

Сергей Владимирович АМЕЛЬКИН¹

УДК 536.242:532.696.52

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭВОЛЮЦИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА СОДЕРЖАЩЕМ НАНОРАЗМЕРНЫЕ ГАЗОВЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ КОНТАКТЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

¹ кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник лаборатории гидродинамики многофазных сред,
Тюменский филиал Института теоретической
и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН
amelkinsv@gmail.com

Аннотация

Процессы на контакте вязкоупругой среды с твердым телом (подложкой, субстратом, скелетом пористой среды) представляют практический интерес в связи с их принципиальным значением для функционирования разнообразных технических систем и протекания технологических процессов. В последнее время активно исследуются физико-химические процессы при импульсном нагреве вязкоупругих сред в контакте с твердым телом, в условиях кратковременного вторжения в область метастабильности, которые могут приводить к продолжительному или необратимому нарушению сплошности контакта. Интересным модельным объектом для изучения обсуждаемых процессов являются поверхностные нанопузырьки, которые могут формироваться из метастабильных газовых нанодоменов под действием граничных сдвиговых напряжений, обусловленных зависимостью энергии межфазной границы от температуры. Расчет возникающих при теплопереносе через неоднородный контакт температурных градиентов является, следовательно, актуальной задачей.

Для анализа экспериментальных данных целесообразно иметь простые аналитические оценки эволюции температурного поля и возникающих при теплопереносе через неодно-

Цитирование: Амеликин С. В. Аналитическая оценка эволюции температурного поля на содержащем наноразмерные газовые включения контакте вязкоупругой среды с твердым телом / С. В. Амеликин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 4. С. 33-47.
DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-33-47

родный контакт температурных градиентов. В настоящей работе такие оценки получены для случая, когда величина коэффициента температуропроводности вязкоупругой среды много меньше величины коэффициента температуропроводности твердого тела.

Ключевые слова

Контактная теплопередача, тепловое сопротивление, нанопузырьки, межфазная поверхностная энергия, граничные сдвиговые напряжения, самоорганизация, гидрофобная поверхность.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-33-47

Введение

Свойства контакта вязкоупругой среды с твердым телом определяют функциональность многих технических систем, материалов и технологических процессов. В последнее время активно исследуются физико-химические процессы при импульсном нагреве вязкоупругих сред, находящихся в контакте с твердым телом, или при набегании высокоскоростного потока нагретых или холодных частиц вязкоупругого вещества на поверхность твердого тела. Импульсное выделение тепла в вязкоупругом материале может инициироваться пропусканием через него тока, поглощением электромагнитного или иного излучения, смещением компонентов или протеканием химических реакций между компонентами, диссипацией кинетической энергии при ударе. При этом твердое тело может оставаться вне зоны действия источников тепла. Прикладное значение этих исследований связано с разработкой технологий микроструктурирования или неповреждающей очистки поверхности твердого тела [7], модификации покрытий и пленок [9], созданием устройств микро- и наноплюидики [18], биоактивных пористых керамик, методов увеличения нефтеотдачи [10] и т. п.

Импульсное тепловыделение, сопряженное с ним возбуждение импульсов волн давления и неравновесных потоков компонентов вязкоупругого материала может приводить к возникновению локальной временной метастабильности на контакте. Если на этапе метастабильности одной из устойчивых фаз является парогазовая фаза, ее выделение приведет к нарушению сплошности контакта. Продолжительное или необратимое нарушение сплошности контакта имеет критическое значение для функциональности целого ряда технических систем, материалов и технологических процессов, как в негативном, так и в некоторых случаях в позитивном отношении. Экспериментально продолжительное или необратимое нарушение сплошности контакта при кратковременном (от наносекунд до микросекунд) создании метастабильности вязкоупругой среды наблюдалось в работах [11, 14, 15].

Интересным модельным объектом для изучения обсуждаемых процессов являются поверхностные нанопузырьки. В 1994 г. Дж. Л. Паркер, П. М. Клессон и П. Аттард (J. L. Parker, P. M. Claesson, P. Attard [19]) сообщили о возможном существовании газовых нанопузырьков размером 10-100 нм в воде на гидро-

фобной поверхности. В 2000 г. Н. Ишида (N. Ishida) с сотрудниками [13] наблюдали нанопузырьки на поверхности гидрофобизированной кремниевой подложки с помощью атомно-силового микроскопа. К настоящему времени получены обширные экспериментальные данные относительно нуклеации, устойчивости и иных свойств газовых нанопузырьков [12, 13], в том числе и на гидрофильных подложках. Объяснение причин стабильности поверхностных нанопузырьков дано в работах [2, 8], где показано, что устойчивость нанопузырьков обусловлена пиннингом (зацеплением) линии трехфазного контакта и растяжением жидкости на гетерогенном субстрате. В работе [2, с. 28] сделано также предположение, что разбиение граничного слоя раствора на нанодомены может происходить спонтанно как результат самоорганизации и на исходно однородной подложке (слабая неоднородность может выступать в качестве затравочной). Условием разбиения на нанодомены является зависимость величины межфазной энергии от параметров состояния системы: концентрации растворенного газа на контактной поверхности, температуры, величины деформации. Спонтанное разбиение граничного слоя раствора на нанодомены обусловлено неустойчивостью системы к флуктуациям параметров состояния, а кинетика разбиения определяется процессами переноса: баро- или термодиффузией растворенного газа, теплопереносом через контактную поверхность, пластическим течением подложки и т. п.

Для генерации долгоживущих поверхностных нанопузырьков в системе «вода — субстрат» широкое распространение получил метод замещения водой этилового спирта в исходной системе «этиловый спирт — субстрат» [20]. При смешении этилового спирта и воды на контакте одновременно происходят быстрое выделение теплоты растворения и пересыщение смеси растворенным газом (компонентами воздуха). Для определенного типа субстратов используется более простой, но физически аналогичный метод погружения подложки в предварительно подогретую воду с температурой на 10–20 К больше, чем температура подложки. Оба метода особенно эффективны при использовании в качестве подложки материалов с высоким значением коэффициента температуропроводности — золота, серебра, сильно ориентированного пиролитического графита (HOPG). Причиной генерации долгоживущих поверхностных нанопузырьков является предложенный в работе [2, с. 28] механизм самоиндуцированной неоднородности субстрата. Неоднородность формируется в результате действия граничных сдвиговых напряжений, обусловленных зависимостью поверхностной энергии контакта от температуры. Величина и знак сдвиговых напряжений определяются температурными градиентами, возникающими при переносе тепла от жидкости в подложку через границу, содержащую спонтанно возникающие в пересыщенной газом жидкости короткоживущие наноразмерные газовые включения. Если сдвиговые напряжения приводят к росту наноразмерных газовых доменов, система неустойчива и формирование стабильных поверхностных нанопузырьков становится возможным. Оценка возникающих при теплопереносе через неоднородный контакт температурных градиентов является, следовательно, актуальной задачей.

Контактные задачи теплопроводности составляют специальный класс задач [1, 5]. Для их решения используются модельные представления (например, о стягивании линий теплового потока) или численные методы (в основном метод конечных элементов), а также их модификации для решения нестационарных задач. Для анализа экспериментальных данных по нарушению сплошности контакта «вязкоупругая среда — твердое тело» было бы целесообразно, однако, иметь простые аналитические оценки эволюции температурного поля и возникающих при теплопереносе через контакт температурных градиентов. В настоящей работе такие оценки получены для случая величины отношения коэффициента температуропроводности вязкоупругой среды (κ_l) к коэффициенту температуропроводности подложки (κ_s) много меньше единицы: $\kappa_l/\kappa_s \ll 1$.

Постановка краевой задачи

Пусть твердое тело s заполняет полупространство отрицательных значений оси $z < 0$ цилиндрической системы координат (r, z) , а жидкость l (в общем случае вязкоупругая среда) занимает полупространство неотрицательных значений оси $z \geq 0$, за исключением круга радиуса R на границе $z = 0$, который моделирует газовый нанодомен с особыми теплопроводящими свойствами (рис. 1). В момент времени $t = 0$ между твердым телом с температурой $T_s(t = 0, r, z < 0) = T_{s0}$ и жидкостью с температурой $T_l(t = 0, r, z \geq 0) = T_{l0}$ возникает тепловой контакт. Эволюция температурного поля описывается уравнениями теплопроводности:

$$l: \frac{\partial T_l}{\partial t} = \kappa_l \Delta T_l, \quad T_l(t = 0, r, z) = T_{l0}, \quad T_l(t, r = 0, z) < \infty, \\ T_l(t, r = \infty, z) < \infty, \quad T_l(t, r, z = \infty) < \infty. \quad (1)$$

$$s: \frac{\partial T_s}{\partial t} = \kappa_s \Delta T_s, \quad T_s(t = 0, r, z) = T_{s0}, \quad T_s(t, r = 0, z) < \infty, \\ T_s(t, r = \infty, z) < \infty, \quad T_s(t, r, z = -\infty) < \infty. \quad (2)$$

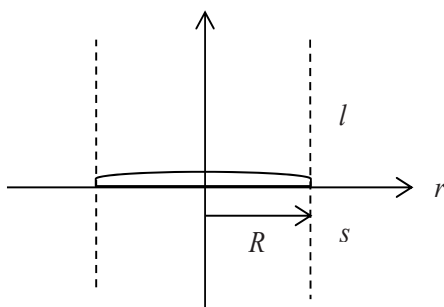


Рис. 1. Контакт жидкости и твердого тела, заполняющих верхнее и нижнее полупространства. На межфазной границе в жидкости расположен круговой газовый нанодомен с радиусом R и пренебрежимо малой толщиной

Fig. 1. Contact of liquid and solid, filling upper and lower half-spaces. The gas nanodomen with radius R and negligible thickness is located in the liquid at the liquid-solid interface

В отношении граничных условий необходимо заметить следующее. Размер газового нанодомена $R \sim 10\text{-}100$ нм сравним с длиной Капицы (порядка 10 нм для типичного контакта вода — субстрат [12]), поэтому, в общем случае, необходимо учитывать тепловое сопротивление контакта и скачок температуры на границе. Тепловым сопротивлением можно пренебречь в пределе времени контакта t , когда длина тепловой релаксации $(\kappa t)^{1/2}$ значительно превосходит длину Капицы и размер газового нанодомена. Для целей настоящей работы основное значение имеет эволюция температурного поля в пределе больших времен контакта, поэтому тепловым сопротивлением Капицы будем пренебрегать. Теплоперенос через газовый нанодомен будем описывать либо обычным линейным граничным условием третьего рода, либо условием баллистического теплопереноса, учитывая кнудсеновскую кинетику газа в нанодомене. Соответствующие граничные условия к уравнениям (1) и (2) запишем в виде:

$$ls: r > R, T_l(t, r, z = 0) = T_s(t, r, z = 0), \quad \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial z} \Big|_{z=0} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (3)$$

$$ls: r \leq R, \quad \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial z} \Big|_{z=0} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad \frac{\partial T_l}{\partial z} \Big|_{z=0} = \zeta_h (T_l|_{z=0} - T_s|_{z=0}), \quad (4)$$

либо

$$ls: r \leq R, \quad \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial z} \Big|_{z=0} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad \frac{\partial T_l}{\partial z} \Big|_{z=0} = \zeta_b (T_l^{3/2}|_{z=0} - T_s^{3/2}|_{z=0}). \quad (5)$$

В соотношениях (3)-(5) λ_l и λ_s — коэффициенты теплопроводности жидкости и твердого тела, ζ_h и ζ_b — коэффициенты линейной и баллистической теплопередачи соответственно.

Аналитическая оценка решения

Обозначим как $T_{l1}(t, r, z)$ решение уравнений (1), (2) для температуры жидкости в отсутствие газового нанодомена с граничными условиями

$$ls: r \geq 0, T_{l1}(t, r, z = 0) = T_{s1}(t, r, z = 0), \lambda_l \frac{\partial T_{l1}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \lambda_s \frac{\partial T_{s1}}{\partial z} \Big|_{z=0}.$$

Решение данной краевой задачи, как известно [4], имеет вид:

$$T_{l1}(t, r, z) = T_{l0} + \frac{\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{1 + \alpha} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa_l t}}\right), \quad \alpha = \frac{\rho_s c_s \sqrt{\kappa_s}}{\rho_l c_l \sqrt{\kappa_l}} \quad (6)$$

где ρ_l и ρ_s — плотность жидкости и твердого тела, c_l и c_s — теплоемкость жидкости и твердого тела соответственно. В случае контакта вода — золото или вода — серебро значение параметра α составляет величину $\alpha \sim 15$.

Пусть отношение коэффициента температуропроводности жидкости к коэффициенту температуропроводности твердого тела $\kappa_l/\kappa_s \ll 1$ (для контакта вода — золото это отношение составляет величину 10^{-3}). Тогда на временах, когда длина тепловой релаксации в твердом теле $(\kappa_s t)^{1/2}$ превзойдет радиус газового нанодомена R , температура в твердом теле в любой плоскости $z = \text{const}$

выравнивается практически мгновенно по сравнению с медленной эволюцией температурного поля в жидкости. В этом случае можно считать, что поток тепла в твердое тело в первом приближении не возмущается газовым нанодоменом. Обозначая температуру жидкости в первом приближении асимптотического разложения по малому параметру κ/κ_s как T_{la} , приходим к краевой задаче (с линейным граничным условием):

$$\frac{\partial T_{la}}{\partial t} = \kappa_l \Delta T_{la}, \quad T_{la}(t = 0, r, z) = T_{l0}, \quad T_{la}(t, r = 0, z) < \infty, \quad (7)$$

$$T_{la}(t, r = \infty, z) < \infty, \quad T_{la}(t, r, z = \infty) < \infty.$$

$$r \leq R: \left. \frac{\partial T_{la}}{\partial z} \right|_{z=0} = \zeta_h \left(T_{la}(t, r, z = 0) - \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} \right), \quad (8)$$

$$r > R: \left. \frac{\partial T_{la}}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}}. \quad (9)$$

Решение краевой задачи (7)-(9) будем искать в виде $T_{la} = T_{l1} - T_{l2}$, где функция T_{l2} является решением вспомогательной краевой задачи

$$\frac{\partial T_{l2}}{\partial t} = \kappa_l \Delta T_{l2}, \quad T_{l2}(t = 0, r, z) = 0, \quad T_{l2}(t, r = 0, z) < \infty, \quad (10)$$

$$T_{l2}(t, r = \infty, z) < \infty, \quad T_{l2}(t, r, z = \infty) < \infty.$$

$$r \leq R: \left. \frac{\partial T_{l2}}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} - \zeta_h \left(T_{l2}(t, r, z = 0) - \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} \right). \quad (11)$$

$$r > R: \left. \frac{\partial T_{l2}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0. \quad (12)$$

Используя преобразования Лапласа и Ханкеля, находим лаплас-образ ($t \rightarrow p$) решения краевой задачи (10)-(12):

$$T_{l2}(p, r, z) = \int_0^\infty C(\xi, p) \xi J_0(\xi r) \exp\left(-z \sqrt{\xi^2 + \kappa_l^{-1} p}\right) d\xi, \quad (13)$$

где $J_0(\xi r)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $C(\xi, p)$ — неизвестная функция, которая должна определяться из граничных условий

$$r \leq R: \left. \frac{\partial T_{l2}}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{(1 + \alpha)\sqrt{\kappa_l p}} - \zeta_h \left(T_{l2}(t, p, z = 0) - \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{(1 + \alpha)p} \right), \quad (14)$$

$$r > R: \left. \frac{\partial T_{l2}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0. \quad (15)$$

В данной работе для аналитической оценки решения краевой задачи (7)-(9) сверху пренебрежем теплопереносом через газовый нанодомен и положим вто-

рой член в правой части соотношения (14) равным нулю. Для функции $C(\xi, p)$ получаем два интегральных уравнения:

$$r \leq R: \int_0^{\infty} C(\xi, p) \xi J_0(\xi r) \sqrt{\xi^2 \kappa_l p + p^2} d\xi = \frac{\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{1 + \alpha}, \quad (16)$$

$$r > R: \int_0^{\infty} C(\xi, p) \xi J_0(\xi r) \sqrt{\xi^2 \kappa_l p + p^2} d\xi = 0. \quad (17)$$

Удовлетворить интегральным уравнениям (16) и (17) одновременно возможно, если выбрать для функции $C(\xi, p)$ решение в виде

$$C(\xi, p) = \frac{R\alpha(T_{s0} - T_{l0})J_1(\xi R)}{(1 + \alpha)\xi\sqrt{\xi^2 \kappa_l p + p^2}}, \quad (18)$$

где $J_1(\xi R)$ — функция Бесселя первого порядка. Для вычисления действующих на контакте сдвиговых напряжений, определяемых зависимостью межфазной энергии от температуры, достаточно знать решение краевой задачи (7)-(9) на контакте. Полагая $z = 0$, из соотношений (13) и (18) находим:

$$T_{l2}(p, r, z = 0) = \frac{R\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{1 + \alpha} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\xi r)J_1(\xi R)}{\sqrt{\xi^2 \kappa_l p + p^2}} d\xi. \quad (19)$$

Выполняя обратное преобразование Лапласа, для решения краевой задачи (7)-(9) окончательно получаем с учетом соотношения (6) выражение

$$T_{la}(t, r, z = 0) = \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} + \frac{R\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{1 + \alpha} \int_0^{\infty} J_0(\xi r)J_1(\xi R)I_0\left(\frac{1}{2}\kappa_l \xi^2 t\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\kappa_l \xi^2 t\right) d\xi, \quad (20)$$

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Интеграл в выражении (20) вычисляется точно в точке $r = 0$. Для краевой задачи (7)-(9) в точке $r = 0$ при сделанных допущениях имеем решение:

$$T_{la}(t, r = 0, z = 0) = \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} + \frac{\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{1 + \alpha} \operatorname{erf}\left(\frac{R}{2\sqrt{\kappa_l t}}\right). \quad (21)$$

Точное решение (21) в точке $r = 0$ полезно использовать для сравнения с решением в пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$. Воспользуемся асимптотическим разложением модифицированной функции Бесселя в пределе больших значений аргумента [3]:

$$I_0\left(\frac{1}{2}\kappa_l \xi^2 t \gg 1\right) \approx \xi^{-1}(\pi\kappa_l t)^{-1/2} \exp\left(\frac{1}{2}\kappa_l \xi^2 t\right). \quad (22)$$

После подстановки соотношения (22) в решение (20) и оценки возникающей вблизи нижнего предела интегрирования ошибки находим

$$T_{la}(t, r, z = 0) = \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} + \frac{R\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} \int_0^\infty \xi^{-1} J_0(\xi r) J_1(\xi R) d\xi + O\left(\frac{2R^2}{\kappa_l t}\right). \quad (23)$$

Вычисляя интеграл в выражении (23), получаем аналитическую оценку для эволюции температурного поля на контакте в пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$:

$$r < R: T_{la}\left(t \gg \frac{2R^2}{\kappa_l}, r, z = 0\right) \approx \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} + \quad (24)$$

$$+ \frac{R\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{r^2}{R^2}\right),$$

$$r > R: T_{la}\left(t \gg \frac{2R^2}{\kappa_l}, r, z = 0\right) \approx \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} + \quad (25)$$

$$+ \frac{R^2\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{2r(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \frac{R^2}{r^2}\right),$$

$$r = R: T_{la}\left(t \gg \frac{2R^2}{\kappa_l}, R, z = 0\right) \approx \frac{T_{l0} + \alpha T_{s0}}{1 + \alpha} + \frac{2R\alpha(T_{l0} - T_{s0})}{\pi(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}}, \quad (26)$$

где $F(a, b; c; x)$ — гипергеометрическая функция [6]. В точке $r = 0$ значение T_{la} , определяемое соотношением (24), совпадает с асимптотическим значением T_{la} , определяемым из соотношения (21), в пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$. Следовательно, выражение (23) с достаточной точностью соответствует решению (20) краевой задачи (7)-(9) в пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$. Подставляя соотношение (24) в граничное условие (8), в том же пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$ находим, что теплопередачей через газовый нанодомен можно пренебречь по сравнению с теплопереносом через контакт жидкость — твердое тело при условии $\zeta_r R \ll 1$. Для наноразмерных газовых включений это условие может оказаться выполненным, и полученную асимптотическую оценку эволюции температурного поля можно полагать презентативной.

Для асимптотической оценки возникающих температурных градиентов продифференцируем непосредственно решение краевой задачи (7)-(9) в интегральном виде (20):

$$\frac{\partial T_{la}}{\partial r}\Big|_{z=0} = \frac{R\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{(1 + \alpha)} \int_0^\infty \xi J_1(\xi r) J_1(\xi R) I_0\left(\frac{1}{2}\kappa_l \xi^2 t\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\kappa_l \xi^2 t\right) d\xi. \quad (27)$$

После подстановки соотношения (22) в выражение (27) и оценки возникающей вблизи нижнего предела интегрирования ошибки находим:

$$\frac{\partial T_{la}}{\partial r} \Big|_{z=0} = \frac{R\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} \int_0^\infty J_1(\xi r) J_1(\xi R) d\xi + O\left(\frac{4R^4}{\kappa_l^2 t^2}\right). \quad (28)$$

Остаточный член в выражении (28) имеет более высокий порядок малости по параметру $2R^2/\kappa_l t$ в сравнении с остаточным членом в соотношении для температуры (23), так что аппроксимация температурных градиентов в пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$ является более точной. Вычисляя интеграл в выражении (28), получаем аналитическую оценку для эволюции тангенциальных градиентов температуры на контакте в пределе $t \gg 2R^2/\kappa_l$:

$$r < R: \frac{\partial T_{la}}{\partial r} \left(t \gg \frac{2R^2}{\kappa_l}, r, z = 0 \right) \approx \frac{r\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{2R(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} F\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2; \frac{r^2}{R^2}\right), \quad (29)$$

$$r > R: \frac{\partial T_{la}}{\partial r} \left(t \gg \frac{2R^2}{\kappa_l}, r, z = 0 \right) \approx \frac{R^2\alpha(T_{s0} - T_{l0})}{2r^2(1 + \alpha)\sqrt{\pi\kappa_l t}} F\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2; \frac{R^2}{r^2}\right). \quad (30)$$

В точке $r = R$ градиент температуры (28) имеет слабую особенность, однако эта особенность не имеет физического смысла, так как фактически проявляется при значениях $|r - R|$ много меньших атомных масштабов длины. Зависимость безразмерного температурного градиента в единицах $\delta(t) = \alpha(T_{l0} - T_{s0})/(1 + \alpha)(\pi\kappa_l t)^{1/2}$ от безразмерной координаты r/R представлена на рис. 2. Минимальное значение величины $|r - R|/R$ (минимальный относительный масштаб длины) на рис. 2 составляет 10^{-3} . Как видно из рис. 2, градиент температуры может достигать большой величины в окрестности границы газового нанодомена. Например, для значений $\alpha \sim 15$, $T_{l0} - T_{s0} \sim 15$ К, $\kappa_l \sim 10^{-7}$ м²/с, $t \sim 10^{-7}$ с тангенциальный температурный градиент $\partial T/\partial r$ на границе газового домена может достигать абсолютной величины $|\partial T/\partial r| \sim 5 \cdot 10^8$ К/м. Соответствующее ему значение сдвигового напряжения $\sigma_{||}$ на межфазной границе при величине температурного коэффициента межфазной энергии $\gamma_T \sim -10^{-3}$ Дж/К·м² составит величину $\sigma_{||} \sim \partial\gamma/\partial r \sim \gamma_T \partial T/\partial r \sim 5 \cdot 10^5$ Па (0,5 МПа).

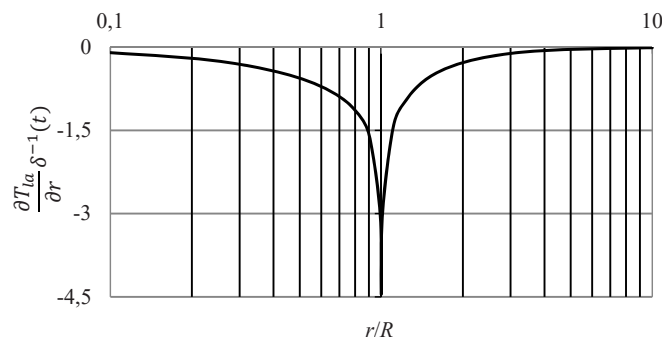


Рис. 2. Зависимость безразмерного температурного градиента (в единицах $\delta(t) = \alpha(T_{l0} - T_{s0})/(1 + \alpha)(\pi\kappa_l t)^{1/2}$) от безразмерной координаты r/R

Fig. 2. The dependence of the dimensionless temperature gradient (in units of $\delta(t) = \alpha(T_{l0} - T_{s0})/(1 + \alpha)(\pi\kappa_l t)^{1/2}$) on the dimensionless coordinate r/R

Заключение

Соотношения (29)-(30) для температурного градиента на границе газового нанодомена составляют основной результат аналитической оценки эволюции температурного поля в пределе, когда длина тепловой релаксации в жидкости существенно превышает длину Капицы и размер газового нанодомена. Эти соотношения могут быть применены и в случае подвижной границы газового нанодомена, если скорость ее перемещения мала по сравнению со скоростью распространения тепловых возмущений.

Полученную в настоящей работе на основе аналитической оценки эволюции температурного поля оценку величины сдвигового напряжения $\sigma_{\parallel} \sim 0,5$ МПа на границе газового нанодомена необходимо сравнить с пределом адгезионной прочности жидкости на субстрате. В случае воды для оценки адгезионной прочности физически обосновано воспользоваться данными по адгезионной прочности льда. Данные по пределу адгезионной прочности σ_{adh} льда на различных субстратах обобщены в работе [17] в виде эмпирического соотношения, аналогичного соотношению Юнга — Дюпре для работы адгезии:

$$\sigma_{adh} = 0,3 \text{ (МПа)} \times (1 + \cos\theta_{rec}), \quad (31)$$

где θ_{rec} — наступающий краевой угол смачивания субстрата водой (угол натекания). В соответствии с эмпирическим соотношением (31), адгезионная прочность льда варьируется от 0,1 МПа для сильно гидрофобных субстратов до 0,6 МПа для хорошо смачиваемых гидрофильных субстратов. Эти величины сравнимы с полученной оценкой величины сдвигового напряжения $\sigma_{\parallel} \sim 0,5$ МПа. Учитывая, что в данной работе дана аналитическая оценка величины сдвигового напряжения сверху, скольжение воды по субстрату и рост газовых нанодоменов в результате возникающих при теплопереносе температурных градиентов более вероятны для сильно гидрофобных субстратов на подложках с высоким коэффициентом теплопроводности. При этом следует ожидать существенного разброса в формировании и устойчивости нанопузырьков при вариациях условий эксперимента: типа субстрата, вида и концентрации растворенного газа, температуры и материала подложки и т. п. В целом эти выводы соответствуют известным экспериментальным данным о поверхностных нанопузырьках [16].

Дальнейшее развитие работы предполагает как уточнение решения рассмотренной задачи теплового контакта, так и исследование совместной задачи теплопереноса, деформирования и течения вязкоупругой среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдеевский В. С. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В. С. Авдеевский, Б. М. Галицкий, Г. А. Глебов, Ю. И. Данилов, Г. А. Дрейцер, Э. К. Калинин, В. К. Кошкин, Т. В. Михайлова, А. М. Молчанов, Ю. А. Рыжов, В. П. Солнцев. М.: Машиностроение, 1992. 528 с.

2. Амелькин С. В. Самоорганизация супрамолекулярных наноконплексов на деформируемых подложках и нанопузырьки / С. В. Амелькин // *Фундаментальные основы МЭМС и нанотехнологий: доклады V Всероссийской конференции* (Новосибирск, 15-18 июня 2015 г.). Новосибирск: НГАСУ, 2015. Том 1. Вып. 5. С. 25-29.
3. Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. М.: Наука, 1974. Том 2. 296 с.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. М: Высшая школа, 1967. 600 с.
5. Меснянкин С. Ю. Современный взгляд на проблемы теплового контактирования твердых тел / С. Ю. Меснянкин, А. Г. Викулов, Д. Г. Викулов // *Успехи физических наук*. 2009. Том 179. № 9. С. 945-970. DOI: 10.3367/UFNe.0179.200909c.0945
6. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1979. 832 с.
7. Хомич В. Ю. Механизмы и модели прямого лазерного наноструктурирования материалов / В. Ю. Хомич, В. А. Шмаков // *Успехи физических наук*. 2015. Том 185. № 5. С. 489-499. DOI: 10.3367/UFNe.0185.201505c.0489
8. Amel'kin S. V. Liquid Layer on Heterogeneous Substrates, Surface Cavitation and Nanobubbles / S. V. Amel'kin // *Book of Abstracts of the V International Conference on Colloid Chemistry and Physicochemical Mechanics* (September 10-14, 2018, Russia, Saint Petersburg). Saint Petersburg: VVM Publishing Ltd, 2018. Pp. 23-24.
9. Ayman A. A. Heat Treatment of Polymers: A Review / A. A. Ayman // *International Journal of Material Chemistry and Physics*. 2015. Vol. 1. No 2. Pp. 132-140.
10. Bera A. Status of Electromagnetic Heating for Enhanced Heavy Oil/Bitumen Recovery and Future Prospects: A Review / A. Bera, T. Babadagli // *Applied Energy*. 2015. Vol. 151. Pp. 206-226. DOI: 10.1016/j.apenergy.2015.04.031
11. Chikina I. Cavitation in Adhesives / I. Chikina, C. Gay // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 85. No 21. Pp. 4546-4549. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.4546
12. Ge Z. Thermal Conductance of Hydrophilic and Hydrophobic Interfaces / Z. Ge, D. G. Cahill, P. V. Braun // *Physical Review Letters*. 2006. Vol. 96. 186101. Pp. 1-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.186101
13. Ishida N. Nano Bubbles on a Hydrophobic Surface in Water Observed by Tapping-Mode Atomic Force Microscopy / N. Ishida, T. Inoue, M. Miyahara, K. Higashitani // *Langmuir*. 2000. Vol. 16. No 16. Pp. 6377-6380. DOI: 10.1021/la000219r
14. Karin J. Thin Liquid Polymer Films Rupture via Defects / J. Karin, S. Herminghaus // *Langmuir*. 1998. Vol. 14. No 4. Pp. 965-969. DOI: 10.1021/la970954b
15. Kawaguchi Y. Transient Pressure Induced by Laser Ablation of Toluene, a Highly Laser-Absorbing Liquid / Y. Kawaguchi, X. Ding, A. Narazaki, T. Sato, H. Niino // *Applied Physics A*. 2005. Vol. 80. No 2. Pp. 275-281. DOI: 10.1007/s00339-003-2347-6
16. Lohse D. Surface Nanobubbles and Nanodroplets / D. Lohse, X. Zhang // *Review of Modern Physics*. 2015. Vol. 87. No 3. Pp. 981-1035. DOI: 10.1103/RevModPhys.87.981
17. Meuler A. J. Relationships between Water Wettability and Ice Adhesion / A. J. Meuler, J. D. Smith, K. K. Varanasi, J. M. Mabry, G. H. McKinley, R. E. Cohen // *ACS Applied Materials and Interfaces*. 2010. Vol. 2. No 11. Pp. 3100-3110. DOI: 10.1021/am1006035

18. Microfluidics and nanofluidics handbook: Chemistry, physics, and life science principles / ed. by S. K. Mitra, S. Chakroborty. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012. 1075 p.
19. Parker L. Bubbles, Cavities, and the Long-Range Attraction between Hydrophobic Surfaces / L. Parker, P. M. Claesson, P. Attard // *The Journal of Physical Chemistry*. 1994. Vol. 98. No 34. Pp. 8468-8480. DOI: 10.1021/j100085a029
20. Seddon J. R. T. Nanobubbles and Micropancakes: Gaseous Domains on Immersed Substrates / J. R. T. Seddon, D. Lohse // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2011. Vol. 3. No 13. 133001. Pp. 1-22.

Sergey V. AMELKIN¹

UDC 536.242; 532.696.52

**ANALYTICAL EVALUATION OF TEMPERATURE FIELD EVOLUTION
AT THE VISCOELASTIC MEDIUM-SOLID INTERFACE
WITH NANOSCALE GAS INCLUSIONS**

¹ Cand. Sci. (Phys.-Math.), Researcher, Multiphase Hydrodynamics Laboratory,
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical
and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
amelkinsv@gmail.com

Abstract

The processes on a contact of a viscoelastic medium with a solid (substrate, pore body matrix) are of practical interest for the operating of a variety of technical systems and technological processes. The physicochemical phenomena induced by pulse heating of the viscoelastic medium in contact with the solid have been investigated extensively in recent years. These phenomena may lead to transient metastability of the viscoelastic phase and to long-term or irreversible continuity violations of the contact.

Surface nanobubbles are assumed suitable model subjects for study of the phenomena under consideration. The surface nanobubbles may be formed from metastable gaseous nanodomains under interfacial shear stress arising from the temperature dependence of the interface energy. The computation of the temperature gradients during heat transfer through the non-uniform contact is therefore relevant problem.

It would be appropriate to possess simple analytical evaluation of the temperature field and the temperature gradients evolution at the viscoelastic medium-solid interface with the nanoscale gas inclusions to interpret concerning experimental data. Here we find some asymptotical solutions of the thermal contact problem in the case where the viscoelastic medium thermal diffusivity much lower than the solid one.

Citation: Amelkin S. V. 2018. "Analytical Evaluation of Temperature Field Evolution at the Viscoelastic Medium-Solid Interface with Nanoscale Gas Inclusions". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 4, no 4, pp. 33-47.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-33-47

Keywords

Thermal contact problem, interfacial thermal resistance, surface nanobubbles, interfacial energy, interfacial shear stress, self-organization, hydrophobic surface.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-33-47

REFERENCES

1. Avduevskii V. S., Galitseiskii B. M., Glebov G. A., Danilov Iu. I., Dreitser G. A., Kalinin E. K., Koshkin V. K., Mikhailova T. V., Molchanov A. M., Ryzhov Yu. A., Solntsev V. P. 1975. *Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketno-kosmicheskoy tekhnike* [Fundamentals of Heat Transfer in Aviation and Space Rocket Engineering]. Moscow: Mashinostroenie.
2. Amelkin S. V. 2015. "Samoorganizatsiya supramolekulyarnykh nanokompleksov na deformiruyemykh podlozhkakh i nanopuzyr'ki" [Supramolecular Nanocomplexes Self-Organization at Deformable Substrates and Nanobubbles]. Proceedings of the 5th Russian Conference "Fundamental'nyye osnovy M·EMS i nanotekhnologiy"(Novosibirsk, 15-18 June), vol. 1, no 5, pp. 25-29. Novosibirsk: Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering.
3. Bateman H., Erdelyi A. 1953. *Vysshiye transtsendentnyye funktsii* [Higher Transcendental Functions]. Vol. 2. New York: Mc Graw-Hill Book Co.
4. Lykov A. V. 1967. *Teoriya teploprovodnosti* [Theory of Thermal Conductivity]. Moscow: Vysshaya shkola.
5. Mesnyankin S. Yu., Vikulov A. G., Vikulov D. G. 2009. *Sovremennyy vzglyad na problemy teplovogo kontaktirovaniya tverdykh tel* [Solid-Solid Thermal Contact Problems: Current Understanding]. *Physics-Uspekhi* (Advances in Physical Sciences), vol. 52, no 9, pp. 891-914. DOI: 10.3367/UFNe.0179.200909c.0945
6. Abramowitz M., Stegun I. A. (eds.). 1964. *Handbook of Mathematical Functions*. New York: Dover Publications, Inc.
7. Khomich V. Yu., Shmakov V. A. 2015. "Mekhanizmy i modeli pryamogo lazernogo nanostrukturirovaniya materialov" [Mechanisms of Direct Laser Nanostructuring of Materials]. *Physics-Uspekhi* (Advances in Physical Sciences), vol. 58, no 5, pp. 455-465. DOI: 10.3367/UFNe.0185.201505c.0489
8. Amelkin S. V. 2018. "Liquid Layer on Heterogeneous Substrates, Surface Cavitation and Nanobubbles". In: *Book of Abstracts of the V International Conference on Colloid Chemistry and Physicochemical Mechanics* (10-14 September, Saint Petersburg, Russia), pp. 23-24. Saint Petersburg: VVM Publishing Ltd.
9. Ayman A. A. 2015. "Heat Treatment of Polymers: A Review". *International Journal of Material Chemistry and Physics*, vol. 1, no 2, pp. 132-140.
10. Bera A., Babadagli T. 2015. "Status of Electromagnetic Heating for Enhanced Heavy Oil/ Bitumen Recovery and Future Prospects: A Review". *Applied Energy*, vol. 151, pp. 206-226. DOI: 10.1016/j.apenergy.2015.04.031

11. Chikina I., Gay C. 2000. "Cavitation in Adhesives". *Physical Review Letters*, vol. 85, no 21, pp. 4546-4549. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.4546
12. Ge Z., Cahill D. G., Braun P. V. 2006. "Thermal Conductance of Hydrophilic and Hydrophobic Interfaces". *Physical Review Letters*, vol. 96, 186101, pp. 1-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.186101
13. Ishida N., Inoue T., Miyahara M., Higashitani K. 2000. "Nano Bubbles on a Hydrophobic Surface in Water Observed by Tapping-Mode Atomic Force Microscopy". *Langmuir*, vol. 16, no 16, pp. 6377-6380. DOI: 10.1021/la000219r
14. Karin J., Herminghaus S. 1998. "Thin Liquid Polymer Films Rupture via Defects". *Langmuir*, vol. 14, no 4, pp. 965-969. DOI: 10.1021/la970954b
15. Kawaguchi Y., Ding X., Narazaki A., Sato T., Niino H. 2005. "Transient Pressure Induced by Laser Ablation of Toluene, a Highly Laser-Absorbing Liquid". *Applied Physics A*, vol. 80, no 2, pp. 275-281. DOI: 10.1007/s00339-003-2347-6
16. Lohse D., Zhang X. 2015. "Surface Nanobubbles and Nanodroplets". *Review of Modern Physics*, vol. 87, no 3, pp. 981-1035. DOI: 10.1103/RevModPhys.87.981
17. Meuler A. J., Smith J. D., Varanasi K. K., Mabry J M., McKinley G. H., Cohen R. E. 2010. "Relationships between Water Wettability and Ice Adhesion". *ACS Applied Materials and Interfaces*, vol. 2, no 11, pp. 3100-3110. DOI: 10.1021/am1006035
18. Mitra S. K., Chakroborty S. (eds.). 2012. *Microfluidics and Nanofluidics Handbook: Chemistry, Physics, and Life Science Principles*. CRC Press, Teylor & Fransic Group.
19. Parker L., Claesson P. M., Attard P. 1994. "Bubbles, Cavities, and the Long-Ranged Attraction between Hydrophobic Surfaces". *Journal of Physical Chemistry*, vol. 98, no 34, pp. 8468-8480. DOI: 10.1021/j100085a029
20. Seddon J. R. T., Lohse D. 2011. "Nanobubbles and Micropancakes: Gaseous Domains on Immersed Substrates". *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 23, no 13, 133001, pp. 1-22.