

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра моделирования физических процессов и систем

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н.

 Р.М.Ганопольский

21 июня 2023г.

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская работа

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЧАСТИЧНОГО  
БЛОКИРОВАНИЯ ТРЕЩИНЫ АВТОГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА  
ДИСПЕРСНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

16.04.01 Техническая физика

Профиль «Физика недр»

Выполнил работу  
студент 2 курса  
очной

формы обучения

Руководитель

к. ф.- м. н., доцент

Консультант

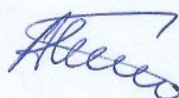
к. ф.- м. н., старший  
преподаватель

Рецензент

Научный сотрудник  
Лаборатории

проектирования и анализа  
разработки Южно-

Русского НГКМ ООО  
«Газпром ВНИИГАЗ»



Касперович Антон Михайлович



Шевелев Александр Павлович



Гильманов Александр Янович



Кряжев Ярослав Александрович

Тюмень

2023

**Оглавление**

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ .....   | 3  |
| ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ПОРОУПРУГИХ<br>ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТОВОЙ СИСТЕМЫ .....       | 14 |
| ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОВЕДЕНИЯ ГРП .....   | 21 |
| ГЛАВА 2. ОПИСАНИЕ ФИЗИКО – МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ .....                                     | 26 |
| ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ<br>БЛОКИРОВАНИЯ ТРЕЩИНЫ АВТОГРП ..... | 33 |
| ОПИСАНИЕ ВАРИАНТОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО<br>МОДЕЛИРОВАНИЯ .....                               | 33 |
| ВАРИАНТ №1 .....   | 34 |
| ВАРИАНТ №2 .....   | 37 |
| ВАРИАНТ № 3 .....  | 40 |
| ВАРИАНТ №4 .....   | 42 |
| ВЫВОДЫ .....   | 45 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....   | 48 |

## ВВЕДЕНИЕ

Для сохранения высокого темпа добычи углеводородов, а также достижения максимального значения коэффициента извлечения нефти в продуктивных толщинах на установленном проектном значении применяют системы поддержания пластового давления (ППД). ППД является процессом как упругого водонапорного режима, так и за счет закачки агентов вытеснения. Закачка вытесняющего флюида в продуктивную толщину пласта происходит через нагнетательные скважины с определенным значением давления на забое скважины в целях предотвращения создания техногенных трещин в продуктивных пластах нефтяной залежи и образования недренируемых зон. Стоит отметить, что если величина давление на забое превысит давление разрушения пласта, то появляется риск образования техногенной трещины авто-гидро разрыва пласта (автоГРП). Появление трещин автоГРП в эксплуатируемом пласте способно приводить к неравномерному прорыву вытесняющего агента в зону дренирования добывающих скважин, что приводит к уменьшению как добычи углеводорода, так и коэффициента охвата пласта заводнением. В случае, когда размеры трещины автоГРП в зоне репрессивного действия в нагнетательных скважинах имеют небольшие значения, то, как правило, это может привести к увеличению расхода нагнетаемого агента нагнетательной скважины. Частичное закрытие трещины автоГРП в подобных случаях достигается за счет ограничения расхода агента вытеснения, однако подобные ограничения не снимают риски в части снижения проводимости техногенных трещин.

Исследования по развитию трещин автоГРП происходили на Приобском месторождении и месторождении Daqing (КНР) и ряде других месторождений. На месторождении Daqing в 12% нагнетательных скважин при эксплуатации отмечается активное падение расхода закачиваемой в пласт воды, в связи с чем было решено поднимать на данных скважинах забойное давление в целях компенсации падения приемистости. В результате чего при

давлениях закачки, имеющим отклонения в большую сторону от давления гидроразрыва пласта на 2 МПа, начинается массовое формирование трещин автоГРП. На примере Приобского месторождения отмечается характерное наличие аномально высокого пластового давления, а также невысокие значения расхода закачиваемой воды за счет малых значений относительной фазовой проницаемости воды при остаточной нефтенасыщенности, что в свою очередь, ограничивает значение забойного давления выше давления разрыва продуктивной толщины пласта. Определение профиля приемистости нагнетательных скважин показывает наличие излома на индикаторной диаграмме, гидропрослушивание скважин и специальные индикаторные исследования указывают на рост трещины автоГРП, размеры которых могут достигать километровой длины.

Для предотвращения развития трещин автоГРП применяются потокоотклоняющие технологии (ПОТ), основанные на закачке в нагнетательные скважины установленных объемов определенных реагентов, проникающих в каналы и трещины с высокой проводимостью, но не способных фильтроваться в остальном поровом пространстве пласта. Применение ПОТ рекомендуется для уменьшения потока нагнетаемого флюида через высокопроницаемые пропластки пласта, что приводит к созданию более равномерного фронта вытеснения нефти, а также происходит уменьшение рисков прорывов воды в зону дренирования добывающих скважин. Как правило, для ограничения притока воды по высокопроводимому пропластку производят закачку гелеобразующих или полимер-дисперсных составов, например, гидролизованый полиакриламид, являющийся наиболее распространенным полимером, применяющимся для выравнивания профиля приемистости. Лабораторные исследования, проводимые на керновом материале, показывают, что при закачке полимер-дисперсных составов происходит снижение эффективных размеров трещины автоГРП, вследствие оседания частиц геля вплоть до полного блокирования трещины. Отмечается

также, что при наличии нескольких трещин автоГРП в пласте на одной скважине полимеры будут проникать преимущественно в более высокопроводимую трещину, оставляя менее проводимые каналы не заблокированными, тем самым оставляя проводимые каналы для фильтрации нецелевой закачки.

Существует классификация основных используемых составов для выравнивания профиля приемистости в зависимости от механизма осадко-гелеобразования:

- Гелеобразующие составы;
- Силикатные составы;
- Осадкообразующие составы;
- Термотропные составы;
- Полимер-дисперсные составы.

Для применения перечисленных составов необходимо два основных компонента- реагент, формирующий осадок или гель, а также компонент, способствующий образованию осадка или геля.

К гелеобразующим составам относятся растворы, в которых основным компонентом являются водорастворимые полимеры. В настоящее время часто встречающейся комбинацией является композиция на основе полиакриламида и его сшивателя. Такая комбинация обеспечивает эффективное и равномерное вытеснение добываемого флюида за счет снижения отношения вязкостей нефти и воды.

Силикатные составы образуются на основе силиката натрия, который в пластовых условиях образует объемный гель, способный закольматировать высокопроводящий канал и способствовать ВПП. Использование силикатных составов получило широкое распространение вследствие универсальности условий применения, сшивание которого происходит в широком диапазоне пластовой температуры, а также абсолютной проницаемости и степенью неоднородности коллектора.

К осадкообразующим составам относят раствор карбоната натрия и хлористого кальция, которые в пластовых условиях при взаимодействии с водой образуют кристаллический осадок нерастворимой соли карбоната кальция, кольтматирующей необходимые пропластки, так как будет закольтматирована только промытая водой зона, что имеет как свои достоинства и недостатки. Положительный эффект будет достигнут в случае полной кольтматации именно высокопроводящего канала, в зоне нецелевой закачки, но негативный эффект будет в случае кольтматации зоны целевой закачки, что приведет к снижению расхода нагнетаемой воды и уменьшению эффектов от ППД.

К термотропным составам относят хлорид алюминия, при закачке которого в пласт происходит реакция при пластовой температуре и образуется неорганический гель гидроксида алюминия, оказывающий такое же влияние, как и выше представленные составы.

Полимер-дисперсные составы на практике являются наиболее часто применяемыми, представляющие из себя дисперсный агент (гидролизированный полиакриламид), удерживающий частицы во взвешенном состоянии. Элементы полиакриламида постепенно поступая в необходимую зону будет кольтматировать наиболее проводимые зоны коллектора.

В данной работе рассматривается гидродинамическое моделирование частичного блокирования трещины автоГРП пласта дисперсными составами. Изучением данного вопроса занимались как отечественные ученые, так и зарубежные авторы. Для полного представления о данной проблеме представлен обзор работ, посвященный полимерному заводнению, аналитические модели трещин автоГРП и их развитие, технологии блокирования, опыт в гидродинамическом моделировании блокирования трещин автоГРП.

Полимерное заводнение показало свою эффективность на ряде реальных месторождений, уменьшив прорыв нагнетаемой воды от нагнетательных

скважин к добывающим скважинам. Так, например, в работе [Галимов, Р. И., с. 4–6] приводится технология полимерного заводнения на завершающей стадии разработки и эксплуатации нефтегазовых месторождений, описывается основная проблема применения полимерного заводнения, которая заключается в низкой продолжительность эффекта от полимерного заводнения.

Технология полимерного заводнения на поздней стадии разработки месторождений имеет свои плюсы и минусы. Во-первых, применяя данный метод увеличения нефтеотдачи, недропользователи получают дополнительную добычу нефти, снижая тем самым обводненность продукции, но продолжительность самого эффекта не продолжительная за счет ранее образованных трещин автоГРП.

Так же в работе [Мальцев В. В. ,с. 70–73] на опытном участке Приобского месторождения проведены исследования развития трещины автоГРП при линейной системе разработки. Получено, что при самопроизвольном развитии трещины в нагнетательных скважинах, которое происходит в случае, когда забойное давление нагнетательной скважины выше, чем давление, необходимое для образования разрыва пласта, рост трещины за 3 месяца после закачки составляет около одного километра. Данная работа раскрывает проблемы последующего применения полимерного заводнения как перспективного метода увеличения нефтеотдачи, так как операция доизучения характера развития трещины ГРП экономически не выгодна. Вследствие чего трудно определить объем закачиваемой оторочки полимера в пласт.

В работе [Байков В.А., с. 65–75] изучен узкий комплекс гидродинамических исследований для анализа и изучений зависимостей увеличения распространения в пространстве продуктивной толщины пласта трещин автоГРП в зоне действия нагнетательных скважинах. В приведенном исследовании анализируются полученные результаты специального

гидродинамического исследования скважин с выявленным автоГРП на нагнетательных скважинах по выявлению зависимости расхода агента вытеснения от давления на забое скважины при превышении критического давления инициализации трещины. Выявлено, что при закачке воды ниже давления раскрытия трещины, расход скважины определяется градиентом давления на забое скважины и пластового давления, в обратном случае появляется необходимость учета изменения длины, высоты и ширины раскрытия техногенной трещины.

При инициализированной трещине автоГРП возникла проблема быстрого прорыва нагнетаемой воды к добывающим скважинам в работе [Татосов А.В., с. 217–226] рассматривается анализ возможности кольтматирования техногенных трещин автоГРП полимер-дисперсными растворами. В исследовании произведена оценка блокирующего действия полимерами с применением физико-математической модели закачки и миграции раствора по техногенной трещине. Предполагается, что частицы суспензии больше размеров поровых каналов и не проникают в пласт. С использованием разработанной модели рассчитан закольтматированный размер трещины.

В данной статье не рассматривается теория увеличения трещины автоГРП за счет закачки самого полимера, данная проблема была рассмотрена в работе [Салимов О. В., с.46-50]. Показано, что полимерное заводнение обеспечивает лучший коэффициент подвижности, чем заводнение водой, для лучшей проходимости, особенно в пластах с вязкой нефтью, которые были заводнены водой. Были изучены геометрия и особенности распространения трещин, вызванных нагнетанием вязких жидкостей в пески при двухосном напряжении, имитирующем неуплотненный пласт. Результаты показали, что геометрия трещин, вызванных вязкими жидкостями в неуплотненном пласте, является преимущественно плоской трещиной. Ввиду изотропного напряжения в горизонтальной плоскости множественные переломы были



вызваны в нескольких направлениях. Аналогичные переломы наблюдались при изменении вязкости нагнетаемой жидкости в 3 раза при сохранении коэффициента подвижности постоянным. Испытания подтверждают, что давление на забое должно превышать минимальное напряжение в 2,5 раза, чтобы вызвать распространение трещины. Ниже этого давления происходил только поток матрицы, хотя проницаемость была увеличена за счет нагнетания.

В работе [Донцов Е.В., с. 567–590] рассматривается анализ стационарного течения ньютоновской жидкости, смешанной со сферическими частицами в канале, с целью моделирования переноса проппанта с гравитационным осаждением в гидроразрывах. Разработки основаны на континуальной определяющей модели суспензии, которая аппроксимируется эмпирической формулой. Показано, что рассматриваемая задача имеет двумерный поток и пограничный слой, который эффективно вводит скольжение на границе и позволяет описать переход от течения Пуазейля к закону Дарси для высоких концентрации проппанта. Выражения как для внешнего (т. е. вне пограничного слоя), так и для внутреннего (т. е. внутри пограничного слоя) решений получены в терминах концентрации частиц, скорости частиц и скорости жидкости. К сожалению, эти решения требуют численного решения интегрального уравнения, и, как следствие, разработка модели переноса проппанта для гидроразрыва пласта на основе этих результатов нецелесообразна. Чтобы уменьшить сложность задачи, приближенный вводится решение. Чтобы подтвердить использование этого приближения, погрешность оценивается для различных режимов течения. Затем приближенное решение используется для вычисления выражений для потока суспензии и потока проппанта, которые являются основой для модели, используемой для учета переноса раствора с гравитационным осаждением в полностью связанном симуляторе гидроразрыва пласта.

В работе [Гильманов А. Я., с. 27–35] изучается решение задачи о кольматирующем эффекте техногенной трещины в пласте полимер – дисперсным раствором. В указанных трудах рассматривается физико-математическая модель, в основе которой заложены законы сохранения массы как дисперсных частиц, так и несущей жидкости. Стоит отметить, что в работе выявлено наличие некоторого контактного разрыва, который соответствует фронту оторочки суспензии. При наступлении фронтом оторочки полимер-дисперсной системы конца техногенной трещины автоГРП происходит встречное движение волны, таким образом, кольматация трещины происходит с её конца. В качестве основного вывода в работе говорится, что движение отраженной волны с каждым шагом начинает замедляться, в результате чего установлено, что полная кольматация техногенной трещины автоГРП является проблематичным процессом.

В работе [Черемсин А. Н., с.39-42] изучены основные закономерности геолого-гидродинамического моделирования полимерного воздействия на продуктивную толщину пласта. Также в приведенной статье проанализирована возможности гидродинамического моделирования полимерного заводнения в современных 3D гидродинамических симуляторах, в частности CMG STARS. Разобраны основные опции, применимые при гидродинамическом моделировании физической основы процесса полимерного воздействия. Приведены решения упрощенных задач полимерного заводнения, а также указаны основные ограничения, которые следует учитывать при изучении использования ПОТ в секторных и полномасштабных на примере реальных кейсов.

В работе [Татосов А.В., с. 217–226] изучается инициация техногенной трещины автоГРП при закачке через нагнетательную скважину суспензионной смеси. Проводится анализ полуаналитической модели увеличения трещины автоГРП с учетом учтенных потерь закачиваемого раствора на фильтрацию в пластовой среде за пределы установленной трещины. Основным выводом

статьи является тот факт, что наличие частиц суспензии оказывает серьезное влияние на процесс расширения трещины под действием увеличенного критического предела прочности породы. Отмечается, что увеличение линейных характеристик техногенной трещины автоГРП при наличии кольтматирующего агента довольно ограничен, форма которой явным образом зависит от ряда факторов: забойного давления, концентрации частиц в закачиваемом флюиде. Исходя из анализа результатов произведенных расчётов на полуаналитической модели, можно принять, что окончательная форма техногенной трещины автоГРП зависит от взвешенного подбора технологических параметров работы, в результате чего может быть достигнут требуемый эффект при добыче флюида при необходимом разрыве призабойной зоны нагнетательной скважины.

В работе [Черный С. Г., с.39-42] приводится численное моделирование кольтматирования трещин авто ГРП с применением различных набухающих гранулированных гелей при контакте фазы воды и выбранного гелевого раствора. В приведенной статье авторами создается определенная модель техногенной трещины, в результате чего получены фронты продвижения раствора геля и воды в рамках трещины автоГРП. Стоит отметить, что результаты моделирования определили целесообразность геолого-технологического мероприятия с использованием набухающего гранулированного геля.

Характер оседания частиц суспензии в пористой среде описан в работах [Федоров А. И., с. 15–26], [Байков В.А., с.65-77], [Ручкин А. А., с.165], [Singh P., с. 84–90]. Существует два основных процесса задержки частиц полимера в поровом пространстве породы: механический (характеризуется процессом механического воздействия, в результате которого молекулы полимера с увеличенным диаметром забиваются в низко проницаемых участках порового пространства скелета породы) и гидродинамический (характеризуется

процессом, при котором происходит временное удержание полимерных частиц гидродинамическими силами).

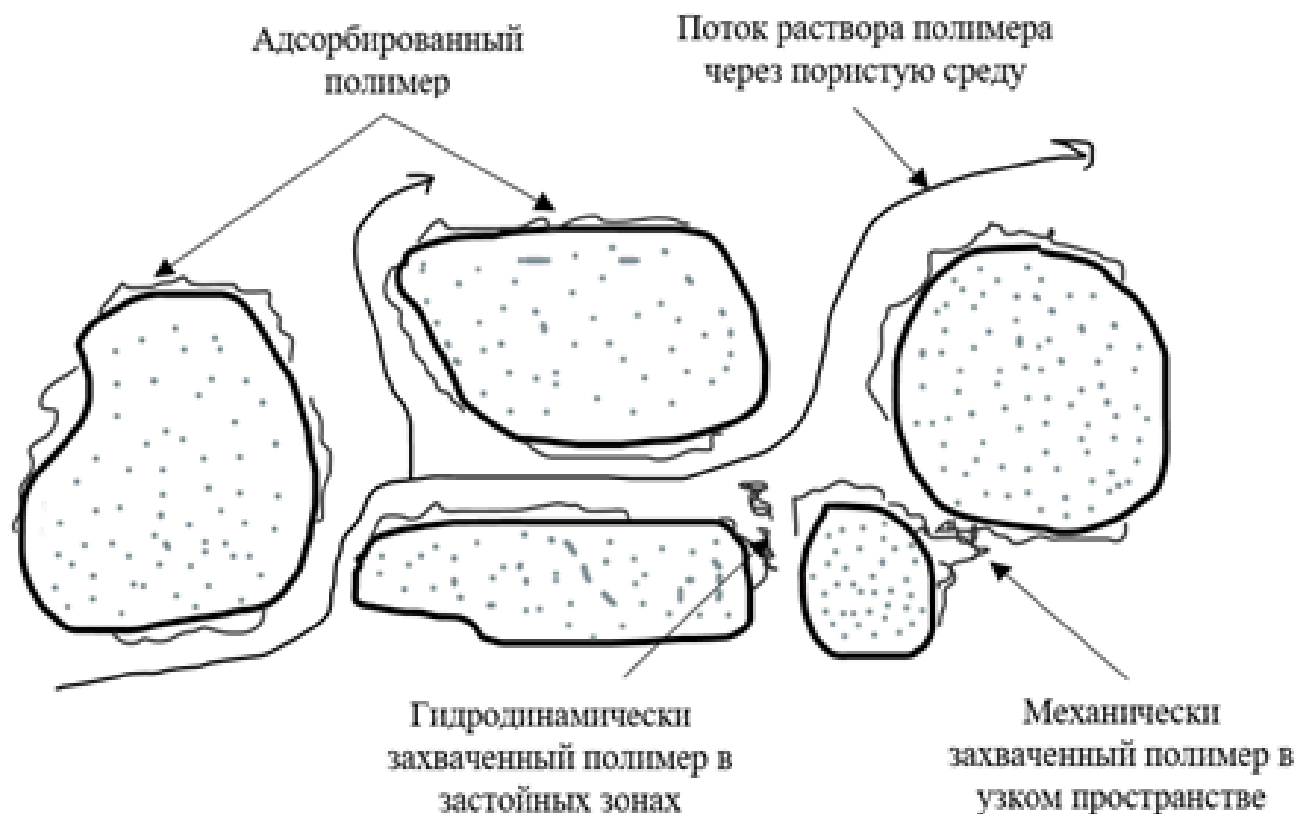


Рисунок 1 – Принципиальная схема механизмов удержания полимера в пористой среде

Стоит отметить, что в настоящий момент не существует модели в современных гидродинамических симуляторах, которая бы полноценно описывала кольтматацию трещины автоГРП с помощью закачки суспензионных составов. Проведенный анализ вышеприведённых работ указывает на то, что данные модели не учитывают объём утечек закачанного суспензионного раствора. Поэтому необходимо создание модели, которая бы решила указанную проблему.

С учетом проведенного обзора источников литературы была сформулирована новизна научно – исследовательской работы, состоящая в учете зависимости объемов утечек полимер-дисперсных составов за пределы трещины автоГРП. Стоит отметить, что учет объема утечек данных составов

позволит, в настоящий момент, наиболее подробно описать характер заполнения суспензионном составом как в пределах самой трещины автоГРП, так и за ее пределами.

Целью научно – исследовательской работы является определение зависимостей объема утечек и критического времени заполнения трещины суспензионным составом как от технологических параметров работы скважины, так и фильтрационно-емкостных свойств породы.

По поставленной цели были поставлены следующие задачи:

- Создание физически обоснованной гидродинамической модели фильтрации суспензии по трещине автоГРП;
- Расчет значений времени блокирования трещины и объема утечек дисперсных частиц в зависимости от фильтрационно-емкостных свойств пласта и параметров трещины;
- Расчет времени блокирования трещины дисперсными частицами и объема её закольматированной части при различных технологических параметрах работы нагнетательной скважины.

## ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ПОРОУПРУГИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТОВОЙ СИСТЕМЫ

Стоит отметить, что проведение гидродинамического моделирования частичного блокирования трещины автоГРП требует глубокого рассмотрения эффектов пороупругости пористой среды. В настоящий момент, изучение напряженно-деформированного состояния среды является одним из обязательных пунктов при начальной стадии разработки и эксплуатации нефтегазовых месторождений. Проведение анализа пороупругого пространства в области дренируемых объектов месторождения позволяет предугадать как распространение трещин ГРП, так и спрогнозировать активные зоны внедрения закачиваемой воды к нагнетательным скважинам. Впервые пороупругие параметры появились в трудах Терцаги [Terzaghi К., с. 510], в которых предполагается введения тензора основных напряжений как сумму порового давления и тензора эффективных напряжений:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}' + \delta_{ij}p \quad (1)$$

Где  $\sigma_{ij}$ - тензор полных напряжений,  $\sigma_{ij}'$ - тензор эффективных напряжений,  $\delta_{ij}$ - символ Кронекера,  $p$ - поровое давление.

Впоследствии модель была усовершенствована в работах М. Био [Biot М. А., с. 182–185]

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}'' + \alpha\delta_{ij}p \quad (2)$$

Здесь  $\alpha$ - эффективное напряжение Био.

Представленное эффективное напряжение Био определяет исключительно свойства порового скелета, значение которого не имеет зависимости от свойств насыщающего породу флюида.

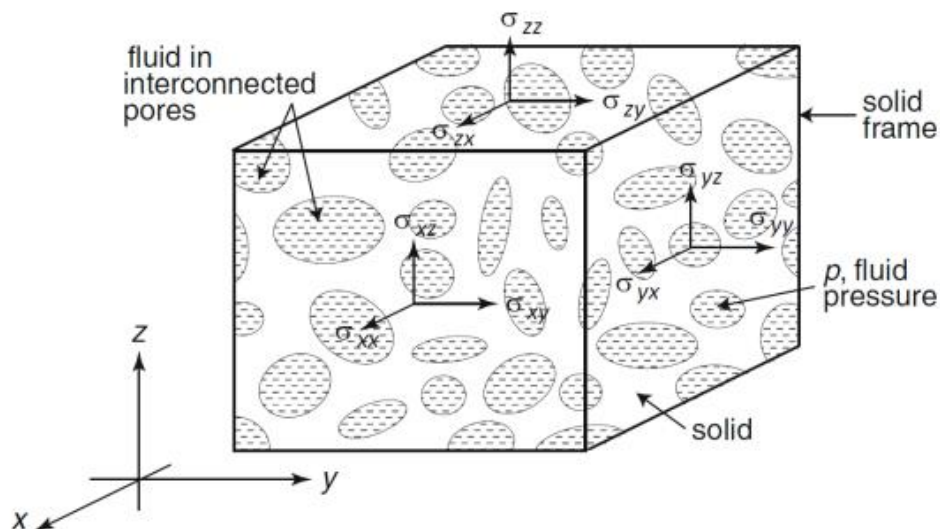


Рисунок № 2 Принципиальная схема представления тензора основных напряжений в элементе порового пространства.

В настоящий момент активно используется линейная теория пороупругости, в которой основные уравнения для скелета порового пространства имеют следующий вид [Cheng A.H., с. 877],[ Coussy O., с. 315],[ Detournay E., с. 113–171]:

$$2G\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{\alpha(1-2\nu)}{1+\nu}\delta_{ij}p \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} + \alpha\delta_{ij}p = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}2G\varepsilon\delta_{ij} \quad (4)$$

Где  $G$ - модуль сдвига,  $\varepsilon_{ij}$ - тензор деформаций,  $\sigma_{kk}$ - сумма основных напряжений пороупругого пространства,  $\nu$  - коэффициент упругой деформации Пуассона,  $\varepsilon$  – след основного тензора деформаций.

В основе линейной теории пороупругости закладываются уравнения для жидкости, записывающиеся следующим образом:

$$2G\omega = \frac{\alpha(1-2\nu)}{1+\nu}\left(\sigma_{kk} + \frac{3}{B}p\right) \quad (5)$$

$$p = M(\omega - \alpha\varepsilon) \quad (6)$$

Где  $\omega$  – проникающий объем флюида в поровый объем скелета,  $B$ - коэффициент Скемптона, характеризующий изменение пластового давления при изменении среднего напряжения породы,  $M$ - модуль Био.

Исходя из законов сохранения массы флюидов, насыщающих пластовую систему, фильтрация жидкости в пласте также подчиняется закону Дарси в случае отсутствия резких деформаций порового скелета, а также несжимаемости жидкости. В результате применения ряда допущений закон Дарси для теории линейного пороупругого пространства принимает вид:

$$q_i = -\tau(p_i - f_i) \quad (7)$$

Где  $f_i = \rho_f g_i$  – объемная сила,  $\tau = k/\mu$  – коэффициент подвижности.

Уравнение равновесия имеет следующий вид:

$$\sigma_{ij,j} = -F_i \quad (8)$$

Где  $F_i = \rho g_i$  – объемная сила системы,  $\rho = (1 - \varphi)\rho_s + \varphi\rho_f$  – общая плотность системы,  $\varphi$  – пористость,  $\rho_s$  – плотность твердой фазы,  $\rho_f$  – плотность флюида.

Уравнение неразрывности в случае несжимаемой жидкости принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + q_i = \gamma \quad (9)$$

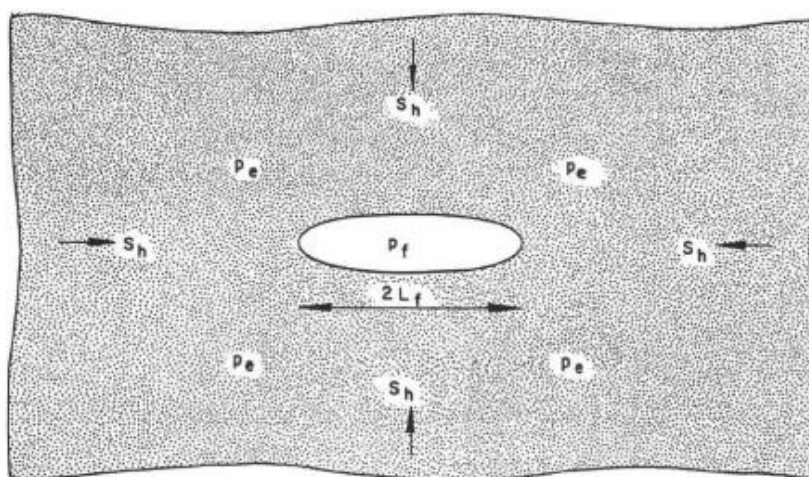
Где  $\gamma$  – расход закачиваемой жидкости в единицу объема порового пространства.

Таким образом, поведение изотропной пороупругой среды описываются полной системой уравнений (1–9).

В работе [Nagoort J., с. 244] впервые приводятся основные закономерности для полноценного геомеханического моделирования трещин автоГРП на нагнетательных скважинах, в которой показано решение задачи



распространения техногенных трещин в изотропной линейной среде. В результате чего сформулированы тезисы о малых размерах полудлин трещин ГРП относительно толщины продуктивной зоны пласта. Автор предположил, что техногенная трещина имеет эллипсоидальную форму, распространенной в плоско-деформированном пространстве, находящейся под действием проппанта (Рис. 3а). Плоский профиль давления внутри пор скелета породы представляет собой экспоненциально убывающую функцию от бесконечных границ трещины к скважине (Рис. 3б). Стоит отметить, что представления автора являются актуальными до сих пор, классический вид трещин автоГРП и распространение пластового давления являются часто распространяющимися по опыту поведения техногенных трещинах на примере реальных месторождений.



a)

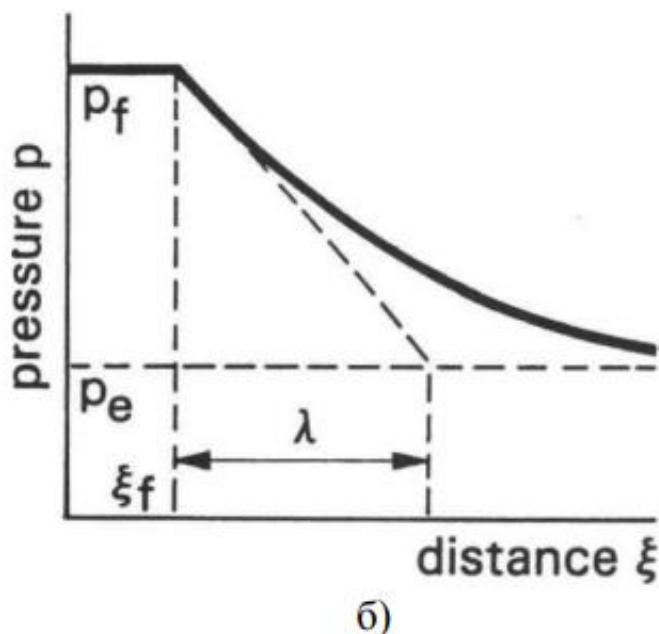


Рисунок №3 а) Линейная трещина в плоско-деформируемом пространстве; б) Профиль пластового давления на границах скважины и конца трещины автоГРП.

Таким образом, представленная задача имеет аналитическое решение для полного описания основных напряжений породы, представленной в виде суммы основных функций упругих напряжений порового пространства. В результате чего получено выражение с помощью, которого появляется возможность определения предполагаемой геометрических характеристик трещины, таких как: раскрытие техногенной трещины, критическое давление закрытия трещины и предельное давление роста трещины:

$$w_f = \frac{2(1 - \nu^2)L_f}{E} \left( p_f - s_h - \frac{\lambda}{1 + 2\lambda} A(p_f - p_e) \right) \quad (10)$$

Где  $L_f$ - полудлина трещины,  $E$ - модуль Юнга,  $s_h$ - минимальное горизонтальное напряжение,  $\lambda = \frac{L_p}{L_f}$  ( $\lambda \ll 1$ ),  $\lambda = \ln\left(\frac{2L_p}{L_f}\right)$  ( $\lambda \gg 1$ ),  $L_p$ - глубина проникновения давления,  $A$ - пороупругая константа.

Далее рассмотрим полуаналитическую модель трещины автоГРП на нагнетательной скважине, представленной в статье [Perkins Т.К., с. 78–88]. В рамках проведенных исследований авторы предполагают, что рост трещины автоГРП происходит на единичной скважине в неограниченном пласте. Стоит отметить, что авторами были указаны некоторые допущения:

1. Распределение утечек нагнетаемого агента предполагалось двумерное, при этом профиль распространения давления в пласте имеет эллиптическую поверхность.
2. В работе учитывалось влияние термоупругих изменений породы на пластовые напряжения и распространение давления. При учете термоупругих изменений определено, что в случае постепенного охлаждения призабойной зоны нагнетательной скважины путем закачки холодного агента вытеснения способно привести к образованию трещин автоГРП, полудлина которой может достигать высоких значений.

В статье [Koning E.J.L., с.147-162] рассмотрено аналитическое решение задачи о инициализации роста техногенной трещины автоГРП. Предполагается, что утечки агента исключительно одномерные, в результате чего трещина имеет прямоугольную форму. Также авторы предположили, что время развития трещины автоГРП имеет квадратичную зависимость от длины трещины автоГРП исходя из решения уравнения материального баланса системы. Данные предположения позволяют определить, что скорость распространения возмущения давления в продуктивной толщине пласта оказывается намного ниже, чем скорость распространения самой трещины автоГРП.

Стоит отметить, что в рамках упрощенной модели линейная трещина зачастую имеет эллиптическую форму только при равномерном распространении давления внутри пласта. Ширина раскрытия техногенной

трещины будет уменьшаться при отдалении глубины возмущения давления от стенок нагнетательной скважины за счет пороупругого расширения порового пространства породы.

В пороупругой среде давление инициации распространения техногенной трещины автоГРП эквивалентно давлению закрытия трещины, вертикальным напряжениям, направленными перпендикулярно границе трещины, возрастающее при отдалении глубины возмущения давления от стенок нагнетательной скважины. В результате чего выходит, что давление распространения трещины автоГРП оказывается выше, чем давления инициации и всхлapyвания трещины.

Таким образом, выбор метода моделирования трещин в автоГРП зависит от конкретной задачи и доступных вычислительных ресурсов. Однако, независимо от выбранного метода, моделирование трещин автоГРП является важным инструментом для оптимизации добычи нефти и газа, а также для повышения безопасности и экономической эффективности работы скважин. Применение рассмотренных аналитических зависимостей возможно в случае определенных допущений о напряженно-деформированном состоянии.

Стоит отметить, что при помощи 4D геомеханического моделирования инициации и роста трещин автоГРП возможны исходы, при которых опускаются различные упрощающие предположения. В свою очередь, выполнение подобных проектов являются более затратными в сравнении с полуаналитической качественной оценкой.

## ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОВЕДЕНИЯ ГРП

Основная цель использования гидроразрыва пласта заключается в нагнетании под давлением, превышающем давление разрушения породы в призабойную зону скважины, жидкости, заполняющая микротрещины и увеличивающая размеры трещины. Далее в раскрывшуюся трещину вводят закрепляющий материал, позволяющий трещине ГРП не смыкаться и в течение долгого времени сохранять свои фильтрационно-емкостные свойства, технологические параметры трещины. Принципиальная схема проведения ГРП состоит из нескольких стадий:

- Инициализация в коллекторе микротрещин, возможное расширение естественно трещиноватых пород;
- Последовательная закачка агента по насосно-компрессорной трубе в призабойную зону скважины в зависимости от количества стадий проведения ГРП;
- Создание определенных условий для продавливания агента и его закрепления в рамках трещины.

Давление разрыва определяется на этапе исследований по определению максимальной приемистости скважины, что позволяет так же уточнить тампонаж жидкости разрыва и определить фильтрационно-емкостные характеристики призабойной зоны пласта. Следующей стадией является промывка скважины химическими реагентами, кислотная обработка призабойной зоны скважины с целью уменьшения искусственного кольматирования на забое скважины. После проведения определенного комплекса исследований и определения давления разрыва горной породы начинается форсированная закачка агента раскрытия, сопровождающаяся повышением забойного давления при опережении скоростью закачки над скоростью поглощения жидкости пластом. В качестве агента раскрытия могут использоваться вязкие жидкости, например, высоковязкая соляная кислота, водонефтяная эмульсия, крахмально-щелочные растворы.

Следующим этапом является продавка жидкости до конечных размеров трещины, после чего скважину закрывают на время выстойки, в рамках которого призабойная зона скважины должна перейти в устойчивое состояние с прочно зафиксированным проппантом в трещине.

Принципиальная схема оборудования скважины для проведения ГРП представлена на рисунке 2. При проведении ГРП колонна НКТ должна быть запакерована и заякорена.

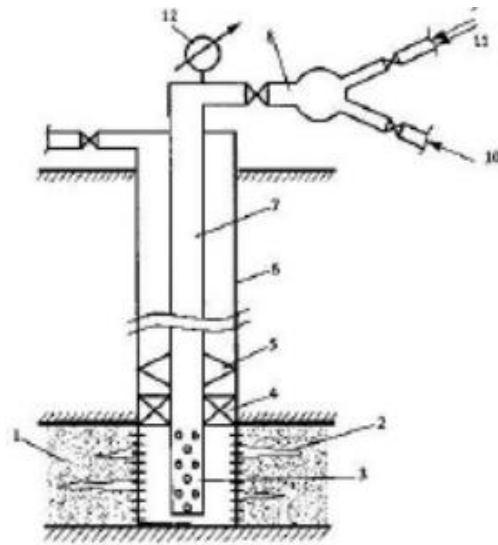


Рисунок 2 – Принципиальная схема оборудования скважины для проведения ГРП: 1 – продуктивный пласт; 2 – трещина; 3 – хвостовик; 4 – пакер; 5 – якорь; 6 – обсадная колонна; 7 – колонна НКТ; 8 – устьевое оборудование; 9 – жидкость разрыва; 10 – песконоситель; 11 – проппант; 12 – манометр.

Стоит отметить, что вышеописанный процесс, как правило, используется в большинстве случаев для добывающих скважин с целью увеличения нефтеотдачи. На нагнетательных скважинах так же используется классическая схема проведения операции ГРП, однако зачастую происходит процесс автоматического создания гидроразрыва пласта, обуславливающийся превышением критического значения приемистости и последующим резким ростом забойного давления вследствие низких фильтрационно-емкостных свойств. В результате чего образуются зоны активного внедрения закачиваемой воды, идентификация высокопроницаемых зон коллектора, что

очевидно негативно сказывается на темпах отбора нефти. С целью прогнозирования роста трещин автоГРП проводят специальный комплекс исследований, основной задачей которого является определение максимально допустимого уровня приемистости, максимальную величину забойного давления.

Прогнозирование возникновения такого эффекта как автоГРП является одним из инструментов при определении причин раннего уменьшения действующего фонда добывающих скважин по причине высокой обводненности добываемой продукции. Полученная информация позволит наиболее оптимально подобрать необходимую плотность сетки добывающих и нагнетательных скважин. В настоящий момент одним из наиболее оперативным методом определения размеров и предпосылок инициализации техногенных трещин автоГРП являются гидродинамические исследования скважин (ГДИС). Данные исследования позволяют на качественном уровне оценить влияние трещин автоГРП не только на разработку нефтегазовой залежи, но и отдельно взятых элементов разработки. В результате ГДИС позволяет определить динамику роста техногенной трещины автоГРП, основным выводом данных исследований является то, что при интенсивных темпах увеличения закачки агента вытеснения происходит резкий рост трещин автоГРП [Байков В.А., с. 65–75]. В работе [Давлетбаев А. Я., с.101 - 113] рассматриваются результаты специального комплекса исследований ГДИС, регистрирующие инициализацию и рост техногенной трещины автоГРП, также рассмотрен эффект влияния трещины автоГРП на обводнение добывающих скважин. Промысловые геологические исследования, проведенные на нагнетательной скважине с инициализированной трещиной автоГРП в линейном приближении, позволили определить, что полудлина трещины может превышать 500 м. Основным выводом данной работы является то, что при ориентации добывающей и нагнетательной скважин перпендикулярно минимальным напряжениям породы, то неконтролируемый

рост трещины от нагнетательной скважины гарантировано приведет к образованию зон слабодренируемых запасов.

Стоит отметить, что в ряде случаев целесообразно проводить комплекс предупреждающих мероприятий по определению причины обводнения добывающей скважины. Исходя из опыта разработки нефтяных и газовых месторождений, основными источниками воды в добываемом флюиде являются:

- Фронт нагнетаемой воды (ФНВ). Зачастую определения ФНВ является неоднозначной задачей при анализе разработки месторождения по причине неравномерности расстановки сетки добывающих и нагнетательных скважин по различным системам разработки. Для полного определения ФНВ применяется ограничение закачки воды, полная остановка нагнетательной скважины, предполагаемой в виде максимально вероятного источника обводнения скважины, а также использование пассивных трассеров. Путем частичного ограничения закачки или остановки нагнетательной скважины возможно схлапывание трещины автоГРП, что также положительно скажется на темпе обводнения продукции.
- Пластовая вода. Стоит отметить, что в настоящее время на регулярной основе из сепарационных участков происходит отбор воды. На отобранном образце производят специальный комплекс химических исследований, позволяющий определить содержание хлора, так как именно его содержание является основным маркером при образовании воронок обводнения скважин.

Стоит отметить, что за счет выбора оптимальной системы разработки нефтегазовых месторождений возможно решить проблему инициации роста трещин. Данную проблему также можно решить путем ориентации



большинства скважин относительно направлению инициации и распространения трещины автоГРП [Хасанов М. М., с. 92–96]. При помощи специальных геомеханических исследований, определяющих основные характеристики напряженно-деформированной породы, возможно определить вектор развития трещин автоГРП еще до начала эксплуатации месторождения. В данном случае одним из наиболее точным решением данной проблемы будет являться совмещение геомеханической, геологической и гидродинамической модели месторождения [Давлетбаев А. Я., с. 101–113], [Донцов Е.В., с. 567–590]. Совмещенное решение задачи позволит на каждом этапе планирования бурения, определит основные тензоры напряжения и обозначит риски по части аномально высоких пластовых давлений, также произведет интерференцию соседних скважин. Подчеркивается, что кроме уменьшения рисков обводнения добывающих скважин также возможно уменьшить планируемый фонд бурения скважин, так как есть информация о распространении трещин автоГРП, в результате чего плотность сетки скважин можно уменьшить, тем самым экономически эффективнее разрабатывать объект разработки [Байков В.А., с. 84–98].

## ГЛАВА 2. ОПИСАНИЕ ФИЗИКО – МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Решение поставленных задач будет осуществляться при помощи основных уравнений механики сплошных сред, составлении физико-математической модели закачки полимер-дисперсных суспензий в инициализированную трещину автоГРП с учетом объема утечек реагента за пределы трещины. К сожалению, в современных гидродинамических симуляторах отсутствует опция моделирования закачки суспензии, один из вариантов моделирования суспензии рассматривается закачка смеси полимерных частиц и воды. Поэтому решается задача о закачке раствора полимера в воде в трещину автоГРП, её блокирование возможно в результате адсорбции полимера на поверхности трещины. Стоит отметить, что в качестве кольматирующего агента для блокирования трещины автоГРП также можно использовать модель «активных» трассеров, так как данные трассеры обладают также кольматирующим свойством и способны адсорбироваться на поверхности трещины автоГРП, однако использование полимера в качестве блокирующего реагента набирает популярность в настоящее время и довольно активно используется в качестве ПОТ. Для решения задачи блокирования трещины автоГРП принято использовать изотермическая модель (black oil), включающую в себя фазы и компоненты воды, нефти и полимера. В симуляторе используется стандартная трёхфазная трёхкомпонентная Математическая модель блокирования трещины автоГРП полимером состоит из законов механики многофазных систем. Для решения задачи частичного блокирования трещины автоГРП суспензионным составом в качестве несущей фазы выбран раствор воды и полимера. Использование полимера обусловлено тем, что возможность отдельного моделирования суспензии с дисперсными частицами в симуляторе “tNavigator” отсутствует, что осложняет решение задачи блокирования. Однако механизмы адсорбции и удерживания дисперсных частиц и полимера аналогичны друг другу, важно только подобрать параметры, соответствующие моделируемому реагенту.

При подстановке закона Дарси в закон сохранения массы для фаз полимера, воды и нефти, получим уравнения фильтрации соответствующих фаз, имеющих следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}(\varphi N_o) = \operatorname{div} \left( x_{c,o} \varepsilon_o \left( k \frac{k_{ro}}{\mu_o} (\nabla P_o - \gamma_o \nabla D) \right) + q_c \right) \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varphi N_w) = \operatorname{div} \left( x_{c,w} \varepsilon_w \left( k \frac{k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P_w - \gamma_w \nabla D) \right) + q_c \right) \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varphi N_{poly}) = \operatorname{div} \left( x_{c,poly} \varepsilon_{poly} \left( k \frac{k_{rpoly}}{\mu_{poly}} (\nabla P_{poly} - \gamma_{poly} \nabla D) \right) + q_c \right) \end{array} \right. \quad (11)$$

Где  $o$  – нефтяная фаза,  $w$  – фаза воды,  $poly$  – фаза полимера  $N_{o,w,poly} = N_{o,w,poly}(t, x, y, z)$  – молярная плотность компонента,  $\varphi = \varphi(P_{o,w,poly}, x, y, z)$  – пористость,  $P_w$  – давление водной фазы,  $P_o$  – давление нефтяной фазы,  $P_{poly}$  – давление фазы полимера,  $x_{c,o}$  – молярная доля компонента  $c$  в нефтяной фазе,  $x_{c,w}$  – молярная доля компонента в водной фазе,  $x_{c,poly}$  – молярная доля компонента в фазе полимера,  $\rho_o$  – массовая плотность нефти,  $\rho_w$  – массовая плотность воды,  $\rho_{poly}$  – массовая плотность полимера,  $k = k(P_{o,w,poly}, x, y, z)$  – абсолютная проницаемость,  $k_{ro} = k_{ro}(S_w)$  – относительная фазовая проницаемость нефти,  $k_{rw} = k_{rw}(S_w)$  – относительная фазовая проницаемость воды,  $k_{rpoly} = k_{rpoly}(S_w)$  – относительная фазовая проницаемость полимера,  $\mu_o$  – вязкость нефти,  $\mu_w$  – вязкость воды,  $\mu_{poly}$  – вязкость полимера,  $\gamma_{o,w,poly}$  – удельный вес нефти, воды, полимера,  $S_{o,w,poly}$  – насыщенность пористой среды нефтью, водой, полимером,  $D = D(x, y, z)$  – глубина,  $q_c$  – источник компонента  $c$  (скважина),  $t$  – время.

Молярная плотность воды, нефти и полимера представляется в виде:

$$N_w = \rho_{w0} \frac{S_w}{B_w}, N_o = \rho_{o0} \frac{S_o}{B_o}, N_{poly} = \rho_{poly0} \frac{S_{poly}}{B_{poly}} \quad (12)$$

Где:  $B_w$  – объемный коэффициент воды (отношение объёма воды в поверхностных условиях к объёму воды в пластовых условиях),  $B_o$  – объемный коэффициент нефти,  $B_{poly}$  – объемный коэффициент полимера,  $\rho_{o0}$  – массовая плотность нефти при стандартных условиях,  $\rho_{w0}$  – массовая плотность воды при стандартных условиях,  $\rho_{poly0}$  – массовая плотность полимера при стандартных условиях.

Закон сохранения массы полимера имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (M_{poly} + M_{ads}) + \nabla(u_{poly}C_{poly}) - Q_{poly} = 0 \\ M_{ads} = C_{ads}\rho_{rock}V_{rock} \\ V_{rock} = V_{full} - V_{pore} \\ V_{poly} = V_{pore}(1 - \varphi_{d pv}) \end{cases} \quad (13)$$

Здесь:  $M_{poly}$  – масса полимера,  $M_{ads}$  – масса адсорбата,  $u_{poly}$  – скорость фильтрации полимера,  $C_{poly}$  – концентрация полимера в растворе,  $Q_{poly}$  – масса полимера, поступающая из источников/стоков,  $V_{pore}$  – поровый объем,  $V_{poly}$  – поровый объем, доступный для заполнения полимером,  $\varphi_{d pv}$  – доля объёма пористой среды, не подверженного адсорбции полимера,  $C_{ads} = C_{ads}(C_{poly})$  – массовая доля адсорбированного полимера,  $\rho_{rock}$  – плотность породы,  $V_{rock}$  – объём породы,  $V_{full}$  – объём всей пористой среды.

Стоит отметить, что для решения задачи блокирования трещин автоГРП при помощи 3D гидродинамического симулятора необходимо указать провести инициализацию модели, заключающаяся в задании начального распределения капиллярных давлений на границе раздела фаз, а также

начальное распределение насыщенностей, используемой в качестве ограничивающего соотношения распределения фаз. Стоит отметить, что немаловажным является то, что распределение насыщенностей фаз воды и нефти задаётся с учётом водонефтяного контакта, на границе которого также задается начальное значение пластового давления. Начальные условия для распределения капиллярных сил подбираются таким образом, чтобы удовлетворять уравнению (14):

$$P_o(x, y, z, t = 0) - P_w(x, y, z, t = 0) = P_{cow}(x, y, z, t = 0) \quad (14)$$

где  $P_{cow}$  – капиллярное давление в системе нефть-вода.

$$S_o + S_w + S_{poly} = 1 \quad (15)$$

Стоит отметить, что в начальный момент времени моделирования  $S_{poly} = 0$ , так как закачка полимер-дисперсных частиц происходит позже.

В качестве граничного условия для решения задачи примем постановку нулевого градиента давления на внешней границе пласта, что означает отсутствие притока / оттока элементов фаз за пределы построенной 3D гидродинамической модели:

$$\frac{\partial p_f}{\partial N} = \left( k \frac{k_{rf}}{B\mu_f} (\nabla P_f - \gamma_f \nabla D), n \right) = 0 \quad (16)$$

Здесь  $f$  – индекс фазы.

Далее рассмотрим определение таких параметров как критическое время кольматации трещины автоГРП и объем утечек реагента за пределы трещины автоГРП.

1. Определение критического времени  $t_{кр}$  кольматации трещины автоГРП полимером определяется как время, при котором

достигается равенство между объемами трещины автоГРП и закачанного полимера, равному объему трещины.

2. Объем утечек реагента  $V_y$  за пределы трещины автоГРП определяется как разница объемов закачанного реагента и трещины автоГРП.

Для физически справедливого моделирования блокирования трещины при закачке раствора полимера и воды необходимо PVT свойства полимера, в частности задать массовую плотность породы в пластовых условиях, равную 2115 кг/м<sup>3</sup>. Относительные фазовые проницаемости были приняты корреляциями Кори со значениями связанной водонасыщенности 0,2 и остаточной нефтенасыщенности 0,3. Так же следует задать способность полимера адсорбироваться в породе пластовой системы, принимается, что адсорбция полимера является необратимой.

Таким образом, на основе уравнений (11)–(16) определены основные закономерности, необходимые для построения гидродинамической модели блокирования трещины автоГРП в симуляторе tNavigator. Так же стоит указать, что основные геолого-физические характеристики (ГФХ) которой указаны в таблице 1. Параметры ГФХ определены таким образом, чтобы сравнить результаты расчетов 3D гидродинамической модели и полуаналитической модели, представленной в работе [Гильманов А. Я., с. 27-35].

| Параметр гидродинамической модели  | Значение          |
|--|-------------------|
| Количество ячеек   | 18000             |
| Длина ячейки по оси $x$ , м  | 50                |
| Длина ячейки по оси $y$ , м  | 50                |
| Длина ячейки по оси $z$ , м  | 1                 |
| Эффективная толщина, м   | 20                |
| Пористость, д.ед   | 0,15              |
| Абсолютная проницаемость по оси $x$ , мД                                       | 70                |
| Абсолютная проницаемость по оси $y$ , мД                                       | 70                |
| Абсолютная проницаемость по оси $z$ , мД                                       | 7                 |
| Относительная фазовая проницаемость воды при остаточной водонасыщенности, д.ед | 0,8               |
| Объемный коэффициент воды, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>                      | 1                 |
| Вязкость воды, сП  | 1                 |
| Плотность пластовой воды, кг/м <sup>3</sup>                                    | 1012              |
| Сжимаемость пластовой воды, 1/атм  | $4 \cdot 10^{-5}$ |
| Плотность полимера, кг/м <sup>3</sup>  | 2115              |

Таблица №1 «Параметры модели пласта»

Расчетная сетка является блочно-центрированной с целью упрощения расчетов, параметры самой сетки подобраны таким образом, чтобы обеспечить сходимость результатов с работой [Шевелёв А. П., с.78-91].

На рисунке 5 представлено распределение абсолютной проницаемости по направлению оси  $x$ . Стоит заметить, что в центре расчетной стеки установлена нагнетательная скважина с определенным технологическим ограничением, указанными в таблице №2, также желтым цветом на кубе проницаемости указана трещина автоГРП.

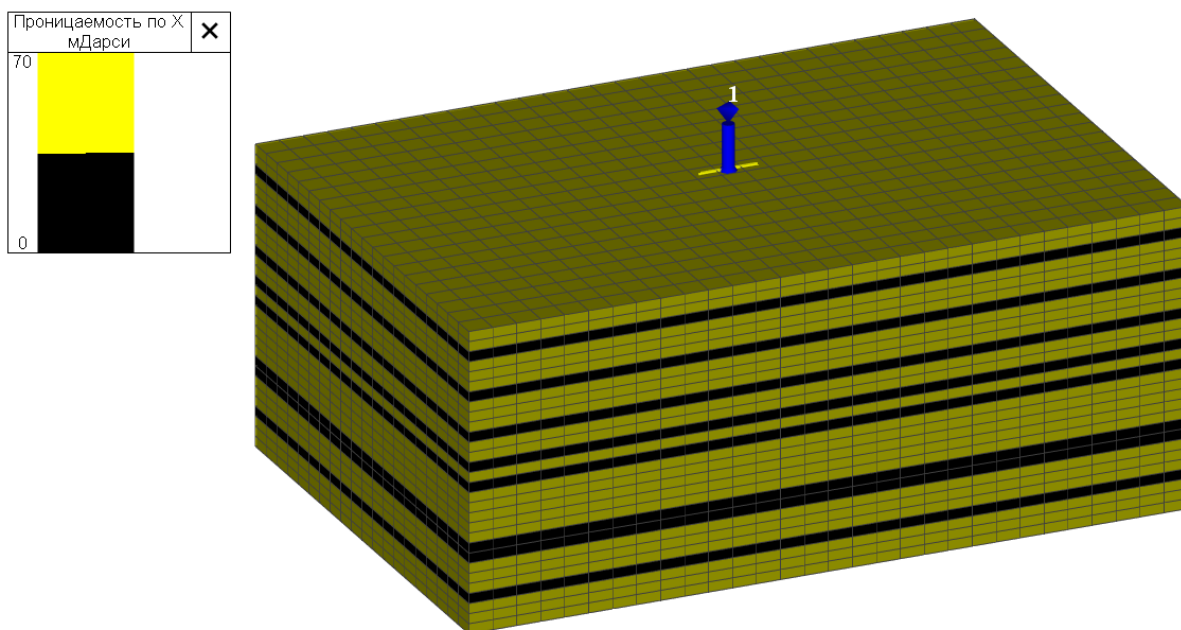


Рисунок №5 Распределение куба абсолютной проницаемости по направлению оси x

| Параметр                             | Обозначение    | Значение |
|--------------------------------------|----------------|----------|
| Ширина трещины автоГРП, мм           | w              | 2        |
| Полудлина трещины автоГРП, м         | L              | 300      |
| Высота трещины автоГРП, м            | h              | 30       |
| Приемистость воды, м <sup>3</sup> /с | Q <sub>w</sub> | 0.001    |
| Начальное забойное давление, МПа     | P <sub>w</sub> | 27       |
| Концентрация полимера в воде, д.ед.  | C              | 0.3      |

Таблица №2 «Параметры трещины автоГРП, работы нагнетательной скважины»



### ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БЛОКИРОВАНИЯ ТРЕЩИНЫ АВТОГРП СУСПЕНЗИОННЫМ СОСТАВОМ

#### ОПИСАНИЕ ВАРИАНТОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БЛОКИРОВАНИЯ ТРЕЩИНЫ АВТОГРП

В результате гидродинамического моделирования блокирования трещины автоГРП определены значения времени частичного блокирования трещины, а также произведена оценка объема утечек реагента за рамки трещины автоГРП. Выявлен линейный рост давления на забое в нагнетательной скважине, в процессе частичного кольтматирования трещины автоГРП. Показаны зависимости времени блокирования трещины дисперсными частицами и объема её закольтматированной части при различных технологических параметрах работы нагнетательной скважины, а также при различных фильтрационно – емкостных свойствах пласта.

Для удобства анализа и сопоставления полученных результатов моделирования составлены варианты гидродинамического моделирования блокирования трещины автоГРП:

- Вариант №1: включает в себя исходные параметры геолого – технологической модели блокирования трещины на основе системы уравнений (11)–(16) и параметров, указанных в таблицах №№1,2;
- Вариант №2: повторяет решения варианта №1 за исключением изменения значения приемистости нагнетаемой воды, концентрации полимера в растворе пласта с целью установления зависимости времени блокирования трещины дисперсными частицами и объема её закольтматированной части при различных технологических параметрах работы нагнетательной скважины;

- Вариант №3: повторяет решения варианта №1 за исключением изменения значения абсолютной проницаемости по оси  $x$  с целью установления зависимости времени блокирования трещины дисперсными частицами и объема её закольматированной части при различных фильтрационно – емкостных свойствах пласта. В данном случае параметр абсолютной проницаемости по оси  $x$  используется по причине наличия наибольшей неопределенности значений на практике;
- Вариант №4: повторяет решения варианта №1 за исключением изменения значений длины и раскрытости трещины автоГРП с целью установления зависимости времени блокирования трещины дисперсными частицами и объема её закольматированной части при различных технологических параметрах работы нагнетательной скважины.

#### ВАРИАНТ №1

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 1 установлено, что время частичного блокирования трещины составляет 13 суток, в свою очередь объем утечек реагента за пределы трещины составляет 2,4 м<sup>3</sup> (при заданном согласно таблице 2 значении концентрации полимера) при объеме закачки реагента 36 м<sup>3</sup>. Таким образом, 6,7% закачанного объема реагента утекает за пределы трещины, тем самым существенно уменьшая эффект от проведения данного геолого-технологического мероприятия. Подобный характер поведения утечек объясним тем, что пока не весь объем трещины автоГРП закольматирован в результате адсорбции полимер-дисперсных частиц, очевидно, что через границы трещины возможна фильтрация реагента в продуктивную толщину пласта из-за наличия перепада давления. К сожалению, максимльно снизить объем утечек при данных ГФХ невозможно, следовательно, при планировании

геолого-технологического мероприятия необходимо проводить расчет подобного комплекса упрощенных гидродинамических моделей. На рисунке 6 показано распределение адсорбированной расчетной концентрации полимера в трещине автоГРП в вертикальном сечении вдоль скважины. Здесь чёрными вертикальными линиями выделена трещина автоГРП, треугольниками обозначены перфорации, через которые происходит закачка раствора полимера в пласт.

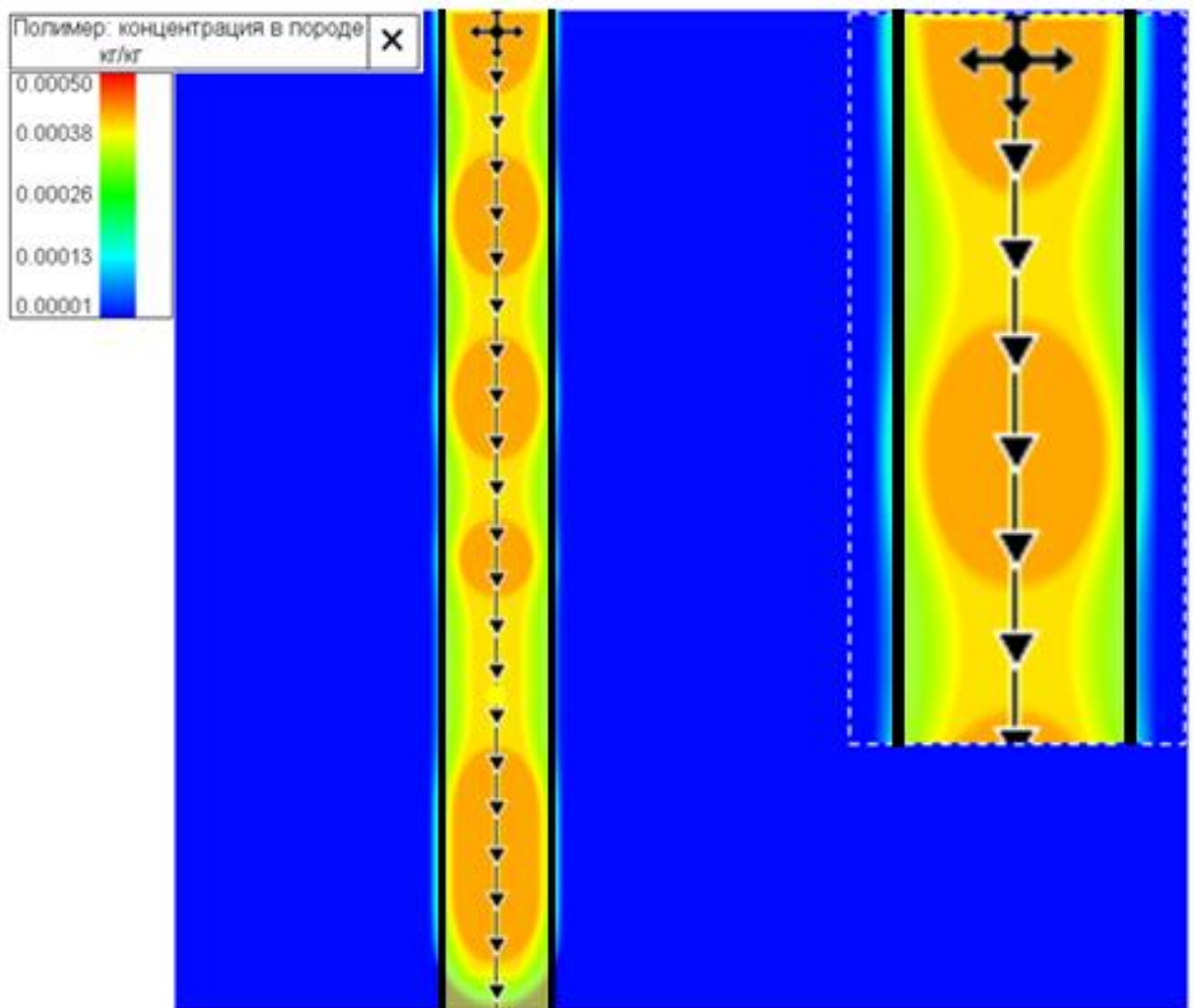


Рисунок №6 Распределение адсорбированной расчетной концентрации полимера в трещине автоГРП

В рамках варианта №1 выполнено сопоставление результатов определения динамики роста величины забойного давления на

полуаналитической модели (Рзабойное\_ПА) блокирования трещины автоГРП и расчета на численной гидродинамической модели (Рзабойное\_ГДМ), которое рассматривается на рисунке 7.

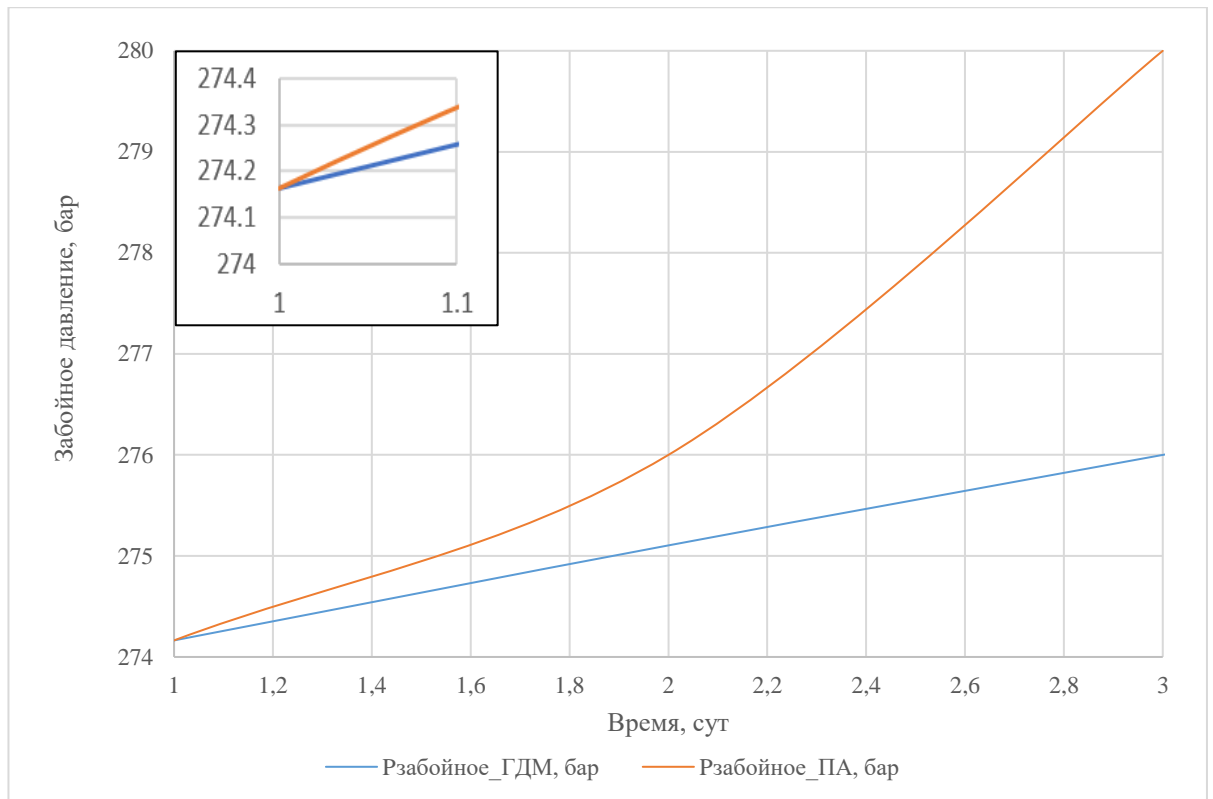


Рисунок №7. Динамика изменения величины забойного давления в скважине в процессе блокирования трещины автоГРП

Анализируя результаты, полученные в рамках полуаналитического моделирования в работе [Гильманов А. Я., с. 27–35], можно заметить, что темп увеличения величины забойного давления в скважине в процессе кольматации трещины автоГРП имеет нелинейный вид по причине уменьшения размера «чистой» трещины, в то время как в гидродинамической модели рост значения забойного давления имеет линейный вид по причине наличия утечек раствора за рамки трещины автоГРП. Однако стоит отметить, что на начальных стадиях увеличения значений забойных давлений совпадают первоначальные значения, что говорит об общих условиях сравнение двух результатов, определенных в разных моделях.

## ВАРИАНТ №2

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 2 получено, что критическое время кольтатации трещины и объем утечек реагента имеют зависимость от приемистости нагнетаемой суспензии. Например, при увеличении приемистости раствора в нагнетательной скважине в 2 раза критическое время кольтатации трещины примерно уменьшилось в 1,85 раз. Критическое время кольтатации трещины по результатам гидродинамического моделирования блокирования трещины автоГРП составило 7 суток при расходе закачиваемого раствора 0,002 м<sup>3</sup>/с и неизменном значении концентрации полимера в закачиваемой воде, параметрах трещины автоГРП. Графические представления полученных результатов представлены на рисунке 8, результаты гидродинамического моделирования по иным сценариям варианта №2 представлены в таблице №3.

| № эксп. | Kх, мД | C, д.ед. | w, мм | L, м | h, м | V <sub>f</sub> , м <sup>3</sup> | t <sub>кр</sub> , сут | Q, м <sup>3</sup> /с | V <sub>y</sub> , м <sup>3</sup> / % |
|---------|--------|----------|-------|------|------|---------------------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------------------|
| 1       | 70     | 0.3      | 2     | 300  | 30   | 36                              | 28                    | 0.0005               | 1.7 / 4.7                           |
| 2       |        |          |       |      |      |                                 | 13                    | 0.001                | 2.4 / 6.7                           |
| 3       |        |          |       |      |      |                                 | 9                     | 0.0015               | 3.2 / 8.9                           |
| 4       |        |          |       |      |      |                                 | 7                     | 0.002                | 3.7 / 10.3                          |
| 5       |        |          |       |      |      |                                 | 5                     | 0.0025               | 4.2 / 11.7                          |
| 6       |        |          |       |      |      |                                 | 4                     | 0.003                | 4.5 / 12.5                          |

Таблица №3 «Результаты моделирования при постоянных геолого – физических характеристиках пласта, размерах трещины автоГРП и концентрации полимера в растворе»

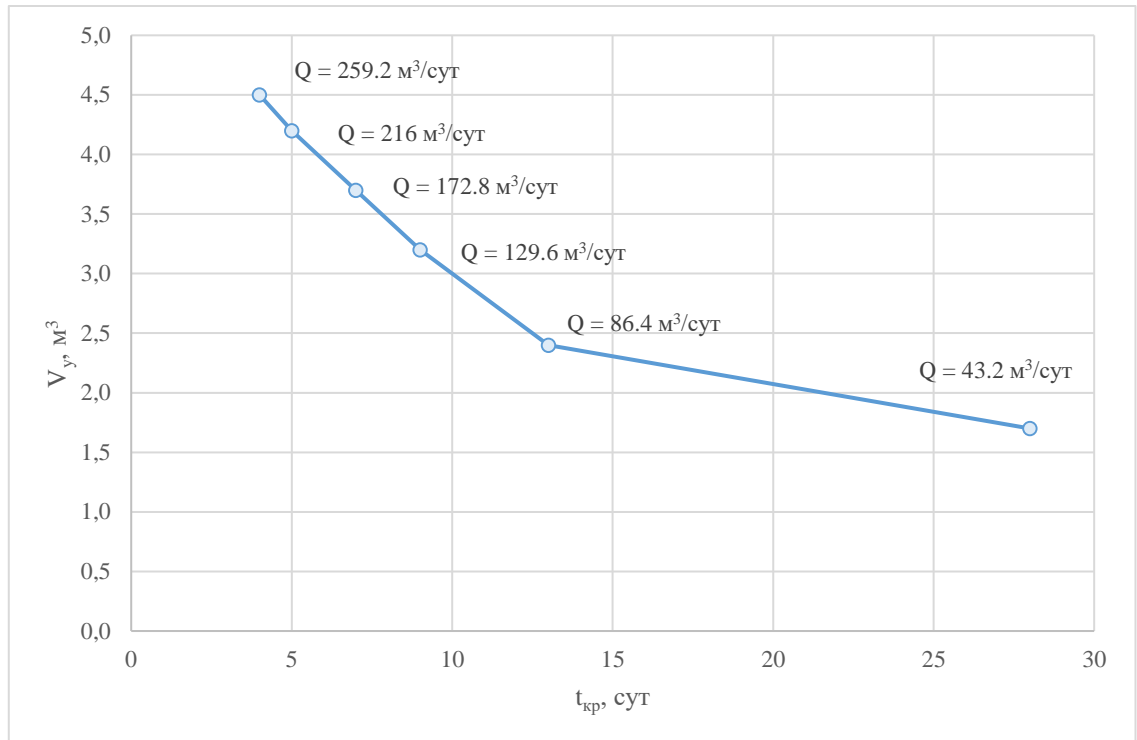


Рисунок №8. Зависимость критического времени кольматации трещины автоГРП от расхода нагнетаемого раствора

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 2 получено, что критическое время кольматации трещины и объем утечек реагента зависят от концентрации полимера в закачиваемой суспензии. Отмечается, что при увеличении концентрации полимера в закачиваемом растворе происходит уменьшение критического времени кольматации трещины, при этом объем утечек увеличивается при сохранении постоянства параметров, описанных в варианте №1. Так, при уменьшении концентрации полимера в закачиваемом растворе с 0.3 до 0.1 д.ед. критическое время кольматации вырастет с 13 суток до 42 суток, а объем утечек уменьшится с 2.4 до 1.2 м³. При снижении концентрации полимера в закачиваемом растворе критическое время растет по причине уменьшения общего объема закачки полимера, в результате чего для полного заполнения трещины потребуется большее время закачки. Графические представления полученных результатов представлены на рисунке 9, результаты гидродинамического моделирования по иным сценариям варианта №2 представлены в таблице №4.

| № эксп. | Кх, мД | Q, м <sup>3</sup> /с | w, мм | L, м | h, м | V <sub>f</sub> , м <sup>3</sup> | t <sub>кр</sub> , сут | C, д.ед. | V <sub>y</sub> , м <sup>3</sup> / % |
|---------|--------|----------------------|-------|------|------|---------------------------------|-----------------------|----------|-------------------------------------|
| 1       | 70     | 0.001                | 2     | 300  | 30   | 36                              | 42                    | 0.1      | 1.2 / 3.3                           |
| 2       |        |                      |       |      |      |                                 | 21                    | 0.2      | 2.05 / 5.7                          |
| 3       |        |                      |       |      |      |                                 | 13                    | 0.3      | 2.4 / 6.7                           |
| 4       |        |                      |       |      |      |                                 | 10                    | 0.4      | 2.7 / 7.5                           |
| 5       |        |                      |       |      |      |                                 | 8                     | 0.5      | 3.1 / 8.6                           |

Таблица №4 «Результаты моделирования при постоянных геолого – физических характеристиках пласта, размерах трещины автоГРП и расходе жидкости»

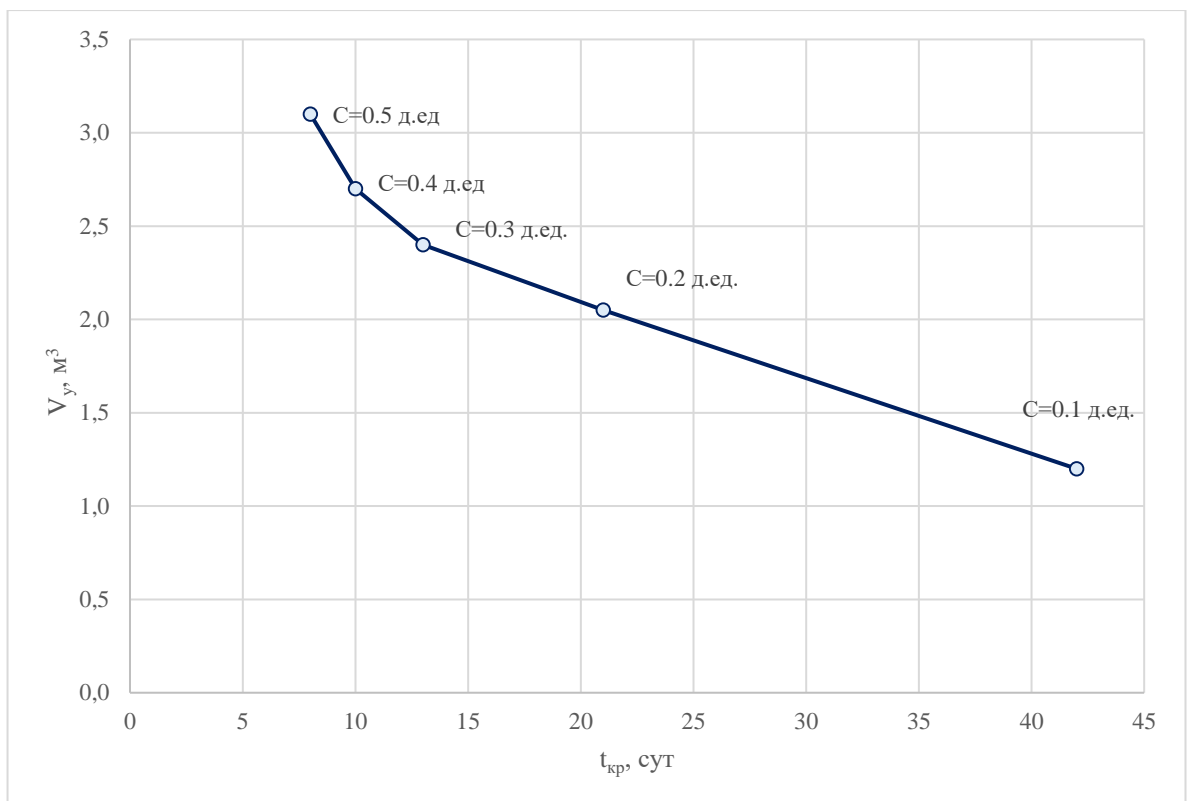


Рисунок №9. Зависимость критического времени кольматации трещины автоГРП от концентрации полимера в закачиваемом растворе

## ВАРИАНТ № 3

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 3 получено, что объем утечек реагента зависит от фильтрационно – емкостных свойств. В данном расчете параметр абсолютной проницаемости по оси  $x$  выбран по причине наличия наибольшей неопределенности значений при построении геолого – технологической модели. Стоит отметить, что критическое время кольтматации трещины автоГРП не зависит от значения абсолютной проницаемости по оси  $x$  по причине поддержания постоянных параметров трещины, расхода закачиваемой жидкости. Так же отмечается, что при различных значениях абсолютной проницаемости по оси  $x$  объем утечек полимера за рамки трещины автоГРП будет изменяться вследствие изменения фильтрационно – емкостных свойств. Так, при увеличении значения абсолютной проницаемости по оси  $x$  увеличивается объем утечек полимера. Например, при изменении значения абсолютной проницаемости по оси  $x$  с 40 до 70 мД объем утечек так же изменится с 2.4 до 2.6 м<sup>3</sup>. Графические представления полученных результатов представлены на рисунке 10, результаты гидродинамического моделирования по иным сценариям варианта №3 представлены в таблице №5.

| № эксп. | Q, м <sup>3</sup> /с | C, д.ед. | w, мм | L, м | h, м | V <sub>f</sub> , м <sup>3</sup> | t <sub>кр</sub> , сут | Kx, мД | V <sub>y</sub> , м <sup>3</sup> / % |
|---------|----------------------|----------|-------|------|------|---------------------------------|-----------------------|--------|-------------------------------------|
| 1       | 0.001                | 0.3      | 2     | 300  | 30   | 36                              | 13                    | 40     | 2.3 / 6.4                           |
| 2       |                      |          |       |      |      |                                 | 13                    | 70     | 2.4 / 6.7                           |
| 3       |                      |          |       |      |      |                                 | 13                    | 100    | 2.6 / 7.1                           |
| 4       |                      |          |       |      |      |                                 | 13                    | 130    | 2.7 / 7.5                           |
| 5       |                      |          |       |      |      |                                 | 13                    | 160    | 2.9 / 7.9                           |
| 6       |                      |          |       |      |      |                                 | 13                    | 190    | 3.0 / 8.3                           |

Таблица №5 «Результаты моделирования при постоянных параметрах трещины автоГРП и расходе жидкости»



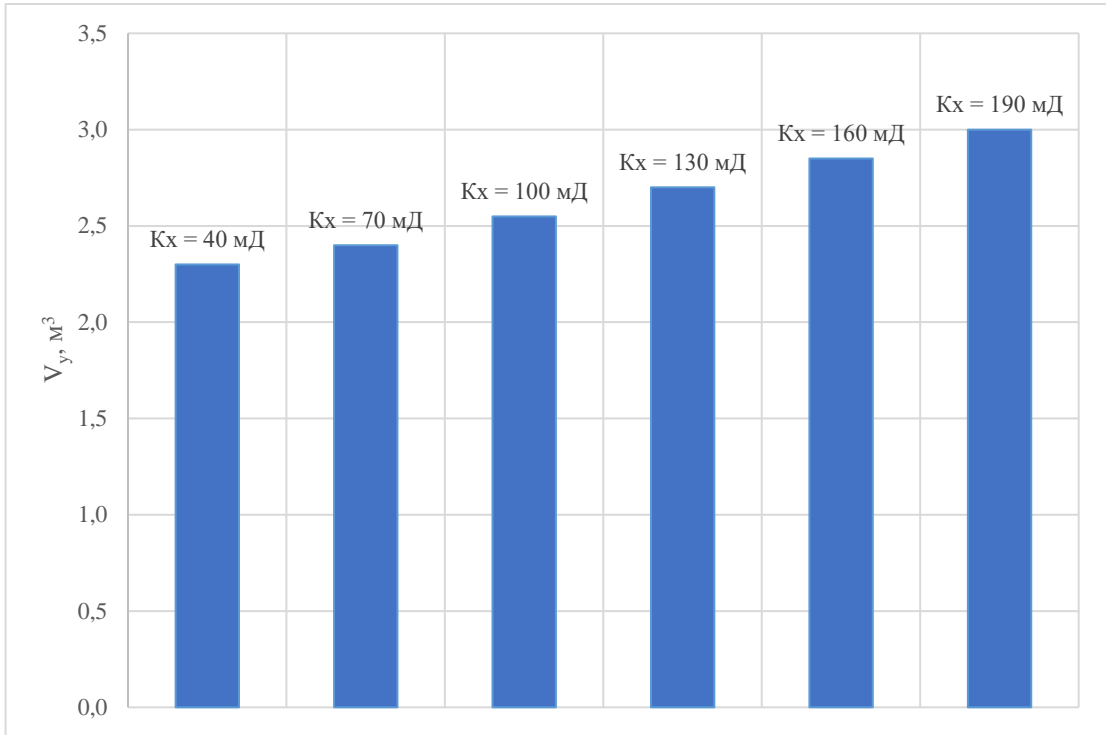


Рисунок №10. Зависимость критического времени кольтатации трещины автоГРП от концентрации полимера в закачиваемом растворе

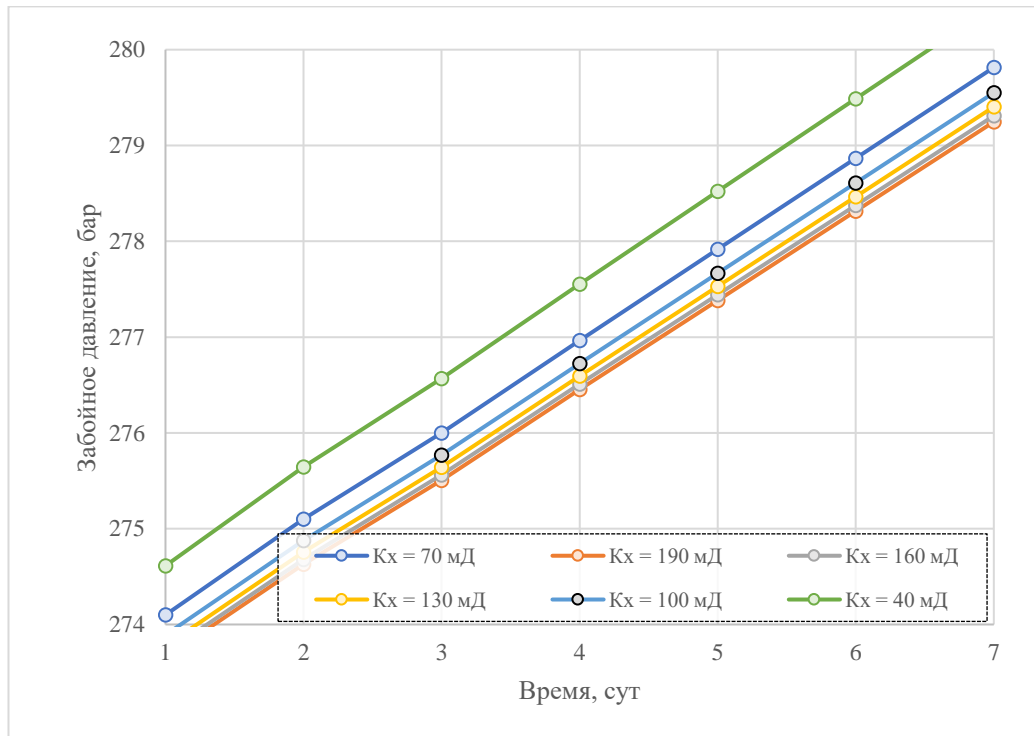


Рисунок №11. Рост значения забойного давления в скважине в процессе блокирования трещины автоГРП в зависимости от проницаемости по оси x

## ВАРИАНТ №4

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 4 получено, что критическое время кольтатации трещины и объем утечек реагента зависят от полудлины трещины автоГРП. Отмечается, что при увеличении полудлины трещины автоГРП происходит увеличение критического времени кольтатации трещины и объема утечек полимера за рамки трещины при сохранении постоянства параметров, описанных в варианте №1. Так, увеличении полудлины трещины автоГРП со 150 до 200 метров критическое время кольтатации вырастет с 7 до 9 суток, объем утечек увеличится с 1.5 до 1.9 м<sup>3</sup>. При снижении полудлины трещины автоГРП так же происходит снижение критического времени кольтатации трещины по причине уменьшения объема трещины, в результате чего для полного заполнения понадобится меньшее время закачки. Графические представления полученных результатов представлены на рисунке 12, результаты гидродинамического моделирования по иным сценариям варианта №4 представлены в таблице №6.

| № эксп. | Q, м <sup>3</sup> /с | C, д.ед. | w, мм | h, м | Kх, мД | t <sub>кр</sub> , сут | L, м | V <sub>f</sub> , м <sup>3</sup> | V <sub>y</sub> , м <sup>3</sup> / % |
|---------|----------------------|----------|-------|------|--------|-----------------------|------|---------------------------------|-------------------------------------|
| 1       | 0.001                | 0.3      | 2     | 30   | 70     | 7                     | 150  | 18                              | 1.5 / 8.3                           |
| 2       |                      |          |       |      |        | 9                     | 200  | 24                              | 1.9 / 7.9                           |
| 3       |                      |          |       |      |        | 12                    | 250  | 30                              | 2.3 / 7.7                           |
| 4       |                      |          |       |      |        | 13                    | 300  | 36                              | 2.4 / 6.7                           |
| 5       |                      |          |       |      |        | 16                    | 350  | 42                              | 2.7 / 6.4                           |
| 6       |                      |          |       |      |        | 19                    | 400  | 48                              | 2.9 / 6.0                           |

Таблица №6 «Результаты моделирования при постоянных геолого – физических характеристиках пласта, ширине трещины и расходе жидкости»

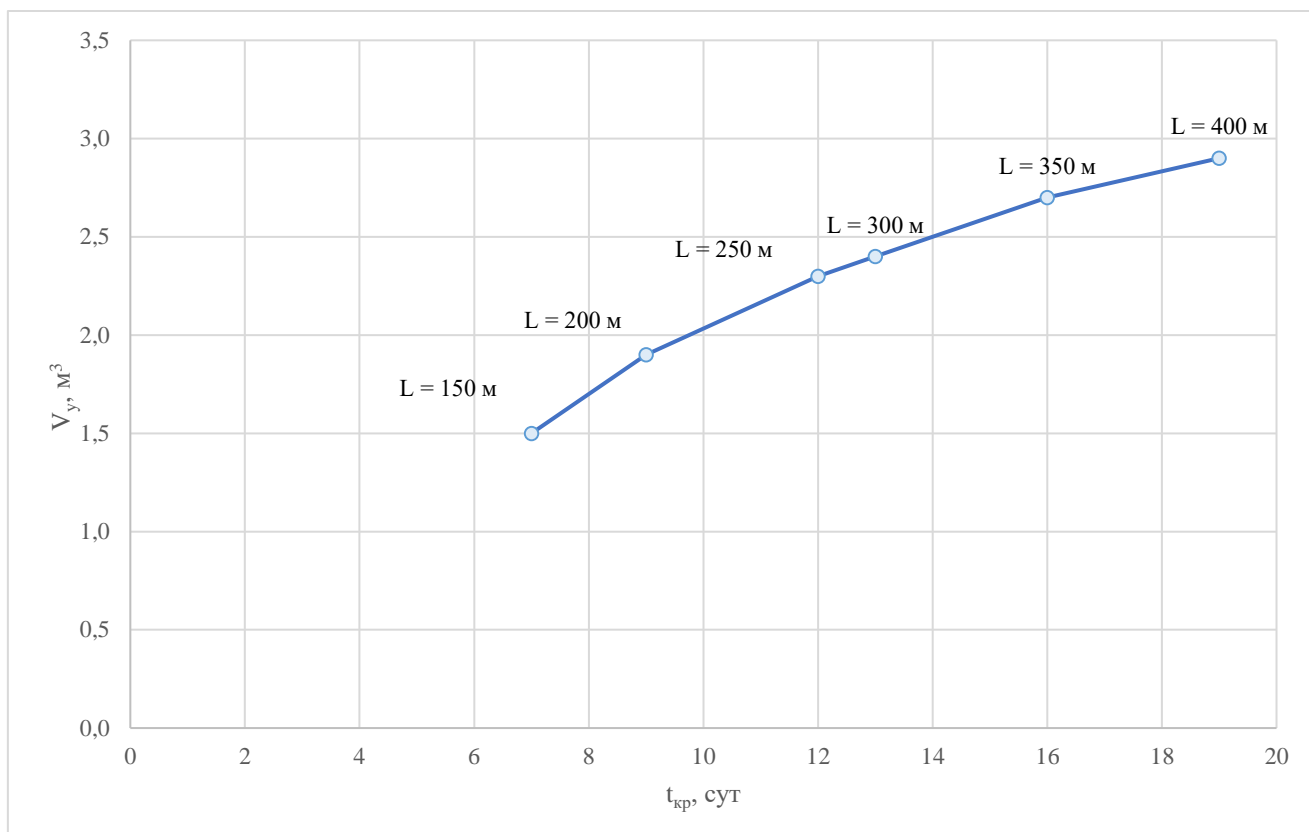


Рисунок №12. Зависимость критического времени кольматации трещины автоГРП от полудлины трещины автоГРП

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 4 получено, что критическое время кольматации трещины и объем утечек реагента зависят от ширины трещины автоГРП. Отмечается, что при увеличении ширины трещины автоГРП происходит увеличение критического времени кольматации трещины и объема утечек полимера за рамки трещины при сохранении постоянства параметров, описанных в варианте №1. Так, увеличении ширины трещины автоГРП с 2 до 4 мм критическое время кольматации вырастет с 13 до 28 суток, объем утечек увеличится с 2.4 до 3.3  $m^3$ . При снижении ширины трещины автоГРП так же происходит снижение критического времени кольматации трещины по причине уменьшения объема трещины, в результате чего для полного заполнения понадобится меньшее время закачки. Графические представления полученных результатов представлены на рисунке 13, результаты гидродинамического моделирования по иным сценариям варианта №4 представлены в таблице №7.

| № эксп. | $Q, \text{ м}^3/\text{с}$ | $C, \text{ д.ед.}$ | $L, \text{ м}$ | $h, \text{ м}$ | $Kx, \text{ мД}$ | $t_{кр}, \text{ сут}$ | $w, \text{ мм}$ | $V_f, \text{ м}^3$ | $V_y, \text{ м}^3 / \%$ |
|---------|---------------------------|--------------------|----------------|----------------|------------------|-----------------------|-----------------|--------------------|-------------------------|
| 1       | 0.001                     | 0.3                | 300            | 30             | 70               | 7                     | 1               | 18                 | 2.0 / 11.1              |
| 2       |                           |                    |                |                |                  | 13                    | 2               | 36                 | 2.4 / 6.7               |
| 3       |                           |                    |                |                |                  | 28                    | 4               | 72                 | 3.3 / 4.5               |
| 4       |                           |                    |                |                |                  | 42                    | 6               | 108                | 3.7 / 3.4               |
| 5       |                           |                    |                |                |                  | 56                    | 8               | 144                | 3.9 / 2.7               |
| 6       |                           |                    |                |                |                  | 70                    | 10              | 180                | 4.1 / 2.3               |

Таблица №7 «Результаты моделирования при постоянных геолого – физических характеристиках пласта, полудлины трещины и расходе жидкости»

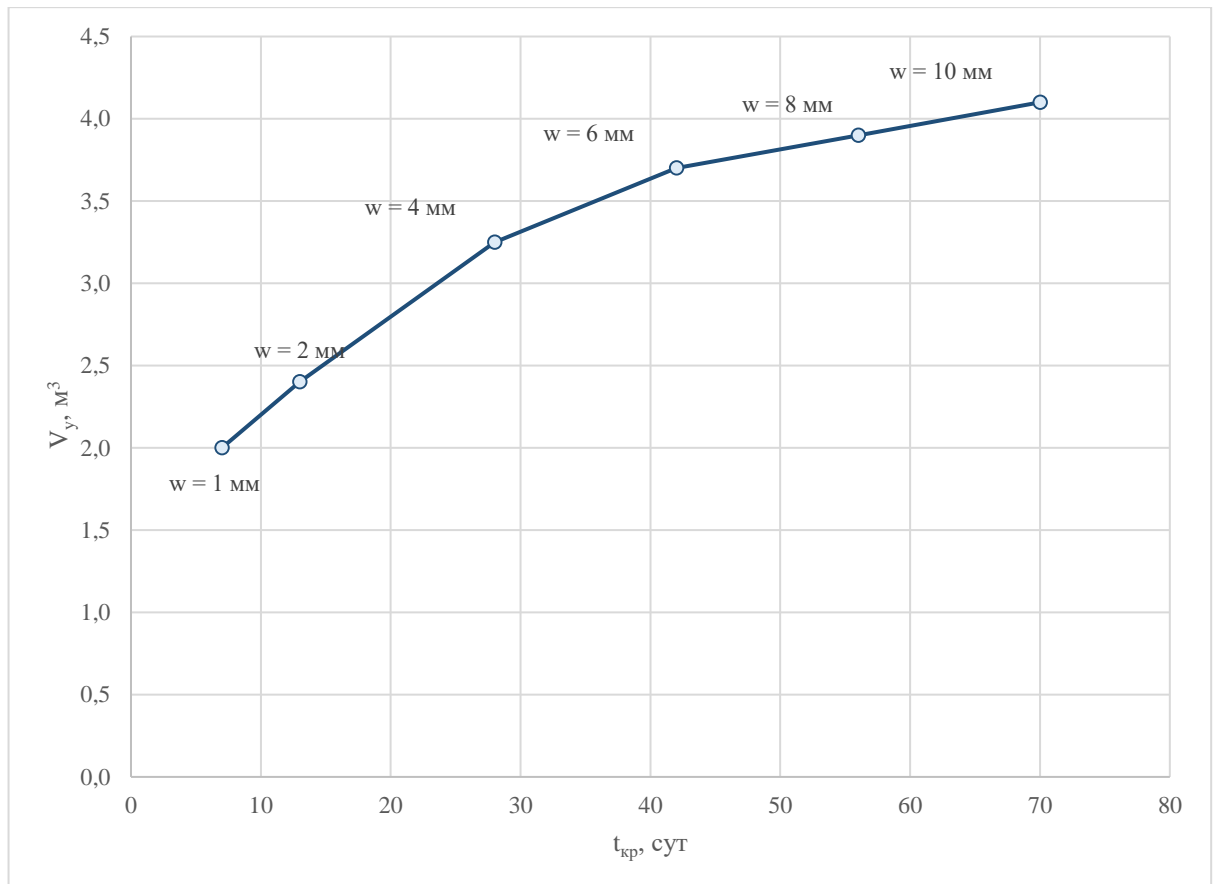


Рисунок №13. Зависимость критического времени кольматации трещины автоГРП от полудлины трещины автоГРП

## ВЫВОДЫ

На основе уравнений, описанных в главе №2 (11)-(16), была создана полноценная геолого – технологическая модель, позволяющая подробно описывать процесс кольтматации трещин автоГРП. Опираясь на полученную гидродинамическую модель рассчитаны различные сценарии проведения геолого – технологического мероприятия. Полученные результаты позволяют в полной мере предсказать поведение введенных выше параметров. Результаты моделирования являются физически обоснованными, проведена верификация с данных реальных месторождений, определены основные отличия.

С использованием построенной в работе гидродинамической модели, описывающей процесс кольтматации трещины автоГРП, определён объём утечек реагента из трещины.

С помощью сопоставления расчётов по гидродинамической и упрощённой моделям показано, что начальные значения забойного давления, полученные по обеим моделям, совпадают, однако в дальнейшем из-за наличия утечек реагента, учтённых в гидродинамической модели, забойное давление по этой модели растёт медленнее, чем по полуаналитической.

В результате моделирования по варианту №1 установлено, что критическое время заполнения трещины уменьшается при увеличении расхода закачиваемого раствора и концентрации полимера в закачиваемой воде при постоянных параметрах трещины автоГРП.

В результате моделирования кольтматации трещины автоГРП согласно варианту №2 установлено, что критическое время заполнения трещины и объём утечек реагента зависят от расхода закачиваемого раствора и концентрации полимера в закачиваемой жидкости. Отмечается, что с увеличением приемистости раствора в нагнетательной скважине критическое время кольтматации трещины будет уменьшаться. В свою очередь, объём утечек полимера за рамки трещины автоГРП будет увеличиваться по причине

роста как приемистости нагнетаемого раствора, так и самой концентрации полимера в растворе.

В результате гидродинамического моделирования согласно варианту № 3 получено, что объем утечек реагента зависит от фильтрационно – емкостных свойств (абсолютной проницаемости по оси  $x$ ). Отмечается, что критическое время кольтматации трещины автоГРП не зависит от значения абсолютной проницаемости по оси  $x$  по причине поддержания постоянных параметров трещины, расхода закачиваемой жидкости. Установлено, что при различных значениях абсолютной проницаемости по оси  $x$  объем утечек полимера за рамки трещины автоГРП будет увеличиваться вследствие увеличения абсолютной проницаемости по оси  $x$ . Основной причиной увеличения значений объемов утечек полимера является увеличение пропускной способности самого пласта, в результате чего за рамки трещины молекулы полимера смогут утекать с большей скоростью.

В результате гидродинамического моделирования согласно описанию варианта № 4 получено, что критическое время кольтматации трещины и объем утечек реагента зависят от значений полудлины и ширины трещины автоГРП. Отмечается, что при увеличении данных параметров происходит увеличение критического времени кольтматации трещины и объема утечек полимера за рамки трещины при сохранении постоянства параметров по причине увеличения объема самой трещины автоГРП. Следовательно, для кольтматации трещины больших размеров, относительно варианта №1, понадобится больше времени обработки, в результате чего потери полимера также будут расти.

Дополнительно по варианту №1 проведено сравнение гидродинамической модели с помощью сопоставления расчётных данных забойного давления после блокирования трещины автоГРП с результатами геолого-технологического мероприятия данными. Сопоставление результатов свидетельствует о верификации модели с точностью 12%. Причиной низкой точности является упрощения, заложенные при создании гидродинамической

модели. В модели предполагается пласт с усредненными параметрами геолого – физических характеристик таких как абсолютная проницаемость по оси x, пористость пласта и так далее.

Для оценки достоверности расчётов проведена верификация результатов расчётов забойного давления после блокирования трещины автоГРП с промысловыми данными по одной из скважин месторождения в Западной Сибири. Промысловые данные соответствуют приведённым модельным, однако эффективная толщина пласта составляет порядка 11 м, а полудлина трещины автоГРП около 218 м.

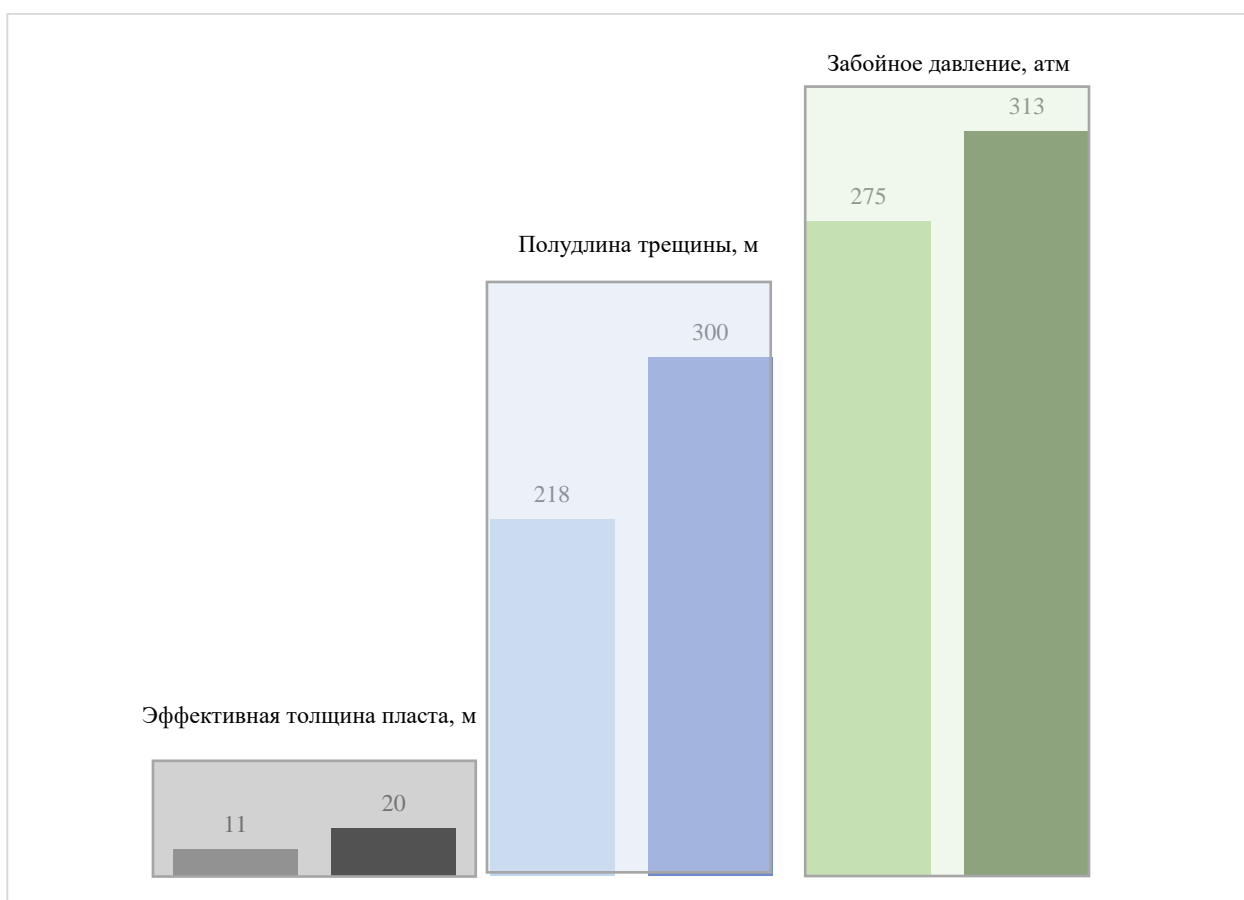


Рисунок №13. Сопоставление данных по результатам гидродинамического моделирования (вариант №1) и промысловых данных

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Biot M. A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*. 1955. Vol. 26, no. 2. P. 182–185
2. Carter R.D. Derivation of the general equation for estimating the extent of the fractured area, Appendix of «Optimum Fluid Characteristics for Fracture Extension», by Howard, G.C., and Fast, C.R., *Drilling and Production Practice*. API, 1957. P.261-268
3. Cheng A.H.-D. *Poroelasticity*. Springer, 2016. P.877.
4. Clifford P. J. Simulation of waterflood fracture growth with coupled fluid flow, temperature and rock elasticity. *Proceedings 1st European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Cambridge, 1989. P. 23–44.
5. Coussy O. *Poromechanics*. New York: John Wiley and Sons, 2004. 315 p.
6. Detournay E. and Cheng A.H.-D. Fundamentals of poroelasticity. Chapter 5 in *Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects*, Vol. II, Analysis and Design Method, ed. C. Fairhurst, Pergamon Press, pp. 113-171, 1993.
7. Dikken B.J. and Niko H. Waterflood-Induced Fractures: A Simulation Study of Their Propagation and Effects on Waterflood Sweep Efficiency, SPE 16551 presented at the 1987 Offshore Europe Conference, Aberdeen, Sept. 8-11.
8. Gringarten A. C., Ramey H. J., & Raghavan R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture. *Society of Petroleum Engineers*. 1974, doi:10.2118/4051-PA.
9. Hagoort J. Waterflood-induced hydraulic fracturing. PhD. Thesis, Delft Technical University, 1981. 244 p.
10. Hagoort J., Weatherill B.D. and Settari A. Modeling the propagation of waterflood-induced hydraulic fractures. *Soc. Petroleum Eng. J.* 20, (4), 1980. 293–303 pp.
11. Koning E.J.L. Fractured water-injection wells. Analytical modelling of fracture propagation. SPE 14684, 1985.
12. Koning E.J.L. Poro- and thermo-elastic rock stresses around a wellbore. 1985.



13. Muskat M. The flow of homogeneous fluids through porous media. McGraw Hill, 1946, p. 185.
14. Olesiak Z. On a method of solution of mixed boundary-value problems of thermoelasticity. Journal of Thermal Stresses, 1981, pp. 501–508.
15. Perkins T.K., Gonzalez, J.A. The effect of thermo-elastic stresses on injection well fracturing. SPEJ, Feb. 1985, P 78–88.
16. Singh P., Agarwal R.G. Two-step rate test: new procedure for determining formation parting pressure. J. Pet. Technol, 1990. V. 42. № 1. (P. 84–90.)
17. Terzaghi K. Theoretical Soil Mechanics. New York: John Wiley and Sons, 1943. 510 p
18. Yan W., Demin W., Zhi S., Changlan S., Gang W., Desheng L. Hydraulic fracturing of polymer injection wells. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, Perth, Australia, 18–20 October 2004. 2004. Paper SPE 88592. P. 1–4.
19. Байков В.А., Давлетбаев А.Я., Усманов Т. С., Степанова З. Ю., Асмандияров Р.Н. Специальные гидродинамические исследования для мониторинга за развитием трещин ГРП в нагнетательных скважинах. Нефтегазовое дело, 2011. № 1. (С. 65–77.)
20. Байков В.А., Жданов Р. М., Муллағалиев Т.И., Усманов Т. С. Выбор оптимальной системы разработки для месторождений с низкопроницаемыми коллекторами, Электронный научный журнал "Нефтегазовое дело", 2011–№1.- С.84-98. №1. С. 84–98.
21. Галимов, Р. И. Технология полимерного заводнения на поздней стадии разработки месторождений. Молодой ученый № 40 (174), 2017. (С. 4–6.)
22. Гильманов А. Я., Шевелев А. П., Федоров К. М. Задача о блокировании техногенной трещины в пласте суспензионной смесью. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2022. № 6. С. 27–35.

23. Давлетбаев А. Я., Байков В. А., Бикбулатова Г. Р., Асмандияров Р. Н., Назаргалин Э. Р., Слабецкий А. А., Сергейчев А. В., Нуриев Р. И. Промысловые исследования по изучению самопроизвольного развития техногенных трещин в нагнетательных скважинах. 2014. SPE-171232. <http://dx.doi.org/10.2118/171232-MS>
24. Давлетбаев А. Я., Асалхузина Г. Ф., Иващенко Д. С., Федоров А. И., Фурсов Г. А., Назаргалин Э. Р., Слабецкий А. А., Сергейчев А. В., Ямалов И. Р., Валеева Э. З. Гидродинамические методы контроля за развитием трещин автоГРП при заводнении в низкопроницаемых коллекторах. 2015. SPE-176562
25. Донцов Е. В., Пирс А. П. Поток суспензии, гравитационное осаждение и модель транспортировки проппанта для гидравлических разрывов. *J. Fluid Mech*, 2014. P. 567–590
26. Мальцев В. В., Асмандияров Р. Н., Байков В. А., Усманов Т. С., Давлетбаев А. Я. Исследование развития трещин автоГРП на опытном участке Приобского месторождения с линейной системой разработки. *Нефтяное хозяйство № 5, 2012 (С. 70–73.)*
27. Ручкин А. А., Ягафаров А. К. Оптимизация применения потокоотклоняющих технологий на Самотлорском месторождении. Издательство «Ветор Бук», 2005. (С. 165.)
28. Салимов О. В., Гирфанов И. И., Кочетков А. В., Морозов П. Г. Влияние термоупругого эффекта на развитие трещин автоГРП в нагнетательной скважине с трещиной ГРП. *Георесурсы*. 2016 г. Т. 18. №1. С. 46–50. DOI: 10.18599/grs.18.1.8
29. Татосов А. В., Шляпкин А. С. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта. *Известия Саратовского университета. Серия Математика. Механика. Информатика*, 2018. Т. 18, № 2. (С. 217–226.)

30. Тримонова М., Дубиня Н., Основные закономерности развития трещины автоГРП. 2015. SPE-176638-RU.
31. Федоров А. И., Давлетова А. Р. Симулятор напряженного состояния пласта для определения направления развития трещин. Геофизические исследования. 2014 г. Т. 15. № 1. С. 15–26.
32. Хасанов М. М., Краснов В. А., Мусабилов Т.Р., Мухамедшин Р.К. Техничко-экономический анализ систем разработки, сформированных скважинами с трещинами ГРП. Нефтяное хозяйство. 2009 г. № 2. С. 92–96.
33. Черемсин А. Н., Тостолыткин Д. В., Орлова Н. С. Особенности моделирования полимерного заводнения в современных гидродинамических симуляторах. Наука и ТЭК №3, март 2012. №3. (С. 39–42.)
34. Черный С.Г., Лапин В.Н., Есипов Д. В., Куранаков Д.С. Методы моделирования зарождения и распространения трещин. Издательство Сибирского отделения Российской академии наук. Новосибирск, 2016. (С. 312.)
35. Шевелёв А. П., Гильманов А. Я., Касперович А. М. Моделирование блокирования трещин автогидроразрыва пласта в гидродинамическом симуляторе. Вестник Тюменского государственного университета, 2023. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 9. № 1 (33). С. 78–91.