

Дмитрий Евгеньевич ИГОШИН¹

УДК 662.5

ТЕЧЕНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В МОДЕЛЬНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, ОБРАЗОВАННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫМИ КАНАЛАМИ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

¹ кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник Тюменского филиала
Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН;
доцент кафедры фундаментальной математики и механики
и кафедры прикладной и технической физики,
Тюменский государственный университет
igoshinde@gmail.com

Аннотация

Микронеоднородности пористой среды имеют определяющее влияние на ее фильтрационно-емкостные свойства, такие как пористость, абсолютная проницаемость, относительная фазовая проницаемость. Поэтому исследование многофазных течений в каналах, составляющих пористые среды, является актуальным. Существует несколько подходов к моделированию пористых сред: периодические структуры, теория фильтрации, теория перколяции, статистическая гидродинамика. Подход на основе периодических структур обладает рядом преимуществ: для определения фильтрационно-емкостных свойств моделируемой среды достаточно, зная геометрию одной характерной поры, описать течение флюида в ней на основе аналитических оценок либо по результатам численного решения системы уравнений гидродинамики.

В работе рассмотрены особенности течения двухфазной жидкости в осесимметричных каналах переменного сечения с периодическими граничными условиями. Насыщен-

Цитирование: Игошин Д. Е. Течение двухфазной жидкости в модельной пористой среде, образованной осесимметричными каналами переменного сечения / Д. Е. Игошин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 4. С. 169-180.
DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-169-180

ность каждой из фаз зависит от начального распределения этих фаз в канале и не зависит от времени. Далее численно рассчитано течение двухфазной несжимаемой линейно-вязкой жидкости на основе системы уравнений Навье — Стокса. В каждый момент времени определялся приведенный импульс обеих фаз. Осредненное по времени значение приведенного импульса на квазипериодическом режиме течения использовано для расчета относительных фазовых проницаемостей в зависимости от начального соотношения фазовых насыщенныхностей.

Все вычисления проделаны в открытом программном обеспечении: геометрия канала и расчетная сетка построены в пакете Salome, расчет течения — в OpenFOAM, визуализация результатов расчетов — в paraView.

Ключевые слова

Пористая среда, осесимметричный канал, закон Дарси, объемный расход, насыщенность, капля, относительная фазовая проницаемость, вычислительная гидродинамика, OpenFOAM, Salome, paraView.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-169-180

Введение

Существует несколько подходов к моделированию пористых сред: периодические структуры [15, 17], теория фильтрации [16], теория перколяции [14], статистическая гидродинамика [20]. Подход на основе периодических структур обладает рядом преимуществ: для определения фильтрационно-емкостных свойств моделируемой среды достаточно, зная геометрию одной характерной поры, описать течение флюида в ней на основе аналитических оценок [2, 7, 9] либо по результатам численного решения системы уравнений гидродинамики [10-12].

Среди периодических моделей пористых сред особое место занимают модели, образованные осесимметричными каналами [8] и каналами, имеющими вращательную симметрию [13]. Высокая симметрия таких каналов позволяет моделировать динамику капель несмачивающей фазы при прохождении через сужения [1, 3].

Математическая модель

Рассмотрим осесимметричный канал, расположенный вдоль оси z (рис. 1), форма которого задана функцией:

$$R_c = \frac{R_{\max} + R_{\min}}{2} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{2} \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right), \quad (1)$$

где L — длина канала; R_{\max} — максимальный радиус; R_{\min} — минимальный радиус.

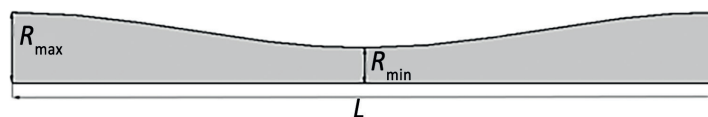


Рис. 1. Схема осесимметричного канала

Fig. 1. Axisymmetric channel diagram

Объем канала найдем, интегрируя (1) по длине канала:

$$V_c = \pi \int_0^L R_c^2 dz = \frac{\pi}{4} \int_0^L \left(R_{\max} + R_{\min} + (R_{\max} - R_{\min}) \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right) \right)^2 dz = \tag{2}$$

$$= \frac{\pi}{4} R_{\max} R_{\min} L \left(\frac{3}{2} \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} + \frac{R_{\min}}{R_{\max}} \right) + 1 \right).$$

Несмачивающая фаза (нефть) расположена внутри сфер радиуса R с центрами в точках $A (R_0 - R, 0, 0)$ и $B (R_0 - R, 0, L)$, как показано на рис. 2. Остальное пространство занимает смачивающая фаза (вода).

Объем капли:

$$V_d = 2\pi \int_0^{\sqrt{R_0(2R-R_0)}} h^2(z) dz = 2\pi \int_0^{\sqrt{R_0(2R-R_0)}} \left(\sqrt{R^2 - z^2} + R_0 - R \right)^2 dz = \tag{3}$$

$$= 2\pi R_0^3 \sqrt{2\rho - 1} \left(\rho^2 - \frac{1}{3}(2\rho - 1) \right) - \rho^2(\rho - 1) \arcsin \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(2 - \frac{1}{\rho} \right)}, \rho = \frac{R}{R_0}.$$

Среднее объемное содержание нефти в канале на основе (2) и (3):

$$S_o = \frac{V_d}{V_c} = \frac{8R_0^3 \sqrt{2\rho - 1} \left(\rho^2 - \frac{1}{3}(2\rho - 1) \right) - \rho^2(\rho - 1) \arcsin \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(2 - \frac{1}{\rho} \right)}}{R_{\max} R_{\min} L \left(\frac{3}{2} \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} + \frac{R_{\min}}{R_{\max}} \right) + 1 \right)}, \tag{4}$$

при этом $S_o + S_w = 1$; S_w — среднее объемное содержание воды. На рис. 3. показана зависимость насыщенностей фаз от параметра R .

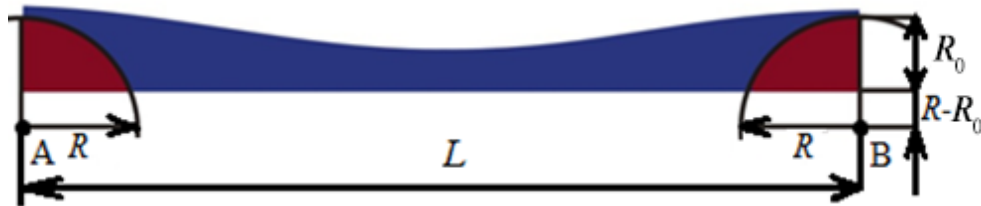


Рис. 2. Схема начального расположения фаз в канале: синий цвет — смачивающая фаза (вода), красный цвет — несмачивающая (нефть)

Fig. 2. The scheme of the initial arrangement of phases in the channel: blue color — the wetting phase (water), red color — the non-wetting phase (oil)

Рассмотрим двухфазное течение в описанном канале с периодическими (циклическими) граничными условиями:

$$\begin{aligned} S_o(x, y, 0, t) &= S_o(x, y, L, t), \\ \vec{v}(x, y, 0, t) &= \vec{v}(x, y, L, t), \\ p(x, y, 0, t) &= p(x, y, L, t) + \Delta p. \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений Навье — Стокса для двухфазного течения в канале с начальными (рис. 2) и граничными (5) условиями решена численно.

Численная реализация

При расчетах использовались следующие значения геометрических параметров: длина канала $L = 20$ мм; $R_{\min} = 1$ мм; $R_{\max} = 2$ мм. Свойства флюидов: плотности $\rho_o = 800$ кг/м³; $\rho_w = 1\ 000$ кг/м³; вязкости $\mu_o = 1,6 \cdot 10^{-3}$ Па·с; $\mu_w = 10^{-3}$ Па·с; коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 0,047$ Н/м; угол смачивания нефти $\theta = 150^\circ$. Радиус кривизны капли менялся в диапазоне от 1,8 мм до 20 мм. Перепад давления на входе и выходе канала выбран исходя из условия преодоления лапласова давления, возникающего в узком месте канала $\Delta p = 2\sigma/R_{\min}$, при этом капля не должна разрываться: $\Delta p = 100$ Па.

Для ускорения расчетов численное моделирование проведено в области, представляющей собой сектор раствором 3° . Геометрия канала и расчетная сетка построены в пакете SALOME. Использован сеточный алгоритм QuadFromMediaAxis_1D2D. Количество элементарных объемов в канале составляет 20 000.

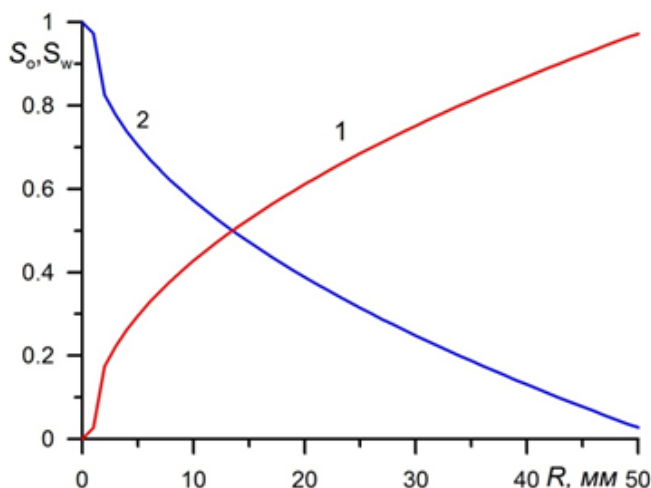


Рис. 3. Зависимость насыщенных несмачивающей фазы (линия 1) и смачивающей фазы (линия 2) от радиуса начальной области R

Fig. 3. Dependence of saturations of the non-wetting phase (line 1) and wetting phase (line 2) on the radius of the initial region R

На рис. 4. показано положение капли нефти (красный цвет) в осесимметричном канале в разные моменты времени для двух начальных конфигураций. Видно, что движение капли носит квазипериодический характер. Особенностью течения при большой нефтенасыщенности S_o является то, что капля нефти со временем вытягивается, реализуется слоистое течение.

По результатам расчетов определены такие важные характеристики двухфазного течения в пористой среде как относительные фазовые проницаемости (ОФП). Для этого рассчитаны приведенные импульсы рассмотренных фаз в канале:

$$I_o = \int_V S_o(x, y, z) \cdot v_z(x, y, z) dV, \quad I_w = \int_V S_w(x, y, z) \cdot v_z(x, y, z) dV. \quad (6)$$

На рис. 5 и 6 показаны зависимости от времени приведенных импульсов несмывающей (нефть) и смачивающей (вода) фаз соответственно. Из рисунков видно, что двухфазное течение со временем входит в квазипериодический режим, в течение которого проведено осреднение объемных приведенных импульсов.

ОФП i -й фазы ($i = o, w$) K_i определим как

$$K_i = \frac{I_i}{I_{i1}}, \quad (7)$$

где I_i и I_{i1} — приведенные импульсы i -й фазы в двух- и однофазном потоке.

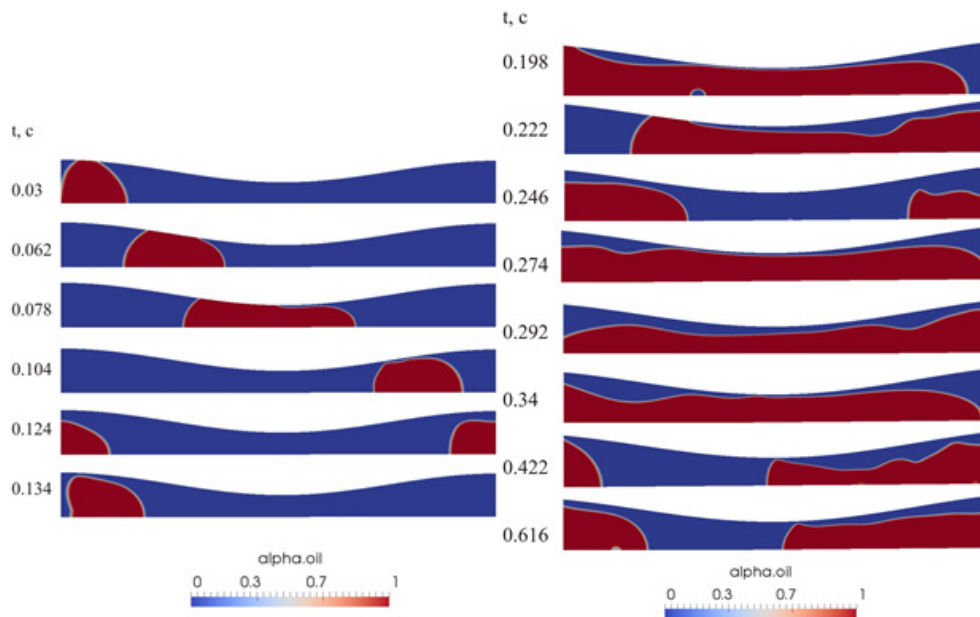


Рис. 4. Положение фаз в канале в разные моменты времени для начальных радиусов кривизны капли 1,8 мм (слева) и 20 мм (справа)

Fig. 4. The position of the phases in the channel at different times for the initial radius of the droplet curvature 1.8 mm (left) and 20 mm (right)

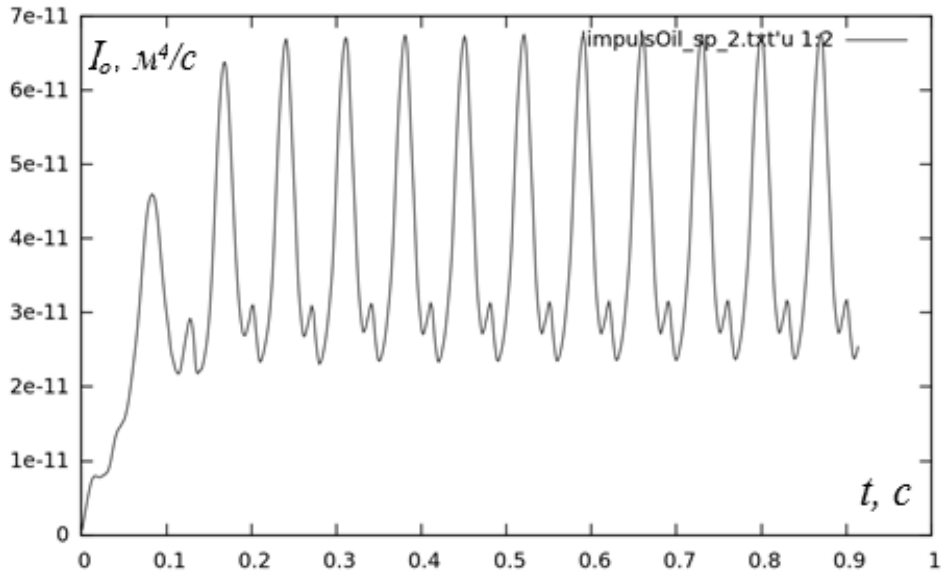


Рис. 5. Зависимость приведенного импульса несмачивающей фазы (нефть) от времени при начальном радиусе кривизны капли $R = 1,8$ мм.

Fig. 5. Dependence of the reduced impulse of the non-wetting phase (oil) on time with the initial radius of drop curvature $R = 1.8$ mm

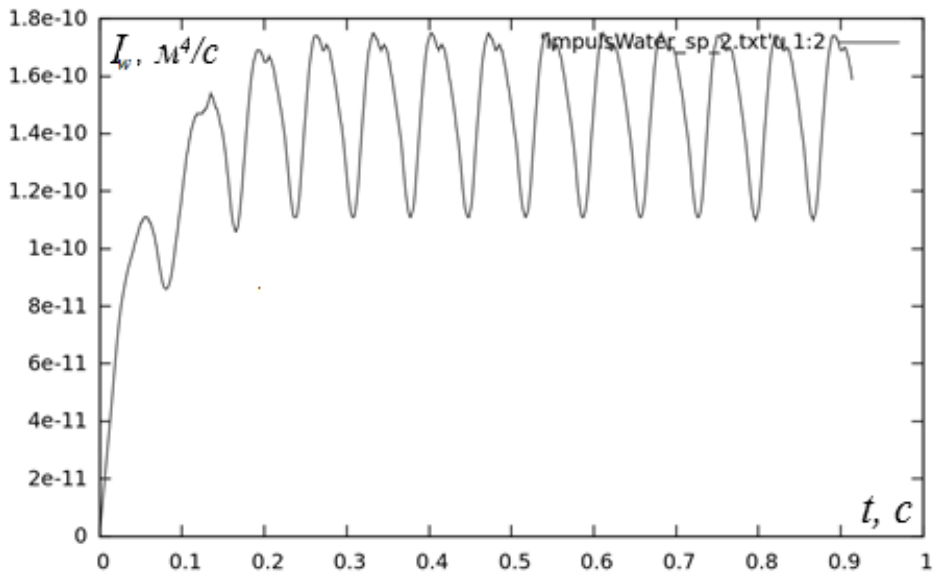


Рис. 6. Зависимость приведенного импульса смачивающей фазы (вода) от времени при начальном радиусе кривизны капли $R = 1,8$ мм

Fig. 6. Dependence of the reduced impulse of the wetting phase (water) on time with the initial radius of drop curvature $R = 1.8$ mm

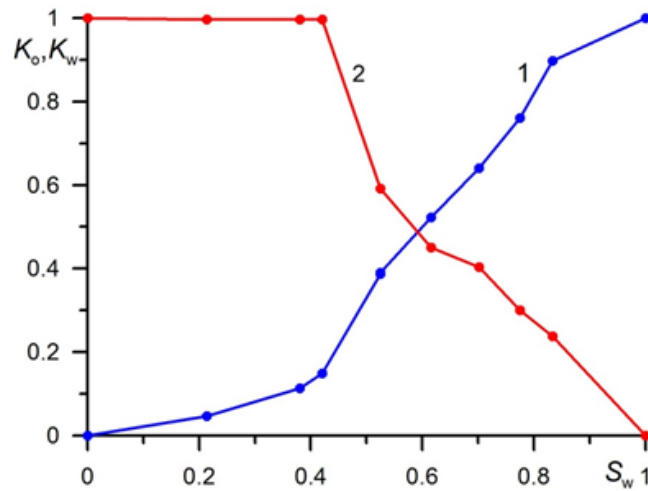


Рис. 7. Зависимость ОФП K_w, K_o от водонасыщенности

Fig. 7. Dependence of relative phase permeability K_w, K_o on water saturation

На рис. 7. показаны ОФП воды (линия 1) и нефти (линия 2) в зависимости от водонасыщенности. ОФП ведут себя нелинейно. Для водонасыщенности $S_w < 0,4$ ОФП нефти близка к 1, а ОФП воды слабо растет, поскольку слабосмачивающая фаза (нефть) занимает центральную часть канала и имеет высокую подвижность. Существенный рост ОФП воды начинается при $S_w > 0,4$, когда нефть собирается в маленькую каплю (т. н. четочный режим течения).

В рассмотренной постановке задачи представляет интерес определение функции капиллярного давления в зависимости от начальных фазовых насыщенныхностей [5]. Предложенный подход определения относительных фазовых проницаемостей для среды, образованной однотипными каналами, допускает обобщение на случай целого кластера каналов [18, 19] либо пористой среды, образованной случайными микронеоднородностями [4], каналы которой имеют высокую извилистость, что повышает их гидравлическое сопротивление [6].

Заключение

Предложена методика определения относительных фазовых проницаемостей в модельной пористой среде, образованной осесимметричными каналами на основе численного решения системы уравнений Навье — Стокса и осреднения объемных расходов фаз по времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Губайдуллин А. А. Моделирование динамики капли нефти в капилляре с сужением / А. А. Губайдуллин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного

- университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2013. № 7. С. 71-77.
2. Губайдуллин А. А. Обобщение подхода Козени к определению проницаемости модельных пористых сред из твердых шаровых сегментов / А. А. Губайдуллин, Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 2. С. 105-120. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-105-120
 3. Губайдуллин А. А. Собственные частоты продольных колебаний капли в сужении капилляра / А. А. Губайдуллин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2. С. 85-91.
 4. Губкин А. С. Численный расчет проницаемости в двумерной пористой среде со скелетом из случайно расположенных пересекающихся дисков / А. С. Губкин, Д. Е. Игошин, Д. В. Трапезников // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 4. С. 54-68. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-4-54-68
 5. Жижимонтов И. Н. Метод расчета коэффициентов пористости и проницаемости горной породы на основе кривых капиллярного давления / И. Н. Жижимонтов, А. В. Мальшаков // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 1. С. 72-81. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-72-81
 6. Игошин Д. Е. Гидравлическое сопротивление извилистых каналов / Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова // Вестник кибернетики. 2016. № 3 (23). С. 8-17.
 7. Игошин Д. Е. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова, П. Я. Мостовой // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2014. № 7. С. 34-42.
 8. Игошин Д. Е. Основные фильтрационные свойства пористой среды, образованной сообщающимися осесимметричными каналами / Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 4 (4). С. 69-79.
 9. Игошин Д. Е. Проницаемость пористой среды периодической структуры с разветвляющимися каналами / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2 (2). С. 131-141.
 10. Игошин Д. Е. Фильтрационно-емкостные свойства периодической пористой среды ромбоэдрической структуры со скелетом из шаровых сегментов / Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 3. С. 107-127. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-3-107-127
 11. Игошин Д. Е. Численное исследование зависимости проницаемости от пористости среды, образованной каналами регулярной структуры / Д. Е. Игошин, Р. С. Сабуров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 1 (1). С. 84-90.
 12. Игошин Д. Е. Численное определение проницаемости в среде периодической структуры, образованной разветвляющимися каналами / Д. Е. Игошин //

- Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 12. С. 30-33.
13. Игошин Д. Е. Численные и аналитические оценки проницаемости пористой среды, образованной каналами, имеющими вращательную симметрию / Д. Е. Игошин. А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 3 (3). С. 112-121.
 14. Кадет В. В. Методы теории перколяции в подземной гидромеханике / В. В. Кадет. М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. 94 с.
 15. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л. С. Лейбензон. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. 244 с.
 16. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 640 с.
 17. Ромм Е. С. Структурные модели порового пространства горных пород / Е. С. Ромм. Л.: Недра, 1985. 240 с.
 18. Степанов С. В. Вычислительная технология для определения функции межфазного взаимодействия на основе моделирования течения в капиллярном кластере / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 1. С. 63-71. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71
 19. Шабаров А. Б. Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 2. С. 50-72. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72
 20. Швидлер М. И. Статистическая гидродинамика пористых сред / М. И. Швидлер. М.: Недра, 1985. 288 с.

Dmitry E. IGOSHIN¹

UDC 662.5

TWO-PHASE FLUID FLOW IN A MODEL POROUS MEDIUM FORMED BY AXISYMMETRIC CHANNELS OF VARIABLE CROSS SECTION

¹ Cand. Sci. (Phys-Math.), Senior Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences; Associate Professor, Department of Fundamental Mathematics and Mechanics, Department of Applied and Technical Physics, University of Tyumen
igoshinde@gmail.com

Abstract

The micro-inhomogeneities of the porous medium have a decisive influence on its filtration-capacitive properties, such as porosity, absolute permeability, and relative phase permeability. This fact explains the relevance of a study of multiphase flows in the channels that constitute the porous media. There are several approaches to modeling porous media: periodic structures, filtration theory, percolation theory, and statistical hydrodynamics. The approach based on periodic structures, has several advantages: to determine the reservoir properties of the simulated medium (knowing the geometry of one characteristic pore), it is enough to describe the fluid flow inside, based on analytical estimates or from the results of numerical solution of the system of hydrodynamic equations.

This article considers the features of the flow of a two-phase fluid in axisymmetric channels of variable cross section with periodic boundary conditions. The saturation of each phase depends on the initial distribution of these phases in the channel and does not depend on time. Furthermore, the flow of a two-phase incompressible linearly viscous fluid is calculated numerically based on the Navier-Stokes system of equations. At each time point, the reduced pulse of both phases was determined. The time-averaged value of the reduced pulse in the quasi-periodic flow regime is used to calculate the relative phase permeabilities in the dependence of the initial ratio of the phase saturations.

Citation: Igoshin D. E. 2018. "Two-Phase Fluid Flow in a Model Porous Medium Formed by Axisymmetric Channels of Variable Cross Section". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 4, no 4, pp. 169-180.
DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-169-180

All calculations are done in open packages. The channel geometry and computational grid are built in the Salome package, the flow is calculated in the OpenFOAM computation package, the visualization of the calculation results is performed in the paraView application.

Keywords

Porous medium, axisymmetric channel, Darcy's law, volumetric flow, saturation, drop, relative phase permeability, computational fluid dynamics, OpenFOAM, Salome, paraView.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-169-180

REFERENCES

1. Gubaydullin A. A., Maksimov A. Yu. 2013. "Modelling of Oil Droplet Dynamics in a Constricted Capillary Tube". Tyumen State University Herald, no 7, pp. 63-68.
2. Gubaidullin A. A., Igoshin D. Ye., Khromova N. A. 2016. "Obobshchenie podkhoda Kozeni k opredeleniyu pronitsaemosti modelnykh poristyykh sred iz tverdykh sharovykh segmentov" [The Generalization of the Kozeny Approach to Determining the Permeability of the Model Porous Media Made of Solid Spherical Segments]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 105-120. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-105-120
3. Gubajdullin A. A., Maksimov A. Ju. 2015. "Sobstvennye chastoty prodolnykh kolebaniy kapli v suzhenii kapillyara" [Natural Frequencies of Longitudinal Oscillations of a Droplet in the Constriction of the Capillary Tube]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 2, pp. 85-91.
4. Gubkin A. S., Igoshin D. E., Trapeznikov D. V. 2016. "Chislennyi raschet pronitsayemosti v dvumernoy poristoy srede so skeletom iz sluchayno raspolozhennykh peresekayushchikhsya diskov" [The Numerical Calculation of Permeability in Two-Dimensional Porous Media with Skeleton of Randomly Arranged Overlapping Disks]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 4, pp. 54-68. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-4-54-68
5. Zhizhimontov I. N., Malshakov A. V. 2016. "Metod rashcheta koefitsientov poristosti i pronitsaemosti gornoy porody na osnove krivykh kapillyarnogo davleniya" [The Method of Determining the Coefficients of Porosity and Permeability of the Rock on the Basis of Capillary Pressure Curves]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 72-81. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-72-81
6. Igoshin D. E., Khromova N. A. 2016. "Gidravlichesкое soprotivlenie izvilistykh kanalov" [Hydraulic Resistance of Tortuous Channels]. Proceedings in Cybernetics, no 3 (23), pp. 8-17.
7. Igoshin D. E., Nikonova O. A., Mostovoy P. Ya. 2014. "Modelirovanie poristoy sredy regulyarnymi upakovkami peresekayushchikhsya sfer" [Modeling Porous Medium Regular Packages Intersecting Spheres]. Tyumen State University Herald, no 7, pp. 34-42.
8. Igoshin D. E., Khromova N. A. 2015. "Osnovnye filtratsionnye svoystva poristoy sredy, obrazovannoy soobshchayushchimisya osesimmetrichnymi kanalami" [Main Filtration Properties of Porous Medium Formed by Communicating Axissymmetrical Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 4, pp. 69-79.
9. Igoshin D. E., Nikonova O. A. 2015. "Pronitsaemost poristoy sredy periodicheskoy struktury s razvetvlyayushchimisya kanalami" [The Permeability of the Porous Medium

- with a Periodic Structure Branching Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 2, pp. 131-141.
10. Igoshin D. Ye., Khromova N. A. 2016. "Filtration-Capacitive Properties of the Periodic Porous Medium Rhombohedral Structure of the Skeleton of the Ball Segments". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 3, pp. 107-127. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-3-107-127
 11. Igoshin D. E., Saburov R. S. 2015. "Chislennoe issledovanie zavisimosti pronitsaemosti ot poristoy sredy, obrazovannoy kanalami regul'yarnoy struktury" [Numerical Research of Permeability Dependence of Porosity in the Media Formed by Regular Structure Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 1, pp. 84-90.
 12. Igoshin D. E. 2015. "Chislennoe opredelenie pronitsaemosti v srede periodicheskoy struktury, obrazovannoy razvetvlyayushchimisya kanalami" [Numerical Determination of Permeability in the Medium with a Periodic Structure Formed by Branching Channels]. Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz v neftyanoy promyshlennosti, no 12, pp. 30-33.
 13. Igoshin D. E., Maksimov A. Yu. 2015. "Chislennyye i analiticheskiye otsenki pronitsaemosti poristoy sredy, obrazovannoy kanalami, imeyushchimi vrashchatelnuyu simmetriyu" [Numerical and Analytical Estimates of Permeability of Porous Medium Formed by Channels Having Rotational Symmetry]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 3, pp. 112-121.
 14. Kadet V. V. 2008. "Metody teorii perkolyatsii v podzemnoy gidromekhanike" [Percolation Theory Methods in Underground Fluid Mechanics]. Moscow: TsentrLitNefteGaz.
 15. Leybenzon L. S. 1947. Dvizhenie prirodnykh zhidkostey i gazov v poristoy srede [Movement of Natural Fluids in Porous Media]. Moscow: Gosudarstvennoe izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury.
 16. Masket M. 2006. "Techenie odnorodnykh zhidkostey v poristoy srede" [The Flow of Homogeneous Fluids in Porous Media]. Moscow-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy.
 17. Romm E. S. 1985. "Strukturnyye modeli porovogo prostranstva gornykh porod" [Structural Model of the Pore Space of Rocks]. Leningrad: Nedra.
 18. Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S. 2016. "Vychislitel'naya tehnologiya dlya opredeleniya funktsii mezhfaznogo vzaimodeystviya na osnove modelirovaniya techeniya v kapillyarnom klustere" [Computer Technology for Determination of Interphase Interaction Function Based on Flow Simulation in Capillary Cluster]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 63-71. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71
 19. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Poteri davleniya pri techenii vodoneftyanoy smesi v porovykh kanalakh" [Pressure Drops in Water-Oil Mixture Flow in Porous Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 50-72. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72
 20. Shvidler M. I. 1985. "Statisticheskaya gidrodinamika poristykh sred" [Statistical Leybenzon L. S. 1947. Dvizhenie prirodnykh zhidkostey i gazov v poristoy srede [Movement of Natural Fluids in Porous Media]. Moscow: Gosudarstvennoe izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury.