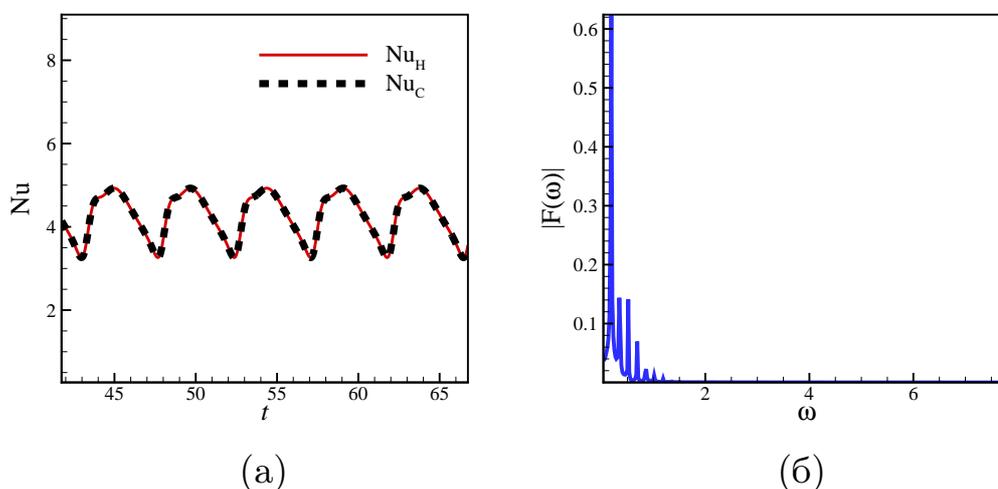


Рис. 3. Изменение чисел Нуссельта со временем (а) и спектр мощности числа Нуссельта на подогреваемой границе (б) в автоколебательном режиме конвекции. Зависимость вязкости от температуры вида  $\mu_2(\theta)$

Увеличение числа Грасгофа приводит к потере устойчивости стационарных течений и возникновению автоколебательных режимов свободной конвекции (рис. 3). Колебания тепловых потоков вызва-

ны симметрично-инверсионными пере замыканиями вихревых структур относительно центральной вертикальной оси ячейки. Вначале наблюдаются периодические колебания, которые с ростом числа Грасгофа переходят в многочастотные квазипериодические (рис. 4). Данные режимы свободной конвекции обнаружены для всех исследуемых в работе зависимостей. Области существования этих режимов для жидкостей с различными температурными зависимостями вязкости различны.

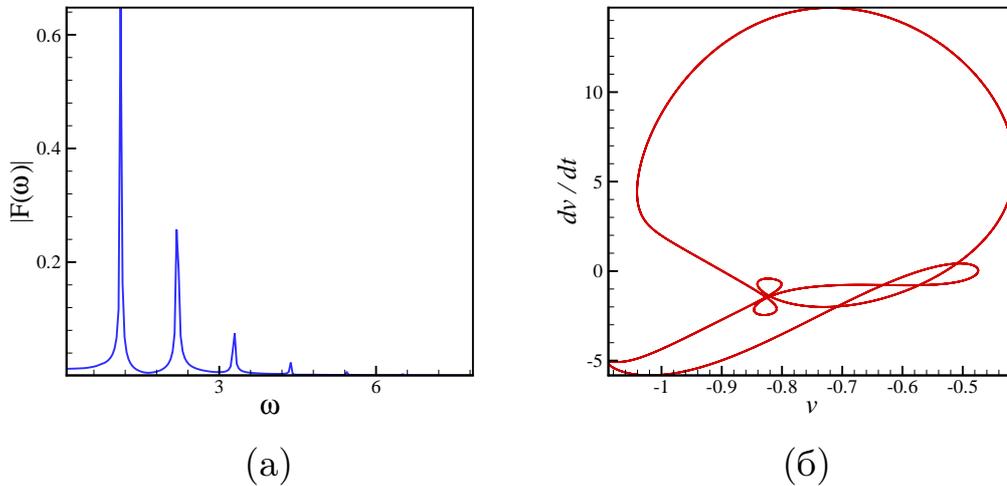


Рис. 4. Спектр мощности числа Нуссельта на подогреваемой границе (а) и проекция фазового пространства  $(u, v, du/dt, dv/dt)$  в фиксированной точке ячейки  $(x = 0,5; y = 0,04)$  на двумерную плоскость  $(v, dv/dt)$  (б) в квазипериодическом режиме конвекции. Зависимость вязкости от температуры вида  $\mu_4(\theta)$

При последующем увеличении числа Грасгофа свою устойчивость теряют автоколебательные режимы свободной конвекции, нарушается симметрия течений, происходит существенная рассинхронизация тепловых потоков на изотермических границах (рис. 5), в проекции фазового пространства наблюдается странный аттрактор (рис. 6(б)). Все это, а также анализ спектра мощности числа Нуссельта на подогреваемой границе (рис. 6(а)), свидетельствует о возникновении хаотического режима свободной конвекции. Для жидкостей с различными зависимостями вязкости от температуры границы существования этого режима отличаются.

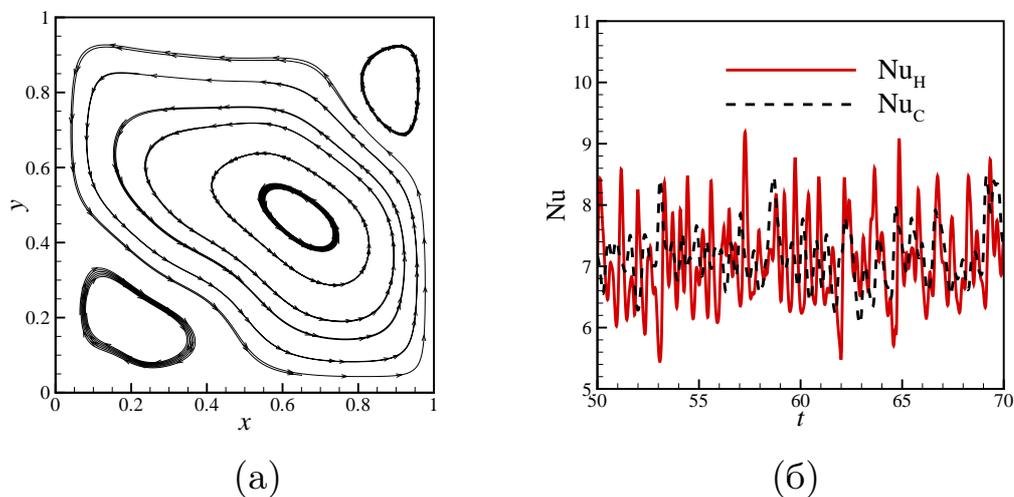


Рис. 5. Линии тока (а) и изменение чисел Нуссельта со временем (б) в хаотическом режиме конвекции. Зависимость вязкости от температуры вида  $\mu_5(\theta)$

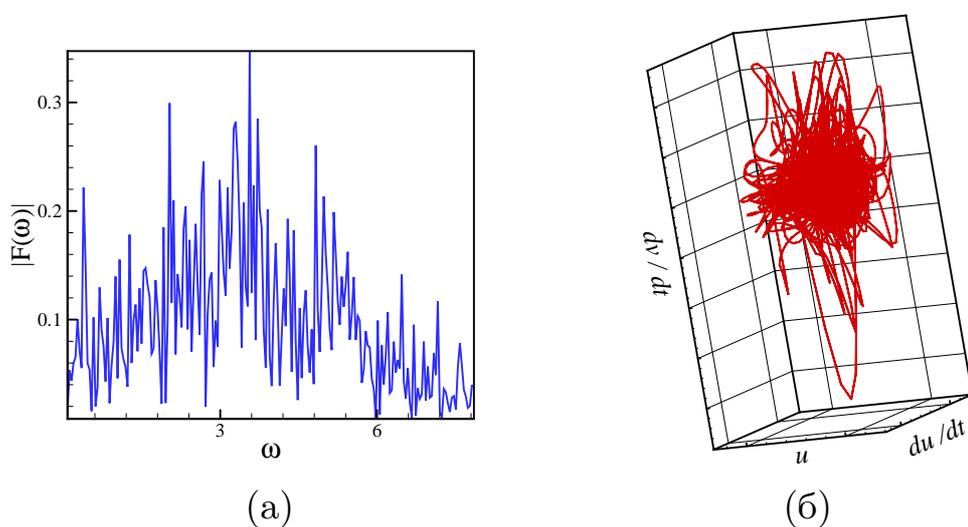


Рис. 6. Спектр мощности числа Нуссельта на подогреваемой границе (а) и проекция фазового пространства  $(u, v, du/dt, dv/dt)$  в фиксированной точке ячейки  $(x = 0,5; y = 0,04)$  на пространство  $(u, du/dt, dv/dt)$  (б) в хаотическом режиме конвекции. Зависимость вязкости от температуры вида  $\mu_4(\theta)$

На рис. 7 представлено изменение числа Нуссельта на подогреваемой границе ячейки в зависимости от числа Рэлея для жидкостей с немонотонными (рис. 7(а)) и монотонными (рис. 7(б)) температурными зависимостями вязкости, сплошной линией обозначена кривая  $Nu(Ra)$  для жидкости с постоянной вязкостью  $\mu_0$ . Видно, что интенсивность теплообмена для жидкостей с зависимостями вязкости от температуры  $\mu_1(\theta)$ ,  $\mu_2(\theta)$ ,  $\mu_5(\theta)$  и  $\mu_6(\theta)$  ниже, а для жидкостей с функциями вязкости  $\mu_3(\theta)$ ,  $\mu_4(\theta)$ ,  $\mu_7(\theta)$  и  $\mu_8(\theta)$  выше, чем интенсивность теплообмена для жидкости с постоянной вязкостью  $\mu_0$ . Также нетрудно заметить, что кривые  $Nu(Ra)$  для жидкостей с монотонными функциями вязкости  $\mu_5(\theta)$  ( $\mu'_5 < 0$ ) и  $\mu_6(\theta)$  ( $\mu'_6 > 0$ ), так же, как и для жидкостей с зависимостями  $\mu_7(\theta)$  ( $\mu'_7 < 0$ ) и  $\mu_8(\theta)$  ( $\mu'_8 > 0$ ), практически совпадают. То есть для жидкостей с монотонными зависимостями вязкости от температуры интенсивность теплообмена не зависит от знака первой производной функции вязкости по температуре. Для жидкостей с немонотонными зависимостями картина представляется более сложной.

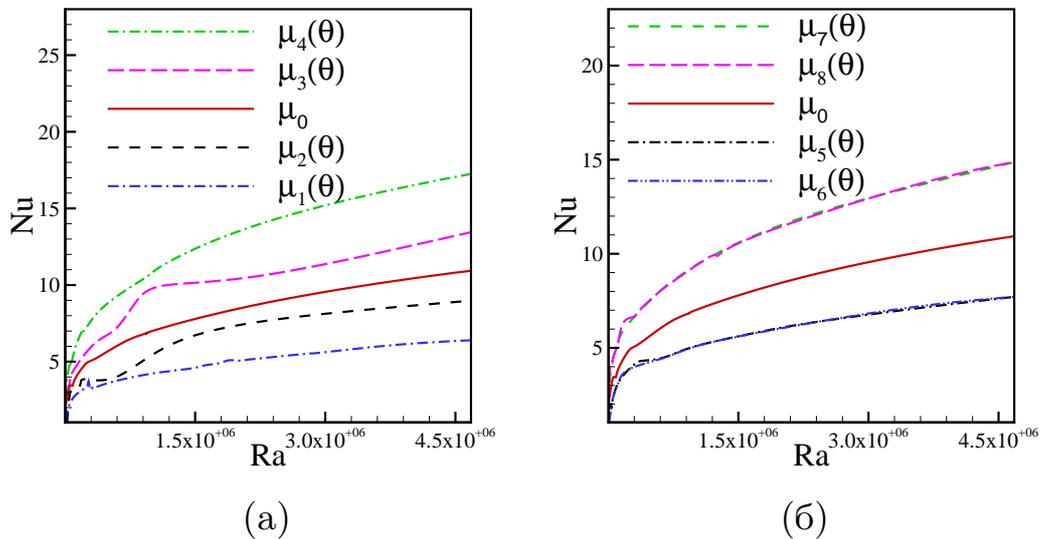


Рис. 7. Изменение числа Нуссельта на подогреваемой границе ячейки в зависимости от числа Рэлея для жидкостей с немонотонными (а) и монотонными (б) зависимостями вязкости от температуры

Для лучшего понимания влияния зависимости вязкости на теп-

лообмен вводилось понятие характерной вязкости. Характерная вязкость определялась как удвоенная ордината центра тяжести плоской фигуры, ограниченной осью  $\mu = 0$  и графиком исследуемой зависимости вязкости в размерном виде  $\mu(T)$  в данном интервале температур

$$\mu^* = \frac{\int_{T_1}^{T_2} \mu^2(T) dT}{\int_{T_1}^{T_2} \mu(T) dT}.$$

Установлено, что интенсивность теплообмена для жидкостей с монотонными зависимостями вязкости от температуры определяется характерной вязкостью жидкости: чем выше характерная вязкость жидкости, тем ниже интенсивность теплообмена.

Для жидкостей с немонотонными температурными зависимостями вязкости выявлено, что интенсивность теплообмена зависит от характерной вязкости и знака второй производной функции вязкости по температуре. Для жидкостей с характерными вязкостями одного порядка интенсивность теплообмена будет выше у той жидкости, вторая производная функции вязкости которой принимает отрицательные значения.

**Четвертая глава** посвящена численному исследованию влияния угла наклона квадратной ячейки относительно горизонта на свободную конвекцию жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры с минимумом  $\mu_1(\theta)$ . Верхняя и нижняя границы ячейки считались изотермическими, боковые — адиабатическими. Полагалось, что жидкость подогревается снизу.

В качестве математической модели использовалась безразмерная система уравнений свободной конвекции (1)-(4), в которой отклонение ячейки на угол  $\alpha$  учитывалось в проекциях уравнений движения Навье – Стокса на оси координат:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \text{Gr} \cdot \theta \cdot \sin \alpha, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \mu(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2 \mu(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \text{Gr} \cdot \theta \cdot \cos \alpha.$$

В качестве безразмерных параметров выступали числа Прандтля и Грасгофа. Для компонент вектора скорости на границах ячейки задавались условия прилипания. Считалось, что в начальный момент жидкость покоится.

Расчеты проводились на сетке  $50 \times 50$  контрольных объемов для значений параметров  $\text{Pr} = 118$ ,  $r = 10$  и фиксированных углов  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ . Числа Грасгофа изменялись в интервале  $1 \leq \text{Gr} \leq 40000$ .

В отличие от угла наклона  $\alpha = 0^\circ$ , при  $\alpha = 15^\circ$  было обнаружено существование двух типов стационарных режимов свободной конвекции. При последовательном увеличении числа Грасгофа сначала появляется одновихревой режим, затем его сменяет одновихревой с вложенными внутренними вихрями. Дальнейшее увеличение чисел Грасгофа приводит к возникновению автоколебательных режимов. Установлено существование режима одночастотных колебаний, в котором числа Нуссельта на подогреваемой и охлаждаемой границе колеблются в противофазе (рис. 9). Также выявлен режим двухчастотных синфазных колебаний (рис. 8).

При  $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  обнаружены только стационарные одновихревые течения и стационарные течения с вложенными внутренними вихрями. С ростом угла наклона колебаний интегральных тепловых потоков на изотермических стенках не обнаружено.

На рис. 10(а) представлено изменение числа Нуссельта на подогреваемой границе в зависимости от числа Рэлея при различных углах наклона ячейки. Видно, что с ростом угла наклона интенсивность теплообмена повышается, однако для угла  $\alpha = 90^\circ$  становится меньше, чем для углов наклона  $\alpha = 60^\circ, 75^\circ$ . На рис. 10(б) показано изменение числа Нуссельта на подогреваемой границе в зависимости от угла наклона ячейки при фиксированных числах Рэлея. Видно, что интенсивность теплообмена изменяется немонотонно и при угле наклона  $\alpha \approx 75^\circ$  достигает своего максимального значения.

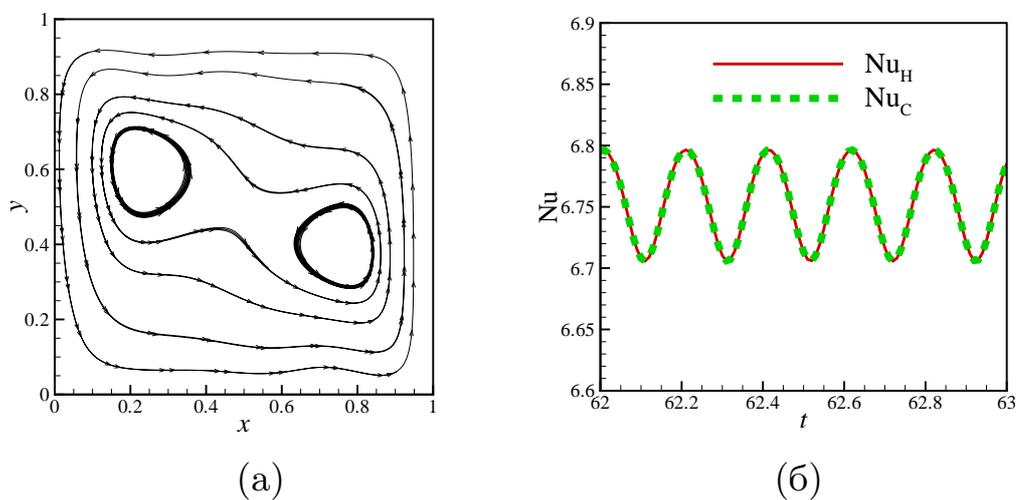


Рис. 8. Линии тока (а) и изменение чисел Нуссельта со временем (б),  $Ra = 354 \cdot 10^4$

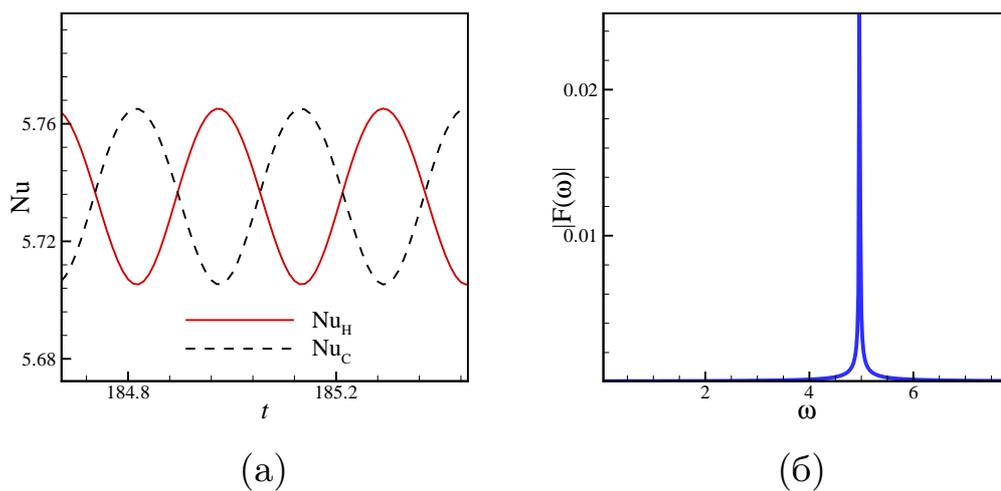


Рис. 9. Изменение числа Нуссельта со временем (а) и спектр мощности числа Нуссельта на подогреваемой границе ячейки (б),  $Ra = 1888 \cdot 10^3$

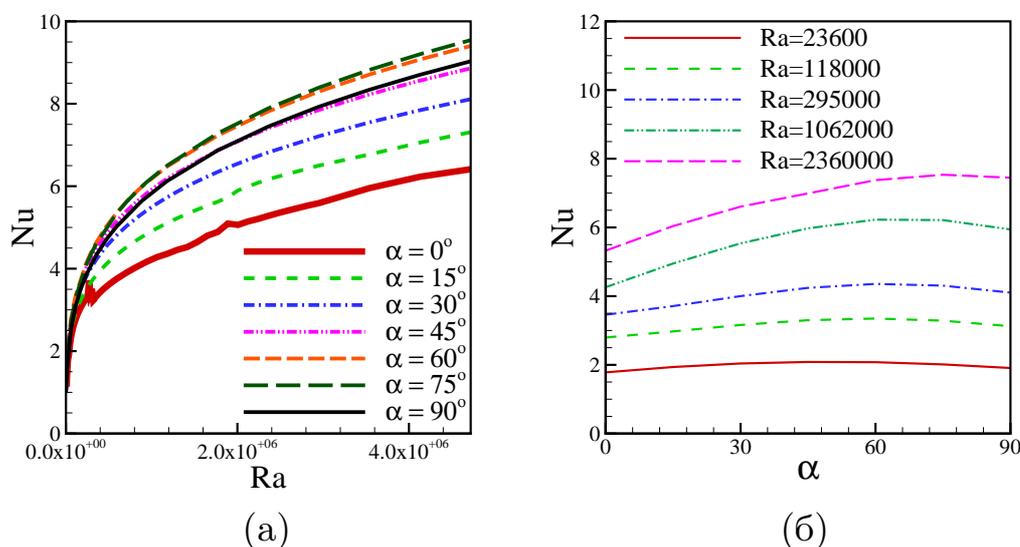


Рис. 10. Зависимость числа Нуссельта на подогреваемой границе от числа Рэлея при фиксированных углах наклона ячейки (а) и зависимость чисел Нуссельта от угла наклона ячейки при фиксированных числах Рэлея (б)

Обнаружено, что с ростом угла наклона минимальные критические числа Рэлея убывают.

**В заключении** представлены основные результаты, полученные в работе.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Проведено численное исследование свободной конвекции жидкостей с монотонными и немонотонными зависимостями вязкости от температуры. Установлено, что вид зависимости вязкости от температуры влияет на стационарные режимы конвекции. Для жидкостей с монотонными зависимостями и немонотонными зависимостями с положительной второй производной были обнаружены установившиеся одновихревые и двухвихревые режимы конвекции. Для жидкостей с немонотонными зависимостями с отрицательной второй производной, как и для жидкости с постоянной вязкостью, — только установившиеся одновихревые режимы.

2. Обнаружено, что для жидкостей с монотонными температурными зависимостями вязкости интенсивность теплообмена не зависит от знака первой производной функции вязкости по температуре и определяется характерной вязкостью жидкости. Чем выше характерная вязкость жидкости, тем ниже интенсивность теплообмена.
3. Выявлено, что интенсивность теплообмена для жидкостей с немонотонными зависимостями вязкости зависит от характерной вязкости и знака второй производной функции вязкости по температуре. Для жидкостей с характерными вязкостями одного порядка интенсивность теплообмена будет выше у той жидкости, вторая производная функции вязкости которой принимает отрицательные значения.
4. Установлено, что увеличение угла наклона ячейки относительно горизонта оказывает стабилизирующее воздействие на режимы свободной конвекции для жидкости с температурной зависимостью вязкости, как и для жидкости с постоянной вязкостью. При углах наклона ячейки  $\alpha > 30^0$  в исследуемом диапазоне чисел Грасгофа обнаружены только стационарные режимы свободной конвекции.
5. Обнаружено, что с ростом угла наклона ячейки минимальные критические числа Рэлея убывают, а интенсивность теплообмена изменяется немонотонно и имеет локальный максимум.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Численное моделирование термоконвекции жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры / А. М. Ильясов, К. В. Моисеев, С. Ф. Урманчеев // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2005. — Т. VIII, № 4(24). — С. 51-59.
2. Численное исследование термогравитационной конвекции жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры / К. В. Моисеев, А. М. Ильясов // Мавлютовские чтения: Российская научно - техническая конференция: сб. трудов. — Уфа: УГАТУ, 2006. — Т. 4. — С. 74-79.
3. Численное моделирование конвекции термовязкой жидкости в квадратной полости / А. М. Ильясов, К. В. Моисеев // Труды четвертой российской национальной конференции по теплообмену: в 8 томах. Т. 3. Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях. — М.: Издательский дом МЭИ, 2006. — С. 113-116.
4. Влияние угла наклона полости на теплообмен при свободной конвекции аномально термовязкой жидкости / К. В. Моисеев // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. Вып. 4 / Под ред. С. Ф. Урманчеева, С. В. Хабирова. — Уфа: Изд-во «Гилем», 2007. — С. 166-173.
5. Численное исследование свободноконвективных течений термовязких жидкостей / А. М. Ильясов, К. В. Моисеев, С. Ф. Урманчеев // Сборник докладов международной конференции «Потоки и структуры в жидкостях». — Санкт-Петербург. — 2007. — С. 233-236.
6. Численное исследование конвекции термовязкой жидкости с границей раздела / К. В. Моисеев, С. Ф. Урманчеев // Тезисы докладов IV Всероссийской конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», посвященной памяти академика А.Ф. Сидорова. — Екатеринбург: УрО РАН, 2008. — С. 45.

Моисеев Константин Валерьевич

**ВЛИЯНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ  
ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СВОБОДНУЮ  
КОНВЕКЦИЮ ЖИДКОСТИ**

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

*Лицензия на издательскую деятельность  
ЛР № 021319 от 05.01.99 г.*

Подписано в печать 18.05.2009 г. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 1,38. Уч.-изд. л. 1,44.

Тираж 100 экз. Заказ 283.

*Редакционно-издательский центр  
Башкирского государственного университета  
450074, РБ, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.*

*Отпечатано на множительном участке  
Башкирского государственного университета  
450074, РБ, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.*