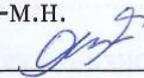


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Кафедра моделирования физических процессов и систем

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Заведующий кафедрой

к.ф.-м.н.


Р.М. Ганопольский
16 июня 2023 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистерская диссертация

Интегральная модель расчёта объёма суспензионного состава для
блокирования трещин автогидроразрыва пласта
16.04.01 Техническая физика
Магистерская программа «Физика недр»

Выполнил работу
студент 2 курса
очной формы обучения



Курбоназаров Шохрон Сафарбекович

Руководитель
к.ф.-м.н., профессор кафедры
моделирования физических
процессов и систем



Шевелёв Александр Павлович

Консультант
к.ф.-м.н., старший преподаватель
кафедры моделирования физических
процессов и систем



Гильманов Александр Янович

Рецензент
к.ф.-м.н., ведущий специалист
ООО «Тюменский нефтяной
Научный центр»



Пятков Александр Александрович

Тюмень

2023 год

Содержание

1. Введение	3
2. Математические модели гидроразрыва пласта.....	10
2.1. Одномерные модели	13
2.2. Модель Христиановича-Гирстма-де Клерка (KGD)	16
2.3. Модель Перкинса-Керна-Нордгрена (PKN).....	22
2.4. Гибридная модель PKN—KGD с закачкой жидкости ГРП и загрязнением проппанта	30
3. Интегральная модель расчёта объёма суспензионного состава для блокирования трещины автоГРП	33
4. Модель Слихтера для гексагональной упаковки.....	41
5. Выводы.....	47
Список литературы	48

1. Введение

Для поддержания пластового давления активно используется технология заводнения. В процессе закачки воды в пласт через нагнетательные скважины давление может превысить давление разрыва породы, что приведёт к образованию трещины автогидроразрыва пласта (автоГРП). Такое явление наблюдается на многих месторождениях.

Заводнение (процесс закачки воды в пласт для вытеснения нефти) малопроницаемых коллекторов (пористых пород, способных пропускать флюиды) с высоким пластовым давлением часто сопровождается образованием искусственных трещин или саморазрушением (авторазрыв) [1, 2], что может привести к преждевременному повышению объёмной доли воды в продукции [3]. Поскольку этот процесс является неконтролируемым, обычно проводят специальные исследования для определения напряжения или градиента напряжения, при котором раскрываются трещины [4, 5]. Такие исследования позволяют ограничить давление закачки и предотвратить возникновение трещин автоГРП. Полный анализ таких процессов сопровождается геомеханическим изучением образования трещин гидроразрыва пласта или автоГРП [6, 7]. Такой подход позволяет детально моделировать образование и развитие трещин автоГРП. Использование геомеханического моделирования позволяет определять параметры скважин без образования высокопроницаемых каналов, являющихся трещинами автоГРП.

Однако в некоторых случаях нецеленаправленные образования трещин все же случаются. Примером может служить месторождение Дакин, в 12% нагнетательных скважин в процессе эксплуатации наблюдается значительное снижение нагнетания (дебита воды) [8], для компенсации этого снижения необходимо повышение забойного давления нагнетательных скважин (давление в нижней части скважины, входящей в пласт). При давлении закачки, отличающемся от гидравлического давления образования трещины

на 1-2 МПа, начинается массовое образование трещин автоГРП. Развитие этих трещин длится около 3 месяцев. Еще одним примером образования большого количества трещин автоГРП является Приобское месторождение. Высокое пластовое давление и малая закачка воды обусловлены низкой относительной фазовой проницаемостью воды при остаточной нефтенасыщенности $k(S_{or})$ (способность воды течь в пласте при наличии других фаз при доле нефти в поровом пространстве, соответствующей отсутствию притока нефти в скважины), для компенсации закачки воды приходится поддерживать забойное давление выше давления открытия трещины [9]. Специальная диагностика нагнетательных скважин показывает наличие разрыва на индикаторной диаграмме [10], гидропрослушивание скважин и индикаторные исследования показывают рост трещин [11-13]. Часто размер этих трещин достигает длины километра. Пример моделирования развития таких трещин описан в [13]. Гидродинамические расчеты притока позволили выявить зоны аномально высокого пластового давления и ввести ограничения на закачку нагнетательных скважин во избежание возникновения трещин автоГРП [14]. Однако в этом случае ограничение нагнетания скважины приводит к значительному ограничению притока воды и снижению компенсации добычи за счет откачки воды. Бурение скважин в зонах аномальных давлений также сопровождается появлением искусственных трещин и аварийных ситуаций [15]. Если размеры трещин автоГРП вблизи нагнетательных скважин невелики, то наблюдается только увеличение нагнетания, но сближение этих трещин с добывающими скважинами приводит к раннему прорыву в них воды [16, 17] по высокопроницаемым каналам связи между нагнетательными и добывающими скважинами. Ограничение притока воды в нагнетательной скважине может привести к частичному или полному закрытию трещин, но не является надежным для снижения проводимости построенных трещин [18].

С другой стороны, для ограничения попадания воды по высокопроницаемому каналу при автоГРП вводят гелеобразующие или полимерно-дисперсионные композиции [19]. Обычным полимером для этого

является гидролизованный полиакриламид. Экспериментальные исследования керновых материалов показывают, что в результате нагнетания гелеобразующих композиций эффективный размер трещины автоГРП за счет расположения частиц геля ограничивается полным закрытием трещины [19], а при наличии несколько трещин в пласте, реакция в основном происходит в более проницаемой трещине, проходит, после чего трещина остается менее проницаемой. Трещины практически закрываются. Использование гидродинамических моделей для прогнозирования этих процессов невозможно из-за очень разных масштабов процессов в трещине, вблизи нее и в межскважинном пространстве.

Поэтому необходима оценка эффекта блокирующих полимерно-дисперсионных композиций с использованием математической модели закачки и переноса суспензии по трещине. В статье [20] проведена разработка математической модели закачки и переноса суспензии по трещине для оценки блокирующего действия полимерно-дисперсионных композиций при размере частиц больше размера поровых каналов, которые не выходят в пласт. Для понимания механизма действия суспензионного состава полученные расчеты сравнивают с промысловыми данными. Сравнение показывает, что такая обработка нагнетательных скважин часто приводит к частичному закрытию трещин и ограничению их длины.

Для оценки процессов образования трещин автоГРП были рассмотрены промысловые данные по притоку воды в вертикальные и наклонные скважины некоторого месторождения в Западной Сибири. По данным анализа нагнетания скважин, динамики забойного давления и схемы Холла [21] в определенном количестве нагнетательных скважин установлено наличие трещин автоГРП.

Для дальнейшего анализа рассматривались только скважины, обработанные полимер-дисперсионной смесью (ПДС) [22]. Скважин было три, информация о которых представлена в таблице 1, где k_{av} – средняя абсолютная проницаемость в продуктивном интервале, μ_w – вязкость

поступающей воды в пластовых условиях, h – мощность продуктивного интервала (мощность пласта), h_e – эффективная мощность пласта (мощность между сланцевыми слоями), W – отношение расхода воды в нагнетательной скважине к перепаду давления, $k_r(S_{or})$ – относительная проницаемость водной фазы при насыщении остаточной нефтью, Δp – перепад давления в пласте, p_w – забойное давление.

Таблица 1. Данные по отобраным нагнетательным скважинам одного из месторождений Западной Сибири

№	$W, \frac{\text{м}^3}{\text{сут.} \cdot \text{атм}}$	$\Delta p, \text{атм}$	$p_w, \text{атм}$	$k_{av}, \text{мД}$	$\mu_w, \text{сП}$	$h_e, \text{м}$	$h, \text{м}$	$k_r(S_{or})$
2164	1,9	44	313	315	0,34	11,1	26,4	0,1
2731	2,2	82	331	298	0,34	15,1	26,1	0,1
2305	2,4	108	429	75	0,34	16,8	17,1	0,1

Суспензию бентонитовой глины с объемной долей частиц 0,03 стабилизировали водным раствором полимера (полиакриламид ПАА) с массовой концентрацией 2% и вязкостью 8 сП [23]. Результаты обработки ПДС выбранных скважин приведены в таблице 2, Q_d – дополнительная добыча нефти из окружающих добывающих скважин.

Таблица 2. Результаты обработки нагнетательной скважины ПДС

№	Объем закачки суспензии, м^3	Относительное падение приемистости, %	Q_d тыс. м^3	Оценка длины трещины, м	
				До обработки	После обработки
2164	800	23,6	8,54	436	153
2731	1600	24,3	0,39	529	201
2305	500	22,8	0,1	418	168

Предварительную оценку длины трещины можно произвести по формуле Пратса [24], которая связывает скин-фактор, обусловленный наличием трещины, с желаемой длиной:

$$Q = \frac{2\pi k_{av} h_e k_r (S_{or})}{\mu_w} \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_c}{r_w} + S} = \frac{2\pi k_{av} h_e k_r (S_{or})}{\mu_w} \frac{\Delta p}{\ln \frac{2r_c'}{l}}, \quad (1)$$

где Q — дебит воды в нагнетательной скважине, r_w , r_c — радиус скважины и контура питания (расстояние, на котором задаются параметры неповрежденного пласта), S — скин-фактор (описывает прирост расхода в связи с наличием трещины), l составляет половину длины трещины. Используя формулу (1), можно рассчитать длину трещины через скин-фактор и наоборот. Результаты таких расчетов для скважины радиусом 0,1 м также приведены в таблице 2.

Особенную проблему представляют протяжённые трещины, проникающие в зону дренирования добывающих скважин и приводящие к существенному обводнению нефти. На рис. 1 изображён элемент разработки для пятиточечной системы. В центре расположена нагнетательная скважина, трещина автоГРП от которой попала в зону дренирования двух добывающих скважин. Все добывающие скважины расположены по углам элемента разработки (рис. 1).

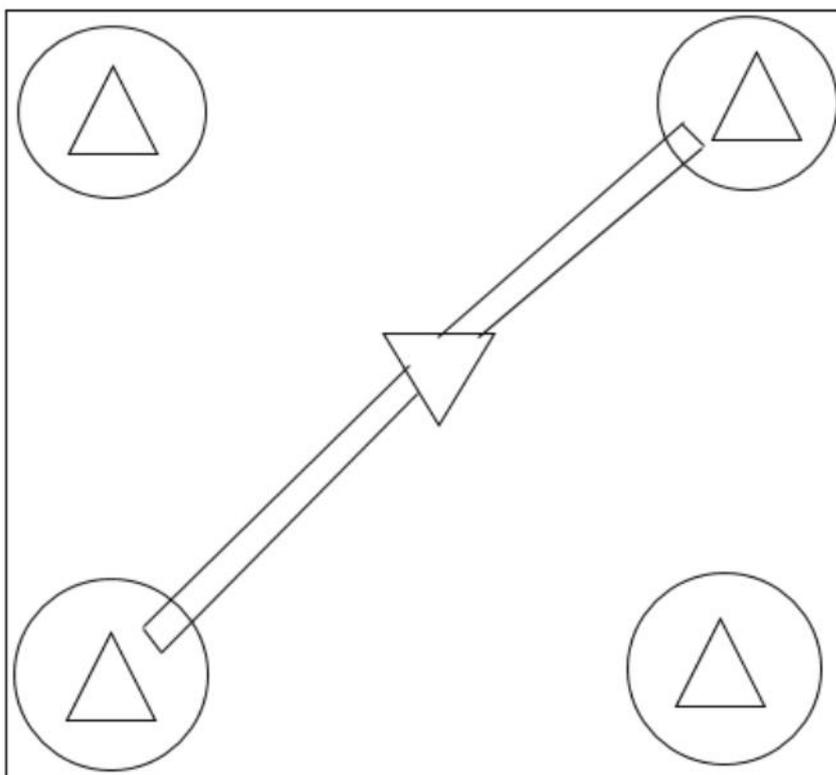


Рис. 1. Трещина автоГРП, проникающая в зону дренирования добывающих скважин

Для блокирования трещины автоГРП предлагается использовать суспензии, в качестве несущей фазы которой выступает вода, а дисперсные частицы представлены бентонитовой глиной или мелом.

Цель работы: определение объема реагента, необходимого для блокирования трещины автоГРП.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи:**

- Провести обзор литературных источников по моделированию трещин гидроразрыва пласта
- Сформулировать задачу о блокировании трещины автоГРП дисперсными частицами в рамках интегрального подхода
- Ввести критерий эффективности блокирования трещины автоГРП.
- Провести оценочные расчеты объема суспензии с заданной концентрацией для двух моделей пористой среды

Научная новизна работы заключается в том, что впервые определен объем суспензии с заданной концентрацией дисперсных частиц, необходимый для полного блокирования трещины автоГРП с учётом различной упаковки зёрен породы.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанная математическая модель позволяет оценить время блокирования трещины автоГРП для нагнетательных скважин различных месторождений.

2. Математические модели гидроразрыва пласта

С целью увеличения продуктивности нефтяного месторождения применяется технология гидроразрыва пласта (ГРП). Этот тип технологии используется для подачи гидравлической жидкости под высоким давлением в скважины. При высоком давлении жидкости в области пор происходит первоначальное разрушение породы, после чего жидкость оказывает давление на края формирующейся полости в пористой среде, которая является трещиной, что приводит к увеличению раскрытия (ширины) этой трещины в объёме продуктивного пласта (рис. 2).

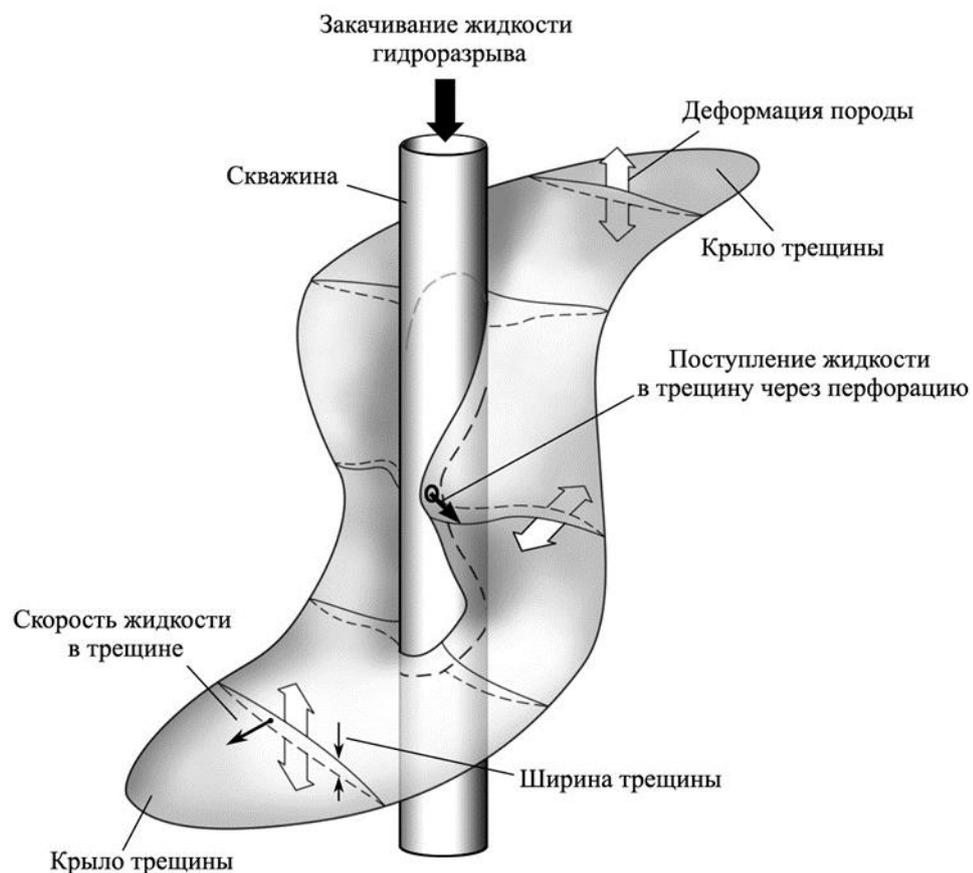


Рис. 2. Схема развития техногенной трещины

Из-за последующего снижения давления при добыче нефти искусственно созданные трещины гидроразрыва пласта могут схлопнуться. Предотвращение этого явления возможно с помощью закачки спустя

некоторый интервал после инициации нагнетания рабочей жидкости специальных твёрдых шариков – проппанта. Обычно они выполнены из керамического материала. После этого закачку прекращают, трещина остаётся фиксированной, обеспечивающей приток флюида к добывающей скважине. Способность трещины фильтровать флюид существенным образом определяется формой проппанта и его распределением по трещине [24, 25]. Для трещин автоГРП закачка проппанта не требуется, поскольку они поддерживаются в естественно раскрытом состоянии из-за превышения давлением нагнетания предела прочности породы на разрушение.

Геометрические параметры трещины и её форма, главным образом, зависят от свойств пласта. Прочностные характеристики породы определяют динамику развития трещины. Моделирование инициации процесса ГРП и определение влияния проппанта позволяет спрогнозировать параметры получившейся трещины и подобрать агенты, способствующие более эффективному процессу.

Подробная модель, которая бы учитывала все свойства и процессы в ходе ГРП, является очень сложной для реализации. Такая модель должна учитывать фильтрацию неньютоновской жидкости (жидкости ГРП), физико-химические процессы оседания частиц в трещине и пористой среде, движение шариков проппанта и их последующее распределение, геомеханические процессы повреждения пород, собственно процесс развития трещины ГРП. Уравнения, моделирующие вышеуказанные процессы, являются нелинейными и содержат большое количество параметров. Их совместное решение в двумерных и многомерных задачах остается популярной темой из-за медленной сходимости численных алгоритмов. Поэтому необходимо предложить модель, лишенную этих недостатков. Обычно вводятся допущения, позволяющие упростить модель и получить результаты с приемлемой точностью. Такие допущения должны быть физически обоснованными.

Целесообразно классифицировать модели трещин ГРП или автоГРП по детальности описания напряжённого и деформационного состояния пород и учитываемым физическим эффектам и процессам. Можно выделить одномерные модели, в которых трещина распространяется в одном направлении, а её геометрия зависит от описания напряжённого состояния и свойств пласта, гибридные модели, учитывающие утечки жидкости из трещины, двумерные модели и трёхмерные модели. Одномерные модели основаны на зависимости ширины трещины от разницы давлений нагнетаемой жидкости и гидроразрыва пласта, которая является либо алгебраическим уравнением геомеханики, либо интегральным соотношением. Двумерные модели предполагают, что длина трещины различна по высоте, поэтому задача рассматривается на плоскости, а геометрическая размерность повышается, учитываются две оси. Трёхмерные модели учитывают изменения напряжённых свойств во всех направлениях. Очевидно, что в случае псевдотрёхмерных и «полных» трёхмерных моделей существенное упрощение расчетов с учетом упругих свойств невозможно. Однако, учитывая постановку трещины в виде прямого сечения, псевдотрёхмерные модели нередко акцентируют в отдельную группу.

Классически в отечественной и зарубежной литературе рассматриваются одномерные модели, названные по инициалам придумавших их авторов: модель KGD (Христианович, Гирстма, де Клерк), модель PKN (Перкинс, Керн, Нордгрэн), радиальные модели и их усовершенствованные современные модификации. Одномерные модели позволяют проводить расчёт достаточно быстро, но не применимы в неоднородных пластах.

Последующее продвижение моделей гидравлического разрыва пласта сориентировано на устранение данных недостатков. Учет кривизны траектории трещины в горизонтальной плоскости обеспечил возможность произвести двухмерные модели трещины ГРП, а учет распространения продольных и вертикальных трещин возможен в рамках моделей, которые являются псевдотрёхмерными. Кроме того, можно отметить, что в псевдо-3D

моделях трещина остается плоской и поэтому протекает исключительно в одной плоскости. В мировой литературе, кроме того, рассматриваются «полностью» трехмерные модели, которые пока не получили значительного распространения из-за высокой вычислительной сложности. Следует отметить, что из-за трудности начальной геометрической конфигурации «полноценного» ствола скважины 3D модели ГРП должны вводить подзадачу инициирования трещин, что также преследует практический интерес.

2.1. Одномерные модели

Первыми моделями ГРП были одномерные модели, хорошо зарекомендовавшие себя для однородных пластов. В таких моделях трещина распространяется симметрично вдоль выделенного направления – некоторой оси. По геометрической форме трещины можно выделить две разные группы моделей.

В первой группе трещина является плоской и распространяется от линейного источника – скважины в вертикальной плоскости (рис. 3). Такие модели описывают процесс ГРП на скважинах, вскрывающих протяжённые по вертикали пласты. В таком случае допустимо приближение скважины как линейного источника. Осью симметрии в таких моделях является ось скважины, причём в силу симметрии удобно рассматривать половину длины трещины. Считается, что скважина работает с постоянным расходом Q_{in} .

В случае, если скважина является точечным источником, то трещины должны распространяться симметрично по радиусу. Именно этот факт учитывают модели второй группы (рис. 4). Если пласт является небольшим по высоте, то можно рассматривать его сечение в виде окружности, а скважину – как точечный источник. При пренебрежении влияния гравитационными силами, что допустимо для маломощных пластов без наклона, трещина располагается в большом диапазоне углов относительно ствола скважины.

Вторая группа моделей описывает радиально-симметричные трещины, распределение которых происходит от точечного источника, как показано на рисунке 3. Такой элемент разрушения может возникнуть при закачке в небольшой пласт вокруг скважины, что создает точечный источник закачки. Если не учитывать влияние силы тяжести, то границы распространения трещины в этом случае могут быть расположены под любым углом относительно оси ствола скважины.

Отличительными чертами моделей первой категории являются [26-30]: факт наличия вертикальной плоскости симметрии к перпендикуляру к направлению воздействия минимальных напряжений породы σ_{min} , по которым распространяются трещины квазистационарной высоты; соображение о квазиравномерном процессе распространения жидкости ГРП по длине трещины (кроме того, предусматривается модифицирование сечений трещины по значительной длине); трещина ГРП состоит из двух полигональных крыльев, симметричных относительно скважины, что позволяет анализировать исключительно одно крыло трещины.

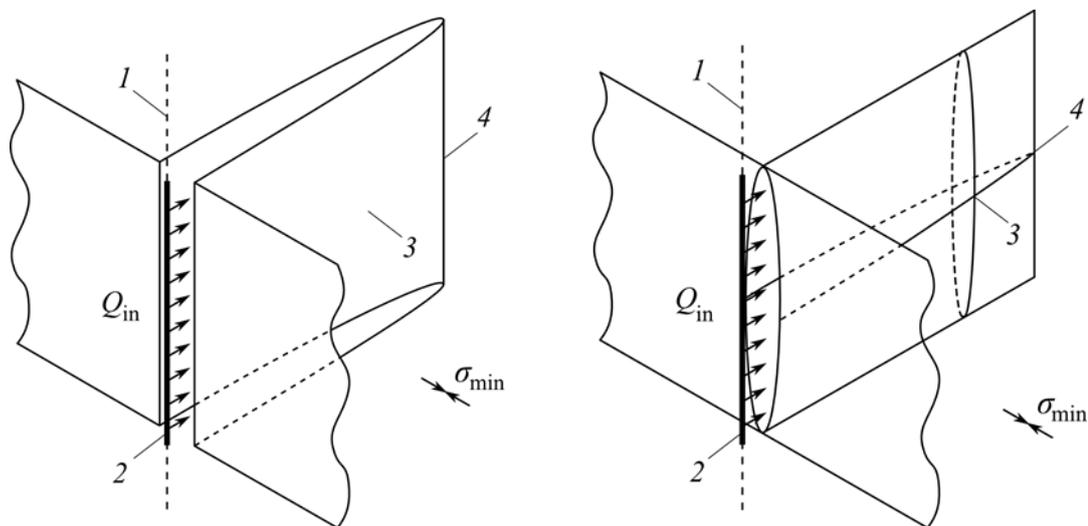


Рис. 3. Крыло трещины гидроразрыва для изображения модели KGD (а) и модели PKN (б) с распространением ровной полосы от линейного источника:

1 – вертикальная ось скважины, 2 – линейный источник жидкости, 3 – плоское крыло трещины, 4 – крайняя часть трещины

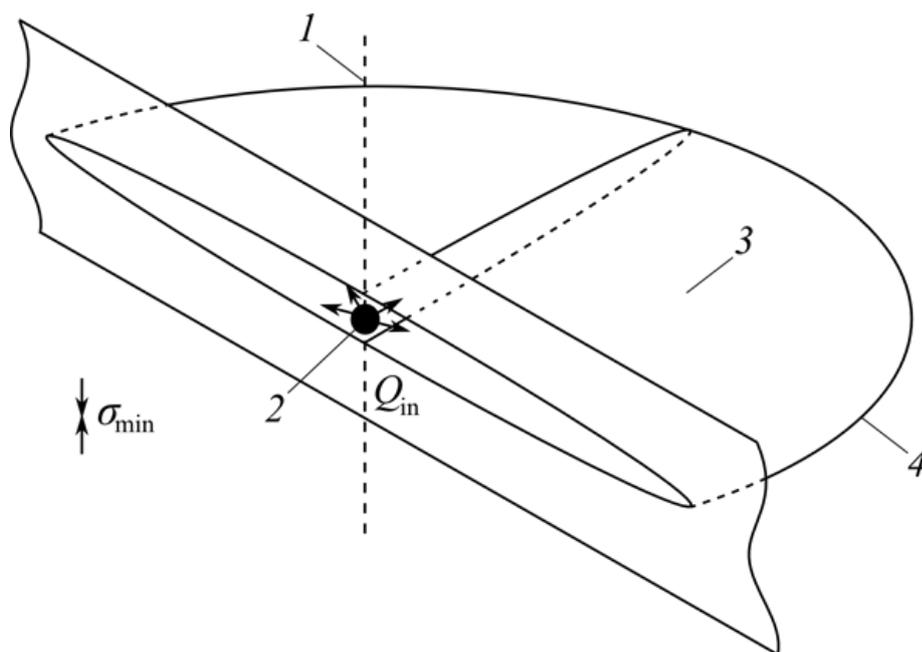


Рис. 4. Радиально-симметричная модель распространения трещины от точечного источника: 1 – ось ствола, 2 – точечный источник жидкости, 3 – сфера распространения трещины, 4 – крайняя часть трещины

Модели второй категории вдобавок располагают характерными спецификами [26-30]: плоскость симметрии является радиальной и горизонтальной, расположена в поперечном направлении к направлению действия наименьших напряжений σ_{min} , в горизонтальной плоскости присутствует осевая симметрия трещины

Во всех описанных моделях поток жидкости в горную породу описывается законом Картера [31] либо простыми уравнениями фильтрации в пористой среде [32–39], а повреждение горной породы описывается однородной изотропно-упругой связью. В модели РКН простейшей алгебраической зависимостью является связь дополнительного давления в трещине с ее шириной, а в моделях KGD – интегральная связь.

2.2. Модель Христиановича-Гирстма-де Клерка (KGD)

Первой моделью трещины ГРП (что справедливо и для трещины автоГРП) была модель KGD. Основные геометрические параметры модели показаны на рис. 5 (A – площадь верхней плоскости трещины, x – горизонтальная ось, y – перпендикулярная ей ось координат, L_f – координата фронта жидкости, p – давление, L – длина половины трещины). Эта модель была предложена Христиановичем и Желтовым в 1955 году [40] и затем доработана Гирстмой и де Клерком [41]. Такая концепция является справедливой в случае, если ступень трещины превышает ее общую длину на $2L$, и можно пренебречь воздействием верхнего и нижнего пределов. Это позволяет получить аналогичные горизонтальные напряжения и использовать двумерную задачу упругости для описания деструкции породы и ее разрушения.

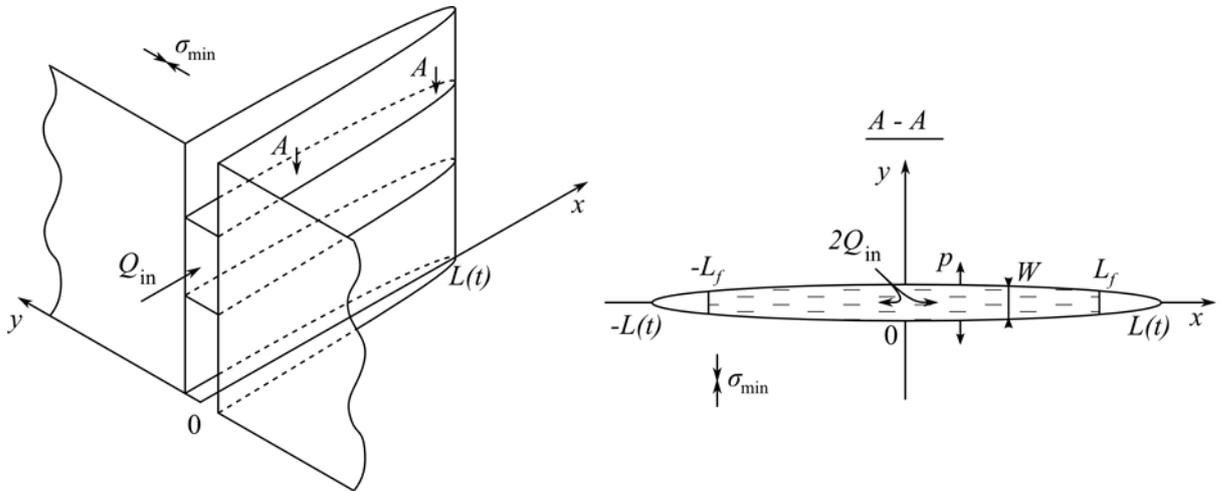


Рис. 5. Форма трещины в KGD-модели

Из квазистатического приближения и предположения об нехватке касательных усилий в плоскости ровной трещины интегральная зависимость ее раскрытия W и добавочного давления жидкости имеет вид

$$P_{net} = p - \sigma_{min} \quad (2)$$

$$W(x) = \frac{4}{\pi E'} \int_0^L P_{net}(\xi) \ln \left| \frac{\sqrt{(L^2-x^2)+\sqrt{(L^2-\xi^2)}}}{\sqrt{(L^2-x^2)-\sqrt{(L^2-\xi^2)}}} \right| d\xi \quad (3)$$

Здесь E' — модуль плоского напряжения, зависящий от модуля Юнга E и коэффициента Пуассона ν , который описывает упругие свойства породы по формуле

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (4)$$

$L = L(t)$ — положение вершины крыла трещины, определяемое по известному критерию распространения трещины [42] (подробнее о теории распространения трещины см. [43])

$$K_l = \sqrt{\frac{L}{\pi}} \int_0^L \frac{P_{net}(\xi)}{\sqrt{L^2 - \xi^2}} d\xi = K_{lc} \quad (5)$$

где K_l — коэффициент интенсивности плоской трещины, нагруженной переменной нагрузкой, K_{lc} — его критическое значение (сопротивление растрескиванию), характерное для рассматриваемой задачи, ξ — переменная интегрирования. Точка (5) определяет профиль взрывной скважины вблизи кончика

$$W(x) = \frac{4\sqrt{2} K_{lc}}{\sqrt{\pi} E'} \sqrt{l - x} + O\left((L - x)^{\frac{3}{2}}\right), x \rightarrow L \quad (6)$$

В [40, 41, 44, 45] предполагается, что порода не устойчива к растрескиванию, тогда критерий распространения трещины типа (6) задает плавное смыкание краев трещины в вершине [45], т.е.

$$\left. \frac{dW(x)}{dx} \right|_{x=l} = 0 \quad (7)$$

Отметим, что модели KGD не получили широкого распространения с другими критериями диффузии, например с пластичностью [46].

При процессах ГРП и автоГРП по трещине происходит течение жидкости. Такой поток жидкости является одномерным при допущениях о несжимаемости жидкости и об отсутствии или малости инерционных эффектов. Если жидкость проникает в породу, то возможно наличие потерь импульса, но в рамках данной модели этим пренебрегается.

Считается, что поток жидкости присутствует в горизонтальной области, размер которой начинается от начала координат и простирается до

координаты фронта жидкости $L_f(t)$. В модели первоначально считалось, что эта координата совпадает с краем трещины $L(t)$, однако в последующем было учтено запаздывание фронта жидкости по отношению к положению переднего края трещины $L(t)$. Поток жидкости описывается законом сохранения импульса в виде закона Пуазейля для канала прямоугольного сечения, который был выведен для потока ньютоновской жидкости между двумя симметричными плоскостями в прямоугольном канале, расстояние между плоскостями соответствует ширине трещины W [48]

$$\frac{dP_{net}}{dx} = -\frac{12\mu}{W^2}u \quad (8)$$

В уравнении (8) μ обозначает коэффициент динамической вязкости рабочей жидкости, а $u(x,t)$ — среднюю скорость жидкости вдоль крыла трещины. Если определить локальное течение жидкости через сечение x единицы высоты трещины $Q = Q(x,t)$, то уравнение (8) можно переписать в другом виде.

$$\frac{dP_{net}}{dx} = -\frac{12\mu}{W^3}Q \quad (9)$$

Закон сохранения массы записывается в виде [49]

$$\frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{dx} + Q_L = 0 \quad (10)$$

Здесь Q_L обозначает величину утечки жидкости гидроразрыва через края трещины в породу. В работе [40] и последующих исследованиях [42, 44, 49-51] предполагается, что утечка Q_L отсутствует, а в большинстве современных исследований [41, 50] считается, что она подчиняется эмпирическому закону Картера [31].

$$Q_L(x, t) = \frac{2C_L}{\sqrt{t-t_{exp}(x)}} \quad (11)$$

где C_L — коэффициент фильтрации, характеризующий проницаемость породы, $t_{exp}(x)$ — время прохождения фронтом жидкости L_f точки x , т.е.

$$t_{exp}[L_f(t')] = t', \quad 0 \leq t' \leq$$

$$t \quad (12).$$

Математическая интерпретация выражения (12) соответствует тому, что зависимость $t_{exp}(x)$ является обратной для $L_f(t)$. В первоначальном варианте модели считалось, что $L_f = L$, тогда $t_{exp}(x)$ является обратной функцией для $L(t)$.

Однозначное решение системы дифференциальных уравнений (9), (10) невозможно без постановки граничных условий. На левой границе задаётся расход нагнетательной скважины для трещины автоГРП или расход жидкости ГРП, закачиваемой в формирующуюся трещину с помощью скважины:

$$Q(0,t) = Q_{in}(t). \quad (13)$$

Как правило [40, 41, 44, 45, 50, 52, 53], считается, что жидкость занимает весь объем крыла взрыва до его вершины. Таким образом, граничное условие на конце крыла принимает вид

$$Q(L,t) = 0 \quad (14)$$

Из (13) и (14) с использованием уравнения (10) в предположении о постоянстве скорости Q_{in} жидкости, поступающей в скважину, можно вывести уравнение баланса массы жидкости.

$$Q_{in}t = \int_0^{L_f(t)} W(x,t)dx + \int_0^t \int_0^{L_f(t)} Q_L(x,t)dxdt. \quad (15)$$

Однако в этой формуле с учетом $W(L) = 0$ следует, что давление гидравлической жидкости трещины на концевке крыла трещины становится бесконечным [54]. Для предотвращения этого в ряде работ, посвященных вычислительному применению модели (см., например, [51]), предполагается, что фронт жидкости L_f отстает от кромки острия.

$$L \quad - \quad L_f \quad > \quad 0 \quad (16)$$

По соотношению определяется положение фронта жидкости на крыле трещины L_f

$$Q(L_f,t) = 0, \quad (17)$$

а на фронте жидкости формируется граничное условие

$$p_{net}(L_f,t) = -\sigma_{min} \quad (18)$$

Условие (18) определяет нулевое полное давление на фронте жидкости. Обратите внимание, что напряжение p_{net} в сечении от L_f до L также считается равным $-\sigma_{min}$. Из (13) и (17) с помощью уравнения (10) получаем уравнение баланса жидкости (15) с учетом замены L_f на L .

Для преодоления проблемы предоставляется основная информация

$$\begin{aligned} L(0) = L_0, \quad L_f(0) = L_0, \\ W(x,0) = W_0, \quad 0 < x < L_0, \end{aligned} \quad (19)$$

Раскрытие и длина начальной трещины L_0 и W_0 являются параметрами, необходимыми для начала распространения трещины. Исследования, проведенные в работах [53, 55, 56], показали, что конкретные значения этих параметров не оказывают существенного влияния на распространение как одномерных, так и двумерных трещин.

Общая модель KGD без жидкости за вершиной трещины описывается интегральным соотношением (3), условием (5) или (6), уравнениями (9) и (10), двумя из трех граничных условий (13), (14) и (15) и начальными данными (19). При этом предполагается, что $K_{Ic} > 0$. В случае, если трещиностойкость породы отсутствует, условие (5) или (6) заменяется более простым условием (7).

Исследования, выполненные с использованием модели KGD [40], позволяют установить зависимость ширины трещины от её длины, а также динамику давления в скважине. Это давление с течением времени быстро снижается (см. рис. 6а). На рис. 6б показано безразмерное раскрытие трещины Ω при отсутствии оттока ($Q_L = 0$)

$$\Omega(\xi) = \frac{W(\xi)}{W(0)}, \quad \xi = \frac{x}{L} \quad (20)$$

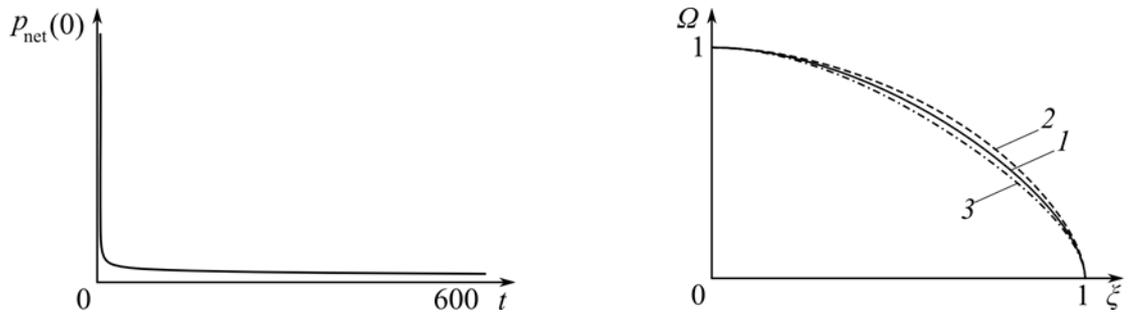


Рис. 6. Динамика избыточного давления на скважине $p_{\text{net}}(0)$ (а) и безразмерной ширины трещины Ω (б) в зависимости от расхода: $Q_{\text{in}} = 1 \text{ м}^3/\text{сут.}$ (1), $10 \text{ м}^3/\text{сут.}$ (2), $100 \text{ м}^3/\text{сут.}$ (3)

В [50] установлено, что при отсутствии убывания (11) весь процесс ГРП сбалансирован, т.е. в каждый момент времени вычисляются характеристики состояния раскрытия трещины, начиная с момента начала инициации процесса. В работе [53] было установлено, что при долгих периодах формирования трещины ее поведение зависит главным образом от количества жидкости, вытекающей из трещины в горную породу.

Модель KGD включает в себя механику вязкости повреждения породы (5). В работе [53] показано, что на долгосрочную трещиностойкость влияет только профиль крыла трещины вблизи ее вершины. Теория отставания жидкости от вершины трещины является значительным компонентом современной механики (16). В работах [54, 57-59] данное явление исследовалось с точки зрения воздействия фронта жидкости, находящегося за вершиной трещины, на профиль крыла трещины близко к ее вершине, которая имеет довольно большую длину L .

Стоит отметить, что в [44] было предложено реалистичное определение жидкости ГРП как неньютоновской жидкости с реологией, называемой псевдопластической жидкостью. В этом случае уравнение импульса (9) принимает другой вид

$$\frac{dp_{\text{net}}}{dx} = - \frac{2^{n+1}(2n+1)^n}{n^n} \frac{\mu}{W^{2n+1}} Q^n \quad (21)$$

В данной формуле, где n является показателем соотношения между давлением и скоростью деформации, а μ – мерой концентрации жидкости, имеющей размерность Па·с ^{n} , было предложено реалистичное понимание жидкости ГРП как неньютоновской жидкости с реологией, называемой псевдопластической жидкостью. В [45] были найдены автомодельные решения для этой формулы без запаздывания фронта жидкости (16) и установлено, что увеличение показателя n приводит к увеличению скорости распространения трещины гидроразрыва.

Существует ряд исследований, посвященных изучению модели KGD и нахождению автомодельных путей ее решения при различных предположениях [52].

2.3. Модель Перкинса-Керна-Нордгрена (РКН)

Перкинс и Керн [60] предложили иную теорию гидроразрыва пласта, которая отличается от концепции, принятой в модели KGD. Предполагается, что высота трещины гидроразрыва остается постоянной и равна H , что меньше общей длины трещины $2L$, как показано на рис. 7, причём трещина вскрывает пласт на всю его мощность, но в вертикальном сечении трещина является эллиптической, в боковом – прямоугольной. Ось z – вертикальная ось координат.

$$\frac{dp_{net}}{dx} = -\frac{64\mu}{\pi} \left(\frac{1}{W_{max}H^3} + \frac{1}{W_{max}H} \right) Q_{in} \quad (24)$$

где Q_{in} – постоянные во времени оттоки жидкости через сечение трещины. Из-за малой ширины W_{max} по сравнению с H первое слагаемое в скобках (24) опущено.

$$P_{net}^3 \frac{dp_{net}}{dx} = -\frac{8\mu Q_{in}(E')^3}{\pi H^4} \quad (25)$$

Добавим к (25) граничное условие L на вершине крыла трещины

$$p_{net}(L) = 0, \quad (26)$$

что, согласно (22), определяет смыкание краев трещины в вершине. Интегрируя (25) от вершины трещины к стволу, получаем связь избыточного давления от координаты x .

$$P_{net}(x) = \frac{2}{H} \left[\frac{2\mu Q_{in}(E')^3}{\pi} (L - x) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (27)$$

Из (22) с учетом (27) следует, что максимальная ширина эллиптической части трещины зависит от расстояния до ствола

$$W_{max}(x) = 4 \left[\frac{2\mu Q_{in}}{\pi E'} (L - x) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (28)$$

Таким образом, в модели Перкинса-Керна форма профиля вскрытия трещины не зависит от времени, и весь процесс ГРП находится в равновесии.

Несовершенством модели Перкинса-Керна [60] является то, что она не учитывает перетекание жидкости через стенки трещины в горные породы и невозможность отображения изменения размера трещины и определения ее длины. Они были преодолены Нордгреном [62] порядком прибавления уравнения Перкинса-Керна к нестационарному уравнению неразрывности течения несжимаемой жидкости.

$$\frac{dA}{dt} + \frac{dQ}{dx} + Q_L = 0 \quad (29)$$

где A – площадь поперечного сечения трещины $x = \text{const}$

$$A = \frac{1}{4} \pi H W_{max} \quad (30)$$

Здесь Q — объемный расход жидкости через это сечение, Q_L — объемный расход жидкости в породе на единицу длины трещины. Он подчиняется закону Картера (10) и выражению

$$Q_L = HQ_L. \quad (31)$$

Отметим, что при рассмотрении случая с нулевой утечкой модель РКН не сходится к модели Перкинса-Керна, так как поток жидкости изменяется по длине трещины из-за наличия члена в уравнении (29) dA/dt . Уравнение сохранения импульса в модели РКН получается из (24) заменой постоянного расхода Q_{in} на локальный $Q(x,t)$

$$\frac{dP_{net}}{dx} = -\frac{64\mu}{\pi W_{max}^3 H} Q \quad (32)$$

Таким образом, нестационарная модель РКН содержит уравнения неразрывности (29) и сохранения импульса (32) жидкости, а еще упругую зависимость наибольшей ширины трещины W_{max} в сечении $x = \text{const}$ от добавочного давления в этом сечении P_{net} (22). Подстановка P_{net} из (22) в (32) дает зависимость локального расхода Q от наибольшей шириной W_{max}

$$Q = -\frac{\pi E'}{512\mu} \frac{dW_{max}^4}{dx} \quad (33)$$

Сменяя A и Q в (29) выражениями (30) и (33), выводим дифференциальное уравнение для W_{max} .

$$\frac{dW_{max}}{dt} - \frac{E'}{128\mu H} \frac{d^2 W_{max}^4}{dx^2} + \frac{4}{\pi} Q_L = 0 \quad (34)$$

Для замыкания уравнения (34) для боковой поверхности трещины задаются изначальные данные

$$W_{max}(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq L', \quad (35)$$

и краевые условия

$$-\frac{\pi E'}{512\mu} \frac{dW_{max}^4}{dx} \Big|_{x=0} = Q_{in}, \quad W_{max}|_{x=L'} = 0 \quad (36)$$

В (35) и (36) значение длины $L' > L(t)$ является правой границей зоны моделирования процесса ГРП.

Необходимо подчеркнуть, что система (34) – (36) является замкнутой. Длина трещины $L(t)$ заменяется правой границей зоны моделирования $L_0(t)$, и

уравнение для ее определения отсутствует. Отметим, что уравнение (34) имеет параболический тип, из-за этого действие граничных условий должно расширяться на всю область решения. Из-за этого расположение правой границы должно воздействовать на решение, хотя воздействие от него очень быстро снижается. Из-за этого длина $L(t)$ в процессе решения устанавливается как наименьшая координата, при которой добивается нулевая ширина $W_{max}(L) = 0$, т. расстояние, на котором эти воздействия существенны. Предполагается, что между концом трещины $L(t)$ и точкой L' трещина остается закрытой.

$$W(x,t) = 0, \quad L(t) \leq x \leq L'. \quad (37)$$

После усовершенствования Нордгрена модель РКН дала взаимозависимость длины трещины L , ширины трещины W_{max} и давления в скважине p_{net} от времени развития трещины. В основном случае данные зависимости можно получить численно. Если анализировать предельные случаи, то можно обнаружить эти зависимости в явном виде. Для большого оттока или долгого времени развития трещины ГРП в [62] получены следующие формулы (в зависимости от времени t):

$$L(t) = \frac{2Q_{in}}{\pi C_L H} t^{1/2} \quad (38)$$

$$W_{max}(0, t) = 8 \left[\frac{\mu Q_{in}^2}{\pi^2 E' C_L H} \right]^{1/4} t^{1/8} \quad (39)$$

$$P_{net}(0, t) = 4 \left[\frac{(E')^3 \mu Q_{in}^2}{\pi^3 C_L H^5} \right]^{1/4} t^{1/8} \quad (40)$$

При отсутствии утечек или небольшом времени разработки еще определяются следующие зависимости:

$$L(t) = 0,68 \left[\frac{4E'Q_{in}^3}{\mu H^4} \right]^{1/5} t^{4/5} \quad (41)$$

$$W_{max}(0, t) = 2,5 \left[\frac{8\mu Q_{in}^2}{E' H} \right]^{1/5} t^{1/5} \quad (42)$$

$$P_{net}(0, t) = 2,5 \left[\frac{(E')^4 Q_{in}^2}{4H^6} \right]^{1/5} t^{1/5} \quad (43)$$

Показано, что количество жидкости гидроразрыва, утекшей в горные породы, задаёт всеобщее движение гидроразрыва.

Независимо от того, что обе модели PKN и KGD являются одномерными, остановимся на существенном различии, позволяющем отличить модели PKN и KGD между собой. В модели PKN отношение между шириной трещины и добавочным давлением носит ограниченный характер – раскрытие каждой точки трещины зависит лишь от напряжения в данной точке (22). Это позволяет объединить систему уравнений модели к дифференциальному уравнению или системе уравнений. В KGD, поскольку в описанной ниже радиальной модели, эта зависимость имеет всеобщий характер – раскрытие трещины в каждой точке зависит от распределения давления по всей трещине (2). Это приводит к возникновению объединенных интегро-дифференциальных уравнений, которые способны решаться либо итерационными методами, либо, в некоторых случаях, аналитически [50, 53].

Модель PKN не учитывает трещиностойкость породы. Считается, что жидкость разрыва заполняет всю трещину до ее границы, на высоте трещин отчетливых напряжений нет. Подобным образом, в данной модели не предусматривается механика движения конца трещины.

Учет псевдопластической реологии в модели PKN (как и в модели KGD (20)) выявился весьма сложным [63] и не нашел обширного применения.

Существует гибридная модель PKN—KGD с утечками фильтрующей жидкости в скелет пористой среды, основным направлением совершенствования гидромеханических моделей трещины представляется совершенствование расчета водоотдачи в породе, поскольку этот процесс определяет объем трещины. Одномерные модели более подходят для разработки новых подходов к описанию данного процесса. В работах [32, 33] обсуждалась одномерная модель гидроразрыва пласта, была предложена подмодель поглощения жидкости, основанная на описании фильтрации жидкости в породе при поршневом подходе. В качестве базовой была принята модель с локальной зависимостью ширины трещины от давления (например, модель PKN) (22), где уравнения сохранения импульса (8) и неразрывности (9) имеют вид, как в модели KGD. Модель используется для описания процесса

течения жидкости между двумя пластинами. Для этой цели авторы [32, 33] вывели интегральную взаимозависимость (21) от z от $-H/2$ до $H/2$ и зависимость площади эллиптического сечения A от избыточного давления в сечении p_{net} .

$$A = \frac{\pi P_{net} H^2}{2E'} \quad (44)$$

После этого была введена средняя раскрытость трещины.

$$W = \frac{A}{H} \quad (45)$$

и получена связь между избыточным давлением p_{net} и средней шириной

$$W = \frac{\pi H}{2E'} P_{net} \quad (46)$$

Видно, что здесь используется не максимальное раскрытие трещины W_{max} , а среднее по высоте W

$$W = W_{max} \frac{\pi}{4} \quad (47)$$

Далее, предполагая, что вертикальное сечение трещины прямоугольное, шириной W и высотой H , в [32, 33] использовались уравнения процесса жидкости для модели KGD, — неразрывности (9) и импульса (8), характерные для межпараллельных потоков на расстоянии W от поверхностей.

Оставив в стороне вопрос физической точности подобный гибридной модели, обратим внимание на используемые в ней трудности, и в основном на одномерную модель количества жидкости гидроразрыва, утекающей в породы.

Выход картеровой жидкости (10) заменен поршневым механизмом попадания гидроразрывной жидкости в горную породу. Предполагается, что в породу поблизости трещины проникает гидравлическая жидкость из трещины на глубину Y , как показано на рис. 8. Движение в зоне входа считается одномерным и описывается уравнениями.

$$v_r = v_r(t), \quad (48)$$

$$\frac{dPr}{dy} = -\frac{\mu}{k} v_r \quad (49)$$

$$\frac{dY}{dt} = v_r \quad (50)$$

где v_r — скорость жидкости в породе по нормали к краям трещины, p_r — избыточное давление гидравлической жидкости трещины в породе, k — абсолютная проницаемость породы. Для замыкания уравнений (48), (49) и (50) на краю трещины ставится условие

$$p_r|_{y=\frac{w}{2}} = p_{net} \quad (51)$$

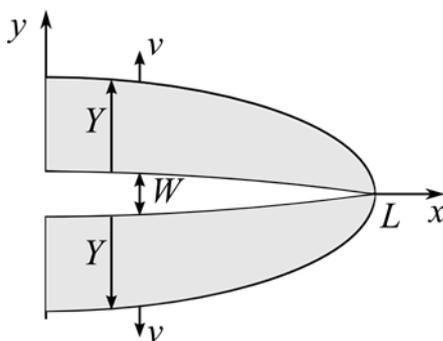


Рис. 8. Зона проникновения гидравлической жидкости в породе

И считается на границе зоны прорыва

$$p_r|_{y=\frac{w}{2}+Y} = 0 \quad (52)$$

$v_r(t)$ находится из решения задачи (48)–(52), а в (9) положено $Q_L = 2v_r$. Уравнения (8), (9) и (46) дополняются граничными условиями (12) и (26).

Необходимо подчеркнуть, что эмпирический закон Картера представляется аппроксимацией поршневого механизма, предложенного в [32,33]. На самом деле, если пренебречь изменением давления в трещине во времени ($p_{net} = const$), то уравнение (49) с граничными условиями (51), (52) дает соотношение между скоростью фильтрации и избыточным давлением.

$$v_r = \frac{P_{net}k}{\mu Y} \quad (53)$$

Из (50), (53) и условия $Y(t_{exp}) = 0$ следуют выражения для глубины зоны проникновения

$$Y = \sqrt{\frac{2P_{net}K}{\mu}} t_{exp} \quad (54)$$

и скорости потерь

$$v_r = \sqrt{\frac{2p_{net}K}{\mu}} \frac{1}{\sqrt{t-t_{exp}}} \quad (55)$$

в этом случае (55) соответствует закону Картера (10) со значением эмпирического коэффициента.

$$C_L = \sqrt{\frac{2p_{net}K}{\mu}} \quad (56)$$

В [8, 9] найдены автомодельные решения поставленной задачи для малого и большого расхода жидкости ГРП. В первом случае решение стремится к решению по модели PKN. При больших утечках скорость роста и раскрытие трещины значительно снижается. Отметим, что в [34] модель была усовершенствована за счет учета псевдопластической реологии жидкости (20). Показано, что использование жидкости с псевдопластической реологией в модели, описанной в этом разделе, позволяет ускорить распространение трещины гидроразрыва.

2.4. Гибридная модель PKN—KGD с закачкой жидкости ГРП и загрязнением пропанта

Рассмотренная выше гибридная модель PKN—KGD с фильтрацией жидкости в пласте [32, 33] дополнена приближением равномерного движения жидкости с частицами пропанта, имеющими постоянную объемную концентрацию α по всей длине трещины. Она позволяет определить влияние примесей частиц жидкости гидроразрыва пласта на динамику раскрытия трещины и окончательную форму.

Считается, что за счет закачки жидкости ГРП в пласт взвешенные частицы подходят к краям трещины, достигают стенки и «прилипают» к ней, образуя пропантный слой, как показано на рис. 9, в дополнение к значениям, описанным в гибридной модели PKN—KGD с потоками жидкости в породе, причём ε – эффективная ширина трещины.

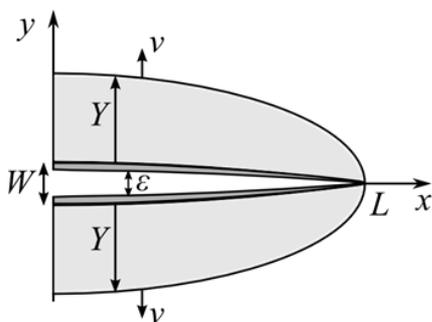


Рис. 9. Зона проникновения гидравлической жидкости трещины в породе и тонкий слой проппанта «прилипшего» к стенкам трещины

Вводятся скорость частиц, прилипающих к стенке ω , пористость породы β и скорость гидравлической жидкости трещины по нормали вне трещины v . Равенство для концентрации частиц

$$\alpha(v + \omega) = \omega, \quad (57)$$

даёт соотношение

$$w = \frac{\alpha}{1-\alpha} v \quad (58)$$

Из условия непрерывности течения жидкости через слой прикрепленных частиц получаем зависимость

$$(1 - \alpha)(v + \omega) = \beta v_r, \quad (59)$$

дающую с учётом (58) соотношение

$$v_r = \frac{1}{\beta} v \quad (60)$$

В этом случае уравнение неразрывности (59) учитывает осаждение частиц на стенках

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{dQ}{dx} + Q_L = 0 \quad (61)$$

где ε – ширина трещины W за вычетом двух толщин частиц, прилипших к ее стенкам, а количество гидравлического потока жидкости из трещины определяется по формуле.

$$Q_L = 2(v + \omega). \quad (62)$$

Движение в зоне вскрытия рассматривается, как и в гибридной модели PKN—KGD, по оттоку жидкости в породе (48)–(52). На основании граничных условий (51) и (52) получаем уравнение из (49)

$$v_r = \frac{kp_{net}}{\mu Y} \quad (63)$$

которое с учётом (50) преобразуется к виду

$$\frac{dY^2}{dt} = \frac{2kP_{net}}{\mu} \quad (64)$$

Другое уравнение следует из определения ω

$$2\omega = \frac{d}{dt}(W - \varepsilon) \quad (65)$$

Из (58), (60) и (50) находим соотношение

$$2\omega = \frac{2\alpha\beta}{1-\alpha} \frac{dY}{dt} \quad (66)$$

меняем его на (65) и интегрируем полученное уравнение с учетом начальных условий при $t = 0$

$$W = \varepsilon = Y = 0, \quad (67)$$

получим

$$\varepsilon = W - \frac{2\alpha\beta}{1-\alpha} Y \quad (68)$$

Тогда, исключая v и ω из (62), находим выражение утечки

$$Q_L = \frac{2\beta kp_{net}}{(1-\alpha)\mu Y} \quad (69)$$

Наконец, рабочая модель [35] состоит из уравнений (8), (61), (63), (68), (69) и граничных условий на входе в крыло трещины (62) и вершине трещины

$$W|_{x=L(t)} = 0 \quad (70)$$

Аналогичные решения задачи были найдены и в [35]. Было показано, что присутствие частиц в жидкости для гидроразрыва препятствует росту трещины. Размер частиц нагнетаемой смеси влияет на время заполнения трещины и в некоторой степени на окончательную форму. В [36] рассмотрен метод распространения ГРП с заданным давлением закачки

$$p_{net}|_{x=0} = p_{in} \quad (71)$$

Установлено, что такие условия ограничивают рост трещины. Открытая трещина полностью заполнена пропантом, начиная с ее границы.

3. Интегральная модель расчёта объёма суспензионного состава для блокирования трещины автоГРП

В пласт мощностью h с трещиной автогидроразрыва пласта (автоГРП) шириной w (рис. 10) и полудлиной l , распространяющейся вдоль оси x (рис. 11) проводится закачка суспензии с расходом Q и объёмной концентрацией дисперсных частиц C через скважину с радиусом r_w . При этом в пласте имеются непроницаемые глинистые пропластки суммарной толщиной h_2 . Дисперсные частицы оседают на стенках трещины, блокируя её для движения флюида, что предотвращает ранее обводнение продукции реагирующих добывающих скважин. В рамках интегрального подхода можно определить время полного блокирования трещины, если использовать баланс массы закачиваемой и оседающей в трещине. При этом предполагается, что частицы суспензии полностью блокируют трещину и между ними нет объёма, недоступного для движения флюида или существенно снижающего фильтрационно-емкостные свойства трещины автоГРП. Такое возможно при закачке растворов полиакриламида с частицами бентонитовой глины.

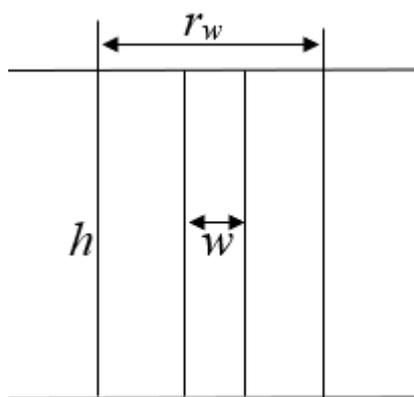


Рис. 10. Скважина и трещина автоГРП в поперечном разрезе.

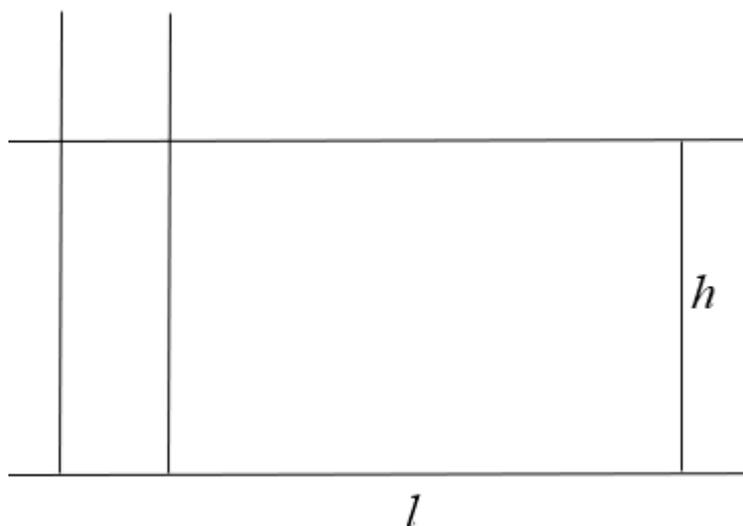


Рис. 11. Скважина и трещина автоГРП в пласте, вид сбоку.

По определению расход частиц суспензии

$$Q_s = \frac{V}{t} \quad (71)$$

где t – время полного блокирования трещины, V – объём закачанных частиц суспензии, равный объёму трещины автоГРП при её полном блокировании:

$$V = wl(h - h_r) \quad (72)$$

В выражении (72) учтено, что фильтрация не происходит в непроницаемых глинистых пропластках.

При этом

$$Q_s = cQ \quad (73)$$

С учётом уравнений (71)–(73) для расхода смеси можно получить выражение

$$Q = \frac{wl(h - h_r)}{ct} \quad (74)$$

Отсюда время полного блокирования трещины

$$t = \frac{wl(h - h_r)}{cQ} \quad (75)$$

Для модельного пласта можно взять следующие значения: $Q=10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 0,001 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$, $C=0,02$, $h=30$ м, $h_2=5$ м, $l=200$ м, $w=5 \cdot 10^{-3} \text{м}=0,005$ м [64]. В таком случае время полного блокирования трещины будет составлять $125 \cdot 10^4$ с.

Предложенная выше модель позволяет определить время полного блокирования трещины в случае частиц бентонитовой глины, когда трещина заполняется дисперсными частицами полностью (рис. 12), без пустотного пространства между этими частицами. Однако в случае использования частиц мела необходимо учитывать упаковку дисперсных частиц. Вводится допущение о том, что дисперсные частицы имеют форму шара с поверхностью сферы радиусом r .



Рис. 12. Модель полного блокирования трещины.

Простейшей упаковкой частиц является правильная кубическая упаковка (рис. 13).

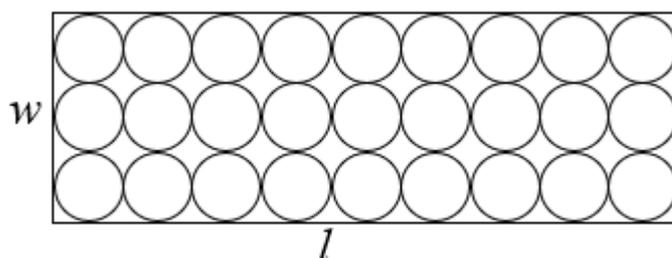


Рис. 13. Правильная кубическая упаковка.

Объём одной частицы равен

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (76)$$

Объём закачанных частиц суспензии равен произведению количества частиц суспензии N на объём одной частицы (поскольку частицы одинаковые)

$$V = N \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (77)$$

С другой стороны, с учётом определения объёмной концентрации частиц суспензии

$$V = CV_s \quad (78)$$

где V_s – объём закачанной суспензии.

В качестве элемента симметрии в такой упаковке можно выбрать куб, в который вписан один шар – одна частица радиусом r с центром O . Сторона такого куба будет равна $2r$ или d – диаметру частицы (рис. 14).

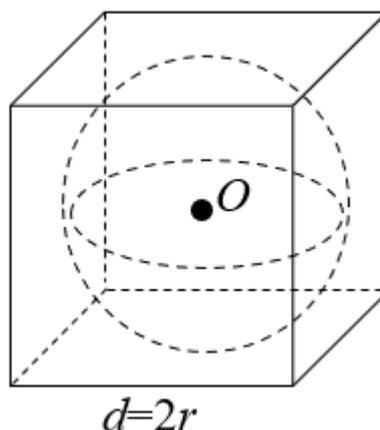


Рис. 14. Элемент симметрии в правильной кубической упаковке.

Объём такого куба равен

$$V_c = d^3 = 8r^3 \quad (79)$$

Объём пустотного пространства на рис. 14 может быть найден по определению как

$$V_{p1} = V_c - V_1 \quad (80)$$

В соответствии с формулами (76) и (79) выражение (80) можно переписать в виде

$$V_{p1} = r^3 \left(8 - \frac{4}{3} \pi \right) \quad (81)$$

Количество кубов (рис. 14) во всём объёме трещины можно найти как

$$N = \frac{V}{V_c} \quad (82)$$

С учётом выражений (72) и (79) формулу (82) можно переписать в виде

$$N = \frac{wl(h - h_r)}{8r^3} \quad (83)$$

Итак, из выражения (83) можно рассчитать количество дисперсных частиц в объёме трещины при её полном блокировании, поскольку в один элемент симметрии входит только одна частица. После этого по формуле (77) можно рассчитать объём закачанных частиц, а из (78) – найти объём закачанной суспензии для полного блокирования трещины.

Далее можно рассчитать пористость получившейся системы по определению

$$m = \frac{V_p}{V} \quad (84)$$

где объём пустотного пространства

$$V_p = NV_{p1} \quad (85)$$

Поскольку абсолютная проницаемость k и пористость m связаны по формуле Козени-Кармана

$$k = k_0 \left(\frac{m}{m_0} \right)^n \quad (86)$$

где k_0 – постоянная с размерностью проницаемости, m_0 – постоянная с размерностью пористости, n – показатель степени, то можно определить абсолютную проницаемость из (86) с учётом (84) и (85).

Трещину, заполненную дисперсными частицами, можно рассматривать как пористую среду. Тогда скорость фильтрации определяется по закону Дарси как

$$v = \frac{k}{\mu} \text{grad}P \quad (87)$$

где μ – динамическая вязкость смеси, P – давление.

В случае одномерной плоскопараллельной фильтрации формула (87) приобретает вид

$$v = \frac{k \Delta P}{\mu l} \quad (88)$$

где ΔP – перепад давления по трещине.

В незаблокированной трещине скорость потока определяется по формуле Пуазейля для канала прямоугольного сечения

$$v_f = \frac{w^2 \Delta P}{12\mu l} \quad (89)$$

Тогда отношение скорости после блокирования трещины к скорости до блокирования с учётом (88) и (89) определяется как

$$\frac{v}{v_f} = \frac{12k}{w^2} \quad (90)$$

Предполагается, что вода оттекает в пласт через боковые стенки трещины, при этом по закону Дарси её скорость фильтрации с учётом одномерной плоскопараллельной фильтрации

$$v_r = \frac{k_r \Delta P_r}{\mu L} \quad (91)$$

где k_r – проницаемость пласта, ΔP_r – перепад давления в пласте, L – расстояние до контура питания – такой части пласта, на которой давление выходит на стационарное (пластовое) значение.

Тогда отношение скорости после блокирования трещины к скорости фильтрации воды с учётом (88) и (91) определяется как

$$\frac{v}{v_r} = \frac{k \Delta P L}{k_r \Delta P_r l} \quad (92)$$

Это и есть критерий по скорости. Его физический смысл понятен из следующих рассуждений.

В процессе закачки суспензии в трещину автоГРП вода как несущая фаза фильтруется в пласт через боковую поверхность трещины, а дисперсные частицы забивают саму трещину. Образовавшуюся пористую среду внутри трещины будем рассматривать в рамках модели эффективного грунта. Крайние значения пористости в этой модели определяются двумя видами упаковки: правильной кубической и правильной гексагональной. Ширина трещины обозначена w , половина длины трещины – l . Для вычисления объема закачанных частиц суспензии необходимо определить объем элемента симметрии, который является шаром, вписанным в куб со стороной, равной диаметру шара. Объем закачанных частиц суспензии равен произведению количества частиц N на объем шара радиуса r . Количество закачанных в трещину частиц суспензии из геометрических соображений. Объем пустотного пространства определяется разностью объема трещины и объема всех дисперсных частиц. Для определения скорости оттока несущей фазы (воды) v_r используется закон Дарси, проницаемость в котором определяется по формуле Козени-Кармана. Скорость потока суспензии v_f по трещине определяется по формуле Пуазейля для канала прямоугольного сечения. Скорость потока воды по заблокированной трещине v определяется по закону Дарси. Соотношение скоростей определяет эффективность блокирования трещины автоГРП. Блокирование является эффективным, если скорость потока по заблокированной трещине не превосходит скорость оттока воды через боковую поверхность этой трещины, что и показывает критерий эффективности.

Время блокирования трещины автоГРП определяется скоростью закачки суспензии и геометрическими размерами трещины. Тогда легко найти требуемый для блокирования трещины объем реагента.

В модельном случае $C=0,02$, $h=30$ м, $h_c=5$ м, $l=200$ м, $w=5 \cdot 10^{-3}$ м, $r=3 \cdot 10^{-4}$ м [42], $k_o=k_r=100$ мД=10⁻¹³ м², $m_o=0,1$, $n=2$, $\Delta P=1$ МПа=10⁶ Па, $\Delta P_r=100$ атм=10⁷ Па, $L=100$ м.

Необходимо найти время полного блокирования трещины, пористость получившейся системы и отношение скорости после блокирования трещины к скорости фильтрации воды.

Сначала надо найти объём пустотного пространства

$$\begin{aligned} V_{p1} &= r^3 \left(8 - \frac{4}{3} \pi \right) = (3 \cdot 10^{-4})^3 \cdot \left(8 - \frac{4}{3} 3.14 \right) \\ &= 27 \cdot 10^{-144} \cdot 3.814 = 102.978 \cdot 10^{-144} \text{ м}^3 \end{aligned}$$

можно рассчитать количество дисперсных частиц в объёме трещины при её полном блокировании, поскольку в один элемент симметрии входит только одна частица.

$$N = \frac{wl(h-h_r)}{8r^3} = \frac{0.005 \cdot 200 \cdot 25}{8 \cdot (3 \cdot 10^{-4})^3} = \frac{25}{216 \cdot 10^{-144}} = 0.1157 \cdot 10^{144}$$

$$V_p = NV_{p1} = 0.1157 \cdot 10^{144} \cdot 102.978 \cdot 10^{-144} \text{ м}^3 = 11.9145 \text{ м}^3$$

Далее можно рассчитать пористость

$$m = \frac{V_p}{V} = \frac{V_p}{wl(h-h_r)} = \frac{11.9145 \text{ м}^3}{25} = 0.47658$$

Поскольку абсолютная проницаемость k и пористость m связаны по формуле Козени-Кармана то можно рассчитать абсолютную проницаемость

$$k = k_0 \left(\frac{m}{m_0} \right)^n = 10^{-13} \left(\frac{0.47658}{0.1} \right)^2 \text{ м}^2 = 22.7128 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$$

Рассчитаем отношение скорости после блокирования трещины к скорости до блокирования

$$\frac{v}{v_f} = \frac{12k}{w^2} = \frac{12 \cdot 22.7128 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2}{(0.005)^2} = 10.9021 \cdot 10^{-7}$$

Тогда можно найти отношение скорости после блокирования трещины к скорости фильтрации воды

$$\begin{aligned} \frac{v}{v_r} &= \frac{k \Delta P L}{k_r \Delta P_r l} = \frac{22.7128 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2 \cdot 10^6 \cdot 100}{10^{-13} \cdot 10^7 \cdot 200} = \frac{22.7128 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} \\ &= 113.564 \end{aligned}$$

4. Модель Сликтера для гексагональной упаковки

Модель Сликтера используется для правильной гексагональной упаковки (рис. 15). Элемент симметрии такой модели в сечении представляет собой три частицы – окружности, при соединении центров которых образуется равносторонний треугольник со стороной r (рис. 16), угол α в таком треугольнике равен 60° . В объеме элемент симметрии показан на рис. 17.

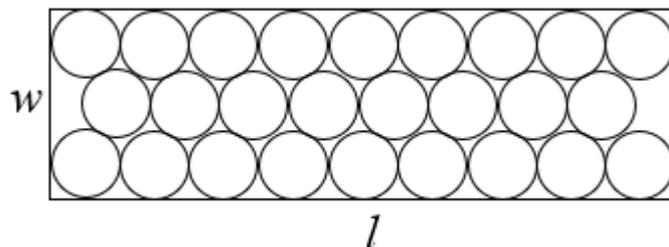


Рис. 15. Правильная гексагональная упаковка.

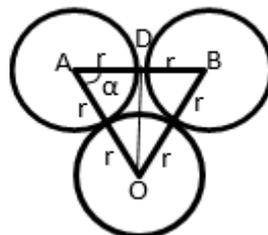


Рис.16. Элемент симметрии в сечении

Из геометрии

$$OD=H$$

OD – высота равностороннего треугольника, равная H , поскольку треугольник равносторонний, угол треугольника $\alpha = 60^\circ$.

Известно:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

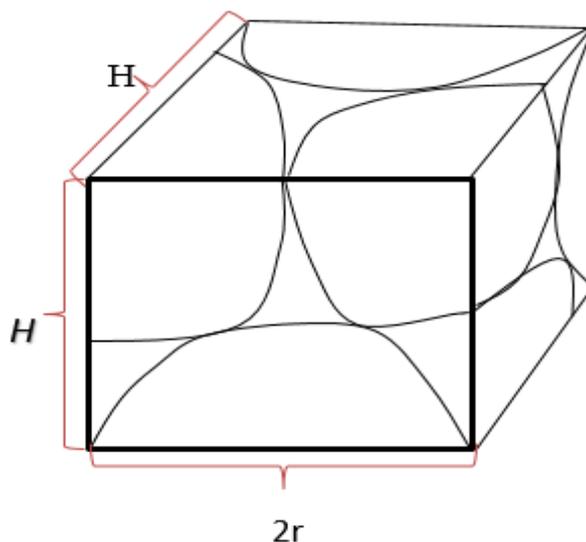


Рис.17. Элемент симметрии в объёме

При рассмотрении явлений фильтрации модель Слихтера для гексагональной упаковки заменяет действительную пору весьма сложного строения идеальной цилиндрической порой, площадь поперечного сечения которой равна площади поперечного сечения действительной поры в её самом узком месте, а длина поры равна ребру основного ромбоэдра, но не высоте его. В этом и состоит предложенный Слихтером переход от гексаганальной упаковки к идеальному.

$$l = 1,065d \quad (93)$$

где l – длина прямолинейной упаковки, d – диаметр.

Вводится средняя площадь

$$A_m = 1,436A_e. \quad (94)$$

где A_e есть эффективная площадь.

Для средней скорости ламинарного течения формула примет вид

$$w_0 = \frac{PA_m}{20\mu l\sqrt{3}}$$

где w_0 – средняя скорость ламинарного течения, P – давление.

Внося сюда l и A_m по формулам (93) и (94), мы получим

$$w_0 = \frac{PA_e}{8\pi\mu d}, \quad (95)$$

так как с большой точностью мы имеем

$$\frac{1,065 \cdot 20\sqrt{3}}{1,436} = 8\pi.$$

по формуле (95), если в последней положить

$$w = A_e, \quad h = d. \quad (96)$$

Так что фактически при $\alpha = 60^\circ$ средняя скорость жидкости по перфорированному каналу становится такой, как если жидкость проходит через круглый цилиндр, представляющий собой трубу и площадь поперечного сечения этой трубы равна A_e , длина трубы равна d , то есть равна длине ребра главного ромбоэдра.

Слихтер обобщает формулу (95) на случай, когда $\alpha > 60^\circ$ в этом случае для области A_e Слихтер принимает половину площади S , поскольку при $\alpha = 60^\circ$ площадь S сводится к двум одинаковым треугольникам с равными углами.

Итак, у нас есть

$$A_e = \frac{1}{2}d^2 \left(\sin \alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{nd^2}{2} \sin \alpha. \quad (97)$$

где n – просветность,

$$d = \frac{h(1 + \cos \alpha)}{\sin \alpha \sqrt{1 + 2 \cos \alpha}}. \quad (98)$$

Внося (97) и (98) в (95), мы находим

$$w_0 = \frac{Pd^2n}{16\pi\mu h} B(\alpha) \quad (99)$$

где введено обозначение

$$B(\alpha) = \frac{\sin^2 \alpha \sqrt{1 + 2 \cos \alpha}}{1 + \cos \alpha} \quad (100)$$

которое можно представить также в виде

$$B(\alpha) = 1 - \cos \alpha \sqrt{1 + 2 \cos \alpha} \quad (101)$$

так как

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha = (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) \\ (1 - \cos \alpha) \sqrt{1 + 2 \cos \alpha} &= \frac{\pi}{6(1 - m)} \end{aligned}$$

Внося это значение в (101), мы получаем

$$B(\alpha) = \frac{\pi}{6(1-m)} \quad (102)$$

и формула (99) для средней скорости в поровой трубке принимает теперь вид

$$w_0 = \frac{nd^2P}{96(1-m)\mu h} \quad (103)$$

$$Q = Sw_0 = nS_1w_0 \quad (104)$$

где Q – общий расход жидкости, S_1 — площадь ромба, лежащего в основании ромбоэдра.

Скорость фильтрации w , согласно определению, равна

$$w = \frac{Q}{S_1} \quad (105)$$

откуда следует, что скорость фильтрации w будет равна

$$w = nw_0 \quad (106)$$

Внося (103) в (104), мы получим известную формулу Слихтера для скорости фильтрации в гексагональной упаковке

$$w = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{P}{h} \quad (107)$$

где величина k равна

$$k = \frac{n^2d^2}{96(1-m)} \quad (108)$$

и называется теоретической проницаемостью Слихтера,

$$0,26 < m < 0,48 \quad (109)$$

где m – теоретической интервал, в котором, по Слихтеру, заключена пористость гексагональной упаковки, мы имеем приближённую формулу

$$\frac{1}{1-m} = C_1\sqrt{m} \quad (110)$$

$$n = C_2m^{1,4} \quad (111)$$

где C_1 и C_2 – постоянные факторы. Из (110) и (111) мы получаем

$$\frac{n^2}{1-m} = C_3 m^{3,3} \quad (112)$$

где

$$C_3 = C_1 C_2^2 = 1,025 \quad (113)$$

С использованием (112) в (107), мы получим приближённую формулу Эльдифрави

$$k = 0,01057 m^{8,8} d^2 \quad (114)$$

связывающую теоретическую проницаемость k с пористостью m .

Вернёмся к формуле (95). Обозначим в ней A_e через w и подставим вместо d его значение из формулы (98), тогда мы получим из (95) формулу

$$w_0 = \frac{P_w}{8\pi\mu h_1} \quad (115)$$

причем, согласно (98), (100) и (102), мы имеем

$$\frac{h_1}{h} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha \sqrt{1 + 2 \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{B(\alpha)} = \frac{6(1-m) \sin \alpha}{\pi} \quad (116)$$

где h – толщина пласта, h_1 – эффективная высота. Формула (115) выражает важную теорему Сликтера.

В рамках рассмотренной модели

$$\sin \alpha = \frac{\pi}{4(1-n)} \quad (117)$$

Внося (117) в (116), мы получим

$$h_1 = \frac{3(1-m)}{2(1-n)} h \quad (118)$$

Можно получить другую приближённую формулу для h_1 .

Так как

$$0 \leq \cos \alpha \leq \frac{1}{2} \quad (119)$$

то имеем приближённо

$$\sqrt{1 + 2 \cos \alpha} = 1 + \cos \alpha \quad (120)$$

а потому из (101) получаем

$$B(\alpha) = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \quad (121)$$

Заменяя $B(\alpha)$ его значением из (102), находим

$$\sin \alpha = \sqrt{B(\alpha)} = \sqrt{\frac{\pi}{6(1-m)}} \quad (122)$$

Внося (122) в (116), мы получим приближённую формулу

$$h_1 = h \sqrt{\frac{\pi}{6(1-m)}} \quad (123)$$

Угол упаковки может варьироваться от 60° (плотная упаковка) до 90° (свободная упаковка). Из геометрических соображений Слихтер показал, что в общем случае

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \alpha)\sqrt{1 + 2 \cos \alpha}} \quad (124)$$

В модельном случае $C=0,02$, $h=30$ м, $h_2=5$ м, $l=200$ м, $w=5 \cdot 10^{-3}$ м, $m=0,005$ м, $r=3 \cdot 10^{-4}$ м, $k_0=k_r=100$ мД=10⁻¹³ м², $m_0=0,1$, $n=2$, $\Delta P=1$ МПа=10⁶ Па, $\Delta P_r=100$ атм=10⁷ Па, $L=100$ м; $\alpha=60^\circ$

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \alpha)\sqrt{1 + 2 \cos \alpha}} = 0,26$$

$$t = \frac{(1-m)wl(h-h_r)}{CQ} = 0,93c$$

$$k = k_0 \left(\frac{m}{m_0}\right)^n = 6,76 \cdot 10^{-13}$$

$$\frac{v}{v_r} = \frac{k\Delta PL}{k_r\Delta P_r l} = 0,34$$

$$V = \frac{(1-m)wl(h-h_r)}{C} = 925 \text{ м}^3$$

Таким образом, если пористость больше 26%, то применение указанного метода не является эффективным, поскольку скорость фильтрации по трещине будет больше, чем в материнской породе. При этом на значения пористости и объёма закачанного реагента не влияет размер частиц.

5. Выводы

1. Проведён обзор литературы, выявивший проблему прорыва воды в зону дренирования добывающих скважин по трещине автоГРП.
2. Предложен интегральный подход для определения времени блокирования трещины автоГРП при различных конфигурациях расположения дисперсных частиц в трещине.
3. Введён критерий эффективности блокирования трещины автоГРП, показывающий, что блокирование трещины является эффективным в случае, если скорость потока по трещине не превосходит скорость оттока несущей фазы через боковую поверхность.
4. Определен требуемый объем реагента для полного заполнения трещины автоГРП.

Список литературы

1. Maltsev V.V., Asmandiyarov R.N., Baikov V.A., Usmanov T.S., Davletbaev A.Ya. (2012) Testing of auto hydraulic-fracturing growth of the linear oilfield development system of Priobskoye oil field. *Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry*. 5. pp. 70–73.
2. Gimazov A.A., Bazyrov I.S. (2021) The development method of low-permeability and ultra-low-permeability reservoirs by waterflooding. SPE Russian Petroleum Technology Conference, Moscow, Russia, 12–15 October 2021. Paper No SPE-206416-MS. DOI: 10.2118/206416-MS
3. Izotov A.A., Afonin D.G. (2020) The collection of factors affecting the efficiency of low-permeable reservoirs development using flooding. *Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry*. 12. pp. 106–109. DOI: 10.24887/0028-2448-2020-12-106-109
4. Cheng C., Milsch H. (2021) Hydromechanical investigations on the self-propping potential of fractures in tight sandstones. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 54(6). pp. 5407–5432. DOI: 10.1007/s00603-021-02500-4
5. Singh P., Agarwal R.G. (1990) Two-step rate test: new procedure for determining formation parting pressure. *Journal of Petroleum Technology*. 42(1). pp. 84–90. DOI: 10.2118/18141-PA
6. Ridel A.A., Margarit A.S., Garifoullina R.A., Mazhar V.A., Almukhametov M.A., Petrov I.A. (2012) Improving the efficiency of oil and gas field development by optimizing the operation of injection wells. SPE Russian Oil & Gas Exploration & Production Technical Conference and Exhibition, Moscow, Russia, 16–18 October 2012. Paper No SPE-162057-MS. pp. 1–7. DOI: 10.2118/162057-MS
7. Balin D.V., Alekhin I.G., Brovko V.I., Naimyshin A.G. (2020) Application of 3D geomechanics modeling to enhance reservoir simulation model forecast in terrigenous fractured reservoir. SPE Russian Petroleum

- Technology Conference, Moscow, Russia, 26–29 October 2020. Paper No SPE-201977-MS. pp. 1–16. DOI: 10.2118/201977-MS
8. Yan W., Demin W., Zhi S., Changlan S., Gang W., Desheng L. (2004) Hydraulic fracturing of polymer injection wells. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, Perth, Australia, 18–20 October 2004. Paper № SPE 88592. pp. 1–4. DOI: 10.2118/88592-MS
9. Baykov V.A., Burakov I.M., Latypov I.D., Yakovlev A.A., Asmandiyarov R.N. (2012) The control of self-induced hydraulic fracturing process on RN-Yuganskneftegaz LLC oilfields. Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry. 11. pp. 30–33.
10. Holzhausen G.R., Egan H.N. (1987) Detection and control of hydraulic fractures in water injection wells. SPE California Regional Meeting, Ventura, California, USA, 8–10 April 1987. Paper № SPE 16362. pp. 1–8. DOI: 10.2118/16362-MS
11. Baykov V.A., Davletbaev A.Ya., Usmanov T.S., Stepanova Z. Yu., Asmandiyarov R.N. (2011) Special'nye gidrodinamicheskie issledovaniya dlya monitoringa za razvitiem treshchin GRP v nagnetatel'nyh skvazhinah [Special hydrodynamic studies to monitor the development of fractures in injection wells]. Petroleum Engineering. 1. pp. 65–77.
12. Davletbaev A., Baikov V., Bikbulatova G., Asmandiyarov R., Nazargalin E., Slabetskiy A., Sergeychev A., Nuriev R. (2014) Field studies of spontaneous growth of induced fractures in injection wells. SPE Russian Oil and Gas Exploration and Production Technical Conference and Exhibition, Moscow, Russia, 14–16 October 2014. Paper No SPE-171232-MS. pp. 1–10. DOI: 10.2118/171232-MS
13. Davletova A.R., Baikov V.A., Fedorov A.I., Davletbaev A.Ya. (2014) Geomekhanicheskoe modelirovanie napravleniya i traektorii razvitiya treshchin gidrorazryva plasta pri razrabotke nizkopronicaemyh kollektorov [Geomechanical modeling of the direction and trajectory of hydraulic fractures

in the development of low-permeability reservoirs]. Rosneft Oil Company Scientific and Technical Bulletin. 1(34). pp. 40–43.

14. Petukhov N. Yu., Kulushev M.M., Emelyanov A.G., Mironenko A.A. (2020) Experience in implementation a program for limiting the injection of a working agent at the Priobskoye field. Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry. 10. pp. 54–58. DOI: 10.24887/0028-2448-2020-10-54-58

15. Islamov A.I., Faskhutdinov R.R., Kolupaev D.Yu., Vereschagin S.A. (2018) On the mechanisms of the formation of zones with abnormally high rock pressure and methods for predicting them in undeveloped rock systems, Priobskoye field case study. Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry. 10. pp. 54–59. DOI: 10.24887/0028-2448-2018-10-54-59

16. Feng N., Chang Y., Wang Z., Liang T., Guo X., Zhu Y., Hu L., Wan Y. (2021) Comprehensive evaluation of waterflooding performance with induced fractures in tight reservoir: a field case. Geofluids. 2021. pp. 1–11. DOI: 10.1155/2021/6617211

17. Davletova A.R., Fedorov A.I., Shchutsky G.A. (2019) Risk analysis of self-induced hydraulic fracture growth in vertical plane. Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry. 6. pp. 50–53. DOI: 10.24887/0028-2448-2019-6-50-53

18. Shel E.V., Kabanova P.K., Tkachenko D.R., Bazyrov I.Sh., Logvinyuk A.V. (2020) Modelirovanie iniciacii i rasprostraneniya treshchin gidrorazryva plasta na nagnetatel'noj skvazhine dlya netreshchinovatyh terrigennyh porod na primere Priobskogo mestorozhdeniya [Modeling of initiation and propagation of hydraulic fracturing fractures at an injection well for non-fractured terrigenous rocks on the example of the Priobskoye field]. PRONEFT. Professionally about oil. 2020. 2(16). pp. 36–42. DOI: 10.7868/S2587739920020056

19. Seright R.S. (1997) Use of preformed gels for conformance control in fractured systems. SPE Production & Facilities. 12(1). pp. 59–65. DOI: 10.2118/35351-PA

20. Гильманов А. Я. Задача о блокировании техногенной трещины в пласте суспензионной смесью / А. Я. Гильманов, К. М. Фёдоров, А. П. Шевелёв // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2022. – Том 57. – № 6. – С. 27–35.
21. Wolcott D. (2009) Applied waterflood field development. Houston: Energy Tribune Publishing. 417 p.
22. Gazizov A.Sh., Nizamov R.Kh. (1990) Ocenka effektivnosti tekhnologii primeneniya polimer-dispersnoj sistemy po rezul'tatam promyslovyh issledovaniy [Evaluation of the effectiveness of the suspension system application technology based on the results of field studies]. Neftyanoye Khozyaystvo = Oil Industry. 7. pp. 49–52.
23. Fedorov K.M., Shevelev A.P., Kobyashev A.V., Zakharenko V.A., Kochetov A.V., Neklesa R.S., Usoltsev A.V. (2020) Determination of suspension filtration parameters from experimental data. SPE Russian Petroleum Technology Conference, Moscow, Russia, 26–29 October 2020. Paper No SPE-202018-MS. pp. 1–15. DOI: 10.2118/202018-MS
24. Economides M. (2001) Unified fracture design. Alvin: Orsa Press. 200p.
25. Д.В. Есипов, Д.С. Куранаков, В.Н. Лапин, С.Г. Чёрный «Математические модели гидроразрыва пласта» Том 19, № 2, 2014 Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия
26. Reservoir stimulation. Third edition / Eds. M.J. Economides, K.G. Nolte. N. Y.: John Wiley & Sons, 2000. 856 p.
27. Mendelsohn D.A. A review of hydraulic fracture modeling. Pt I: General concepts, 2D models, motivation for 3D modeling // Ibid. 1984. Vol. 106, iss. 3. P. 369–376.
28. Geertsma J. Chapter 4. Two-dimensional fracture propagation models // Recent advances in hydraulic fracturing. Monograph Ser. Vol. 12. / Eds. J.L. Gidley, S.A. Holditch, R.W. Veatch. Richardson: SPE, 1989. P. 81–94.

29. Adachi J., Siebrits E., Peirce A., Desroches J. Computer simulation of hydraulic fractures // Intern. J. Rock Mech. Mining Sci. 2007. Vol. 44. P. 739–757.
30. Ching H.Y. Mechanics of Hydraulic Fracturing. Houston: Gulf Publ. Company, 1997. 182 p.
31. Carter R.D. Appendix I. Derivation of the general equation for estimating the extent of the fractured area // Drilling and Production Practice / Eds. G.C. Howard, C.R. Fast. N. Y.: Amer. Petrol. Inst., 1957. P. 261–270.
32. Ивашнев О.Е., Смирнов Н.Н. Формирование трещины гидроразрыва в пористой среде // Вестник Московского ун-та. Математика. Механика. 2003. № 6. С. 28–36.
33. Смирнов Н.Н., Тагирова В.Р. Автомодельные решения задачи о формировании трещины гидроразрыва в пористой среде // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 1. С. 70–82.
34. Тагирова В.Р. Распространение трещины гидроразрыва под напором неньютоновской жидкости // Вестник Московского ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2009. № 6. С. 33–41.
35. Татосов А.В. Модель закачки проппанта в трещину гидроразрыва // Вычисл. технологии. 2005. Т. 10, № 6. С. 91–101.
36. Татосов А.В. Движение вязкой жидкости с примесью частиц в пористом канале // Вестник ТюмГУ. 2007. № 5. С. 56–60.
37. Ентов В.М., Зазовский А.Ф., Стелин И.Б., Хараидзе Д.М. Одномерная модель распространения трещины гидроразрыва // Материалы IX Всесоюз. семинара “Численные методы решения задач фильтрации. Динамика многофазных сред”. Новосибирск, ИТПМ СО АН СССР, 1989. С. 91–95.

38. Gordeev Y.N., Entov V.M. The pressure distribution around a growing crack // *J. Appl. Math. Mech.* 1997. Vol. 51(6). P. 1025–1029
39. Mathias S.A., Reeuwijk M. Hydraulic fracture propagation with 3-D leak-off // *Transp. Porous Med.* 2009. Vol. 80. P. 499–518.
40. Желтов Ю.П., Христианович С.А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // *Изв. АН СССР. Техн. науки.* 1955. № 5. С. 3–41.
41. Geertsma J., de Klerk F. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures // *J. Petrol. Tech.* 1969. No. 12. P. 1571–1581.
42. Spence D.A., Sharp P. Self-similar solutions for elastohydrodynamic cavity flow // *Proc. Royal Soc. A.* 1985. Vol. 400. P. 289–313
43. Черепанов Г.П. *Механика хрупкого разрушения.* М.: Наука, 1974. 640 с.
44. Daneshy A.A. On the design of vertical hydraulic fractures // *J. Petrol. Tech.* 1973. Vol. 1. P. 83–97.
45. Adachi J.I., Detournay E. Self-similar solution of a plane-strain fracture driven by a powerlaw fluid // *Intern. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 2002. Vol. 26. P. 579–604.
46. Баренблатт Г.И. О некоторых задачах теории упругости, возникающих при исследовании механизма гидравлического разрыва нефтеносного пласта // *Прикл. математика и механика.* 1956. Т. 20, вып. 4. С. 475–486.
47. Papanastasiou P. The influence of plasticity in hydraulic fracturing // *Intern. J. Fracture.* 1997. Vol. 84. P. 61–97
48. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа.* М.: Наука, 1970. 904 с.

49. Бабе Г.Д., Бондарев Э.А., Воеводин А.Ф., Каниболотский М.А. Идентификация моделей гидравлики. Новосибирск: Наука, 1980. 161 с.
50. Алексеенко О.П., Вайсман А.М. Прямолинейный гидроразрыв в упругой плоскости // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. 1988. № 6. С. 145–149.
51. Акулич А.В., Звягин А.В. Численное моделирование распространения трещины гидроразрыва // Вестник Московского ун-та. Математика. Механика. 2008. № 1. С. 43–49.
52. Зазовский А.Ф., Одишария М.Г., Песляк Ю.А. Автомодельные решения задачи о распространении трещины гидроразрыва в непроницаемой горной породе // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. 1986. № 5. С. 92–100.
53. Алексеенко О.П., Вайсман А.М. Некоторые особенности плоской задачи гидроразрыва упругой среды // ФТПРПИ. 1999. № 3. С. 64–70.
54. Desroches J., Detournay E., Lenoach B. et al. The crack tip region in hydraulic fracturing // Proc. Royal Soc. A. 1994. Vol. 447. P. 39–48.
55. Алексеенко О.П., Вайсман А.М. Рост почти заполненной осесимметричной трещины гидроразрыва при малых и больших утечках // ФТПРПИ. 2004. № 3. С. 1–11.
56. Алексеенко О.П., Есипов Д.В., Куранаков Д.С. и др. Двумерная пошаговая модель распространения трещины гидроразрыва // Вестник НГУ. Математика. Механика. Информатика. 2011. Т. 11, вып. 3. С. 36–59.
57. Garagash D., Detournay E. The tip region of a fluid-driven fracture in an elastic medium // J. Appl. Mech. 2000. Vol. 67. P. 183–192.
58. Lecampion B., Detournay E. An implicit algorithm for the propagation of a hydraulic fracture with a fluid lag // Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 2007. Vol. 196, iss. 49–52. P. 4863–4880.

59. Астафьев В.И. Асимптотический анализ процесса развития трещины гидравлического разрыва пласта // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Физ.-мат. науки. 2010. № 5(21). С. 105–116.
60. Perkins T.K., Kern L.R. Widths of hydraulic fractures // J. Petrol. Tech. 1961. No. 9. P. 937–949.
61. Sheddon I.N., Elliott A.A. The opening of a griffith crack under internal pressure // Quarterly Appl. Math. 1946. No. 4. P. 262–267.
62. Nordgren R.P. Propagation of a vertical hydraulic fracture // SPE J. 1972. Vol. 12, No. 4. P. 306–314.
63. Nolte K.G. Fracturing-pressure analysis for nonideal behavior // J. Petrol. Tech. 1991. No. 2. P. 210–218.
64. Bai, B.; Liu, Y.; Coste, J.-P.; Li, L. Preformed particle gel for conformance control: Transport mechanism through porous media. SPE Reservoir Evaluation & Engineering 2007, 10, 176–184.
<https://doi.org/10.2118/89468-PA>