

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра фундаментальной математики и механики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ
В ГЭК
Заведующий кафедрой
(к.ф.-м.н.)


19 июня 2023 г. А. П. Девятков

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистра

Численное исследование вытеснения нефти водой из неоднородного пласта

01.04.01 «Математика»

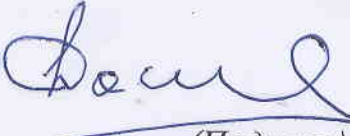
Магистерская программа «Вычислительная механика»

Выполнил(а) работу
студент(ка) 2 курса
очной
формы обучения


(Подпись)

Ильин
Антон
Сергеевич

Научный руководитель
(Профессор (д.н.))


(Подпись)

Родионов
Сергей
Павлович

Рецензент
(кандидат технических наук,
научный сотрудник Тюменского
филиала ИТПМ СО РАН)


(Подпись)

Мусакаев
Эмиль
Наилевич

Тюмень
2023 год

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ.....	4
УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЕ МАССЫ НЕФТИ И ВОДЫ	6
УРАВНЕНИЕ БАКЛИ-ЛЕВЕРЕТТА	8
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФРОНТАЛЬНОЙ НАСЫЩЕННОСТИ	11
ОБЩАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИЗВЛЕЧЕНИЯ	14
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	19
РАЗНОСТНАЯ СЕТКА	22
МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	26
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ	38
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА	43
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	54

ВВЕДЕНИЕ

Нефтяная отрасль способствует решению социальных нужд общества и развивает различные отрасли. Поэтому это направление очень важно для экономики страны. Главным является правильно разработать месторождение нефти. Перед сотрудниками этой отрасли промышленности стоят задачи по обеспечению оптимальных темпов разработки, повышение нефтеотдачи и максимальное использование недр. Для качественного выполнения этих задач нужно хорошо знать фильтрационно-емкостные свойства коллекторов.

Задачи о фильтрации нефти в пористых пластах составляют теоретическую основу разработки нефтяных месторождений, об их актуальности свидетельствует большое количество классических и современных работ [1,3 – 5]. Результаты исследований фильтрационных полей используются при контроле разработки и эксплуатации залежи. В природе все пласты неоднородны. Часто встречающимся типом неоднородности является зональная неоднородность горных пород, то есть, проницаемость меняется с удалением от скважины

Актуальной задачей является изучение механизма и выявление условий эффективного вытеснения нефти водой при размещении скважин в низкопроницаемые или в высокопроницаемые зоны пласта. Так же при этом большое влияние на эффективность вытеснения приносит отношение вязкостей.

Цель:

Сравнить динамику вытеснения в случае, когда нагнетание производится в высокопроницаемую зону, а добыча осуществляется в низкопроницаемой зоне и наоборот: закачка - в низкопроницаемую, а добыча - из высокопроницаемой зоны.

Задача:

Исследовать эффективность вытеснения от отношения вязкостей и от расположения скважин.

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ

Исследование характеристик пласта необходимо для подготовки статической модели резервуара для использования в динамической модели потока. Динамическая модель потока представляет собой набор входных данных для использования компьютерной программой, называемой симулятором резервуара, которая моделирует течение жидкости на основе набора уравнений потока жидкости. Набор уравнений потока жидкости выражает математическое представление физики, которое включено в симулятор резервуара. [12]

Смеси углеводородов содержат молекулярные компоненты с различным молекулярным весом. Следующий анализ применим к потоку жидкости, которая может содержать один компонент или смесь химических компонентов. На рисунке 1 проиллюстрирован поток жидкости в одиночный блок резервуара и из него для потока в направлении x . Символ q обозначает поток жидкости. Поток определяется как скорость потока массы на единицу площади поперечного сечения, нормального к направлению потока. Термин «масса» относится к массе компонента в жидкости. В нашем случае мы предполагаем, что жидкость втекает в блок в точке x с потоком жидкости q_x и из блока в точке $x + \Delta x$ с потоком жидкости $q_x + \Delta q$. Применяя принцип сохранения массы к системе, изображенной на рис. 1, имеем

$$M_{in} - M_{out} = M$$

M_{in} — масса, входящая в блок

M_{out} — масса, выходящая из блока

M — накопление массы в блоке

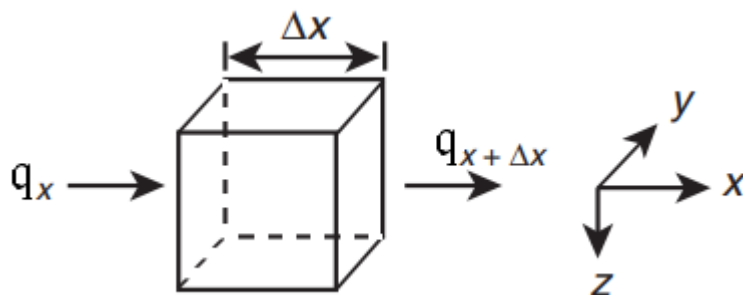


Рис.1. Координатное представление.

Теперь рассмотрим блок длины Δx , ширины Δy и глубины Δz . Объем блока равен $\Delta x \Delta y \Delta z$. Масса, поступающая в блок в интервале времени Δt , равна

$$(q_x)_x \Delta y \Delta z + (q_y)_y \Delta x \Delta z + (q_z)_z \Delta x \Delta y = M_{in} \quad (1)$$

В формуле (1) обобщили выражение, чтобы разрешить поток также в направлениях y и z . В первом члене слева обозначение $(q_x)_x$ обозначает поток в направлении x в точке x , а $\Delta y \Delta z$ представляет собой площадь поперечного сечения, перпендикулярную направлению потока жидкости. Аналогичные значения применяются к остальным терминам в левой части уравнения (1).

Масса, выходящая из блока в интервале времени Δt имеет форму

$$(q_x)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z + (q_y)_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z + (q_z)_{z+\Delta z} \Delta x \Delta y + J \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = M_{out} \quad (2)$$

Был добавлен термин источника/стока J для представления массового потока в или из блока. Например, J может представлять скорость притока водоносного горизонта, поток жидкости из блока матрицы в трещину в естественно трещиноватом коллекторе. Термин «источник/сток» представляет флюид, входящий или выходящий из блока через такой объект, как скважина или скелет горной породы резервуара с естественными трещинами. Добыча представлена $J > 0$, а закачка представлена $J < 0$.

Накопление массы в блоке – это изменение концентрации массы компоненты (C) в блоке за интервал времени Δt . Если концентрацию C

определить, как общую массу компонента в блоке коллектора, деленную на объем блока, то член накопления принимает вид

$$[(C)_{t+\Delta t} - (C)_t]\Delta x\Delta y\Delta z = \left((q_x)_x\Delta y\Delta z + (q_y)_y\Delta x\Delta z + (q_z)_z\Delta x\Delta y \right) \Delta t - \left((q_x)_{x+\Delta x}\Delta y\Delta z + (q_y)_{y+\Delta y}\Delta x\Delta z + (q_z)_{z+\Delta z}\Delta x\Delta y \right) \Delta t - J\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \quad (3)$$

Сократим уравнение (3) на $\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t$ и перестановка дает

$$-\frac{(q_x)_{x+\Delta x} - (q_x)_x}{\Delta x} - \frac{(q_y)_{y+\Delta y} - (q_y)_y}{\Delta y} - \frac{(q_z)_{z+\Delta z} - (q_z)_z}{\Delta z} - J = \frac{[(C)_{t+\Delta t} - (C)_t]}{\Delta t} \quad (4)$$

В пределе, когда Δx , Δy , Δz и Δt стремятся к нулю, уравнение (4) превращается в уравнение неразрывности для компонента жидкости:

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) - J = \frac{\partial(C)}{\partial t} \quad (5)$$

Уравнение (5) записывается в векторной записи как

$$-\nabla \vec{q} - J = \frac{\partial(C)}{\partial t}, \quad (6)$$

где $\nabla \vec{q}$ — дивергенция потока. Уравнение неразрывности для массы необходимо для каждого компонента в блоке.

УРАВНЕНИЕ СОХРАНЕНИЕ МАССЫ НЕФТИ И ВОДЫ

Уравнения потока для системы нефти и воды определяются путем задания потоков и концентраций уравнений сохранения для каждой из двух фаз. Поток в данном направлении может быть записан как произведение плотности жидкости на ее скорость в данном направлении. Нижние индексы o , w обозначают соответственно нефть, воду, то потоки примут вид

$$(\vec{q})_o = \frac{\rho_{osc}}{B_o} \vec{w}_o \quad (7)$$

$$(\vec{q})_w = \frac{\rho_{wsc}}{B_w} \vec{w}_w, \quad (8)$$

sc — стандартные условия.

ρ — плотность жидкости

Пренебрегаем гравитационными составляющими.

Предполагается, что скорости являются скоростями Дарси, а их компоненты по x равны

$$w_{xo} = -k\lambda_o \frac{\partial P_o}{\partial x} \quad (9)$$

$$w_{xw} = -k\lambda_w \frac{\partial P_w}{\partial x} \quad (10)$$

Аналогичные выражения можно записать для компоненты y .

Относительная фазовая подвижность λ_l определяется как отношение относительной проницаемости фазы к потоку, деленной на ее вязкость; таким образом

$$\lambda_l = \frac{k_{rl}}{\mu_l} \quad (11)$$

Плотности фаз связаны с объемным коэффициентом пласта

$$\rho_o = \frac{\rho_{osc}}{B_o} \quad (12)$$

$$\rho_w = \frac{\rho_{wsc}}{B_w} \quad (13)$$

Помимо потоков, нам также нужны концентрации. Они записываются в виде:

$$C_o = \frac{m\rho_{osc}s_o}{B_o} \quad (14)$$

$$C_w = \frac{m\rho_{wsc}s_w}{B_w}, \quad (15)$$

где m — пористость,

s_l — насыщенность фазы.

Насыщенность удовлетворяет ограничению

$$s_o + s_w = 1 \quad (16)$$

Объединение уравнения (6) с уравнениями (7) — (16) дает уравнение сохранения массы для каждого компонента в соответствующей фазе.

Для нефти

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_{osc}}{B_o} w_{xo}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho_{osc}}{B_o} w_{yo}\right)\right] - J_o = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m\rho_{osc}S_o}{B_o}\right) \quad (17)$$

Для воды

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_{wsc}}{B_w} w_{xw}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho_{wsc}}{B_w} w_{yw}\right)\right] - J_w = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m\rho_{wsc}S_w}{B_w}\right) \quad (18)$$

Плотности при стандартных условиях являются константами и могут быть разделены из предыдущих уравнений. Так же далее будут пренебрегаться источники и стоки. Это приводит уравнения к следующему виду:

Для нефти

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{w_{xo}}{B_o}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{w_{yo}}{B_o}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{mS_o}{B_o}\right) \quad (19)$$

Для воды

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{w_{xw}}{B_w}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{w_{yw}}{B_w}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{mS_w}{B_w}\right) \quad (20)$$

УРАВНЕНИЕ БАКЛИ-ЛЕВЕРЕТТА

Уравнение Бакли-Левретта является хорошо известным аналитическим решением для фронта смещения в двухфазном потоке.

Одним из самых простых и широко используемых методов оценки продвижения фронта вытеснения жидкости в процессе несмешивающегося вытеснения является метод Бакли-Левретта. Теория Бакли-Левретта оценивает скорость, с которой нагнетаемый водяной фронт движется через пористую среду. Подход использует теорию частичного потока и основан на следующих предположениях:

- Поток линейный и горизонтальный

- Вода закачивается в нефтяной пласт
- Нефть и вода несжимаемы и не смешиваются
- Формирование однослойное
- Общий расход одинаков во всем поперечном сечении среды
- Долевой расход воды зависит только от водонасыщенности, т.е. $f_w = F(s_w)$
- Влияние гравитации и капиллярного давления незначительно ($\partial P_c / \partial x = 0$)
- Прерывистый фронт водонефтяного вытеснения (без зоны капиллярного перехода)
- Постоянная вязкость нефти и воды.

Кроме того, предполагается, что система имеет конечную длину, однородные начальные условия и однородную пористость, и проницаемость, а также постоянные граничные условия. Теория фронтального продвижения представляет собой применение закона сохранения массы. Поток через элемент малого объема с длиной Δx и площадью поперечного сечения ω можно выразить через общий расход Q_t как:

$$Q_t = Q_w + Q_o \quad (21)$$

$$Q_w = Q_t f_w \quad (22)$$

$$Q_o = Q_t f_o = Q_t (1 - f_w), \quad (23)$$

где Q — объемный дебит в пластовых условиях, а f_w и f_o — относительный приток воды и нефти (или обводненность и нефтесодержание) соответственно.

$$f_w = \frac{Q_w}{Q_w + Q_o} = \frac{\frac{k_{rw} dp}{\mu_w dx} \omega}{\frac{k_{ro} dp}{\mu_o dx} \omega + \frac{k_{rw} dp}{\mu_w dx} \omega} \quad (24)$$

$$f_w = \frac{\frac{k_{rw}}{\mu_w}}{\frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{\mu_o k_{rw}}} \quad (25)$$

где f_w — функция только от насыщения при постоянных значениях вязкости и относительной проницаемости, которые также являются функциями только от насыщения.

Теперь, если мы напишем простое уравнение баланса массы/сохранения для скорости потока воды через элемент, предполагая несмешивающуюся, несжимаемую систему, отсутствие капиллярных и гравитационных эффектов и постоянную общую скорость потока через среду, мы приходим к следующему результату.

$$\frac{\Delta S_w}{\Delta t} = -\frac{Q_t \Delta f_w}{\omega m \Delta x} \quad (26)$$

Что в пределе при $\Delta t \rightarrow 0$ и $\Delta x \rightarrow 0$ принимает вид:

$$\left(\frac{dS_w}{dt}\right)_x = -\frac{Q_t}{\omega m} \left(\frac{df_w}{dx}\right)_t \quad (27)$$

где нижний индекс x у производной указывает, что эта производная различна для каждого элемента. Как видно, доля притока воды является функцией только водонасыщенности при постоянной вязкости нефти и воды. Однако водонасыщенность зависит как от времени, так и от положения. Они выражаются как $f_w = F(s_w)$ и $s_w = G(t, x)$. Затем:

$$dS_w = \left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_x dt + \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t dx \quad (28)$$

$$\frac{dS_w}{dt} = \left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_x + \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t \frac{dx}{dt} \quad (29)$$

Теперь представляет интерес определение скорости продвижения постоянной плоскости насыщения или фронта $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{s_w}$, где s_w постоянна, а $dS_w=0$.

Следовательно, мы имеем:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_x}{\left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t} \quad (30)$$

Подстановка вышесказанного в уравнение (27) дает уравнение фронтального продвижения Бакли-Левретта:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{s_w} = \frac{Q_t}{\omega m} \left(\frac{df_w}{ds_w}\right)_{s_w} \quad (31)$$

Физический смысл данного выражения:

Точка на линии $s(x)$ с постоянной водонасыщенностью движется с постоянной скоростью, пропорциональной w/m и является функцией самой насыщенности.

Интегрирование по времени дает выражение для положения фронта жидкости:

$$x_{s_w} = \frac{Q_t}{\omega m} \left(\frac{df_w}{ds_w}\right)_{s_w} t, \quad (32)$$

где x_{s_w} — расстояние, пройденное конкретным профилем s_w .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФРОНТАЛЬНОЙ НАСЫЩЕННОСТИ

Задача Бакли-Левретта используется для оценочных расчетов. Рассмотрим параллельное прямолинейное приближение $0 \ll s_0 \ll s_*$ $f(s_0) = 0$. Пласт не деформируется ($m=\text{const}$ $k=\text{const}$) и имеет конечную протяженность L . В начале пласт насыщен нефтью. В какой-то момент времени t начнем закачивать воду с известным Q . [1]

Рассмотрим одномерное приближение

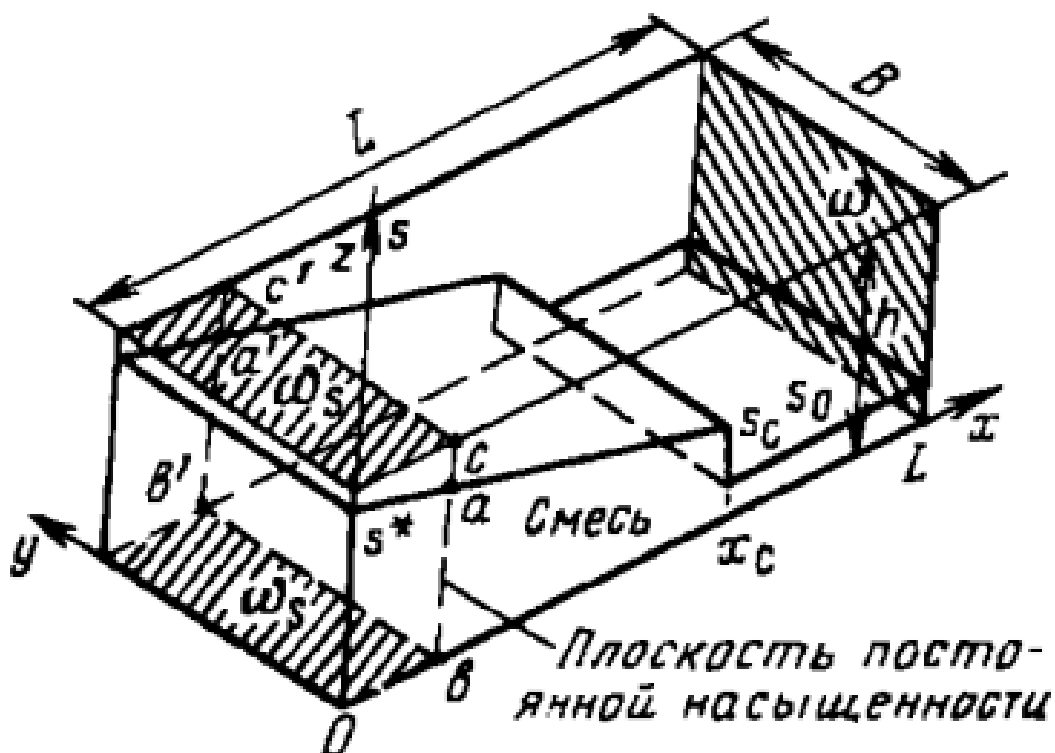


Рис. 2. Профили насыщенности при прямолинейно-параллельном вытеснении.

Профиль насыщенности будет определяться по формуле (32). Для нахождения положения фронта вытеснения заменим в равенстве $x = x_c$ и $s = s_c$. Тогда получим уравнение для нахождения положения фронта вытеснения в любой момент времени.

$$x_c = \frac{w}{m} f'(s_c) t \quad (33)$$

На 2 рисунке водонасыщенность s_0 перед скачком имеет связанную воду, и она постоянна. Также не вся нефть вытесняется и остается остаточная нефть $s_{ost} = 1 - s^*$.

Равенство (31) справедливо и в случае, когда суммарная скорость фильтрации зависит от времени. Перепишем его в следующем виде:

$$m \omega dx = Q(t) f'(s) dt = f'(s) dV \quad (34)$$

$V(t)$ это объем закачанной воды за все время.

$$Q(t) = w(t)\omega = \frac{dV}{dt} \quad (35)$$

Проинтегрируем (60) уравнение с условием что $V(0) = 0$:

$$x(s) = \frac{V(t)}{\omega m} f'(s) \quad (36)$$

Координата фронта вытеснения тогда будет находится:

$$x_c = \frac{V(t)}{\omega m} f'(s_c) \quad (37)$$

Относительные фазовые проницаемости представим в простом виде

$$k_w(s) = s^2 \quad k_o(s) = (1 - s)^2 \quad (38)$$

Предположим, что $s_0 = 0$ $s^* = 1$.

Данным относительным проницаемостям соответствует функция Бакли-Левретта:

$$f(s) = \frac{s^2}{s^2 + \mu(1-s)^2}, \quad (39)$$

где $\mu = \frac{\mu_w}{\mu_p}$ — относительная вязкость.

Далее представлено нахождение производной функции (39):

$$\begin{aligned} f' &= \frac{df}{ds} \\ f'(s) &= \left(\frac{s^2}{s^2 + \mu(1-s)^2} \right)' = \frac{2s(s^2 + \mu(1-s)^2) - s^2(2s - 2\mu(1-s))}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} = \\ &= \frac{2s^3 + 2s\mu(1-s)^2 - 2s^3 + 2\mu s^2 - 2\mu s^3}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} = \\ &= \frac{2s\mu(1-2s+s^2) + 2\mu s^2 - 2\mu s^3}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} = \frac{2s\mu - 4s^2\mu + 2s^3\mu + 2\mu s^2 - 2\mu s^3}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} = \\ &= \frac{2s\mu - 2s^2\mu}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} = \frac{2s\mu(1-s)}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} \end{aligned}$$

В итоге получим чему равна производная функции Бакли-Левретта:

$$f'(s) = \frac{2s\mu(1-s)}{[s^2 + \mu(1-s)^2]^2} \quad (40)$$

Подставим значения $f'(s)$ и $f(s)$ при $s=s_c$ в равенство $f(s_c) = f'(s_c) (s_c - s_0)$ при $s_0=0$:

$$\frac{s_c^2}{s_c^2 + \mu(1 - s_c)^2} = \frac{2s_c\mu(1 - s_c)}{[s_c^2 + \mu(1 - s_c)^2]^2} s_c$$

$$1 = \frac{2\mu(1 - s_c)}{s_c^2 + \mu(1 - s_c)^2}$$

$$s_c^2 + \mu(1 - s_c)^2 = 2\mu(1 - s_c)$$

$$s_c^2 + \mu - 2\mu s_c + \mu s_c^2 = 2\mu - 2\mu s_c$$

$$s_c^2 + \mu s_c^2 = \mu$$

$$s_c^2(1 + \mu) = \mu$$

$$s_c = \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} = \sqrt{\frac{\mu_w}{\mu_w + \mu_p}} \quad (41)$$

Из этой формулы видно, что при увеличении отношений вязкостей будет увеличиваться фронтальная насыщенность. Это справедливо и для любых эмпирических зависимостей относительных фазовых проницаемостей. Для увеличения эффективности вытеснения надо увеличить вязкость вытесняющей жидкости либо уменьшить вязкость вытесняемой нефти.

ОБЩАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИЗВЛЕЧЕНИЯ

Термины «первичная добыча нефти», «вторичная добыча нефти» и «третичная» добыча нефти традиционно используются для описания извлеченных углеводородов в зависимости от способа добычи или времени их добычи. [7]

Первичная добыча нефти описывает добычу углеводородов с помощью естественных приводных механизмов, присутствующих в пласте, без дополнительной помощи закачиваемых флюидов, таких как газ или вода. В большинстве случаев естественный приводной механизм является относительно неэффективным процессом и приводит к низкой общей нефтеотдаче. Отсутствие достаточного естественного нагнетания в большинстве коллекторов привело к практике дополнения естественной энергии пласта введением той или иной формы искусственного нагнетания, наиболее простым методом которого является закачка газа или воды.

Вторичная добыча нефти относится к дополнительной добыче, которая является результатом традиционных методов закачки воды и закачки несмешивающегося газа. Обычно выбранный процесс вторичного извлечения следует за первичным извлечением, но его также можно проводить одновременно с первичным извлечением. Заводнение является, пожалуй, наиболее распространенным методом вторичной добычи. Однако, прежде чем приступить к проекту вторичной добычи, необходимо четко доказать, что процессов естественного извлечения недостаточно; в противном случае существует риск того, что значительные капиталовложения, необходимые для проекта вторичной добычи, могут быть потрачены впустую.

Третичная (увеличенная) добыча нефти – это дополнительная добыча сверх того, что можно было бы извлечь с помощью методов первичной и вторичной добычи. Различные методы повышения нефтеотдачи в основном предназначены для извлечения нефти, обычно называемой остаточной нефтью, оставшейся в пласте после того, как методы первичной и вторичной добычи были использованы до соответствующих экономических пределов.

Общий коэффициент извлечения RF любого вторичного или третичного метода добычи нефти представляет собой произведение комбинации трех отдельных коэффициентов эффективности, определяемых следующим обобщенным выражением:

$$RF = E_D E_A E_V \quad (42)$$

С точки зрения совокупной добычи нефти уравнение (42) можно записать в виде:

$$N_P = N_S E_D E_A E_V, \quad (43)$$

где: RF – общий коэффициент извлечения,

N_S – первоначальная нефть в месте начала заводнения,

N_P – накопленный дебит нефти,

E_D – эффективность вытеснения,

E_A – эффективность охвата пласта по площади,

E_V – эффективность вертикального охвата.

Эффективность вытеснения E_D определяется как доля подвижной нефти, которая была вытеснена из зоны охвата в любой заданный момент времени или закачанного порового объема. Поскольку при закачке несмешивающегося газа или заводнении всегда остается некоторое количество остаточной нефти, E_D всегда будет меньше 1.

Поверхностная эффективность охвата E_A представляет собой долю площади пласта, которая замещается вытесняющей жидкостью. Основными факторами, определяющими охват территории, являются:

- Зональная неоднородность территории
- Подвижность жидкости
- Тип модели
- Общий объем закачанной жидкости

Эффективность охвата по вертикали E_V представляет собой долю вертикального сечения продуктивной зоны, которая контактирует с закачиваемыми флюидами. Эффективность вертикального охвата в первую очередь зависит от:

- Вертикальная неоднородность
- Степень гравитационной сегрегации
- Подвижность жидкости
- Общий объем закачиваемой жидкости

Произведение $E_A E_V$ называется объемной эффективностью охвата « E_{vol} » и представляет собой общую долю модели заводнения, с которой контактирует закачиваемая жидкость.

В целом, неоднородность коллектора оказывает большее влияние, чем любой другой фактор, на эффективность проекта вторичной или третичной закачки.

Неблагоприятная неоднородность коллектора может отрицательно сказаться на эффективности заводнения. Например, наличие дефектов непроницаемости и разрывов проницаемости может снизить эффективность нагнетательных скважин для обеспечения достаточной поддержки давления для поддержания пластового давления. Прослой с высокой проницаемостью являются еще одним типом неблагоприятной неоднородности коллектора, которая может неблагоприятно повлиять на эффективность заводнения. Эти прослой с высокой проницаемостью могут привести к снижению прогнозируемого коэффициента извлечения нефти по нескольким причинам:

- 1) искажение режима заводнения
- 2) снижение общего охвата заводнения
- 3) передвижение воды по низкопроницаемому участку и ранний прорыв воды

Двумя наиболее важными типами неоднородности, влияющими на эффективность охвата пласта, являются вертикальная неоднородность пласта и зональная неоднородность.

Вертикальная неоднородность считается наиболее важным параметром, влияющим на вертикальную развертку и, в частности, на степень изменения ее

неоднородности в вертикальном направлении. В вертикальном разрезе пласта-коллектора может быть много разных слоев, которые имеют сильно различающиеся свойства породы. Эта стратификация может быть результатом многих факторов, таких как изменение условий осадконакопления или изменение источника осадконакопления. Когда вода закачивается в стратифицированную систему, закачиваемая вода преимущественно попадает в слои с самой высокой проницаемостью и движется с более высокой скоростью. Следовательно, к моменту прорыва закачиваемой воды в высокопроницаемые зоны значительная часть менее проницаемых зон останется не обводненной. Хотя вытеснение нефти обычно продолжается после прорыва, экономический предел часто достигается в более раннее время.

Зональная неоднородность включает площадные вариации свойств пласта и геометрических факторов, таких как:

- характеристики породы, например, h , k , m , s_{wc}
- положения и типы разломов
- граничные условия из-за наличия водоносного горизонта или газовой шапки.

Каротаж и отбор керна в оценочных скважинах позволяют непосредственно наблюдать вертикальную неоднородность. Таким образом, если данные интерпретированы правильно, можно достаточно точно количественно определить вертикальную развертку « E_V ». Однако с точки зрения зональной неоднородности существуют неопределенности в определении этой неоднородности, поскольку используемые методы являются косвенными, например:

- Обнаружение разломов на основе анализа гидродинамических испытаний
- Применение подхода Кригинга

Следовательно, эффективность охвата по площади традиционно считается неизвестной при изучении разработки коллектора.

Следует отметить, что все три коэффициента эффективности (т.е. E_D , E_A и E_V) являются переменными, которые увеличиваются во время заводнения и достигают максимальных значений на экономическом пределе проекта закачки.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В данной работе будут численно исследоваться закономерности двухфазной фильтрации для двухмерного неоднородного пласта с учетом сжимаемости. Модель двухфазной фильтрации получена из законов сохранения массы с использованием закона Дарси. Начальным условием для пласта принимается состояние статического равновесия, при котором скорости всех фаз равны нулю.

Подставив уравнение (9) и (10) в формулы (19) и (20) получим модель двухфазной фильтрации:

$$\operatorname{div} \left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \nabla p \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{ms_o}{B_o} \right) \quad (44)$$

$$\operatorname{div} \left(\frac{kk_{rw}}{\mu_w B_w} \nabla p \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{ms_w}{B_w} \right) \quad (45)$$

$$s_o + s_w = 1$$

Допущения, которые были применены:

- Отсутствие смешивания потоков;
- Отсутствие химического взаимодействия фаз;
- Плотность фаз приблизительно постоянна;
- Капиллярные силы равны «0».
- Нет связанной воды и нет остаточной нефтенасыщенности

$$\rho_{w,o} = \frac{\rho_{osc}}{B_{w,o}} \quad (46)$$

Распишем производную по времени используя формулировку для плотности (46):

$$\frac{\partial}{\partial t} (ms_w \rho_w) = s_w \frac{\partial m \rho_w}{\partial t} + \rho_w m \frac{\partial s_w}{\partial t} \quad (47)$$

Преобразуем первое слагаемое:

$$\begin{aligned} s_w \frac{\partial m \rho_w}{\partial t} &= s_w \left[\rho_w \frac{\partial m}{\partial t} + m \frac{\partial \rho_w}{\partial t} \right] = s_w \left[\rho_w \frac{m}{m} \frac{\partial m}{\partial t} \frac{\partial p}{\partial p} + m \frac{\rho_w}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} \frac{\partial p}{\partial p} \right] = \\ &= s_w \left[\rho_w \beta_c \frac{\partial p}{\partial t} + m \beta_w \rho_w \frac{\partial p}{\partial t} \right] = s_w \rho_w [\beta_c + m \beta_w] \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned}$$

Подставив его в уравнение (47) получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} (ms_w \rho_w) = s_w \rho_w [\beta_c + m \beta_w] \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_w m \frac{\partial s_w}{\partial t} \quad (48)$$

где β_w — коэффициент сжимаемости жидкости, считают постоянной для данной жидкости (не зависит от давления и температуры).

Подставив (48) в закон сохранения массы воды и разделив на плотность получим равенство, которое будет использоваться в дальнейшем для аппроксимации уравнения для поиска насыщенности воды:

$$\operatorname{div} \left(\frac{k k_{rw}}{\mu_w} \nabla p \right) = s_w [\beta_c + m \beta_w] \frac{\partial p}{\partial t} + m \frac{\partial s_w}{\partial t} \quad (49)$$

Так же получаем уравнение для насыщенности нефти:

$$\operatorname{div} \left(\frac{k k_{ro}}{\mu_o} \nabla p \right) = s_o [\beta_c + m \beta_o] \frac{\partial p}{\partial t} + m \frac{\partial s_o}{\partial t} \quad (50)$$

Для получения общего баланса массы надо сложить уравнения (49) и (50) и после преобразований получим:

$$\operatorname{div} \left(k \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \right) \nabla p \right) = \beta^* \frac{\partial p}{\partial t} \quad (51)$$

Важно различать физические условия, геометрические ограничения и граничные условия на границе области. «Вход», «Выход» или «Стенка» представляют собой физическое состояние, а «Симметрия» и «Периодичность»

представляют собой геометрические ограничения. Граничное условие относится к набору уравнений, используемых вдоль границы области для получения конкретного решения проблемы. Для заданного физического условия граничное условие зависит от решаемого уравнения и его известных переменных, при этом возможно несколько вариантов. Например, на физической «стенке» граничным условием для уравнения количества движения может быть условие проскальзывания или прилипания, а для уравнения энергии это может быть заданный поток, заданная температура или условие конвекционного теплообмена. Различные граничные условия также применимы к другим физическим условиям. На «входе» можно задать заданное направление давления и скорости или описать компоненты скорости без присвоения какого-либо значения давлению. С другой стороны, одно граничное условие описывает геометрическое условие, обычно налагаемое с целью уменьшения размера расчетной области. Например, единственным граничным условием, применимым вдоль линии симметрии, является нулевой нормальный поток. [6]

Как правило, используемые граничные условия являются частью одной из следующих трех основных категорий:

1. Условие Дирихле, когда неизвестная переменная определена на границе;
2. Условие Неймана, когда поток, выраженный уравнением сохранения, определяется на граничной поверхности;
3. Условие Робина, когда неизвестная переменная и поток на границе выражаются определяющим соотношением

Граничные условия применяются к граничным элементам, то есть к элементам, имеющим хотя бы одну граничную грань.

В данной работе будет использоваться граничное условие первого рода:

$$p(\Gamma, t) = p_k = const \quad (52)$$

т. е. граница является контуром питания;

РАЗНОСТНАЯ СЕТКА

В данной работе будет использоваться IMPES метод. Основное допущение метода состоит в том, что проводимости и капиллярные давления определяются явно, т. е. соответствующие значения берутся с предыдущего временного слоя.

ImP — implicit pressure — неявное давление.

ES — explicit saturation — явное насыщение.

Неявная схема является безусловно устойчивой, а явная условно устойчивая. Устойчивость схемы связана с условной скоростью и размером ячейки. Сетка для давления и для насыщенности одинакова. Размер ячейки одинаков. Физическая интерпретация: возмущение за один расчетный шаг явной схемы не может пройти больше чем на ячейку т.е. фронт водонасыщенности не может пройти через ячейку в явной схеме, потому что схема уловить это не может. Насыщенность в следующей ячейке будет зависеть от предыдущей. Это условие справедливо как для насыщенности, так и для давления.

Если сравнивать два процесса, то распространение давления быстрее. Если давление брать явным методом, то чтоб схема была устойчива по давлению нам придется считать с очень маленьким шагом, поэтому для давления лучше используя неявную схему, потому что там процессы быстрее, а процесс распространения фронта насыщенности относительно медленный поэтому для него надо использовать явную схему она проще в реализации.

Существует несколько подходов к дискретизации уравнений (49) и (51), таких как метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод контрольных объемов и т. д.

Подобно другим численным методам, разработанным для моделирования течения жидкости, метод контрольных объемов преобразует систему дифференциальных уравнений в частных производных в систему линейных алгебраических уравнений. Тем не менее процедура дискретизации,

используемая в методе контрольных объемов, отличается и состоит из двух основных этапов. На первом этапе уравнения в частных производных интегрируются и преобразуются в уравнения баланса над элементом. Это включает преобразование поверхностных и объемных интегралов в дискретные алгебраические отношения по элементам и их поверхностям с использованием квадратуры интегрирования заданного порядка точности. Результатом является набор полудискретизированных уравнений. На втором шаге профили интерполяции выбираются для аппроксимации изменения переменных внутри элемента и связывания поверхностных значений переменных с их значениями в ячейках и, таким образом, преобразования алгебраических соотношений в алгебраические уравнения. [8]

Метод контрольных объемов — это численный метод, используемый для вычисления эллиптических, параболических или гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных в виде алгебраических уравнений на основе законов сохранения.

Метод контрольных объемов оценивает переменные в дискретных местах в вычислительной области. Делит геометрически произвольную область на конечное число элементов (структурированная или неструктурированная сетка), которые впоследствии используются для построения контрольных объемов. Разбиение области на контрольные объемы можно выполнить, приняв подход, ориентированный на вершины (где каждый узел сетки является центром контрольного объема, границы которого получаются путем соединения центроидов каждого элемента и средних точек каждого элемента), как показано на рис.3 для двумерного случая.

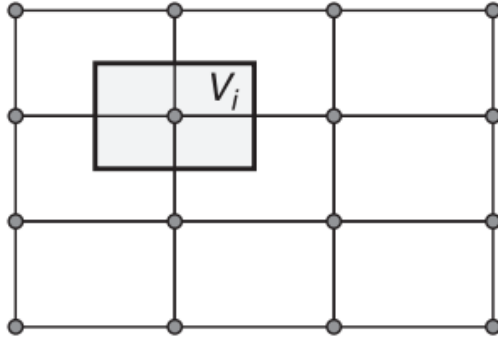


Рис.3. Равномерная двумерная сетка в которой контрольный объем определяется серой областью.

На гранях контрольного объема фазовая относительная проницаемость берется по схеме против потока [5]:

$$k_{rli+1/2} = \begin{cases} k_{rl}(s_i) & \text{если поток направлен из ячейки } i \text{ в } i + 1 \\ k_{rl}(s_{i+1}) & \text{если поток направлен из ячейки } i + 1 \text{ в } i \end{cases} \quad (53)$$

Идея схемы против потока состоит в следующем: значение параметра на грани ячейки, присваивается равным значению в соседней узловой точке, находящейся с подветренной стороны грани. Таким образом, жидкость ничего не должна знать о ячейку, к которой она течет, но должна нести полную информацию о ячейки, из которого она вытекает. Это является сутью схемы против потока.

Абсолютная проницаемость будет аппроксимироваться как среднее гармоническая

$$k_{i+1/2} = \frac{2k_{i+1}k_i}{k_i+k_{i+1}} \quad (54)$$

После дискретизации уравнений (49) и (51) получим систему разностных уравнений для поиска давления неявным методом и явным методам насыщенности:

$$A_i p_{i-1,j}^{n+1} + C_i p_{i+1,j}^{n+1} + D_i p_{i,j-1}^{n+1} + F_i p_{i,j+1}^{n+1} + B_i p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n \frac{\beta^*}{\Delta t} \quad (55)$$

$$s_{i,j}^{n+1} = s_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x^2 m} \left[\left(k \frac{k_{rw}^n}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+1,j} - p_{ij})^{n+1} - \left(k \frac{k_{rw}^n}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2},j} (p_{ij} - p_{i-1,j})^{n+1} + \left(k \frac{k_{rw}^n}{\mu_w} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} (p_{i,j+1} - p_{ij})^{n+1} - \left(k \frac{k_{rw}^n}{\mu_w} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} (p_{ij} - p_{i,j-1})^{n+1} \right] - \frac{1}{m} s_{i,j}^n [\beta_c + m\beta_w] (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n), \quad (56)$$

где $A_i = -\frac{\lambda_{i-1/2,j}^n}{\Delta x^2}$

$$B_i = -\left(A_i + C_i + D_i + F_i - \frac{\beta^*}{\Delta t} \right)$$

$$C_i = -\frac{\lambda_{i+1/2,j}^n}{\Delta x^2}$$

$$D_i = -\frac{\lambda_{i,j-1/2}^n}{\Delta y^2}$$

$$F_i = -\frac{\lambda_{i,j+1/2}^n}{\Delta y^2}$$

Уравнение для давления представляет собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

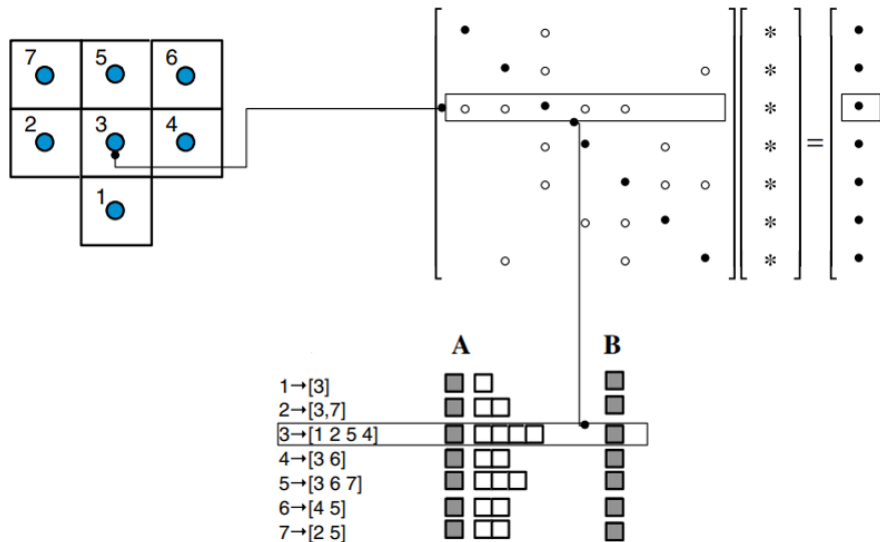


Рис. 4. Пример конвертации разностной сетки в матрицу.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Для нахождения точного решения СЛАУ используют прямые методы. На использовании повторяющегося процесса основаны итерационные методы, которые получают решение в результате последовательных приближений. [10]

В общем случае систему линейных уравнений можно записать в матричной форме как

$$Ax = b \tag{57}$$

где A - матрица $n \times n$ известных коэффициентов, b - вектор-столбец из n известных коэффициентов, а x - вектор-столбец из n неизвестных.

Система уравнений (57) называется однородной, если $b = 0$, и неоднородной, если $b \neq 0$. Система линейных неоднородных уравнений может быть непротиворечивой и иметь одно или бесконечное число решений или быть противоречивой и не иметь решения. Это показано на рис. 5 для системы из трех уравнений с тремя переменными x_1 , x_2 и x_3 . Каждое уравнение представляет плоскую поверхность в пространстве x_1, x_2, x_3 . На рис. 5А три плоскости имеют общую точку пересечения. Координаты точки пересечения дают единственное решение трех уравнений. На рис. 5В три плоскости пересекаются по прямой. Любая точка на линии пересечения представляет собой решение, поэтому единственного решения не существует, а есть бесконечное число решений, удовлетворяющих трем уравнениям. На рис. 5С две поверхности параллельны друг другу и, следовательно, никогда не пересекаются, тогда как на рис. 5D линия пересечения каждой пары поверхностей различна. В обоих этих случаях решения нет, и уравнения, которые представляют эти поверхности, противоречивы.

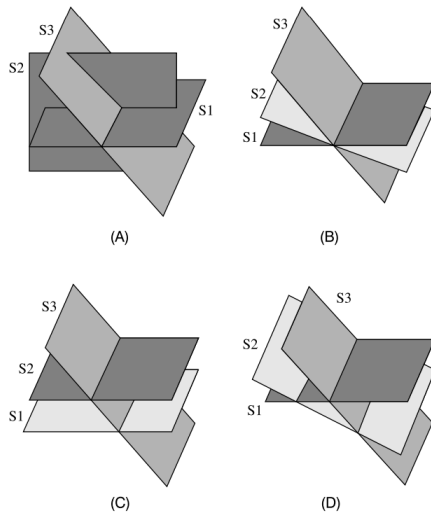


Рис. 5. Три пересекающиеся плоскости, представляющие три уравнения с тремя переменными. (А) Три плоские поверхности, пересекающиеся в точке. (В) Три плоские поверхности, пересекающиеся по прямой. (С) Три плоские поверхности, две из которых не пересекаются. (D) Три плоские поверхности, пересекающиеся по трем линиям.

Чтобы получить алгебраическое решение неоднородной системы уравнений (57), мы умножаем обе части (57) на матрицу, называемую обратной к \mathbf{A} , обозначаемую \mathbf{A}^{-1} , таким образом:

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}, \quad (58)$$

где \mathbf{A}^{-1} определяется как

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I} \quad (59)$$

\mathbf{I} — единичная матрица. Таким образом, мы получаем

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (60)$$

Стандартная алгебраическая формула для обратной матрицы \mathbf{A}^{-1} :

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{\text{adj}(\mathbf{A})}{|\mathbf{A}|} \quad (61)$$

где $|\mathbf{A}|$ является определителем матрицы \mathbf{A} , $\text{adj}(\mathbf{A})$ — матрица алгебраических дополнений. Уравнения (60) и (61) являются алгебраическими

утверждениями, позволяющими нам определить \mathbf{x} , но они не обеспечивают эффективных средств решения системы, потому что вычисление \mathbf{A}^{-1} с использованием (61) чрезвычайно неэффективно, включая порядок $(n + 1)!$ умножения, где n — количество уравнений. Однако (61) теоретически важно, поскольку оно показывает, что если $|\mathbf{A}| = 0$, то \mathbf{A} не имеет обратной матрицы. Тогда говорят, что матрица \mathbf{A} вырождена и единственного решения для \mathbf{x} не существует. Таким образом, установив, что $|\mathbf{A}|$ отличен от нуля — это один из способов показать, что неоднородная система уравнений является согласованной системой с единственным решением.

Важным понятием в линейной алгебре является ранг матрицы. Для квадратной матрицы ранг — это количество независимых строк или столбцов матрицы. Независимость можно объяснить следующим образом. Строки (или столбцы) матрицы можно явно рассматривать как набор векторов. Набор векторов называется линейно независимым, если ни один из них не может быть представлен в виде линейной комбинации любых других. Линейная комбинация векторов — это сложение векторов, умноженных на действительное число. Например, матрица

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

имеет линейно зависимые строки и столбцы. Это связано с тем, что

$$\text{строка 3} - \text{строка 1} - \text{строка 2} = 0$$

$$\text{столбец 3} - 2(\text{столбец 2}) + \text{столбец 1} = 0$$

Существует только одно уравнение, связывающее строки, и, следовательно, есть две независимые строки. Аналогично со столбцами. Следовательно, эта матрица имеет второй ранг. Теперь рассмотрим матрицу:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

строка 2 = 2 (строка 1)

строка 3 = 3 (строка 1)

Здесь есть два уравнения, связывающие строки, и, следовательно, только одна строка независима, так что матрица имеет первый ранг. Обратите внимание, что количество независимых строк и столбцов в квадратной матрице одинаково; то есть его ранг строки и ранг столбца равны. В общем случае матрицы могут быть неквадратными, и ранг матрицы \mathbf{A} размера $m \times n$ обозначается как $\text{rank}(\mathbf{A})$. Говорят, что матрица \mathbf{A} имеет полный ранг, если $\text{rank}(\mathbf{A}) = \min(m,n)$; в противном случае $\text{rank}(\mathbf{A}) < \min(m,n)$ и говорят, что \mathbf{A} имеет недостаточный ранг.

Теперь рассмотрим операции, которые можно провести над каждым уравнением системы уравнений. Такая система будет иметь вид

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

или в матричной записи

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

\mathbf{A} называется матрицей коэффициентов. Любая операция, выполняемая над уравнением, должна применяться как к его левой, так и к правой части. Имея это в виду, полезно объединить матрицу коэффициентов \mathbf{A} с вектором правой стороны \mathbf{b} таким образом:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$$

Если \mathbf{A} представляет собой матрицу размера $n \times n$, то расширенная матрица представляет собой матрицу размера $n \times (n + 1)$. Каждая строка расширенной матрицы содержит все коэффициенты уравнения, и любая операция должна применяться к каждому элементу в строке. Три элементарные операции со строками могут быть применены к отдельным уравнениям в системе без изменения решения системы уравнений:

1. Перестановка местами любые две строки.
2. Умножить строку на ненулевой скаляр.
3. Замените строку на сумму строки и скаляра, кратного другой строке.

Эти элементарные операции со строками можно использовать для решения некоторых важных задач линейной алгебры.

Метод исключения Гаусса является эффективным способом решения систем уравнений, особенно с несимметричной матрицей коэффициентов, имеющей относительно небольшое количество нулевых элементов. Метод полностью зависит от использования трех элементарных операций над строками. По сути, процедура состоит в том, чтобы сформировать расширенную матрицу для системы, а затем привести часть матрицы коэффициентов к верхнему треугольному виду. Чтобы проиллюстрировать систематическое использование элементарных операций со строками, рассмотрим применение исключения Гаусса для решения следующей системы уравнений:

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & (4+p) & 2 \\ -3 & -4 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (62)$$

Значение p известно. В таблице 1 показана последовательность операций, начиная с первого этапа с расширенной матрицей.

Таблица 1

Исключение Гаусса, используемое для преобразования расширенной матрицы в верхнетреугольную форму

A1 A2 A3	3 6 9 3 2 (4+p) 2 4 -3 -4 -11 -5	1 этап: Исходная матрица
A1 B2 = A2 - 2(A1)/3 B3 = A3 + 3(A1)/3	3 6 9 3 0 p -4 2 0 2 -2 -2	2 этап: В первом столбце 1 и 2 строку уменьшить до нуля.
A1 B3 B2	3 6 9 3 0 2 -2 -2 0 p -4 2	3 этап: Поменять местами 2 и 3 строку.
A1 B3 C3 = B2 - p(B3)/2	3 6 9 3 0 2 -2 -2 0 0 (-4+p) (2+p)	4 этап: Во втором столбце 3 строки уменьшить значение до 0

На четвертом этапе таблицы видно, что исходная матрица коэффициентов была приведена к верхней треугольной матрице. Если, например, $p = 0$, мы получаем

$$3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 3 \quad (63)$$

$$2x_2 - 2x_3 = -2 \quad (64)$$

$$-4x_3 = 2 \quad (65)$$

Можно получить значения неизвестных x_1 , x_2 и x_3 с помощью процесса, называемого обратной подстановкой. Решаем уравнения в обратном порядке.

Таким образом, из (65) $x_3 = -0,5$. Из (64), зная x_3 , имеем $x_2 = -1,5$. Наконец, из (63), зная x_2 и x_3 , имеем $x_1 = 5,5$.

Методом решения системы линейных уравнений, который тесно связан с методом исключения Гаусса, является метод исключения Гаусса – Джордана. В этом методе используются те же элементарные операции со строками, но он отличается от метода исключения Гаусса, поскольку элементы как ниже, так и выше ведущей диагонали сводятся к нулю. Это означает, что обратная замена исключена. Например, решение системы (62) при $p = 0$ приводит к следующей расширенной матрице:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 0 & 0 & 16.5 \\ 0 & 2 & 0 & -3.0 \\ 0 & 0 & -4 & 2.0 \end{array}$$

Таким образом, $x_1 = 16.5/3 = 5.5$, $x_2 = -3/2 = -1.5$ и $x_3 = 2/(-4) = -0.5$.

Исключение Гаусса требует умножения порядка $n^3/3$, за которым следует обратная замена, требующая умножения порядка n^2 . Исключение Гаусса – Джордана требует умножения порядка $n^3/2$. Таким образом, для больших систем уравнений (скажем, $n > 10$) исключение Гаусса-Жордана требует примерно на 50 % больше операций, чем исключение Гаусса.

Система линейных алгебраических уравнений с ненулевыми коэффициентами только на главной диагонали, нижней диагонали и верхней диагонали называется трехдиагональной системой уравнений. Рассмотрим трехдиагональную систему N уравнений с N неизвестными, $u_1, u_2, u_3, \dots, u_N$, как указано ниже:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ & & & & & a_N & b_N & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{N-1} \\ d_N \end{bmatrix} \quad (66)$$

Стандартным методом решения системы линейных алгебраических уравнений является исключение Гаусса. Алгоритм Томаса, также называемый методом прогонки, по существу является результатом применения исключения Гаусса к трехдиагональной системе уравнений.

i -ое уравнение системы можно записать в виде:

$$a_i u_{i-1} + b_i u_i + c_i u_{i+1} = d_i, \quad (67)$$

где $a_1 = 0$ и $c_N = 0$. Глядя на систему уравнений, мы видим, что i -е неизвестное может быть выражено как функция $(i+1)$ -го неизвестного. То есть

$$u_i = P_i u_{i+1} + Q_i \quad (68)$$

$$u_{i-1} = P_{i-1} u_i + Q_{i-1}, \quad (69)$$

где P_i и Q_i — константы. Обратите внимание, что если все уравнения в системе выражены таким образом, матрица коэффициентов системы преобразуется в верхнюю треугольную матрицу.

Чтобы определить константы P_i и Q_i , мы подставляем уравнение (69) в (67), чтобы получить

$$\begin{aligned} a_i P_{i-1} u_i + a_i Q_{i-1} + b_i u_i + c_i u_{i+1} &= d_i \\ (b_i + a_i P_{i-1}) u_i + c_i u_{i+1} &= d_i - a_i Q_{i-1} \\ u_i &= \frac{-c_i}{b_i + a_i P_{i-1}} u_{i+1} + \frac{d_i - a_i Q_{i-1}}{b_i + a_i P_{i-1}} \end{aligned} \quad (70)$$

Сравнивая уравнения (68) и (70), получаем

$$P_i = \frac{-c_i}{b_i + a_i P_{i-1}} \quad Q_i = \frac{d_i - a_i Q_{i-1}}{b_i + a_i P_{i-1}} \quad (71)$$

Это повторяющиеся соотношения для констант P и Q . Это показывает, что P_i можно вычислить, если известно P_{i-1} . Чтобы начать вычисление, используем тот факт, что $a_1 = 0$. Теперь P_1 и Q_1 можно легко вычислить, поскольку слагаемые, включающие P_0 и Q_0 , равны нулю. Поэтому,

$$P_1 = \frac{-c_1}{b_1} \quad Q_1 = \frac{d_1}{b_1} \quad (72)$$

Когда значения P_1 и Q_1 известны, можем использовать повторяющиеся выражения для P_i и Q_i для всех значений i .

Теперь, чтобы начать обратную подстановку, воспользуемся тем, что $c_N = 0$. Как следствие, из уравнения (71) имеем $P_N = 0$, что приводит к $u_N = Q_N$. Когда значение u_N известно, используем уравнение (68) для получения $u_{N-1}, u_{N-2}, \dots, u_1$.

Разложение LU — это процесс, аналогичный процессу исключения Гаусса и эквивалентный с точки зрения элементарных операций со строками. Матрицу A можно разложить так, что

$$A = LU \quad (73)$$

где L — нижняя треугольная матрица с ведущей диагональю из единиц, а U — верхняя треугольная матрица. Матрица A может быть вещественной или комплексной. По сравнению с методом исключения Гаусса LU -разложение имеет особое преимущество, когда система уравнений, которую мы хотим решить, $Ax = b$, имеет более одной правой части или, когда правые части заранее неизвестны. Это связано с тем, что множители L и U получаются явно, и их можно использовать для любых правых частей по мере их возникновения без пересчета L и U . Исключение Гаусса не определяет L явно, а скорее формирует $L^{-1}b$, так что все правые части должны быть известны, когда уравнение решено.

Основные шаги, необходимые для решения системы уравнений с помощью разложения LU , заключаются в следующем. Поскольку $A = LU$, то $Ax = b$ становится

$$LUx = b$$

где b не ограничивается одним столбцом. Полагая $y = Ux$, получаем

$$Ly = b$$

Поскольку L является нижней треугольной матрицей, это уравнение эффективно решается прямой подстановкой. Чтобы найти x , мы затем решаем

$$Ux = y$$

Поскольку U является верхней треугольной матрицей, это уравнение можно эффективно решить с помощью обратной подстановки.

При использовании методов контрольных объёмов для решения уравнений в частных производных матрица может быть очень большой, возможно, 1000×1000 или больше. Основным источником проблем с большими матрицами является дискретизация уравнений в частных производных. Часто эти матрицы разрежены, что означает, что большинство элементов матрицы равны 0. Стандартное исключение Гаусса превращает нули в ненулевые значения, уменьшая разреженность. Для больших разреженных матриц предпочтительным методом решения является использование итерационного метода. Итерационный метод генерирует последовательность, которая сходится к решению, и итерация продолжается до тех пор, пока не будет достигнута желаемая устойчивость к ошибкам. В отличие от исключения Гаусса, итерационные методы не изменяют матрицу, а используют только небольшой набор векторов, полученных из матрицы, поэтому они используют гораздо меньше памяти, чем работа непосредственно с матрицей. [11]

Рассмотрения итерационных методов начнем с метода Якоби. Для этого метода запишем каждое неизвестное через другие неизвестные. Ниже проиллюстрирован этот процесс с помощью системы 4×4 .

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = b_1 \Rightarrow x_1 = [b_1 - (a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4)]/a_{11}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = b_2 \Rightarrow x_2 = [b_2 - (a_{21}x_1 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4)]/a_{22}$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = b_3 \Rightarrow x_3 = [b_3 - (a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{34}x_4)]/a_{33}$$

$$a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 = b_4 \Rightarrow x_4 = [b_4 - (a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3)]/a_{44}$$

Подставим начальные значения для x_1, x_2, x_3 и x_4 в правую часть уравнений и вычислим второй набор приближительных значений для неизвестных. Затем эти новые значения подставляются в правую часть уравнений, чтобы получить третий набор приближенных решений, и так далее, пока итерации не дадут достаточно малую оценку относительной ошибки. Для общего случая n неизвестных итераций определяется выражением:

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j \right) \right], \quad 1 \leq i \leq n \quad (74)$$

Пусть x — вектор, полученный в ходе итерации. Чтобы четко различать номер итерации и компонент вектора, используем обозначение $x_i^{(k)}$, где k относится к номеру итерации, а i относится к i -му компоненту $x^{(k)}$.

Если известно хорошее начальное приближение для решения $x^{(0)}$, используем $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ для начала итерации. Если нет оценки для начального значения $x^{(0)}$, то тогда берем его нулевым $x^{(0)} = 0$. Второе приближение для решения, $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ вычисляется путем подстановки первой оценки в правую часть уравнения 74:

$$x_i^{(1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j^{(0)} \right) \right], \quad 1 \leq i \leq n$$

В общем случае оценка $x^{(k)}$ для решения вычисляется из оценки $x^{(k-1)}$ по формуле

$$x_i^{(k)} = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j^{(k-1)} \right) \right], \quad 1 \leq i \leq n \quad (75)$$

Итерации продолжаются до тех пор, пока не будет удовлетворена допустимая ошибка ε . Применяем оценку относительной ошибки и прекращаем итерацию, когда

$$\frac{\|b - Ax\|_2}{\|b\|} \leq \varepsilon$$

Таким образом, завершаем итерацию, когда текущая невязка относительно b становится достаточно малой. $\frac{\|b-Ax\|_2}{\|b\|}$ называется относительным остатком.

В методе Гаусса-Зейделя так же начинается с приближительных значений $x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$, если они известны; в противном случае берется $x^{(0)} = 0$. Эти значения используются для вычисления $x_1^{(1)}$. Далее используются $x_1^{(1)}$ и $x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ для вычисления $x_2^{(1)}$ и так далее. На каждом шаге мы применяем новые значения компонентов вектора, как только мы их вычисляем. Есть надежда, что эта стратегия улучшит скорость сходимости. Применяя этот метод с уравнением 74, получаем формулу итерации:

$$x_1^{(k)} = \frac{1}{a_{11}} \left[b_1 - \left(\sum_{j=2}^n a_{1j} x_j^{(k-1)} \right) \right] \quad (76)$$

$$x_i^{(k)} = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} + \sum_{j=1+1}^n a_{ij} x_j^{(k-1)} \right) \right], \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (77)$$

$$x_n^{(k)} = \frac{1}{a_{nn}} \left[b_n - \left(\sum_{j=1}^{n-1} a_{nj} x_j^{(k)} \right) \right] \quad (78)$$

Метод SOR был разработан для ускорения сходимости метода Гаусса-Зейделя. Идея состоит в том, чтобы последовательно сформировать средневзвешенное значение между ранее вычисленным значением $x_i^{(k-1)}$ и новым значением

$$x_i^{(k)} = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} + \sum_{j=1+1}^n a_{ij} x_j^{(k-1)} \right) \right], \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Взвешиваем вновь вычисленное значение по ω , а предыдущее значение по $(1 - \omega)$. Предполагая, что $\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)}$ и $\sum_{j=1+1}^n a_{ij} x_j^{(k-1)}$ игнорируются при $i = 1$ и n , соответственно, получаем:

$$x_i^{(k)} = \frac{\omega}{a_{ii}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} + \sum_{j=1+1}^n a_{ij} x_j^{(k-1)} \right) \right] + (1 - \omega) x_i^{(k-1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (79)$$

Чтобы этот метод обеспечил улучшение по сравнению с методом Гаусса-Зейделя, необходимо тщательно выбирать параметр релаксации ω . Если $\omega = 1$, метод SOR и метод Гаусса-Зейделя идентичны. Если $\omega > 1$, то это используется верхняя релаксация, а если $\omega < 1$, то это используется нижняя релаксация.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Была сделана программа для решения двухмерной фильтрации и для ее проверки были проведены тесты. Данные которые были взяты для всех тестовых задач:

$$\mu_w = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$$

$$\mu_o = 10 \text{ мПа} \cdot \text{с}$$

$$p_r = 6 \text{ МПа}$$

$$p_k = 13 \text{ МПа}$$

$$L = 250 \text{ м}$$

1) Однородная однофазная задача без учета сжимаемости

Для получения аналитического решения была использовано уравнение:

$$p(x) = p_k - \frac{p_k - p_r}{L} x, \quad (80)$$

где p_k — давление на контуре питания

p_r — давление на галерее

Для численного решения в данной задачи общий баланс массы будет записан:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

После дискретизации:

$$Ap_{i-1} + Bp_i + Cp_{i+1} = 0$$

$$\text{где } A = -\frac{\lambda}{\Delta x^2}$$

$$B = -(A + C)$$

$$C = -\frac{\lambda}{\Delta x^2}$$

$$\lambda = \frac{k}{\mu_w} - \text{проводимость.}$$

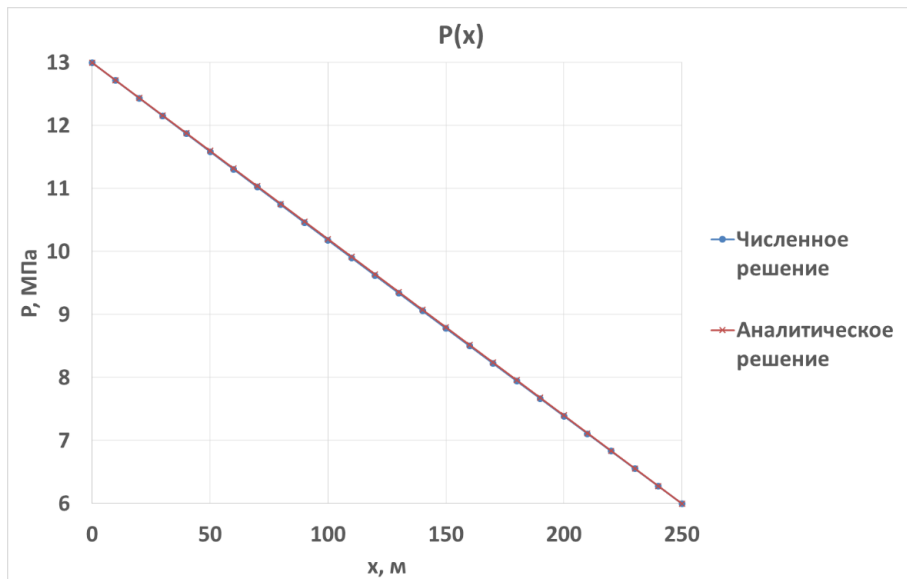


Рис. 6. Сравнение численного и аналитического решения для однородной однофазной задачи без учета сжимаемости.

2) Однородная однофазная задача с учетом сжимаемости

Для получения аналитического решения была использовано уравнение, которое верно только тогда, когда возмущение еще не дошло до границы:

$$p = p_r + (p_k - p_r) \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\lambda t}} \right) \quad (81)$$

Рассмотрим одномерный однородный участок длиной 250 м с проницаемостью 500 мД. Сжимаемость нефти $\beta_o = 7 \cdot 10^{-3}$ 1/МПа, сжимаемость воды $\beta_w = 5 \cdot 10^{-4}$ 1/МПа, сжимаемость горной породы $\beta_c = 2 \cdot 10^{-4}$ 1/МПа.

В данной тестовой задаче, чтобы сравнить численное и аналитическое решение было рассмотрено на 500 секунд. За это время возмущение еще не доходит границы.

Численное решение:

$$\lambda \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \beta^* \frac{\partial p}{\partial t}$$

После дискретизации:

$$Ap_{i-1} + Bp_i + Cp_{i+1} = p_{i,j}^n \frac{\beta^*}{\Delta t}$$

$$A = -\frac{\lambda}{\Delta x^2}$$

$$B = -\left(A + C - \frac{\beta^*}{\Delta t}\right)$$

$$C = -\frac{\lambda}{\Delta x^2}$$

$$\lambda = \frac{k}{\mu_w} - \text{проводимость.}$$

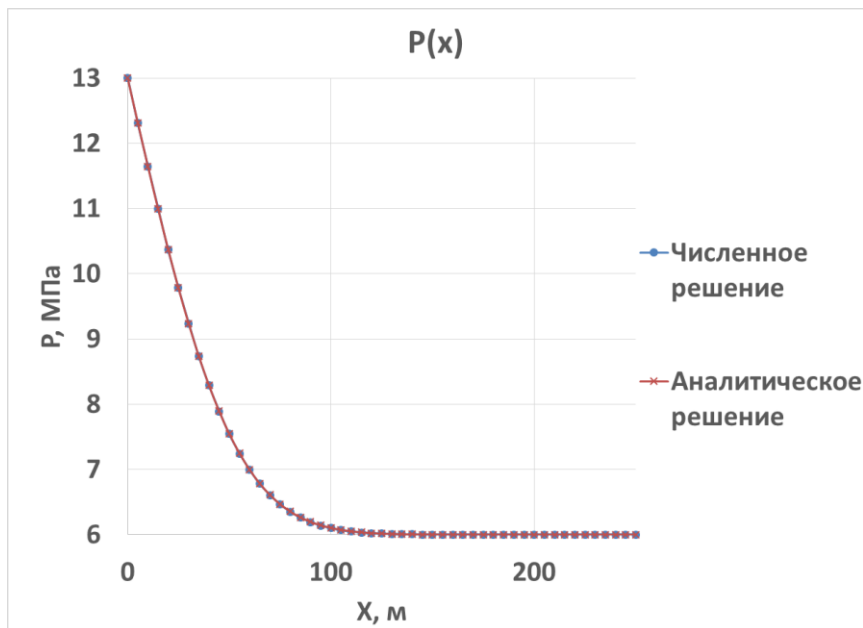


Рис. 7. Сравнение численного и аналитического решения для однородной однофазной задачи с учетом сжимаемости.

3) Зонально неоднородная однофазная задача без учета сжимаемости

Уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0$$

Получение аналитического решения:

$$\left(\lambda \frac{\partial p}{\partial x} \right) = C_1$$

$$P = \begin{cases} P_1 = \frac{C_1 x + C_2}{\lambda_1}, & x < x_{\text{гp}} \\ P_2 = \frac{C_1^* x + C_2^*}{\lambda_2}, & x \geq x_{\text{гp}} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{C_2}{\lambda_1} = p_{\text{к}} \Rightarrow C_2 = p_{\text{к}} \lambda_1 \\ LC_1^* + C_2^* = p_{\text{г}} \lambda_2 \\ \frac{C_1 x_{\text{гp}} + C_2}{\lambda_1} = \frac{C_1^* x_{\text{гp}} + C_2^*}{\lambda_2} \\ \lambda_1 \frac{dP_1}{dx} \Big|_{x=x_{\text{гp}}} = \lambda_2 \frac{dP_2}{dx} \Big|_{x=x_{\text{гp}}} \Rightarrow C_1 = C_1^* \end{array} \right.$$

$$C_2^* = p_{\text{г}} \lambda_2 - LC_1^*$$

$$\frac{x_{\text{гp}} C_1 + C_2}{\lambda_1} = \frac{x_{\text{гp}} C_1 + C_2^*}{\lambda_2}$$

$$\lambda_2 x_{\text{гp}} C_1 + \lambda_2 C_2 = x_{\text{гp}} C_1 \lambda_1 + \lambda_1 C_2^*$$

$$\lambda_2 x_{\text{гp}} C_1 - \lambda_1 x_{\text{гp}} C_1 = \lambda_1 (p_{\text{г}} \lambda_2 - LC_1^*) - \lambda_2 C_2$$

$$\lambda_2 x_{\text{гp}} C_1 - \lambda_1 x_{\text{гp}} C_1 + L \lambda_1 C_1 = p_{\text{г}} \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2 C_2$$

$$C_1 (\lambda_2 x_{\text{гp}} - \lambda_1 x_{\text{гp}} + L \lambda_1) = p_{\text{г}} \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2 C_2$$

$$C_1^* = C_1 = \frac{p_{\text{г}} \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2 C_2}{(\lambda_2 x_{\text{гp}} - \lambda_1 x_{\text{гp}} + L \lambda_1)}$$

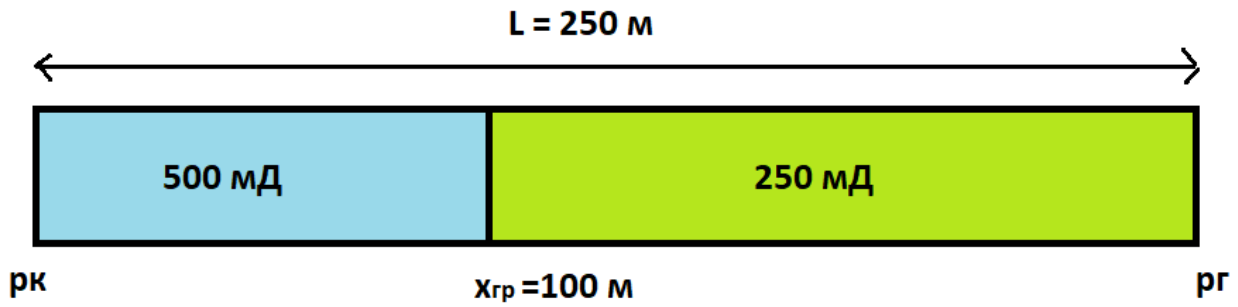


Рис. 8. Одномерный зонально неоднородный участок длиной 250 м с проницаемостью первой зоны 500 мД, а второй 250 мД.

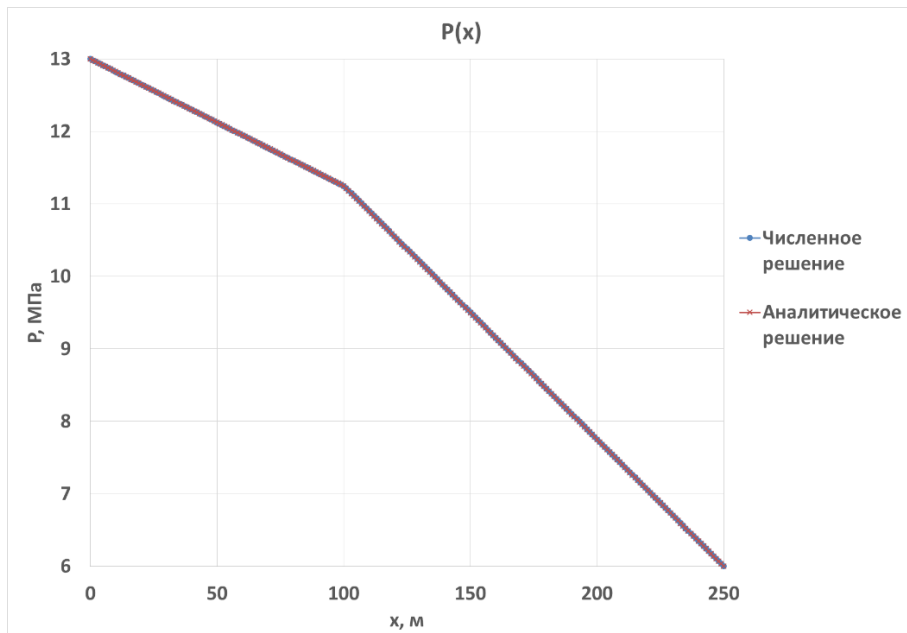


Рис. 9. Сравнение численного и аналитического решения для зонально неоднородной однофазной задачи без учета сжимаемости.

4) Однофазная однородная задача без учета сжимаемости.

Для сравнения с численным значением использовалась формула (32) при постоянном расходе.

$$w = 2 * 10^{-6} \text{ м/с}$$

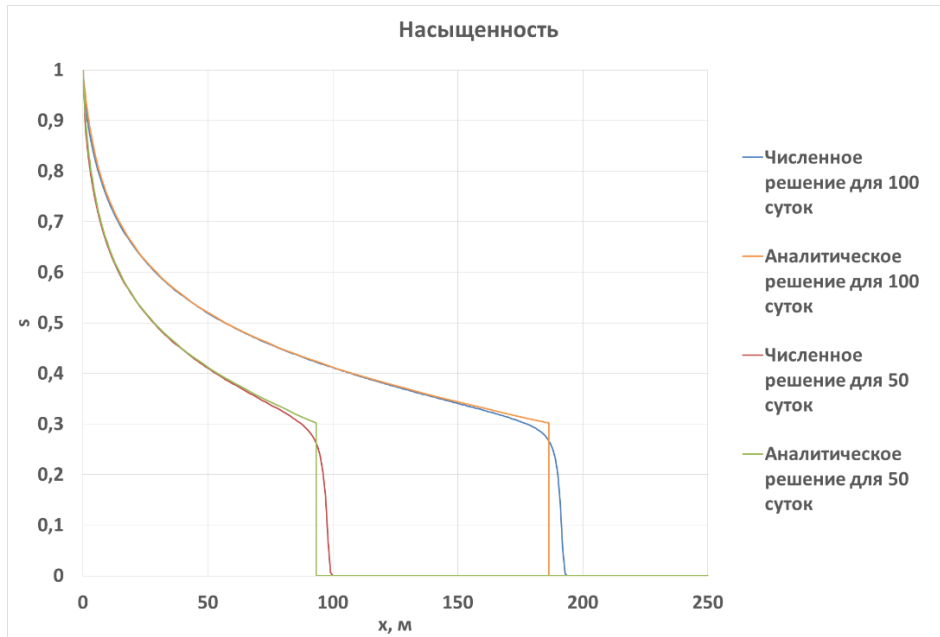


Рис. 10. Сравнение численного и аналитического решения для однофазной однородной задачи без учета сжимаемости.

Приведённые сравнения аналитического и численного решения показывают, что можно использовать разработанную программу в исследовательской задаче.

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА

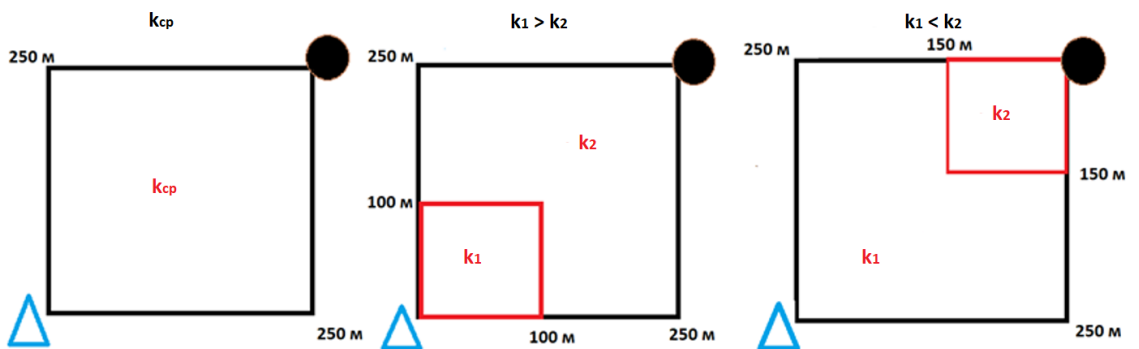


Рис. 11. Изображены случаи, которые будут исследоваться: в 1 случае взята средняя проницаемость, во 2 случае зональная неоднородность и нагнетательная скважина стоит в высокопроницаемой зоне, в 3 случае зональная неоднородность и нагнетательная скважина стоит в низкопроницаемом участке.

Данные которые будут использоваться в задаче:

Начальная водонасыщенность и конечная нефтенасыщенность равны нулю.

Сжимаемость нефти $\beta_o = 7 \cdot 10^{-3} \text{ 1/МПа}$

Сжимаемость воды $\beta_w = 5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/МПа}$

Сжимаемость горной породы $\beta_c = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/МПа}$

Рассматривается симметричный элемент пятиточечной схемы расстановки скважин с размером стороны 250м.

Давление на нагнетающей скважине 13 МПа, а на добывающей 6.

Графики приведены для 730 дня.

Пористость $m = 0.2$.

$k_{cp} = 375 \text{ мД}$,

Для случая, когда $k_1 > k_2$: $k_1 = 500 \text{ мД}$, $k_2 = 250 \text{ мД}$.

Для случая, когда $k_2 > k_1$: $k_1 = 250 \text{ мД}$, $k_2 = 500 \text{ мД}$.

Для явного решения насыщенности должно выполняться условие устойчивости:

$$\Delta t < h \frac{\min m_{i,j}}{\max w_{i,j} \max f'(s)} \quad (82)$$

$$h = \Delta x = \Delta y = 10 \text{ м}$$

Из этого условия получаем, что шаг по времени может быть до 26ч и чем меньше вязкость нефти, тем меньшее значение шага по времени надо брать.

План исследования:

- Получить профили насыщенностей и давлений всех случаев для разных соотношений вязкостей. Вязкость воды увеличивается с $\mu_v=1 \text{ мПа*с}$ до 100 мПа*с . Вязкость нефти остается постоянной $\mu_n=10 \text{ мПа*с}$.
- Получить графики Суммарного дебита, обводненности, КИН при постоянном соотношении вязкостей для всех случаев. Вязкость нефти остается постоянной $\mu_n=10 \text{ мПа*с}$.

- Получить профили насыщенностей и давлений 3 случая для разных соотношений вязкостей. Вязкость нефти уменьшается с $\mu_n=10$ мПа*с до 0,5 мПа*с. Вязкость воды остается постоянной $\mu_w=1$ мПа*с.
- Получить графики Суммарного дебита, обводненности, КИН при постоянном соотношении вязкостей для 3 случая. Вязкость воды остается постоянной $\mu_w=1$ мПа*с.

1) Профили насыщенностей и давлений всех случаев для разных соотношений вязкостей при вязкости нефти $\mu_n=10$ мПа*с.

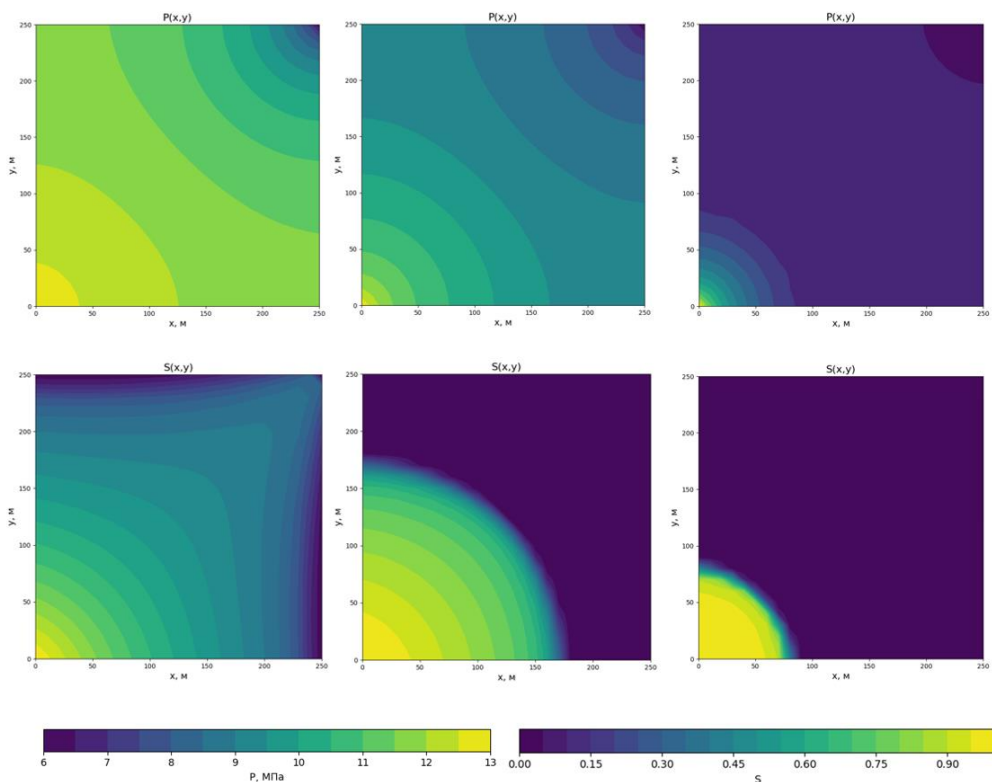


Рис. 12. Профили насыщенностей и давлений при $k_{ср}$. Соотношение вязкостей первого столбца $\mu_0=0.1$, второго $\mu_0=1$, третьего $\mu_0=10$.

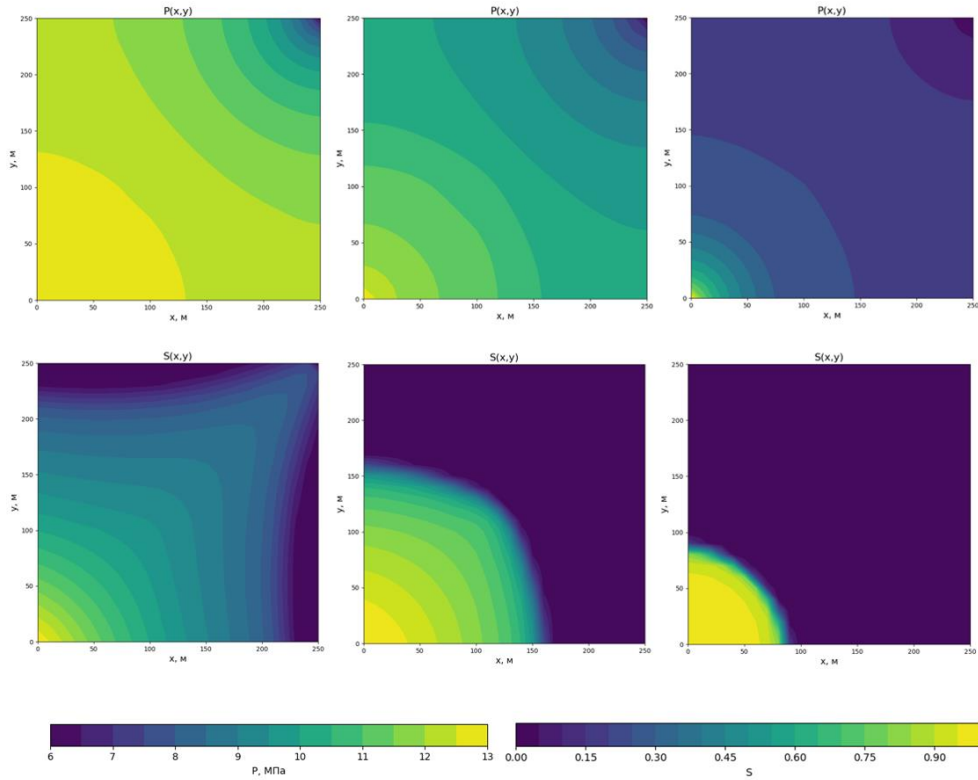


Рис. 13. Профили насыщенностей и давлений при $k_1 > k_2$. Соотношение вязкостей первого столбца $\mu_0=0.1$, второго $\mu_0=1$, третьего $\mu_0=10$.

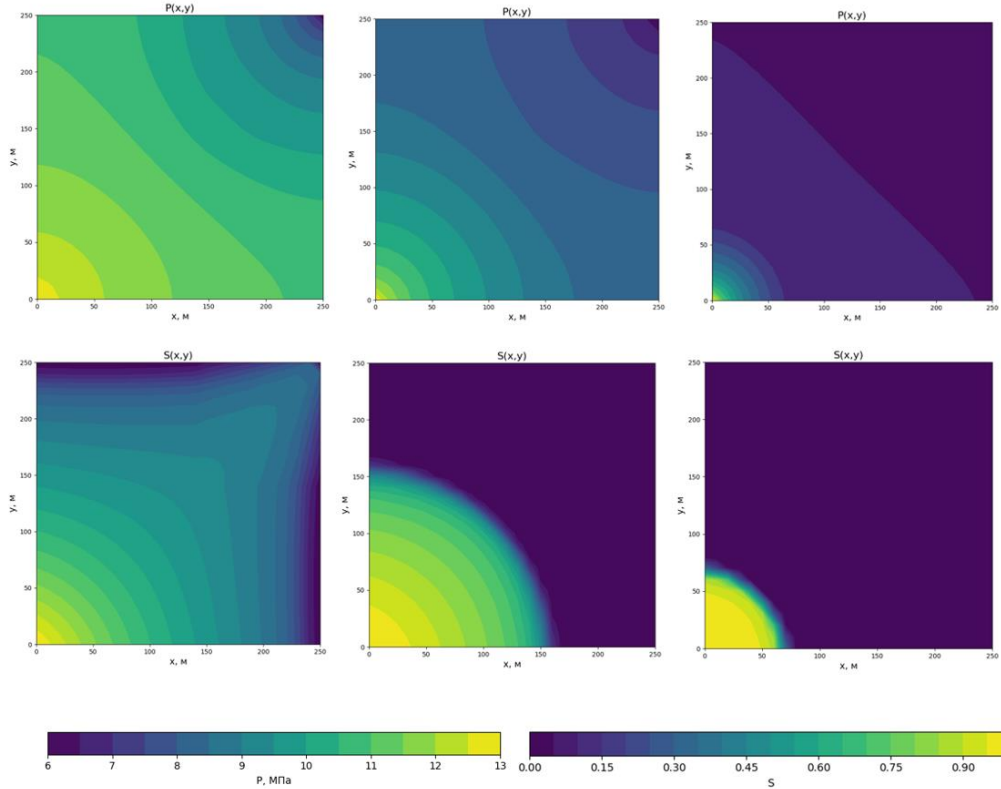


Рис. 14. Профили насыщенностей и давлений при $k_2 > k_1$. Соотношение вязкостей первого столбца $\mu_0=0.1$, второго $\mu_0=1$, третьего $\mu_0=10$.

2) Суммарный дебит, обводненность, КИН при постоянном соотношении вязкостей для всех случаев при вязкости нефти $\mu_n=10$ мПа*с.

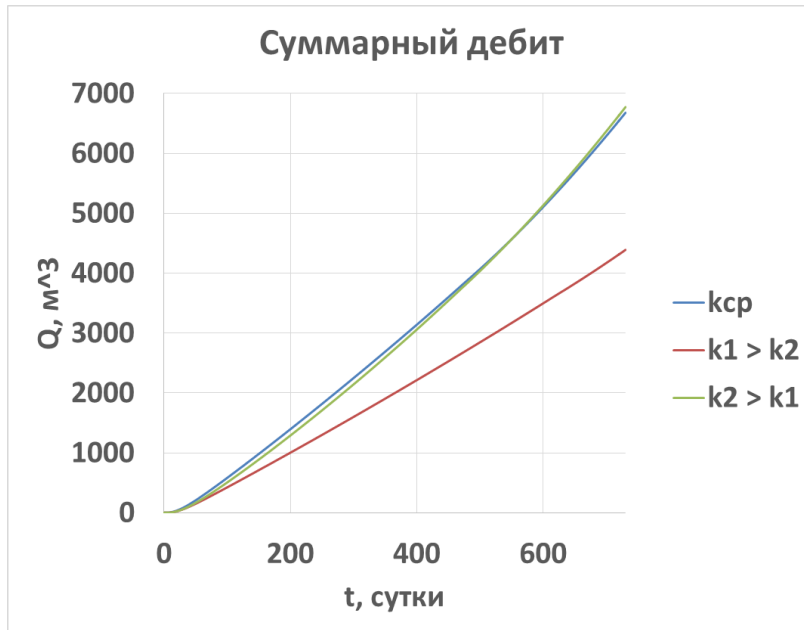


Рис. 15. Суммарный дебит для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=0,1$, $\mu_B = 1$ мПа * с, $\mu_n = 10$ мПа * с.

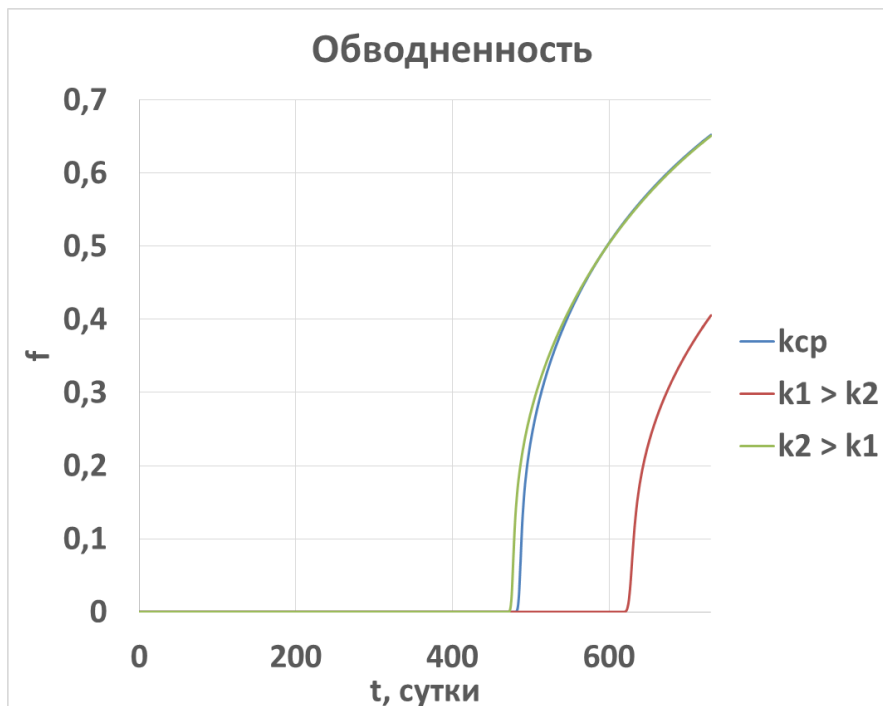


Рис. 16. Обводненность для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=0,1$, $\mu_B = 1$ мПа * с, $\mu_n = 10$ мПа * с.

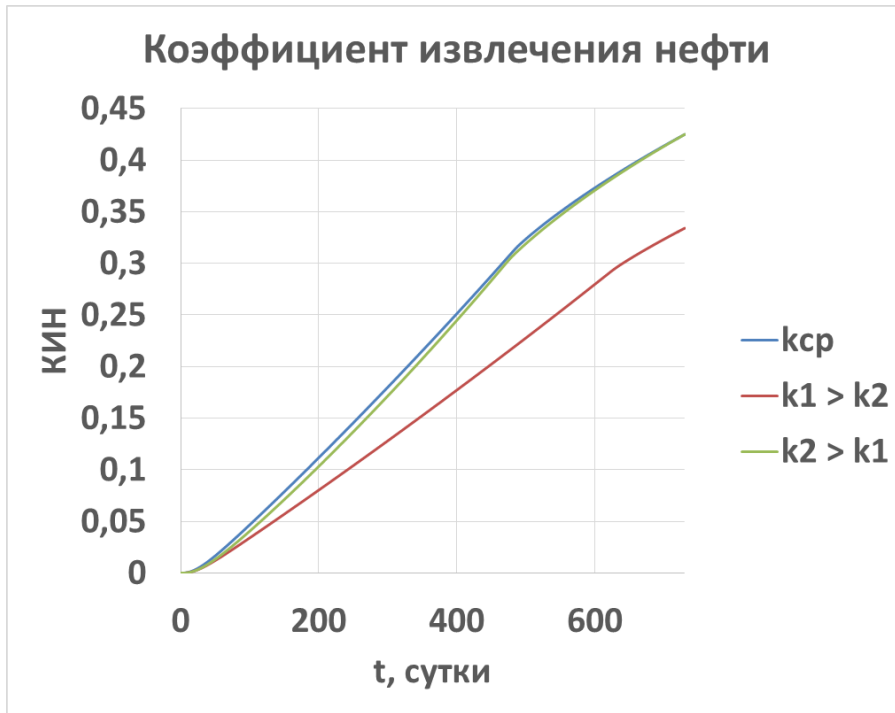


Рис. 17. КИН для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=0,1$. $\mu_B = 1$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

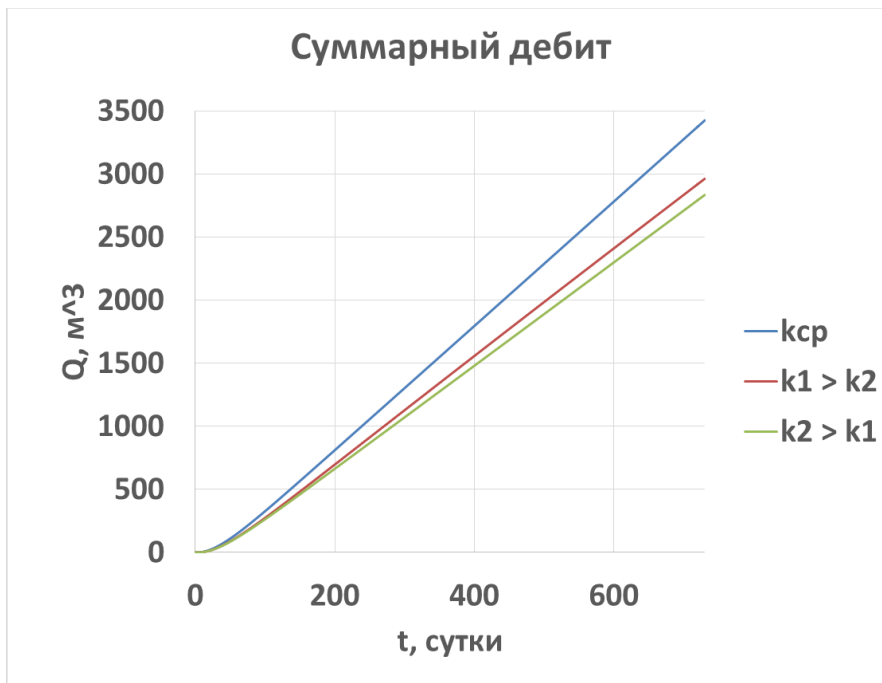


Рис. 18. Суммарный дебит для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=1$. $\mu_B = 10$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

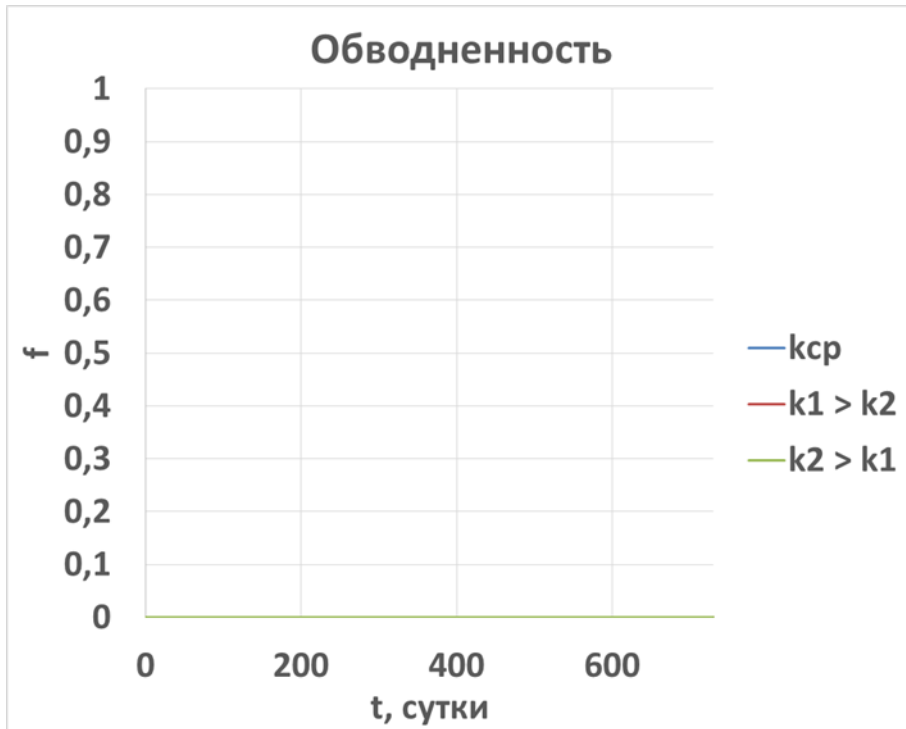


Рис. 19. Обводненность для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=1$. $\mu_B = 10$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

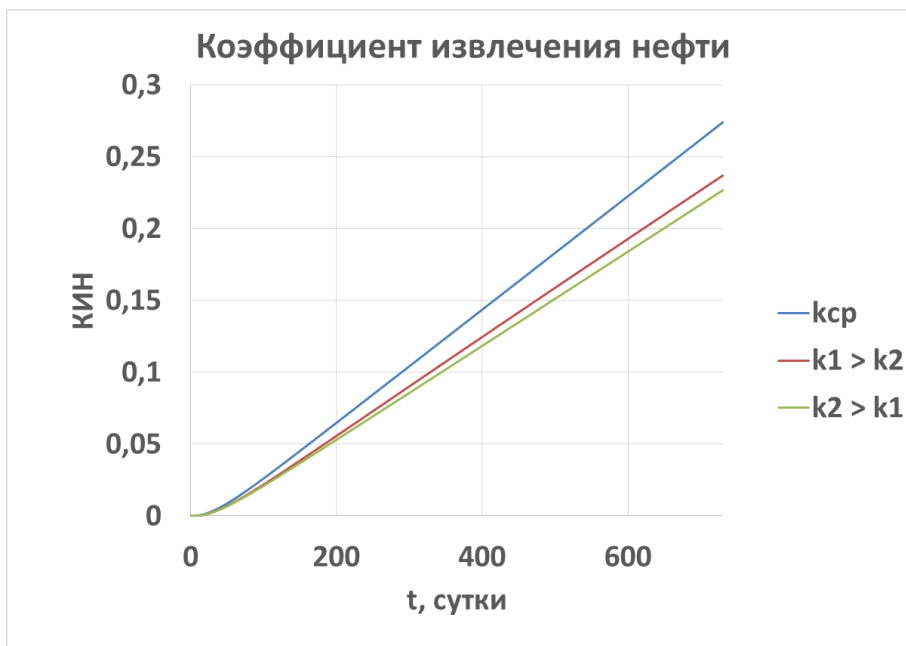


Рис. 20. КИН для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=1$. $\mu_B = 10$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

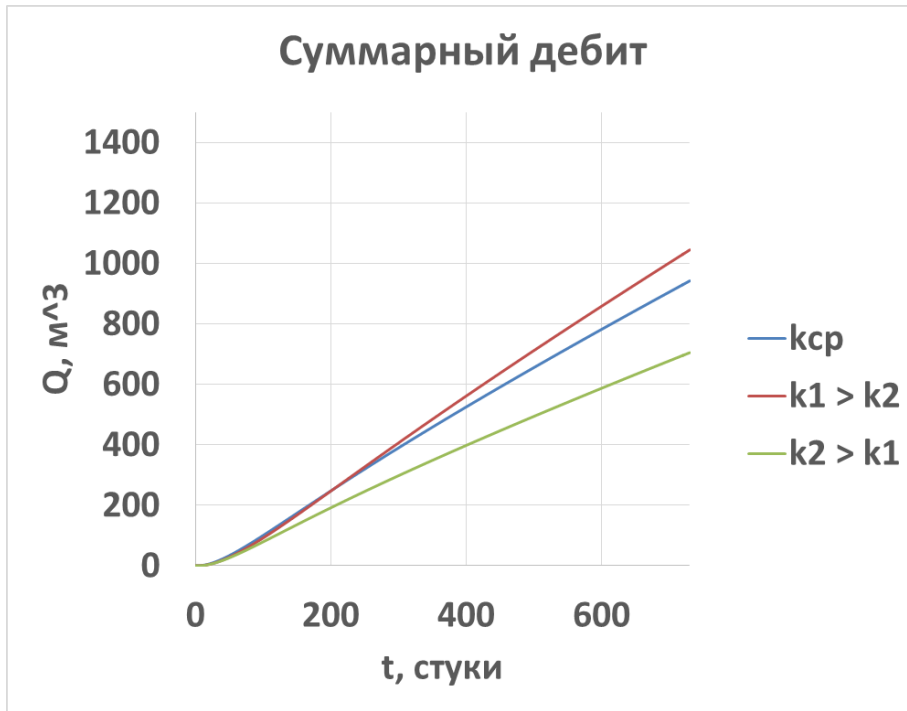


Рис. 21. Суммарный дебит для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=10$. $\mu_B = 100$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

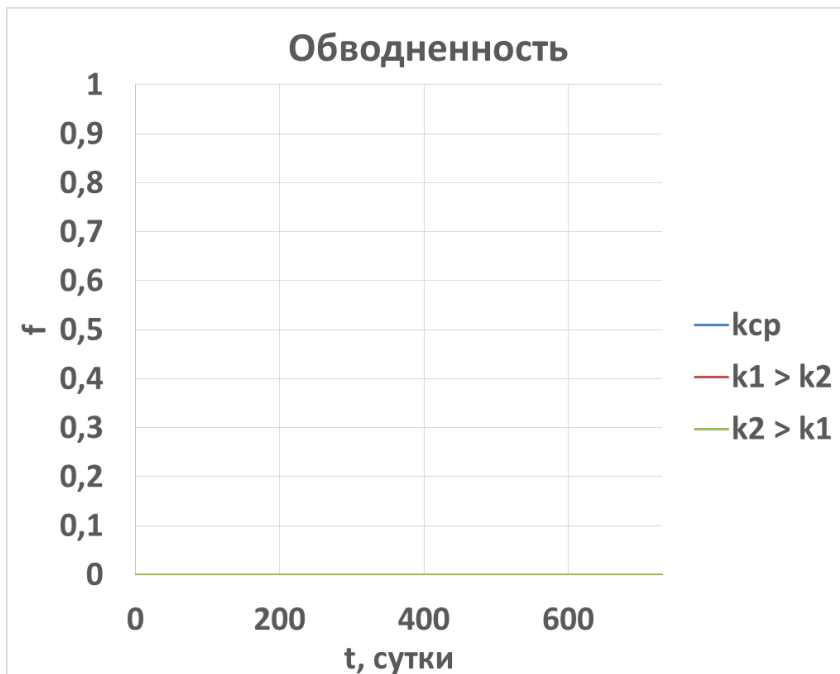


Рис. 22. Обводненность для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=10$. $\mu_B = 100$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

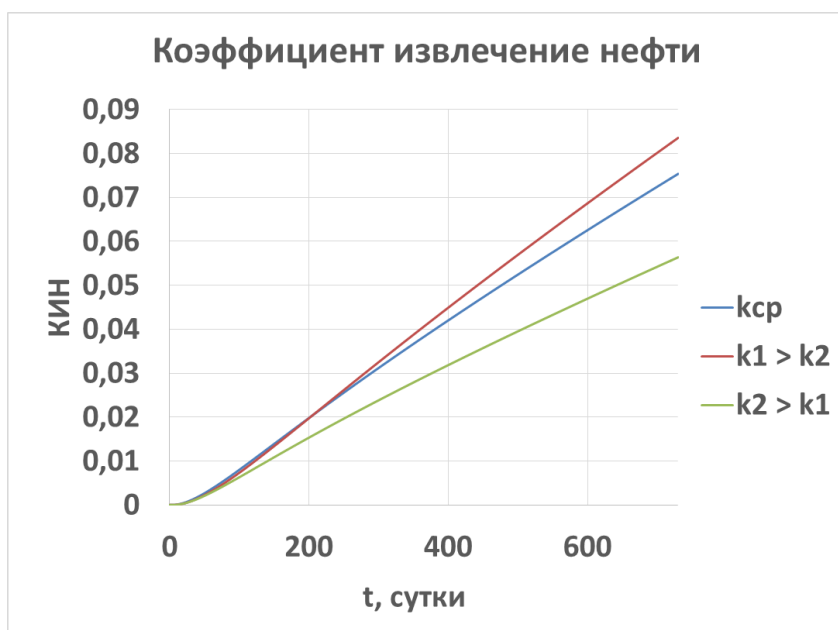


Рис. 23. КИН для всех случаев при отношении проницаемости $\mu_0=10$. $\mu_B = 100$ мПа * с, $\mu_H = 10$ мПа * с.

3) Профили насыщенностей и давлений третьего случая для разных соотношений вязкостей при вязкости воды $\mu_B=1$ мПа * с.

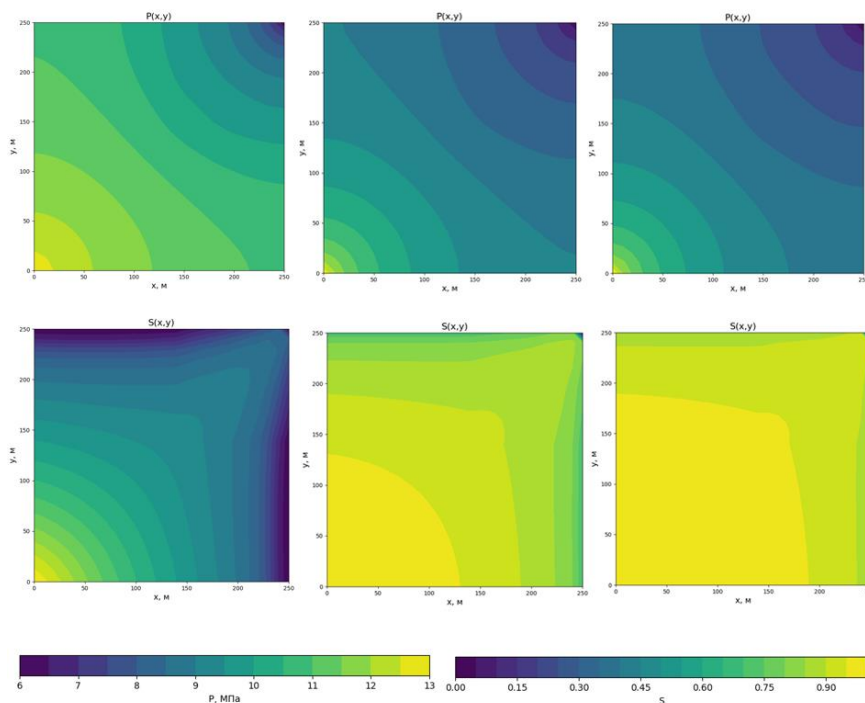


Рис. 24. Профили насыщенностей и давлений для третьего случая. Соотношение вязкостей первого столбца $\mu_0=0.1$, второго $\mu_0=1$, третьего $\mu_0=2$

- 4) Суммарный дебит, обводненность, КИН при разном соотношении вязкостей для третьего случая при вязкости воды $\mu_v=1$ мПа*с.

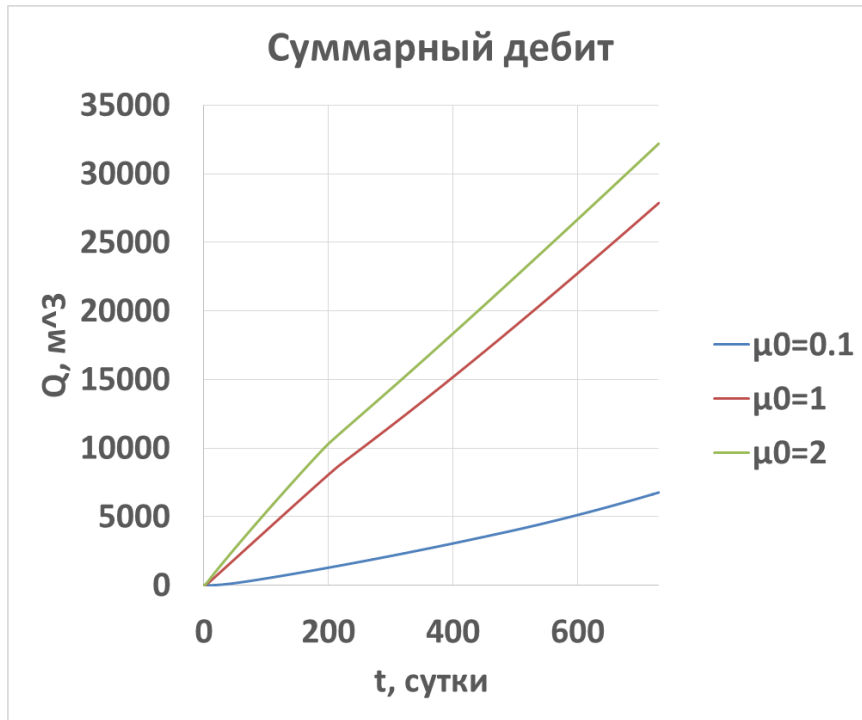


Рис. 25. Суммарный дебит для третьего случая при разных отношениях вязкостей.

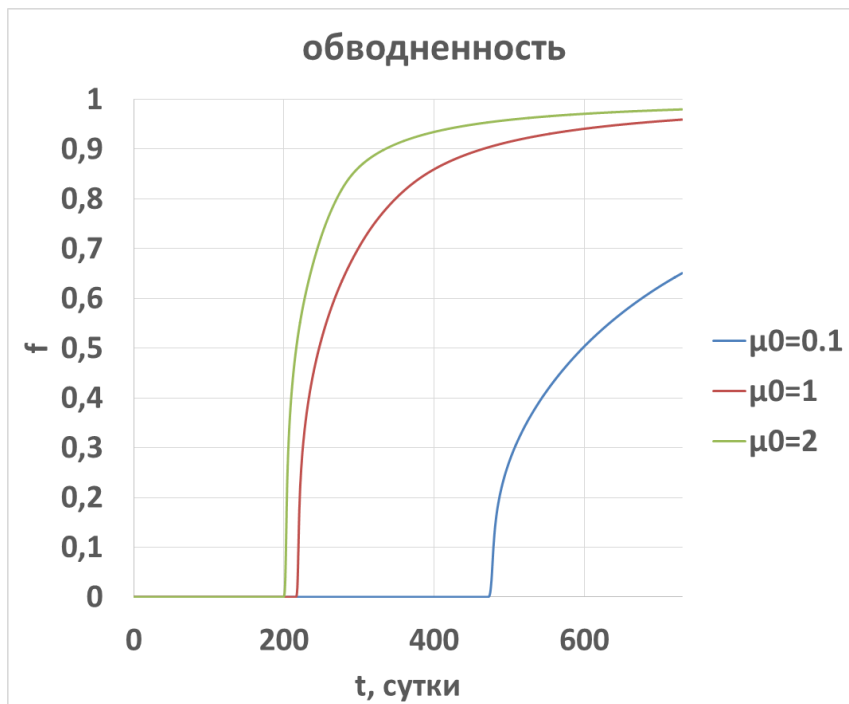


Рис. 26. Обводненность для третьего случая при разных отношениях вязкостей.

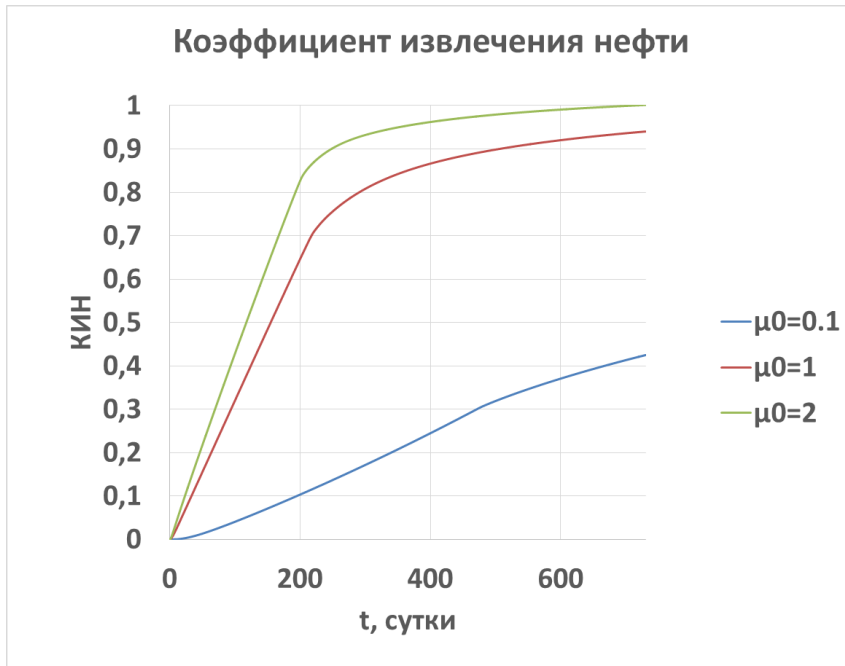


Рис. 27. КИН для третьего случая при разных отношениях вязкостей.

Выводы:

- При увеличении вязкости воды замедляется фронт вытеснения и увеличивается значение насыщенности на скачке. При уменьшении вязкости нефти ускоряется фронт вытеснения и так же увеличивается значение насыщенности на скачке. В третьи случаи чем больше соотношения вязкости при постоянной вязкости воды, тем больше суммарный дебит, обводненность и КИН.
- В случае, когда вязкость нефти больше вязкости воды, вытеснение нефти водой происходит быстрее, если нагнетание осуществляется в низкопроницаемую зону, а извлечение нефти происходит в высокопроницаемой зоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. - М.: Недра, 1993. - 416 с.
- 2) С. Патанкар. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. -М.: Энергоатомиздат 1984. -124 с.
- 3) Коленкина Е. И., Никитин В. Ф., Логвинов О. А., Смирнов Н. Н. Фильтрационные течения в пористых средах. - – Москва: Изд-во ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 2020. – 73 с.
- 4) Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем:— М.: Недра, 1982. — 407 с.
- 5) Р. Д. Каневская. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 140 с.
- 6) Fadl Moukalled, Luca Mangani, Marwan Darwish. Implementation of boundary conditions in the finite-volume pressure-based method—Part I: Segregated solvers. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, 2016. 534 – 562.
- 7) Tarek Ahmed. Chapter 14 - Principles of Waterflooding. Reservoir Engineering Handbook, 2019. 901–1107.
- 8) Dragan Aleksendrić, Pierpaolo Carlone. 4 - Soft computing techniques. Soft Computing in the Design and Manufacturing of Composite Materials, 2015. 39 – 60.
- 9) F. Moukalled , L. Mangani , M. Darwish. The Finite Volume Mesh. The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics, 2015. 137–171.
- 10) George Lindfield, John Penny. Chapter 2 - Linear Equations and Eigensystems. Numerical Methods, 2019. 73 – 156.
- 11) William Ford. Chapter 20 - Basic Iterative Methods. Numerical Linear Algebra with Applications, 2015. 469 – 490.
- 12) John R. Fanchi. 13 - Reservoir Simulation. Integrated Reservoir Asset Management, 2010. 223 – 241.