МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

> ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ Кафедра моделирования физических процессов и систем

> > РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н. 👝 Р. М. Ганопольский 2023г. rowh

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА магистерская диссертация

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛИМЕР-ДИСПЕРСНОЙ ОБРАБОТКИ НАГНЕТАТЕЛЬНЫХ СКВАЖИН ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ ТЕЧЕНИЯ

16.04.01. Техническая физика Магистерская программа «Физика недр»

Выдыш Иван Владимирович

Шевелев Александр Павлович

// Гильманов Александр Янович

формы обучения Руководитель канд. ф.-м. наук, доцент Консультант канд. ф.-м. наук, старший преподаватель Рецензент начальник лаборатории проектирования и анализа разработки Ямбургского НГКМ Отделения разработки и эксплуатации месторождений НТПР (г. Тюмень), ООО «Газпром ВНИИГАЗ»

Выполнил работу

студент 2 курса

очной

Кряжев Всеволод Александрович

Тюмень 2023

# Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЛУБОКОГО	
ПРОНИКНОВЕНИЯ ЧАСТИЦ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНУЮ	
ПОРИСТУЮ СРЕДУ	13
ГЛАВА 2. ПОЛИМЕР-ДИСПЕРСНАЯ ОБРАБОТКА ВЕРТИКАЛЬНОЙ	
СКВАЖИНЫ	19
2.1. Плоскопараллельный тип течения	19
2.1.1. Постановка задачи	19
2.1.2. Обезразмеривание системы уравнений	21
2.1.3. Аналитическое решение	23
2.2. Плоскорадиальный тип течения	27
2.2.1. Постановка задачи	27
2.2.2. Обезразмеривание системы уравнений	29
2.2.3. Аналитическое решение	31
ГЛАВА 3. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОЛИМЕР-ДИСПЕРСНОЙ	
ОБРАБОТКИ	35
РЕЗУЛЬТАТЫ	42
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	47
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	48

#### введение

Заводнение – наиболее распространенная технология, применяемая с целью поддержания пластового давления и добычи нефти [1]. Данный процесс приводит к раннему прорыву закачиваемой воды в ближайшие добывающие скважины, это и есть основная проблема этой технологии. Высокая обводненность добывающих скважин вынуждает их закрывать или переводить работу в другие режимы, например, для поддержания пластового давления. Для того, чтобы повысить коэффициент извлечения нефти и продлить эксплуатацию месторождения необходимо понижать значение обводненности.

Управление обводнением или охватом пласта вытеснением – это такие геолого-технические мероприятия, которые способствуют перераспределению фильтрационных потоков воды в пласте по вертикали и латерали, что в результате приводит к снижению добываемой доли воды в ближайших добывающих скважин [2].

Выделяется два направления, позволяющие проводить контроль над обводнением. Первое из направлений применяется для пластов с локальными высокопроницаемыми каналами, которые располагаются между нагнетательными и добывающими скважинами. К каналам такого типа относят суперколлекторы с проницаемостью, которая, по сравнению с основной залежью, может отличаться от средней по пласту в десятки и сотни раз, техногенная и региональная трещиноватость пластов. Например, на Талинском месторождении присутствует наличие суперколлектора [3], на Приобском месторождении, в результате авто-гидроразрыва пласта, образуются трещины, которые способствуют прорыву воды в ближайшие добывающие скважины [4]. Технологии, способные повлиять на данные причины снижения охвата пласта заводнением называют потокоотклоняющими технологиями (ПОТ).

Примерами ПОТ является применение составов, которые возможно протолкнуть в межскважинную область или эффективно заблокировать

промытые каналы и трещины без заметного воздействия на матрицу пласта. Для этого, чаще всего, применяются следующие составы: глубоко отклоняющие гелевые системы [5], колоидно-гелевые отклонители [6], сформированные гелевые частицы [7, 8].

направление, обводнением, Второе проводящее контроль над заключается в воздействии на призабойную зону нагнетательных скважин или выравнивание профилей приемистости (ВПП) между пропластками с различной проницаемостью [9]. ВПП проводят для того, чтобы увеличить коэффициент охвата пласта заводнением за счет перераспределения фильтрационных потоков в призабойной зоне нагнетательной скважины. В результате проведения выравнивания профиля приемистости потоки воды низкопроницаемые пропластки. Это позволит попадают в получать дополнительную добычу нефти в течение нескольких месяцев.

Данная технология заключается в создании малопроницаемых барьеров или экранов в высокопроницаемых пропластках и перераспределении потоков воды из высоко в низкопроницаемые слои и области пласта [10, 11]. Такие мероприятия в добывающих скважинах относятся к водоизоляционным воздействиям, а в нагнетательных скважинах к малообъемным до 3000 м<sup>3</sup> методам увеличения нефтеотдачи (МУН). Воздействия при закачке от 3000 м<sup>3</sup> относят к ПОТ [9].

Технологии создания таких барьеров и экранов заключаются в закачке в призабойную зону пласта через скважину смеси реагентов или стабилизированной суспензии, вступающих в реакцию в пластовых условиях, и выпадения геля, осадка, снижающих проницаемость пористой среды [12]. При этом, при закачке реагентов в слоисто-неоднородный пласт, большая глубина проникновения наблюдается в высокопроницаемых пропластках, следовательно, и малопроницаемый барьер в них формируется большего размера.

Формирование низкопроницаемых барьеров в промытых высокопроницаемых пропластках вызывает реакцию ближайших

<sup>4</sup> 

добывающих скважин ввиду изменения латеральной пьезопроводности. При этом вертикальные перетоки между пропластками приводят к обтеканию воды этих барьеров и возвращению потоков в первоначальное состояние. Именно это различие между скоростью вертикальных перетоков и скоростью латеральной передачи возмущений давлений обуславливает кратковременный положительный эффект, который может длиться от нескольких месяцев до года. Это отражается в виде снижения добываемой воды и увеличении добычи нефти [13].

ВПП может проводиться путем закачки различных физико-химических составов, которые отличаются своим механизмом осадко-гелеобразования и гелеобразующие, разделяются на силикатные, осадкообразующие, эмульсионные, термотропные, полимер-дисперсные, а также возможны их комбинации [9]. При многообразии всем применяемых осадкогелеобразующих компонентов технологии включают в себя два основных реагент, который дает осадок или формирует гель, компонента: И инициирующий компонент [12]. Исключение составляют термотропные составы, где инициирующим компонентов является повышенная температура пласта, и полимер-дисперсные или суспензионные составы, в которых полимер служит для стабилизации суспензии и замедления ее гравитационной сегрегации.

К гелеобразующим составам относятся составы, в которых в виде основного компонента выступают водорастворимые полимеры. Наиболее распространенные среди таких это гели на основе полиакриламидов и их сшивателей [11]. Растворы полимеров являются неньютоновскими вязкими жидкостями, что способствует наиболее равномерному и эффективному вытеснению нефти из пласта за счет снижения отношения вязкости нефти к вязкости воды. Также это приводит к перераспределению потоков в пласте и выравниваю фронта вытеснения закачиваемой воды.

Силикатные составы создаются на основе силиката натрия и его аналогов. Наиболее распространенным компонентом является натриевое

жидкое стекло, которое в пластовых условиях образует объемный гель или осадок, способствующий перераспределению фильтрационных потоков в пласте. Главное достижение силикатных составов заключается в том, что их можно применять на месторождениях практически с любой пластовой температурой и проницаемостью, возможно, даже на суперколлекторах, и любой степенью неоднородности. При этом значение обводненности добываемой продукции не ограничивается. Данные характеристики определяются химической природой реагента силиката натрия [9].

Осадкообразующие композиции в пластовых условиях образуют нерастворимый кристаллический или аморфный осадок. Распространенным является раствор карбоната натрия и хлористого кальция [14]. Эти соли, взаимодействуя в пласте, образуют кристаллический осадок карбоната кальция, который осаждается на скелете пористой среды. Эти системы образуют осадок только в высокопроницаемых промытых пропластках пласта, что обеспечивает данной технологии высокую селективность при воздействии на пласт.

К составам следующей группы относятся водо-углеводородные смеси – эмульсии, которые содержат поверхностно-активные вещества эмульгирующего действия в качестве стабилизаторов. Для обработки пласта применяются прямые эмульсии, например масло в воде, и обратные, например вода в масле. Прямые эмульсии имеют малую вязкость и обладают повышенной поверхностной активностью, поэтому применяются для воздействия на призабойную зону и всего пласта с целью увеличения коэффициента вытеснения нефти и приемистости нагнетательных скважин. В свою очередь обратные эмульсии обладают неньютоновскими свойствами, которые применяются для обработки призабойной зоны с целью «мягкого» выравнивания профиля приемистости. Эмульсионные составы применяют для воздействия на пласты с низкой и средней проницаемостью, которые находятся на начальной стадии разработки [9].

Термотропные составы представляют из себя особую группу реагентов. Образование геля начинается при достижения определенной температуры, которая может изменяться путем добавления в состав неорганических и органических добавок. Чаще всего применяют составы на основе хлорида алюминия и карбамида. Закачивая термополимерный состав в пласт под воздействием его температуры инициируется химическая реакция, которая образует неорганический гель гидроксида алюминия. Таким образом, данный состав можно применять не только вблизи призабойной зоны скважины, но и на удалении от нее в межскважинной зоне путем изменения температуры активации химической реакции. Это позволяет перераспределять фильтрационные потоки внутри пласта и подключать к разработки новые нефтенасыщенные интервалы [15].

Широко применяемыми являются полимер-дисперсные составы, в составе которых основным рабочим компонентом является твердый дисперсный наполнитель, например древесная мука, глина, мел и другие [16]. По мере продвижения вглубь пласта, дисперсные частицы забивают наиболее крупные поровые каналы. Однако, при достижении объемной концентрации частиц на входе в пласт значения его пористости начинает формироваться суспензионная корка [17].

Причина широкого применения полимер-дисперсных составов заключается в том, что, используя частицы определенного размера, или несколько сортов частиц разного размера, можно заблокировать целевые крупные поры и трещины пласта, на которые направлено данное мероприятие. Таким образом, зная проницаемость высокопроводимого пропластка, можно рассчитать среднее значение радиуса пор по формуле Козени-Кармана и использовать частицы размером, сопоставимым с размером пор, что позволит частично блокировать высокопроницаемый пропласток и в дальнейшем провести более эффективное перераспределение потоков нагнетаемой воды.

Для примера рассмотрим результаты обработки полимер-дисперсным составом нагнетательных скважин в составе которого было 2–3 % частиц

глины и мела во всем объеме, которые поддерживались во взвешенном состоянии раствором полиакриламида концентрация которого изменялась в диапазоне 0,25–0,5 %. Результатом 50 полимер-дисперсных обработок нагнетательных скважин, со средним объемом закачки 1100 м<sup>3</sup> на метр продуктивной толщины, была дополнительная добыча нефти массой 2,16 тысяч тонн [18].

Рассмотрим данные по применению физико-химических методов увеличения нефтеотдачи, а именно технологии ВПП на активах компании N (рисунок 1), за последние 5 лет.

Рисунок 1 – Динамика роста физико-химических обработок на активах



компании N

Рисунок 1 показывает, что применение мероприятий по контролю обводненности продукции с каждым годом растет. Поэтому прогнозирование применения технологий ВПП является важной задачей, решение которой позволит поднять эффективность контроля обводненности продукции. Однако, решение данной задачи требует значительных временных и финансовых затрат. Для оперативного контроля обводненности продукции требуется инструмент быстрых оценок и прогнозов, без актуализации геолого-

гидродинамической модели и секторных моделей участков, на которых планируются геолого-технические мероприятия малообъемных МУН. Поэтому создание простых, но эффективных моделей для описания процессов закачки осадко-гелеобразующих реагентов в нагнетательные скважины является актуальной проблемой.

На рисунке 2 представлена диаграмма, показывающая долевое соотношение применяемых технологий ВПП на активах компании N.

Рисунок 2 – Доля проведенных операций за последние 5 лет на активах



компании N

На диаграмме видно, что наиболее применяемой технологией является полимер-дисперсная обработка, что еще раз подтверждает вышесказанное о широкой применимости данных составов.

Определяющим параметром является конструкция заканчивания нагнетательных скважин, которая влияет на геометрию потока вблизи скважины или, другими словами, на режим течения. Вблизи горизонтальных стволов наблюдается эллиптическое течение, которое описывается в первом приближении формулой Борисова-Джоши [19]. Вблизи несовершенных скважин, которые частично вскрывают пласт, реализуется сферический и билинейный режимы течения [20].

Ниже на рисунке 3 представлены различные типы течения вблизи вертикальной скважины.

Рисунок 3 – Плоскопараллельный - вблизи трещины ГРП или авто-ГРП

(а) и плоскорадиальный - вблизи скважины (б) типы течения.



В случае, если на скважине проведен ГРП или присутствует авто-ГРП, то вблизи трещины наблюдается плоскопараллельный поток (рисунок 3а). А при отсутствии ГРП реализуется плоскорадиальный поток (рисунок 3б).

Влияет ли режим течения на результат проведения технологий ВПП? При каком режиме течения эффективнее всего применять ту или иную обработку?

В данной работе поиск ответов на эти вопросы будет проводиться на примере широко применяемой полимер-дисперсной обработки.

**Цель работы:** создание физико-математической модели для сопоставления эффективности полимер-дисперсной обработки нагнетательных скважин при различных типах течения.

## Задачи исследования:

1. Построить математическую модель глубокого проникновения частиц для слоисто-неоднородной пористой среды;

- Рассмотреть частные случаи полимер-дисперсной обработки слоистонеоднородного пласта вблизи скважины с плоскопараллельным и плоскорадиальным типами течений;
- 3. Ввести критерии эффективности технологии полимер-дисперсной обработки призабойной зоны нагнетательной скважины;
- 4. Провести анализ полученных результатов.

Объектом исследования являются физические процессы при полимердисперсной обработке слоисто-неоднородного пласта.

**Предметом исследования** является влияние различных типов течения на эффективность полимер-дисперсной обработки.

## Научная новизна:

- Разработана математическая модель процесса полимер-дисперсной обработки призабойной зоны нагнетательной скважины для плоскопараллельного и плоскорадиального типов течения, учитывающая слоистую неоднородность пласта.
- Введены критерии эффективности технологии выравнивания профиля приемистости, характеризующие падение приемистости нагнетательной скважины и перераспределение потоков в пласте.
- Установлена возможность оптимизации процесса полимер-дисперсной обработки для получения максимального перераспределения потоков внутри пласта при минимальном падении приемистости нагнетательной скважины.

## Практическая значимость работы:

- 1. Математическая модель процесса полимер-дисперсной обработки может быть использована для прогнозирования падения приемистости нагнетательных скважин как с трещиной ГРП или авто-ГРП, так и без нее.
- 2. Решение оптимизационной задачи позволит определять оптимальный объем закачиваемого реагента с целью получения максимальной

эффективности полимер-дисперсной обработки призабойной зоны нагнетательных скважин.

# ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЛУБОКОГО ПРОНИКНОВЕНИЯ ЧАСТИЦ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНУЮ ПОРИСТУЮ СРЕДУ

Для математического описания процесса фильтрации полимердисперсного состава применяется два основных подхода статистический, который учитывает распределение частиц и пор по размерам [21, 22], и феноменологический подход, который применяет макроскопические эмпирические связи между характеристиками суспензии и пористой среды, например, между концентрацией дисперсных частиц, захваченных на скелете пористой среде частиц и проницаемость [23]. Таким образом, используя феноменологический подход и не прибегая к детальному моделированию отдельных механизмов захвата частиц в пористой среде, можно воспроизвести усредненные макроскопические величины, которые характеризуют пористую среду.

Для применения статистического подхода необходимо знать, каким образом распределены поры по размерам в каждом слое пласта. Это чаще всего либо недоступно, либо требует большого количества времени для анализа керна при помощи рентгеновской микротомографии. Поэтому во избежание такой неопределенности будем рассматривать данную задачу, используя феноменологический подход.

Для изучения процессов, описывающих загрязнение призабойной зоны в ходе применения физико-химических обработок или заводнение пласта водой с различными типами примесей, используются многофазные модели фильтрации. В таких моделях приведенную плотность фазы задают через массовые концентрации компонентов [24]. Такой подход применим и для того, чтобы описывать процесс фильтрации суспензии глины в пористой среде.

Рассмотрим однородную пористую среду, насыщенную раствором полимера. Раствор полимера содержит примесь – дисперсные частицы, массовую концентрацию которых обозначим через *с*. В то же время часть

частиц *σ* в расчете на единицу объема среды механически удерживается в сужениях поровых каналов (на скелете пористой среды) (рисунок 4).



Рисунок 4 – Пористая среда. Обозначения: 1 – порода; 2 – раствор полимера; 3 – частицы в потоке; 4 – частицы, удержанные на скелете пористой среды Поэтому в единице объема пористой среды содержится частиц

$$mc + \sigma$$
, (1)

где *т* – пористость.

Считая скорость раствора полимера и взвешенных в нем частиц одинаковой и равной U (в рамках гомогенного приближения), запишем выражение для плотности потока:

$$\vec{q} = \vec{U}c - D\vec{\nabla}c,\tag{2}$$

где *D* – коэффициент диффузии.

Плотность потока состоит из двух составляющих: одна из них соответствует переносу частиц общим потоком, характеризуемым плотностью потока массы, другая диффузией, вызываемой хаотическим тепловым и механическим движением частиц.

Запишем закон сохранения массы частиц, предполагая, что пористая среда, дисперсные частицы и жидкость несжимаемы:

$$\frac{\partial(mc+\sigma)}{\partial t} + \vec{\nabla}\,\vec{q} = 0. \tag{3}$$

Подставим выражение для плотности потока (2) в (3):

$$\frac{\partial(mc+\sigma)}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{U}c) = \vec{\nabla}(D\vec{\nabla}c).$$
(4)

Крупные частицы в суспензии не могут противостоять броуновскому движению и сравнительно быстро оседают под действием силы тяжести. Поэтому для полимер-дисперсной обработки используют частицы, размер которых лежит в диапазоне от 1 до 10 микрометров. Системы, содержащие частицы такого размера называются коллоидными [25]. С одной стороны, коллоидные частицы достаточно крупные, что позволяет не учитывать процесс диффузии. С другой, частицы проникают в пористую среду за счет того, что их характерный размер в несколько раз меньше размеров пор [24]. Тогда правая часть выражения (4) будет равна нулю.

Также, следует учесть тот факт, что при осаждении частиц на скелет породы, значение пористости уменьшается, в этом случае закон сохранения массы частиц запишется в виде:

$$\frac{\partial \left( (m_0 - \sigma)c + \sigma \right)}{\partial t} + \vec{\nabla} \left( \vec{U}c \right) = 0.$$
(5)

где *m*<sub>0</sub> – начальная пористость.

Если поле скоростей будет известно, то найти поле массовой концентрации частиц не получится, так как не задана скорость осаждения частиц (производная концентрации осажденных частиц на единицу объема пористой среды по времени). Наиболее общее допущение, которое будет в дальнейшем использоваться, состоит в том, что скорость осаждения частиц зависит от концентрации частиц на единицу объема пористой среды, массовой концентрации в полимере и скорости фильтрации [24]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = F(\sigma, c, U). \tag{6}$$

Существует множество работ, посвященных определению закона, описывающего скорость осаждения частиц [23, 26, 27]. Ниже представлены наиболее распространенные зависимости, которые описывают механический захват частиц пористой средой [23]:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = \lambda_0 (1 + b\sigma) Uc, \tag{7}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = \lambda_0 (1 - b^2 \sigma^2) U c, \tag{8}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = \lambda_0 U c \sqrt{1 - b\sigma},\tag{9}$$

где  $\lambda_0$ , b – эмпирические коэффициенты.

Низкие концентрации полимера не оказывают заметного влияния на вязкость суспензии, а эффективная вязкость суспензии пропорциональна концентрации частиц [28], но на практике эта концентрация слишком мала, чтобы влиять на суспензию. В процессе полимер-дисперсной обработки полимер закрепляет захваченные частицы на скелете пористой среды. В то же время полимер поддерживает частицы во взвешенном состоянии. Поэтому в выражении для скорости захвата дисперсных частиц не будет члена, который описывает срывание и обратное вовлечение частиц в процесс фильтрации [29]. Также, для упрощения задачи, предполагается, что начальная концентрация дисперсных частиц во всем потоке постоянна.

Для описания данной задачи воспользуемся классическим уравнением глубокого проникновения частиц [21]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda U c, \tag{10}$$

где *λ* – коэффициент фильтрации.

Коэффициент фильтрации определяется также либо статистическим методом, для которого необходимо проводить расчеты вероятности попадания дисперсных частиц в пористую среду [30], либо феноменологически, который заключается в определении отношения среднего радиуса частиц к среднему радиусу пор [31]. В общем виде коэффициент фильтрации считают функцией от концентрации осажденных частиц в единице объема пористой среды [32]:

$$\lambda = \lambda_0 \left( 1 - \frac{\sigma}{m_0} \right), \tag{11}$$

где  $\lambda_0$  – коэффициент фильтрации до закачки суспензии глины.

Коэффициент фильтрации до закачки есть функция от соотношения радиуса частиц к среднему размеру пор:

$$\lambda_0 = f\left(\frac{r_s}{r_p}\right),\tag{12}$$

где  $r_s$  – средний размер частиц,  $r_p$  – средний размер пор.

Для описания течения суспензии в пористой среде можно использовать модифицированное уравнение Дарси, учитывающее снижение проницаемости за счет осаждения частиц на скелете пористой среды [33]:

$$\vec{U} = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma)}\vec{\nabla}\,p\,,\tag{13}$$

где  $k_0$  – абсолютная проницаемость пористой среды,  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости, p – поровое давление,  $\beta$  – коэффициент загрязнения.

Коэффициент  $\beta$  определяется геометрией пористой среды и показывает степень ее загрязнения. Данный параметр вместе с начальным коэффициентом фильтрации  $\lambda_0$  определяется при помощи экспериментальных данных по обработке керна – решения обратной задачи, либо при помощи статистической обработки промысловых данных, позволяющей получить средние значения искомых параметров по участку или даже по всему месторождению.

Систему уравнений (5), (10), (13) с учетом (11) называют системой уравнений глубокого проникновения частиц, и для слоисто-неоднородного пласта она будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial \left( (m_{0i} - \sigma_i) c_i + \sigma_i \right)}{\partial t} + \vec{\nabla} \left( \vec{U}_i c_i \right) = 0, \tag{14}$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 \left( 1 - \frac{\sigma_i}{m_{0i}} \right) U_i c_i, \tag{15}$$

$$\vec{U}_i = -\frac{k_i}{\mu(1+\beta\sigma_i)}\vec{\nabla}\,p\,,\tag{16}$$

где *i* – номер пропластка.

Данная система уравнений нелинейная относительно концентрации осажденных частиц в единице объема пористой среды и может быть решена численно, например, при помощи явной конечно-разностной схемы. Негативная сторона такого решения заключается в том, что для более точного решения требуется уменьшение шагов численной сетки, что будет в разы увеличивать время расчета. Однако, если предположить, что концентрация осажденных частиц в единице объема пористой среды много меньше начальной пористости ( $\sigma << m_0$ ), то можно получить упрощенную систему уравнений глубокого проникновения частиц [23, 34]:

$$\frac{\partial (m_{0i}c_i + \sigma_i)}{\partial t} + \vec{\nabla} (\vec{U}_i c_i) = 0, \qquad (17)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 U_i c_i, \tag{18}$$

$$\vec{U}_i = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma_i)}\vec{\nabla}\,p.$$
(19)

Упрощенную систему уравнений можно решить аналитически [36]. Аналитическое решение, в отличие от численного решения, будет давать довольно точный и быстрый результат. Поэтому в следующих главах будет рассматриваться упрощенная система уравнений.

Для выделения особенностей полимер-дисперсной обработки нагнетательных скважин различной конструкции далее будут рассмотрены задачи для плоскопараллельного (вблизи трещины ГРП или авто-ГРП) и плоскорадиального (вблизи вертикальной скважины) типов течения.

# ГЛАВА 2. ПОЛИМЕР-ДИСПЕРСНАЯ ОБРАБОТКА ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ

### 2.1. Плоскопараллельный тип течения

#### 2.1.1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о полимер-дисперсной обработке вертикальной нагнетательной скважины небольшим объемом закачки, которая проходит через пласт с эффективной толщиной H, с трещиной ГРП длиной l и высотой равной толщине пласта. Поток жидкости вблизи трещины в основном линейный, так как влияние изменения потока вблизи скважины и на концах трещины незначительно. Это связано с тем, что длина трещины на 3–4 порядка больше, чем ее ширина и диаметр скважины, поэтому следует рассматривать одномерный линейный режим течения. В общем виде пласт состоит из N пропластков с разными характеристиками: толщиной  $h_i$ , проницаемостью  $k_{0i}$  и пористостью  $m_{0i}$ , где i – номер пропластка. Схема процесса обработки скважины показана на рисунке 5.



Рисунок 5 – Схема процесса обработки скважины с трещиной ГРП

Во время закачки небольшого объема суспензии в пласт со слоистой неоднородностью, поток можно считать горизонтальным, так как он преобладает над вертикальными перетоками [36]. Тензор проницаемости обычно имеет две независимые компоненты, но, если рассматривается только горизонтальный поток, учитывается только соответствующая составляющая

проницаемости. Трещина считается идеальной, то есть сопротивлением проппанта в трещине можно пренебречь, и рассматривается в виде параллелепипеда.

Закон сохранения массы для дисперсных частиц одномерной системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial (m_{0i}c_i + \sigma_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_i c_i) = 0, \qquad (20)$$

где *х* – расстояние от трещины.

Аналогично записывается закон сохранения массы для раствора полимера:

$$\frac{\partial \left(m_{0i}(1-c_i)\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(U_i(1-c_i)\right) = 0.$$
(21)

Сложим уравнения (20) и (21), получим:

$$\frac{\partial (m_{0i} + \sigma_i)}{\partial t} + \frac{\partial U_i}{\partial x} = 0.$$
(22)

Учитывая предположение о малости концентрации осажденных частиц в сравнении с начальной пористостью уравнение (22) перепишется в виде:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x} = 0. \tag{23}$$

Из уравнения (23) можно сделать вывод о том, что скорость фильтрации вблизи трещины постоянна. Тогда уравнения (17)-(19) для одномерного линейного течения можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial (m_{0i}c_i + \sigma_i)}{\partial t} + U_i \frac{\partial c_i}{\partial x} = 0, \qquad (24)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 U_i c_i, \tag{25}$$

$$U_i = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma_i)}\frac{\partial p}{\partial x}.$$
(26)

Общий расход суспензии *Q* можно выразить через скорость фильтрационных потоков в каждом пропластке:

$$Q = 2l\Sigma_i h_i U_i. \tag{27}$$

Будем считать, что репрессия на нагнетательную скважину на расстоянии *L* от нее постоянна. Поток в *i* – ом пропластке можно выразить через общий расход следующим образом:

$$Q_{i} = 2lh_{i}U_{i} = Q \frac{k_{0i}h_{i}}{\sum_{j}k_{0j}h_{j}}.$$
(28)

где *j* – номер пропластка.

Запишем начальные и граничные условия для сформулированной задачи:

$$t = 0, 0 < x < L: c_i = 0, \sigma_i = 0,$$
(29)

$$x = 0, 0 < t < t_0: Q = Q_0, c_i = c_0,$$
(30)

$$x = 0, t > t_0: Q = Q_1, c_i = 0,$$
(31)

где  $c_0$  – начальная концентрация частиц в закачиваемом потоке,  $Q_0$  – объемный расход суспензии, а  $Q_1$  – объемный расход воды после обработки скважины.

### 2.1.2. Обезразмеривание системы уравнений

Проведение обезразмеривания заключается в том, чтобы перейти от абсолютных значений параметров к относительным. Это позволит получить решение задачи в безразмерном виде, которое будет описывать все возможные случаи в рамках данной задачи. Процесс обезразмеривания позволяет выделить безразмерные комплексы, которые будут характеризовать моделируемые процессы [37].

Введем следующие безразмерные переменные:

$$X = \frac{x}{L},\tag{32}$$

$$T = \frac{Qt}{2LHl},\tag{33}$$

$$\Lambda = \lambda_0 L, \tag{34}$$

$$K_i = \frac{k_{0i}H}{\Sigma_j k_{0j} h_j},\tag{35}$$

$$g_i = p \frac{k_i}{\mu U_i L'},\tag{36}$$

Выражение (32) показывает отношение расстояния, пройденного оторочкой суспензии глины к расстоянию до контура питания. Выражение (33) показывает отношение закачиваемого объема оторочки к объему, который дренирует нагнетательная скважина с трещиной. Выражение (34) определяет значение коэффициента фильтрации по всей длине дренируемой зоны *L*. Выражение (35) показывает отношение проницаемости *i*-того пропластка к средневзвешенной проницаемости до воздействия. Выражение (36) отношение порового давления к поровому давлению до закачки суспензии.

Проведем замену размерных переменных на безразмерные в системе уравнений (24) – (26):

$$m_{0i}\frac{\partial c_i}{\partial T}\frac{Q}{2LHl} + \frac{U_i}{L}\frac{\partial c_i}{\partial X} = -\frac{\Lambda}{L}U_ic_i,$$
(37)

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial T} \frac{Q}{2LHl} = \frac{\Lambda}{L} U_i c_i, \tag{38}$$

$$U_i = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma_i)} \frac{\mu U_i L}{k_{0i}L} \frac{dg_i}{dX}.$$
(39)

Используем отношение (28) для того, чтобы обезразмеривание для каждого пропластка было в единых безразмерных координатах. Упрощая выражения (37) - (39), получим обезразмеренную систему уравнений глубокого проникновения частиц:

$$\frac{\partial c_i}{\partial T} + \frac{K_i}{m_{0i}} \frac{\partial c_i}{\partial X} = -\frac{\Lambda K_i}{m_{0i}} c_i, \tag{40}$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial T} = \Lambda K_i c_i, \tag{41}$$

$$1 = -\frac{1}{(1+\beta\sigma_i)}\frac{dg_i}{dX}.$$
(42)

Будем считать, что процесс закачки полимер-дисперсного состава проводился в течение времени  $t_0$  с постоянным расходом Q. Тогда объем закачки определяется как

$$V_{inj} = Qt_0, \tag{43}$$

а безразмерный объем оторочки суспензии будем определяться следующим образом:

$$T_0 = \frac{V_{inj}}{2LHl}.$$
(44)

Перепишем начальные и граничные условия в безразмерном виде:

$$T = 0, 0 < X < 1: c_i = 0, \sigma_i = 0,$$
(45)

$$X = 0, 0 < T < T_0: Q = Q_0, c_i = c_0,$$
(46)

$$X = 0, T > T_0: Q = Q_1, c_i = 0.$$
(47)

### 2.1.3. Аналитическое решение

Получим аналитическое решение безразмерной системы уравнений (40)-(42) с учетом безразмерных начальных и граничных условий (45)-(47) методом характеристик.

Смысл метода характеристик заключается в том, чтобы привести производных семейству уравнения В частных к обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого определяют кривые характеристики, вдоль которых уравнение в частных производных можно записать в виде обыкновенного дифференциального уравнения, которое простыми методами решается вдоль характеристик и условий на них. В итоге, полученное решение обыкновенного дифференциального уравнения становится решением начального уравнения в частных производных [38], [39].

Запишем выражения для полных дифференциалов безразмерных концентраций частиц в потоке и осажденных в единице объема пористой среды частиц:

$$\frac{dc_i}{dT} = \frac{\partial c_i}{\partial T} + \frac{\partial c_i}{\partial X} \frac{dX}{dT},$$
(48)

$$\frac{d\sigma_i}{dT} = \frac{\partial\sigma_i}{\partial T} + \frac{\partial\sigma_i}{\partial X}\frac{dX}{dT}.$$
(49)

Сравнивая обезразмеренные уравнения (40), (41) с полными дифференциалами (48), (49) можно получить выражения для характеристик и 23 условий на них. В данной задаче характеристики и условия на них выглядят следующим образом:

если в (48) 
$$\frac{dX}{dT} = \frac{K_i}{m_{0i}}$$
, то  $\frac{dc_i}{dT} = -\frac{\Lambda K_i}{m_{0i}}c_i$ ,  
если в (49)  $\frac{dX}{dT} = 0$ , то  $\frac{d\sigma_i}{dT} = \Lambda K_i c_i$ .

Получим выражения для определения безразмерных объемных концентраций взвешенных частиц в потоке и осажденных в пористой среде частиц, решив обыкновенные дифференциальные уравнения, с учетом характеристик, вдоль которых они были построены:

$$c_i = c_0 e^{-\Lambda X}, \qquad \frac{(T - T_0)K_i}{m_{0i}} < X < \frac{TK_i}{m_{0i}},$$
 (50)

$$\sigma_i = \Lambda K_i \left( T - \frac{m_{0i} X}{K_i} \right) c_0 e^{-\Lambda X}, \qquad 0 < X < \frac{T K_i}{m_{0i}}.$$
 (51)

После проведения полимер-дисперсной обработки, вследствие прокачки большого количества воды (от одного до нескольких поровых объемов), устанавливается стационарное распределение безразмерной концентрации осажденных частиц:

$$\sigma_{0i} = \Lambda K_i T_0 c_0 e^{-\Lambda X}, \qquad X > 0.$$
(52)

Подставим пределы и проинтегрируем уравнение (42):

$$g_i = \int_0^1 (1 + \beta \sigma_i) dX.$$
 (53)

В размерном виде выражение (53) можно переписать в виде:

$$U_i = \frac{k_{0i}}{\mu \int_0^1 (1 + \beta \sigma_i) dX} \frac{\Delta p}{L}.$$
(54)

Выражение (53) или интеграл в знаменателе выражения (54) называют дополнительным фильтрационным сопротивлением, которое появляется в результате осаждения частиц на скелет пористой среды. Иначе можно записать это следующим образом:

$$k_{1i} = \frac{k_{0i}}{\int_0^1 (1 + \beta \sigma_i) dX}.$$
 (55)

Выражение (55) говорит о том, что проницаемость после полимердисперсной обработки определяется количеством осажденных частиц в единице объема пористой среды.

Дополнительное фильтрационное сопротивление можно рассчитать, как на момент завершения закачки полимер-дисперсного состава, так и после прокачки большого количества воды. Первый вариант будет полезен для изучения и анализа данного процесса в лабораториях на керне, а также для определения констант модели при решении обратной задачи, второй вариант также может использоваться для экспериментов, но он более актуален для прогнозов на промысле. Выражения для двух вариантов дополнительного фильтрационного сопротивления можно получить, подставляя в интеграл (в выражении (55)) соответствующее решения для безразмерной концентрации осажденных частиц в единице объема пористой среды (51) и (52).

Рассмотрим оба варианта. Обозначим данный интеграл  $g_i$  и  $g_{0i}$  соответственно для дополнительного фильтрационного сопротивления после завершения закачки суспензии глины и после прокачки большого объема воды.

Первый вариант:

$$g_i = \int_0^1 (1 + \beta \sigma_i) \, dX. \tag{56}$$

Подставим выражение (51) в (56):

$$g_i = \int_0^1 \left( 1 + \beta \Lambda K_i \left( T - \frac{m_{0i} X}{K_i} \right) c_0 e^{-\Lambda X} \right) dX.$$
 (57)

Интеграл (57) можно разбить на два табличных интеграла, после интегрирования и подстановки пределов получим выражение для дополнительного фильтрационного сопротивления после закачки суспензии глины:

$$g_i = 1 + \beta K_i c_0 \left[ T_0 (1 - e^{-\Lambda}) + \frac{m_{0i}}{K_i} \left( e^{-\Lambda} + \frac{(e^{-\Lambda} - 1)}{\Lambda} \right) \right].$$
(58)

Однако, в лабораторных экспериментах для решения обратной задачи по определению констант модели суспензию глины фильтруют через керн, имеющий в среднем одно значение проницаемости по всей длине. В таком случае выражение (58) не сложно записать для однородного керна:

$$g = 1 + \beta c_0 \left[ T_0 (1 - e^{-\Lambda}) + m_0 \left( e^{-\Lambda} + \frac{(e^{-\Lambda} - 1)}{\Lambda} \right) \right].$$
(59)

Второй вариант:

$$g_{0i} = \int_0^1 (1 + \beta \sigma_{0i}) \, dX. \tag{60}$$

Подставим решение, полученное для установившегося стационарного распределения безразмерной концентрации захваченных частиц в призабойной зоне после обработки и прокачки большого объема воды (52) в (60):

$$g_{0i} = \int_0^1 (1 + \beta \Lambda K_i T_0 c_0 e^{-\Lambda X}) \, dX.$$
 (61)

Интегрируя табличный интеграл (61), получим формулу для определения дополнительного фильтрационного сопротивления при плоскопараллельном типе течения (в случае вертикальной скважины с трещиной ГРП) после прокачки большого объема воды:

$$g_{0i} = 1 + \beta K_i T_0 c_0 (1 - e^{-\Lambda}).$$
(62)

Из выражений (58) и (62) можно сделать вывод о том, что дополнительное фильтрационное сопротивление, которое появилось в результате осаждения дисперсных частиц, зависит от характеристик пласта, потока и закачиваемого реагента.

Итогом проведения полимер-дисперсной обработки вертикальной нагнетательной скважины с трещиной является перераспределение фильтрационных потоков нагнетаемой воды между пропластками с высокой, что способствует более выравненному фронту вытеснения нефти водой.

Из формулы (28) можно получить расход воды в каждый пропласток после обработки:

$$Q_{1i} = \frac{Q_{0i}}{g_{0i}} = Q_0 \frac{k_{1i} h_i}{\sum_j k_{0j} h_j}.$$
(63)

Тогда полный расход в нагнетательную скважину после полимердисперсной обработки будет определяться следующим образом:

$$Q_{1} = \sum_{i} Q_{1i} = \sum_{i} \frac{Q_{0i}}{g_{0i}} = Q_{0} \frac{\sum_{i} k_{1i} h_{i}}{\sum_{j} k_{0j} h_{j}}.$$
 (64)

### 2.2. Плоскорадиальный тип течения

#### 2.2.1. Постановка задачи

Рассмотрим закачку оторочки полимера в вертикальную скважину без трещины ГРП, то есть для осесимметричного случая. Схема процесса обработки скважины приведена на рисунке 6. В отличие от вертикальной скважины с трещиной ГРП, в которой рассматривалось плоскопараллельное течение около трещины, в данной постановке задачи течение плоскорадиальное, таким образом, следует перейти в цилиндрическую систему координат.

Будем рассматривать слоисто-неоднородный пласт с теми же характеристиками, что и в предыдущей задаче. Запишем упрощенную систему уравнений глубокого проникновения частиц (17)-(19) в радиальной одномерной системе координат для *i* – го пропластка:

$$\frac{\partial (m_{0i}c_i + \sigma_i)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (rU_ic_i)}{\partial r} = 0,$$
(65)

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 U_i \mathbf{c}_i,\tag{66}$$

$$U_i = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma_i)}\frac{\partial p}{\partial r}.$$
(67)

где *г* – радиальная координата.



Рисунок 6 – Схема процесса обработки скважины без трещины ГРП

Можно заметить, что в уравнении (65) при переходе в цилиндрическую систему координат, появился коэффициент, обратно пропорциональный радиальной координате, чего в линейном случае не было. Таким образом, решения для объемных концентраций взвешенных и осажденных на скелете породы частиц будут отличаться от решений, полученных для линейного течения.

Закон сохранения массы для раствора полимера, аналогично выражению (21):

$$\frac{\partial \left(m_{0i}(1-c_i)\right)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rU_i(1-c_i)\right) = 0.$$
(68)

Сложим уравнения (65) и (68), получим:

$$\frac{\partial (m_{0i} + \sigma_i)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU_i) = 0.$$
(69)

Учитывая предположение о малости концентрации осажденных частиц в сравнении с начальной пористостью уравнение (69) перепишется в виде:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_i) = 0.$$
(70)

Из уравнения (70) можно сделать вывод о том, что произведение радиальной координаты и скорости фильтрации постоянно:

$$rU_i = const. \tag{71}$$

В плоскорадиальной фильтрации общий расход суспензии *Q* определяется через фильтрационные потоки пропластков следующим образом:

$$Q = 2\pi r \Sigma_i h_i U_i. \tag{72}$$

Тогда поток жидкости в *i* – ом пропластке можно выразить через общий расход:

$$Q_{i} = 2\pi h_{i} U_{i} r = Q \frac{k_{0i} h_{i}}{\sum_{j} k_{0j} h_{j}}.$$
(73)

Систему уравнений (65)-(67) с учетом (71) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial (m_{0i}c_i + \sigma_i)}{\partial t} + U_i \frac{\partial c_i}{\partial r} = 0, \qquad (74)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 U_i c_i, \tag{75}$$

$$U_i = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma_i)}\frac{\partial p}{\partial r}.$$
(76)

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи будут иметь вид:

$$t = 0, r_w < r < r_c: c_i = 0, \sigma_i = 0,$$
(77)

$$r = r_w, 0 < t < t_0; Q = Q_0, c_i = c_0,$$
(78)

$$r = r_w, t > t_0; Q = Q_1, c_i = 0.$$
(79)

где *r*<sub>w</sub> – радиус скважины, *r*<sub>c</sub> – радиус контура питания скважины.

#### 2.2.2. Обезразмеривание системы уравнений

Проведем обезразмеривание системы (74) – (76). Введем безразмерные переменные, которые имеют тот же физический смысл, как и в предыдущей задаче:

$$X = \frac{r^2 - r_w^2}{r_c^2 - r_w^2},\tag{80}$$

$$T = \frac{Qt}{\pi H(r_c^2 - r_w^2)},$$
 (81)

$$\Lambda = \frac{\lambda_0 \sqrt{r_c^2 - r_w^2}}{2},\tag{82}$$

$$K_i = \frac{k_{0i}H}{\Sigma_j k_{0j} h_j},\tag{83}$$

$$g_i = p \frac{2\pi h_i k_{0i}}{\mu Q_i}.$$
(84)

Подставим переменные (80) – (84) в систему уравнений (74) – (76):

$$m_{0i}\frac{\partial c_i}{\partial T}\frac{Q}{\pi H(r_c^2 - r_w^2)} + U_i\frac{\partial c_i}{\partial X}\frac{2\sqrt{X(r_c^2 - r_w^2) + r_w^2}}{(r_c^2 - r_w^2)} = -\frac{2\Lambda}{\sqrt{r_c^2 - r_w^2}}U_ic_i, \quad (85)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial T} \frac{Q}{\pi H(r_c^2 - r_w^2)} = \frac{2\Lambda}{\sqrt{r_c^2 - r_w^2}} U_i c_i, \tag{86}$$

$$U_{i} = -\frac{k_{0i}}{\mu(1+\beta\sigma_{i})} \frac{\mu Q_{i}}{2\pi h_{i}k_{0i}} \frac{2\sqrt{X(r_{c}^{2}-r_{w}^{2})+r_{w}^{2}}}{(r_{c}^{2}-r_{w}^{2})} \frac{\partial g_{i}}{\partial X}.$$
 (87)

Используем выражение (73), определяющее связь между общим расходом и потоком в *i* – ом пропластке в начальный момент времени, и, упрощая (85)-(87), получим обезразмеренную систему уравнений:

$$\frac{\partial c_i}{\partial T} + \frac{K_i}{m_{0i}} \frac{\partial c_i}{\partial X} = -\frac{\Lambda K_i}{m_{0i}\sqrt{X + X_w}} c_i, \tag{88}$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial T} = \frac{\Lambda K_i}{\sqrt{X + X_w}} c_i,\tag{89}$$

$$1 = -\frac{2(X + X_w)}{(1 + \beta\sigma_i)} \frac{dg_i}{dX}.$$
(90)

где

$$X_w = \frac{r_w^2}{r_c^2 - r_w^2}.$$
 (91)

Аналогично предыдущей задаче будем рассматривать процесс закачки полимер-дисперсного состава с постоянным расходом Q в течение времени  $t_0$ .

Тогда объем закачки (43) в безразмерном виде определяется следующей формулой:

$$T_0 = \frac{V_{inj}}{\pi H(r_c^2 - r_w^2)}.$$
(92)

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи записываются следующим образом:

$$T = 0, 0 < X < 1: c_i = 0, \sigma_i = 0,$$
(93)

$$X = 0, 0 < T < T_0: Q = Q_0, c_i = c_0,$$
(94)

$$X = 0, T > T_0: Q = Q_1, c_i = 0,$$
(95)

### 2.2.3. Аналитическое решение

При помощи метода характеристик получим аналитическое решение системы уравнений (88)-(90) с безразмерными начальными и граничными условиями (93)-(95).

Сравнивая обезразмеренные уравнения (88), (89) с полными дифференциалами (48), (49) можно получить выражения для характеристик и условий на них. В данной задаче характеристики и условия на них выглядят следующим образом:

если в (88) 
$$\frac{dX}{dT} = \frac{K_i}{m_{0i}}$$
, то  $\frac{dc_i}{dT} = -\frac{\Lambda K_i}{2m_{0i}\sqrt{X}}c_i$ ,  
если в (89)  $\frac{dX}{dT} = 0$ , то  $\frac{d\sigma_i}{dT} = \frac{\Lambda K_i}{2\sqrt{X}}c_i$ .

Решая обыкновенные дифференциальные уравнения вдоль характеристик, получим, что безразмерные объемные концентрации взвешенных частиц в потоке и осажденных частиц в единице объема пористой среды определяются следующими выражениями:

$$c_{i} = c_{0}e^{-2\Lambda[\sqrt{X+X_{w}}-\sqrt{X_{w}}]}, \qquad \frac{(T-T_{o})K_{i}}{m_{0i}} < X < \frac{TK_{i}}{m_{0i}}, \qquad (96)$$

$$\sigma_{i} = \frac{\Lambda K_{i}}{\sqrt{X + X_{w}}} \left( T - \frac{m_{0i}}{K_{i}} X \right) c_{0} e^{-2 \Lambda \left[ \sqrt{X + X_{w}} - \sqrt{X_{w}} \right]}, \qquad 0 < X < \frac{T K_{i}}{m_{0i}}.$$
(97)

Установившееся стационарное решение для безразмерной концентрации осажденных частиц на пористой среде имеет вид:

$$\sigma_{0i} = \frac{\Lambda K_i}{\sqrt{X + X_w}} \ T_0 c_0 e^{-2 \Lambda \left[\sqrt{X + X_w} - \sqrt{X_w}\right]}, \qquad X > 0.$$
(98)

Получим формулу для определения дополнительного фильтрационного сопротивления в зоне осажденных частиц для вертикальной скважины без трещины ГРП.

Подставим пределы и проинтегрируем уравнение (90):

$$g_i = \int_0^1 \frac{(1 + \beta \sigma_i)}{2(X + X_w)} dX.$$
 (99)

В размерном виде выражение (99) будет иметь вид:

$$Q_{i} = \frac{2\pi h_{i} k_{0i}}{\mu \int_{0}^{1} \frac{(1+\beta\sigma_{i})}{2(X+X_{w})} dX} \Delta p.$$
(100)

Выражение (99) или интеграл в знаменателе выражения (100) является дополнительным фильтрационным сопротивлением. Проницаемость после полимер-дисперсной обработки нагнетательной скважины без трещины ГРП будет определяться следующим образом:

$$k_{1i} = \frac{k_{0i}}{\int_0^1 \frac{(1+\beta\sigma_i)}{2(X+X_w)} dX}.$$
 (101)

Так как радиальное течение в лабораторных экспериментах на керне не реализуется, то дополнительное фильтрационное сопротивление будем получать при помощи выражения (98), которое является более актуальным для прогнозов применения полимер-дисперсной обработки.

Возьмем интеграл в знаменателе формулы (101) и получим выражение для дополнительного фильтрационного сопротивление:

$$g_{0i} = \int_{0}^{1} \frac{(1 + \beta \sigma_{0i})}{2(X + X_w)} dX.$$
 (102)

Подставим установившееся стационарное решение для безразмерной концентрации осажденных частиц на пористой среде (98) в (102):

$$g_{0i} = \int_{0}^{1} \frac{\left(1 + \beta \frac{\Lambda K_i}{\sqrt{X + X_w}} T_0 c_0 e^{-2 \Lambda \left[\sqrt{X + X_w} - \sqrt{X_w}\right]}\right)}{2(X + X_w)} dX.$$
(103)

Упростим выражением (103):

$$g_{0i} = \frac{\ln\left(\frac{1}{X_w} + 1\right)}{2} + \frac{\beta \Lambda K_i T_0 c_0}{2} e^{2\Lambda \sqrt{X_w}} \int_0^1 \frac{e^{-2\Lambda \sqrt{X+X_w}}}{(X+X_w)\sqrt{X+X_w}} dX.$$
(104)

Возьмем отдельно интеграл во втором слагаемом выражения (104). Для этого сделаем замену  $y = 2\Lambda\sqrt{X + X_w}$ , тогда

$$\int_{0}^{1} \frac{e^{-2\Lambda\sqrt{X+X_{w}}}}{(X+X_{w})\sqrt{X+X_{w}}} dX = 4\Lambda \int_{2\Lambda\sqrt{X_{w}}}^{2\Lambda\sqrt{1+X_{w}}} e^{-y} y^{-2} dy.$$
(105)

После замены получился интеграл, который можно взять по частям. Введем следующие обозначения:  $u = e^{-y}$ ,  $dv = y^{-2} dy$ , тогда  $du = -e^{-y} dy$ ,  $v = -y^{-1}$ . Применяя формулу интегрирования по частям [40]:

$$\int_{a}^{b} u \, dv = uv|_{a}^{b} - \int_{a}^{b} v \, du$$
 (106)

получим

$$4\Lambda \int_{2\Lambda\sqrt{X_w}}^{2\Lambda\sqrt{1+X_w}} e^{-y} y^{-2} \, dy = 4\Lambda \left[ -\frac{e^{-y}}{y} \Big|_{2\Lambda\sqrt{X_w}}^{2\Lambda\sqrt{1+X_w}} - \int_{2\Lambda\sqrt{X_w}}^{2\Lambda\sqrt{1+X_w}} e^{-y} y^{-1} \, dy \right].$$
(107)

Полученный интеграл в правой части выражения (107) определяется через интегральную показательную функцию [41]:

$$\int_{2\Lambda\sqrt{X_w}}^{2\Lambda\sqrt{1+X_w}} e^{-y} y^{-1} \, dy = Ei\left(2\Lambda\sqrt{1+X_w}\right) - Ei\left(2\Lambda\sqrt{X_w}\right). \tag{108}$$

Подставим (107) и (108) в (104):

$$g_{0i} = \frac{ln\left(\frac{1}{X_w} + 1\right)}{2} + 2\beta\Lambda^2 K_i T_0 c_0 e^{2\Lambda\sqrt{X_w}} \left[\frac{e^{-2\Lambda\sqrt{X_w}}}{2\Lambda\sqrt{X_w}} - \frac{e^{-2\Lambda\sqrt{1+X_w}}}{2\Lambda\sqrt{1+X_w}} - Ei(2\Lambda\sqrt{1+X_w}) + Ei(2\Lambda\sqrt{X_w})\right]. (109)$$

Полученное выражение (109) можно упростить, так как  $Ei(2\Lambda\sqrt{1+X_w}) \ll Ei(2\Lambda\sqrt{X_w})$  и  $e^{2\Lambda\sqrt{X_w}}e^{-2\Lambda\sqrt{1+X_w}} \ll 1.$ 

Получим итоговое выражение для дополнительного фильтрационного сопротивления:

$$g_{0i} = \frac{\ln\left(\frac{1}{X_w} + 1\right)}{2} + 2\beta\Lambda^2 K_i T_0 c_0 \left[\frac{1}{2\Lambda\sqrt{X_w}} + e^{2\Lambda\sqrt{X_w}} Ei(2\Lambda\sqrt{X_w})\right].$$
(110)

Расход воды в каждый пропласток, также, как и полный расход после полимер-дисперсной обработки будет определяться формулами (63) и (64) соответственно.

Проницаемость после обработки рассчитывается по следующей формуле:

$$k_{1i} = \frac{k_{0i}}{g_{0i}'},\tag{111}$$

где, учитывая, что  $ln(\frac{r_c}{r_w}) = \frac{ln(\frac{1}{X_w}+1)}{2}$ :

$$g_{0i}' = \frac{g_{0i}}{\ln(\frac{r_c}{r_w})} = 1 + \frac{4\beta\Lambda^2 K_i T_0 c_0}{\ln\left(\frac{1}{X_w} + 1\right)} \left[\frac{1}{2\Lambda\sqrt{X_w}} + e^{2\Lambda\sqrt{X_w}} Ei(2\Lambda\sqrt{X_w})\right].$$
 (112)

# ГЛАВА 3. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОЛИМЕР-ДИСПЕРСНОЙ ОБРАБОТКИ

Для определения степени влияния, ИЛИ другими словами, эффективности полимер-дисперсного воздействия на слоисто-неоднородный пласт нужно ввести параметры, которые бы характеризовали данный процесс. Эффективность выравнивания профиля приемистости технологии определяется перераспределением потоков В призабойной зоне нагнетательной скважины, с одной стороны, и падением коэффициента приемистости, с другой стороны.

Слоистую неоднородность пласта характеризуют чаще всего коэффициентом Дикстра-Парсонса [1]. Его значение до воздействия  $D_0$ определяется по данным результатов интерпретации геофизических исследований скважин (РИГИС). Аналогичным образом и после воздействия  $D_1$ , но уже учитывается образование в результате воздействия дополнительного фильтрационного сопротивления в пропластках. Для того, чтобы сделать какой-то вывод о результате обработки определяют относительное изменение коэффициента Дикстра-Парсонса:

$$\overline{D} = \frac{(D_0 - D_1)}{D_0}.$$
(113)

Значение относительного изменения этого параметра для полимердисперсной обработки нагнетательной скважины получается порядка 10<sup>-4</sup>. Математические операции с малыми величинами приводят к заметным погрешностям, поэтому следует выбрать другой метод оценки эффективности полимер-дисперсной обработки.

На рисунке 7 показан процесс изменения профиля приемистости нагнетательной скважины в результате полимер-дисперсной обработки. До воздействия в нагнетательную скважину закачивалась вода с расходом  $Q_0$ . В зависимости от характеристик пропластков, а именно, проницаемости и толщины, в каждый пропласток попадает разное количество воды. После обработки призабойной зоны нагнетательной скважины полимер-дисперсным составом расход воды в каждый пропласток уменьшается из-за того, что их проницаемость снизилась за счет осаждения дисперсных частиц на скелет пористой среды. Однако, новый расход  $Q_1$  также распределяется между пропластками в зависимости от их толщины и новой проницаемости.



Рисунок 7 – Изменение профиля приемистости нагнетательной скважины в результате полимер-дисперсной обработки

Неоднородность пласта, в результате которой происходит перераспределение воды в пласте, рекомендуется характеризовать через значение среднеквадратичного отклонения расходов жидкости в пропластки от среднего значения расхода для всего продуктивного интервала. Согласно определениям математической статистики [42] эти значения рассчитываются следующим образом:

$$R_0 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i} (Q_{0i} - Q_{0av})^2},$$
(114)

$$Q_{0av} = \frac{1}{N} \sum_{i} Q_{0i},$$
 (115)

где  $R_0$  – среднеквадратичное отклонение расхода жидкости до воздействия,  $Q_{0av}$  – среднее значение расхода жидкости по всему продуктивному интервалу до воздействия.

Аналогично запишем выражение (114) для определения среднеквадратичного отклонения после обработки:

$$R_1 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i} (Q_{1i} - Q_{1av})^2}.$$
 (116)

где  $Q_{1av}$  – среднее значение расхода жидкости по всему продуктивному интервалу после воздействия, которое определяется аналогично выражению (115):

$$Q_{1av} = \frac{1}{N} \sum_{i} Q_{1i},$$
 (117)

Среднеквадратичное отклонение (116) с ростом объема закачки убывает, что говорит о выравнивании профилей приемистости в пропластках и повышении коэффициента охвата пласта заводнением.

Если вычесть это отклонение из среднеквадратичного отклонения до воздействия, то можно получить функцию, описывающую перераспределение потоков:

$$f = R_0 - R_1. (118)$$

Для того чтобы параметр (118) не был зависим от размерности, обезразмерим его на среднеквадратичное отклонение расхода жидкости до воздействия:

$$R = 1 - \frac{R_1}{R_0}.$$
 (119)

Относительное изменение среднеквадратичного отклонения расхода жидкости до воздействия (119) далее будем называть коэффициентом перераспределения потоков.

Коэффициент перераспределения потоков с ростом безразмерного объема закачки возрастает от 0 при нулевом объеме закачки до 1 при

устремлении объема закачки к бесконечности (рисунок 8) [35]. Рост данного параметра, характеризующего неоднородность пласта, показывает повышение эффективности полимер-дисперсной обработки.



Рисунок 8 – Зависимость коэффициента перераспределения потоков от объема закачки в поровых долях

Наряду с положительным эффектом – перераспределения потоков при воздействии имеется и отрицательный эффект, связанный со снижением коэффициента приемистости скважины. Поддержание уровней закачки воды в пласт требует дополнительных энергетических затрат. Этот эффект определим через коэффициент падения приемистости нагнетательной скважины как отношение коэффициента приемистости после воздействия к значению коэффициента приемистости до воздействия, которое характеризует загрязнение призабойной зоны скважины:

$$S = \frac{PI_1}{PI_0},\tag{120}$$

где *PI*<sub>0</sub> и *PI*<sub>1</sub> – коэффициенты приемистости нагнетательной скважины до и после воздействия.

По определению коэффициент приемистости – это отношение расхода жидкости в нагнетательную скважину к репрессии на пласт, тогда

$$PI_0 = \frac{Q_0}{\Delta p_0},\tag{121}$$

$$PI_1 = \frac{Q_1}{\Delta p_1},\tag{122}$$

где  $\Delta P_0$  и  $\Delta P_1$  репрессия на пласт соответственно до и после воздействия.

Сразу после применения полимер-дисперсной обработки, то есть до изменения забойного давления для поддержания прежнего коэффициента приемистости нагнетательной скважины репрессия на пласт будет равна репрессии до обработки. Тогда коэффициент падения приемистости можно переписать в виде:

$$S = \frac{Q_1}{Q_0}.\tag{123}$$

В зависимости от безразмерного объема закачки коэффициент падения приемистости будет убывать от 1 при нулевом объеме закачки до 0 при устремлении объема закачки к бесконечности (рисунок 9) [35].

Рисунок 9 – Зависимость коэффициента падения приемистости от объема



#### закачки в поровых долях

Эффективность воздействия в этом случае будет определяться решением оптимизационной задачи, в которой определяется максимальное значение положительного эффекта - коэффициент перераспределения потоков, при минимальном значении отрицательного эффекта - коэффициент падения приемистости.

Для решения оптимизационной задачи выберем критерий оптимизации как произведение введенных параметров, которое характеризует максимальное перераспределение потоков в пласте при минимальном повреждении призабойной зоны:

$$Kr = R \cdot S. \tag{124}$$

Построив зависимости коэффициентов перераспределения потоков и падения приемистости и критерия оптимизации от объема закачки в поровых долях на одном графике (рисунок 10) будет видно, что кривая Kr(PV) имеет экстремум-максимум. Максимальное значение критерия оптимизации достигается при определенном объеме закачки, который далее будем называть оптимальным  $V_{opt}$ .

Рисунок 10 – Зависимости коэффициентов перераспределения потоков и



падения приемистости и критерия оптимизации от объема закачки в поровых долях

Таким образом, закачивая оптимальный объем закачки мы получим максимальное перераспределение потоков в пласте при минимальном загрязнении призабойной зоны нагнетательной скважины. К тому же решение

оптимизационной задачи позволит правильно оценивать необходимые затраты на проведение операций по увеличению нефтеотдачи.

Предлагается следующий алгоритм решения оптимизационной задачи:

Задаются исходные параметры пласта из РИГИС:  $m_{0i}$ ,  $k_{0i}$ ,  $h_i$  – пористость, проницаемость и мощность *i*-го пропластка, параметры закачиваемого реагента:  $c_0$  – начальная массовая концентрация частиц в суспензии глины, параметры потока:  $\beta$ ,  $\lambda_0$  – коэффициенты загрязнения и фильтрации соответственно, а также конструкция заканчивания скважины: радиус скважины  $r_w$  и контура питания  $r_c$ , L, длина трещины l и ее расход до обработки  $Q_0$ .

Рассчитывается дополнительное фильтрационное сопротивление для каждого пропластка (62) или (112) для плоскопараллельного или плоскорадиального типов течения соответственно.

Рассчитываются расходы в пропластках после воздействия для соответствующей геометрии потока по формулам (63) и (64) с учетом дополнительного фильтрационного сопротивления.

Проводится расчет среднеквадратичных отклонений расходов жидкости до и после воздействия (114) и (116).

Определяются коэффициенты перераспределения потоков и падения приемистости нагнетательной скважины по формулам (119) и (123) соответственно.

Рассчитывается критерий оптимизации (124) и в зависимости от безразмерного объема закачиваемой суспензии глины определяется его максимальное значение, которое соответствует оптимальному объему закачки.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Для сопоставления эффективности полимер-дисперсной обработки нагнетательной скважины при различных типах течения рассматривался модельный слоисто-неоднородный пласт, который состоял из пяти пропластков с проницаемостью, толщиной и пористостью, указанными в таблице 1.

Номер пропластка	<i>k</i> <sub><i>i</i></sub> , мД	<i>h<sub>i</sub></i> , м	$m_i, \%$
1	1213	1.3	23,6
2	371	1.4	20,9
3	52	4.7	18,9
4	106	1.6	20,1
5	135	1.3	19,6

Таблица 1. Геологические характеристики пласта

Параметры суспензии, состоящей из раствора полимера – полиакриламид сшитый ацетатом хрома и дисперсных частиц - глина, указаны в таблице 2. Коэффициенты фильтрации и загрязнения принимаются одинаковыми как для плоскопараллельного, так и для плоскорадиального потока.

Таблица 2. Параметры суспензии

$V_{inj}, \mathbf{M}^3$	$c_0, \%$	μ, cΠ	$\lambda$ , m <sup>-1</sup>	β
300	2	8	0.05	400

Для определения критериев эффективности полимер-дисперсной обработки: коэффициенты перераспределения потоков (119) и падения приемистости (123), необходимо задать параметры работы скважины (таблица 3).

Таблица 3. Параметры работы скважины

<i>Q</i> <sub>0</sub> , м <sup>3</sup> /сут	$P_w$ , атм	$P_c$ , атм	<i>r<sub>c</sub>(L)</i> , м
500	330	250	250

Информация о конструкции заканчивания скважины: радиус скважины в случае плоскорадиального течения, и длина трещины в случае плоскопараллельного течения, также необходима для оценки эффективности полимер-дисперсной обработки (таблица 4).

Таблица 4. Конструкция заканчивания скважины

$r_w$ , M	<i>l</i> , м
0.1	79

На рисунке 11 построено распределение закольматированной доли пористой среды осажденными частицами в наиболее высокопроницаемом пропластке с проницаемостью 1213 мД после обработки нагнетательной скважины оторочкой суспензии глины объемом 300 м<sup>3</sup>. Для сравнения на данном рисунке показаны результаты расчета как для плоскопараллельного, так и для плоскорадиального течения.



Плоскорадиальное течение
 Рисунок 11 – Распределение закольматированной доли пористой среды осажденными частицами в наиболее высокопроницаемом пропластке

Также из рисунка 11 можно сделать вывод о том, что вблизи трещины дисперсные частицы глубже проникают в пласт, чем при плоскорадиальном течении, при котором, вблизи призабойной зоны нагнетательной скважин частицы, частицы захватываются в большей мере. Это является результатом того, что что скорость осаждения частиц, которая определяется формулами (41) и (89) для плоскопараллельного и плоскорадиального течения, разная.



Рисунок 12 – Отношение скорости осаждения частиц при плоскорадиальном течении к скорости осаждения частиц при плоскопараллельном течении

На рисунке 12 показано, что скорость осаждения вблизи нагнетательной скважины при плоскорадиальном течении в несколько десятков раз больше, чем при плоскопараллельном течении. Эта разница в скоростях осаждения дисперсных частиц говорит о том, что перераспределение потоков наиболее эффективно вблизи нагнетательной скважины. Аналогичные результаты можно получить и для остальных пропластков.

Сопоставление коэффициента перераспределения потоков, который определяется по формуле (119) для плоскопараллельного и плоскорадиального типа течения, в зависимости от объема закачки суспензии глины, которое представлено на рисунках 13а и 13б (красные кривые). Достижение высокой эффективности при обработке нагнетательной скважины без трещины наблюдается уже при значениях 0.005–0.01 % порового объема, что соответствует 20–40 м<sup>3</sup> закачки суспензии. Однако, чтобы достичь тех же значений коэффициента перераспределения потоков в нагнетательную

скважину с трещиной требуется закачать больше 15 % порового объема суспензии глины, что соответствует 10000 м<sup>3</sup>.

Рисунок 13 – Критерии эффективности и оптимизации в зависимости от

объема закачиваемой суспензии глины для плоскопараллельного (а) и

плоскорадиального (б) типов течения

Различие коэффициентов перераспределения потоков говорит о различном поведении коэффициента падения приемистости (синие кривые). Для вертикальной нагнетательной скважины без трещины коэффициент падения приемистости при закачке 0.01 % PV (40 м<sup>3</sup>) полимер-дисперсного состава уменьшается в два раза, а при обработке вертикальной нагнетательной



скважины с трещиной такое же снижение наблюдается при прокачке больше 20 % PV (20000 м<sup>3</sup>) состава.

По кривым критерия оптимизации (зеленые кривые) можно определить оптимальные объемы закачки. Видно, что для плоскопараллельного течения оптимальный объем закачки примерно 17 % PV (15000 м<sup>3</sup>), для плоскорадиального около 0.01 % PV (40 м<sup>3</sup>). По построенным профилям расходов жидкости (рисунок 14) видно, что, закачивая оптимальные объемы

суспензии глины наибольшее перераспределение потоков будет достигаться при плоскорадиальном течении.

Рисунок 14 – Профиль расходов жидкости до и после обработки для

плоскопараллельного и плоскорадиального типов течений

Эти результаты получены в рамках теории глубокого проникновения частиц. Однако, при достижении объемной доли захваченных частиц значения пористости начинается формирование суспензионной корки на поверхности нагнетательной скважины или трещины. Например, такое явление происходит при бурении скважины водным раствором, в составе которой есть глина.

Так как процесс осаждения дисперсных частиц при плоскопараллельном и плоскорадиальном течениях разный, то и образование суспензионной корки также будет различаться. На рисунке 11 видно, что распределение частиц на входе в пропласток при обработке вертикальной нагнетательной скважины без трещины быстро убывает с расстоянием от скважины, в то время как объемное частиц наоборот быстро содержание возрастает, достигая значение пористости. При плоскорадиальном течении В высокопроницаемом пропластке суспензионная корка формируется после прокачки 300 м<sup>3</sup> суспензии глины, в то время как для плоскопараллельного течения вблизи трещины коркообразование происходит значительно позднее.

В представленной математической модели в процессе закачки скорости фильтрации считаются постоянными, а перераспределение потоков происходит только после полимер-дисперсной обработки нагнетательной скважины. Это ограничение модели позволяет рассчитывать прогноз воздействия наступления образования только до момента начала суспензионной корки. Для того, чтобы расширить область прогноза полимердисперсной обработки необходимо учитывать частичное блокирование пропластков и перераспределение, в результате этого, закачиваемых потоков.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате магистерской работы можно сделать следующие выводы:

- Построена математическая модель процесса полимер-дисперсной обработки в рамках теории глубокого проникновения частиц для слоисто-неоднородной пористой среды.
- 2. Получены аналитические решения задач полимер-дисперсной обработки слоисто-неоднородного пласта вблизи скважины с плоскопараллельным и плоскорадиальным типами течений. Решения показывают, что при плоскопараллельном течении частицы суспензии проникают в пористую среду гораздо глубже чем при плоскорадиальном. Установлено, что причиной этого эффекта, в рамках теории глубокого проникновения частиц в пористую среду, является большая скорость осаждения частиц при плоскорадиальном течении.
- 3. Введены критерии эффективности полимер-дисперсной обработки призабойной зоны нагнетательной скважины. Установлено, что произведение коэффициентов перераспределения потоков и падения приемистости позволяет определить оптимальный объем закачиваемой суспензии глины, который позволит максимально перераспределить потоки при минимальном падении приемистости.
- 4. Установленные особенности решения и введенные характеристики эффективности процесса полимер-дисперсной обработки показывают, что обработка нагнетательной скважины без трещины более эффективна, чем обработка нагнетательной скважины с трещиной.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Willhite G. Waterflooding / G. P. Willhite // Society of Petroleum Engineers. USA. 1986. 326 pp.

2. Robert D. S. Reservoir conformance improvement / D. S. Robert, R.-Z. Laura // Society of Petroleum Engineers. 2011. 138 pp.

3. Волков В. П. Геологические особенности коллекторов шеркалинской свиты Талинской площади / В. П. Волков, Л. С. Бриллиант // Нефтяное хозяйство. 2013. С. 18–22.

4. Шель Е. В. Моделирование инициации и распространения трещины гидроразрыва пласта на нагнетательной скважине для не трещиноватых терригенных пород на примере приобского месторождения / Е.В. Шель, П. К. Кабанова, Д. Р. Ткаченко, И. Ш. Базыров, А. В. Логвинюк // РROHEФTЬ. Профессионально о нефти. 2020. № 2 (16). С. 36–42.

5. Tobenna O. Simulation and economic screening of improved oil recovery methods with emphasis on injection profile control including waterflooding. Polymer flooding and a thermally activated deep diverting gel / O. Tobenna, L. Robert // Paper presented at the SPE Western Regional Meeting. March 21–23. 2012.

6. Manrique E. Colloidal dispersion gels (CDG): Field projects review / E. Manrique, S. Reyes, J. Romero, N. Aye, M. Kiani, W. North, C. Thomas, M. Kazempour, M. Izadi, A. Roostapour, G. Muniz, F. Cabrera, M. Lantz, C. Norman // Paper presented at the SPE EOR Conference at Oil and Gas West Asia. March 31– April 2. 2014.

7. Bai B. Preformed particle gel for conformance control: Transport mechanism through porous media / B. Bai B, Y. Liu, J.-P. Coste, L. Li // Society of Petroleum Engineers. 2007. Vol. 10. pp. 176–184.

8. Caili D. In-depth profile control technologies in China - A review of the state of the art / D. Caili, Y. Qing, Z. Fulin // Petroleum Science and Technology. 2010. pp. 1307–1315.

 Земцов Ю. В. Современное состояние физико-химических методов увеличения нефтеотдачи (литературно-патентный обзор) / Ю. В. Земцов, В. В. Мазаев // Екатеринбург: ООО «Издательские решения». 2021. 240 с.

10. Seright R. S. A strategy for attacking excess water production / R. H. Lane, R.
D. Sydansk // Society of Petroleum Engineers. 2003. Vol. 18. № 3. pp. 158–169.

11. Kabir A. H. Chemical water and gas shutoff technology – an overview / A. H. Kabir // Paper SPE72119-MS presented at the SPE Asia Pacific Improved Oil Recovery Conference. Kuala Lumpur. Malaysia. 8-9 October. 2001.

 Грачев С. И. Регулирование разработки нефтяных месторождений физикохимическими методами увеличения нефтеотдачи / С. И. Грачев, Ю. В. Земцов,
 В. В. Мазаев, С. К. Грачева // Тюмень: ТИУ. 2021. 89 с.

13. Ручкин А. А. Оптимизация применения потокоотклоняющих технологий на Самотлорском месторождении / А. А. Ручкин, А. К. Ягафаров // Тюмень: 2004. 129 с.

14. Таирова С. В. Гелеобразующие составы как метод повышения нефтеотдачи пластов / С. В. Таирова // Вестник недропользователя. 2001. С. 66–71.

15. Алтунина Л. К. Физико-химические методы повышения нефтеотдачи пластов / Л. К. Алтунина, В. А. Кувшинов // Вестник Санкт-Петербургского университета. № 4 (2). 2013. С. 46–76.

16. Хисамов Р. С. Основы применения полимерно-суспензионных систем для повышения нефтеотдачи пластов / Р. С. Хисамов, А. А. Газизов, А. Ш. Газизов
// Нефтяное хозяйство = Нефтяная промышленность. № 83 (11). 2002. С. 52–56.

Выдыш И. В. Сопоставление эффективности полимер-дисперсных обработок нагнетательных скважин различной конструкции / И.В. Выдыш, К. М. Федоров, Д. А. Анурьев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 8. № 1 (29). 2022. С. 58–74.

18. Емельянов Э. В. Опыт применения потокоотклоняющих технологий в условиях резкой неоднородности продуктивных горизонтов Усть-Тегусского

месторождения / Э. В. Емельянов, Ю. В. Земцов, А. В. Дубровин // Нефтепромысловое дело. № 11. 2019. С. 76–82.

19. Батлер Р. М. Горизонтальные скважины для добычи нефти, газа и битумов/ Р. М. Батлер // М. - Ижевск: ИКИ. 2010. 533 с.

20. Dake L. P. Fundamentals of reservoir engineering / L. P. Dake // Elsevier. 1983.498 pp.

21. Santos A. Stochastic model for particulate suspension flow in porous media / A. Santos, P. G. Bedrikovetsky // Transport in Porous Media. 2006. p. 23-53.

22. Sharma M. M. Transport of particulate suspensions in porous media: model formulation / M. M. Sharma, Y. C. Yortsos // AIChemocal. № 10. 1987. p. 1636–1663.

23. Herzig J.P. Flow of suspensions through porous media-application to deep filtration / J. P. Herzig, D. M. Leclerc, P. L. Goff // Chemical. № 62. 1970. pp. 8–35.

24. Баренблатт Г. И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик // Москва: Недра. 1984. с. 172–175.

25. Сваровская Н. А. Дисперсные системы. Седиментационный анализ суспензий / Методические указания к лабораторному практикуму по курсу «Физическая и коллоидная химия» / Н. А. Сваровская, И. М. Колесников, В. А. Винокуров // М.: Издательский центр РГУ нефти и газа имени И. М. Губкина. 2014. 46 с.

26. Nunes M. Formation damage zone radius and its application to well stimulation/ M. Nunes, P. Bedrikovetsky, B. Newbery, R. Paiva, C. Furtado, A. L. Souza //Society of Petroleum Engineers. 2009.

27. Gruesbeck C. Entrainment and deposition of fine particles in porous media / C.Gruesbeck, R. E. Collins // Society of Petroleum Engineers. December. 1982. pp. 847–856.

28. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. В 2 частях. Часть 1. / Р.И. Нигматуллин // Москва: Наука. 1987. с.7-8.

29. Bedrikovetsky P. Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media / P. Bedrikovetsky, A. Zeinijahromi, F. D. de Siqueira, C. A. Furtado, A. L. S. De Souza // Transport in porous media. № 91. 2011. pp. 173–197.

30. Bedrikovetsky P. Suspension flow theory in petroleum reservoirs: fractional flow theory / P. Bedrikovetsky, P. Monteiro // Society of Petroleum Engineers. Society of Petroleum Engineers. 2007. 19 pp.

31. Rodriguez E. Straining of fine particles in gaps in porous media / E. Rodriguez, S. L. Bryant // In Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Anaheim. CA. USA. 11–14 November. 2007. p. 110425.

32. Vaz A. Determining model parameters for non-linear deep-bed filtration using laboratory pressure measurements / A. Vaz, P. Bedrikovetsky, P. D. Fernandes, A. Badalyan, T. Carageorgos // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2017. pp. 13.

33. Bedrikovetsky P. Modified particle detachment for colloidal transport in porous media / P. Bedrikovetsky, F. D. Siqueira, C. A. Furtado // Transport in porous media. № 86. 2011. pp. 353–383.

34. Logan J. D. Transport modeling in hydrogeochemical systems / J. D. Logan // Springer Science and Business Media LLC: Berlin/Heidelberg. Germany. 2001. pp. 1–190.

35. Fedorov K. M. A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection / K. M. Fedorov, A. Y. Gilmanov, A. P. Shevelev, A. V. Kobyashev, D. A. Anuriev // Mathematics. № 9. 2021. pp. 17–27.

36. Zubkov P. T. Placement of gels in stratified reservoirs using a sequential injection technique / P. T. Zubkov, K. M. Fedorov // Journal of Petroleum Science and Engineering. Vol. 15, № 1. 1996. pp. 69–80.

37. Брайнес Я. М. Подобие и моделирование в химической и нефтехимической технологии / Я. М. Брайнес // Москва: Гостоптехиздат. 1961. с. 7–18.

38. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции /Я. В. Арсенин // Москва: Наука. 1984. с. 38–41.

39. Конев В. В. Уравнения в частных производных. Лекционные наброски / В. В. Конев // Томский политехнический университет. 2011. с. 10–21.

40. Белоусова В. И. Высшая математика: учебное пособие / В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева, Н. В. Чуксина, И. А. Шестакова // Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та. Том 2. 2017. 300 с.

41. Дунаев А. С. Специальные функции [Электронный ресурс]: [учеб. пособие]
/ А. С. Дунаев, В. И. Шлычков // М.: ФЛИНТА: Изд-во Урал. Ун-та. 2017. 938
с.

42. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. Пособие для вузов / В. Е. Гмурман // М.: Высш. Шк. 2003. 479 с.