VBScript, HTML, ASP, Dreamweaver, Crystal Reports и др.), СУБД (Visual FoxPro, Access, SQL Server, Oracle) и CASE-средства (BPwin, ERwin, Rational Rose).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Путем комбинации учебных модулей, тем и уровней изучения можно создать индивидуальные образовательные траектории, ориентированные на различные формы обучения, аудиторию и на отдельных студентов. Таким образом, реализуется принцип адаптации.

Для всего образовательного процесса в области программирования и баз данных в соответствии с указанными принципами были разработаны учебники [1, 2] и пособия [3–4], в которых учебный материал классифицирован по специализации и уровням изучения. Для контроля знаний студентов были разработаны примеры, упражнения и задачи для программирования, темы практических, контрольных и курсовых работ, тесты для электронного тестирования, вопросы для зачетов и экзаменов.

Разработанное методическое и программное обеспечение были применены в учебном процессе в нескольких высших и средних учебных заведениях с различными формами обучения и показали свою эффективность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Плещев В. В. Информатика и программирование. Quick Basic и Visual Basic 6.0, VBScript, HTML, ASP, Dreamweaver, Crystal Reports с примерами и упражнениями: Учебник. 3-е изд., испр. и доп. (реком. УМО Минобразования РФ). Екатеринбург, 2002.
2. Плещев В. В. Высокоуровневые методы информатики и программирования. Delphi 5, C++ Builder 5, Visual C++ с примерами и упражнениями: Учебник. 2-е изд., испр. и доп. (реком. УМО Минобразования РФ). Екатеринбур, 2002.
3. Плещев В. В. Базы данных. Visual FoxPro, Access, SQL Server, Oracle: Учеб. пособие. Екатеринбург, 2002.
4. Плещев В.В. Разработка и стандартизация программных средств и информационных технологий: Учеб. пособие. Екатеринбург, 2003.

Сергей Александрович БАРДАСОВ —
доцент кафедры экономики и управления собственностью,
кандидат физико-математических наук

Предпочтительность метода равных частот относительно метода равных интервалов при построении вариационных рядов

УДК 519.21(075.8)

АННОТАЦИЯ. Доказано, что группы, образованные методом равных частот, по сравнению с группами, образованными методом равных интервалов, имеют большее значение функции максимального правдоподобия.

Is proved, that the groups formed by a method of equal frequencies, in comparison with groups formed by a method of equal intervals, have the greater value of function of the maximal plausibility.

Пусть имеется N объектов, которые характеризуются ранжированными в порядке возрастания численными значениями x_1, x_2, ..., x_N некоторого признака.

Необходимо распределить объекты по m группам и построить оценку плотности вероятностей (гистограмму).

Рассмотрим, обычно применяемый при образовании групп, метод равных интервалов. Область значений признака x разбивается на m не перекрывающихся интервалов одинаковой длины

$[x_1, x_1 + \Delta](x_1 + \Delta, x_1 + 2\cdot\Delta], \ldots, (x_1 + (m-1)\cdot\Delta, x_1 + m\cdot \Delta = x_N]$

где $\Delta = \dfrac{x_N - x_1}{m}$ — длина интервалов. Затем определяется, сколько выборочных значений из общего числа N оказалось в каждом интервале группировки (обозначим полученные числа (частоты) через $n_j, (j = 1,\ldots,m), \sum_{j=1}^{m} n_j = N$). Над каждым из интервалов строится вертикальный прямоугольник высотой $f_j = \dfrac{n_j}{N\Delta}$. Полученная совокупность прямоугольников называется гистограммой. Величина f_j представляет собой выборочную плотность вероятности. Сумма площадей всех прямоугольников равна 1. Вычислив плотности вероятностей в каждой группе и перемножив их, получим следующую функцию максимального правдоподобия

$$L_1 = \prod_{j=1}^{m} f_j = \frac{\prod_{j=1}^{m} n_j}{(N\Delta)^m}.$$

Рассмотрим группировку, производимую методом равных частот. Группы формируются таким образом, что число объектов в каждой из них равно $\dfrac{N}{m}$. Если N не делится нацело на m, то будем полагать, что значения признака x, лежащие на границах групп, вносят вклад в частоты обеих соседних групп. То есть равная 1, которая соответствует объекту, находящемуся на границе групп, распределяется на две соседние группы. В данном случае, за исключением равномерного распределения, групповые интервалы будут иметь различные длины $\lambda_j, \sum_{j=1}^{m} \lambda_j = x_N - x_1$.

Тогда плотности вероятностей будут равны $g_j = \dfrac{N/m}{N \cdot \lambda_j}$. Перемножив плотности вероятностей, получим следующую функцию максимального правдоподобия

$$L_2 = \prod_{j=1}^{m} g_j = \frac{(N/m)^m}{N^m \cdot \prod_{j=1}^{m} \lambda_j}.$$

Докажем нижеследующее утверждение.

Теорема. Функция максимального правдоподобия группировки, построенной методом равных частот, больше или равна функции максимального правдоподобия, группировки построенной методом равных интервалов.

Доказательство. Пусть $k = \dfrac{L_2}{L_1}$. Тогда $\dfrac{(N/m)^m}{N^m \cdot \prod_{j=1}^{m} \lambda_j} = k \cdot \dfrac{\prod_{j=1}^{m} n_j}{(N\Delta)^m}$.

Умножив обе части на N^m, получим:

$$\frac{(N/m)^m}{\prod_{j=1}^{m}\lambda_j}=k\cdot\frac{\prod_{j=1}^{m}n_j}{\Delta^m}.$$

Так как $\sum_{j=1}^{m}n_j=N, \Delta=\frac{x_N-x_1}{m}=\frac{\sum_{j=1}^{m}\lambda_j}{m}$, то

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^{m}n_j\Big/m\right)^m}{\prod_{j=1}^{m}\lambda_j}=k\cdot\frac{\prod_{j=1}^{m}n_j}{\left(\sum_{j=1}^{m}\lambda_j\Big/m\right)^m}.$$

Преобразовав последнее соотношение, получим:

$$\left(\sum_{j=1}^{m}n_j\Big/m\right)^m\left(\sum_{j=1}^{m}\lambda_j\Big/m\right)^m=k\prod_{j=1}^{m}n_j\prod_{j=1}^{m}\lambda_j.$$

Поскольку средняя арифметическая больше или равна средней геометрической, т. е.

$\sum_{j=1}^{m}n_j\Big/m\geq\sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m}n_j}$, $\sum_{j=1}^{m}\lambda_j\Big/m\geq\sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m}\lambda_j}$, то получим $k\geq 1$. Что и требовалось доказать.

Очевидно, что $k = 1$ в случае равномерного распределения.

Обычно функцию максимального правдоподобия L используют для определения оптимальных значений каких-либо параметров. Параметр должен быть таким, чтобы функция L принимала максимальное значение.

Применим функцию максимального правдоподобия для сравнения эффективности методов образования групп. Поскольку $L_2 \geq L_1$ (равенство имеет место при равномерном распределении), то следует предпочесть группировку, построенную методом равных частот.