тура окружающих пород растет с глубиной по геотерме). Это явление обуславливает минимум на распределение температуры по глубине для не теплоизолированной НКТ на рис. 3б.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М.: Недра, 1988.
2. Кудинов В. И. Совершенствование тепловых методов разработки месторождений высоковязких нефтей. М.: Нефть и газ, 1996.
3. Уоллис Г.Б. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.
4. Справочник по геологии нефти и газа / Под. ред. Н. А. Еременко. М.: Недра, 1984.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.

Вячеслав Дмитриевич КОЗЛОВ —
ассистент кафедры информационных систем
Алексей Викторович ТАТОСОВ —
доцент кафедры математического моделирования, кандидат физико-математических наук

Начальные и краевые условия в задачах магистрального транспорта газа

УДК 621.648

АННОТАЦИЯ. Стационарное течение газа по системе трубопровода с граничными условиями, соответствующими начальному моменту времени, определяем как исходное начальное состояние. В статье показано, что переход к начальному состоянию осуществляется способом интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений стационарного движения газа с заданными условиями на границе.

Stationary current of gas on system of the pipeline with boundary conditions that correspond to the initial moment of time is defined as an initial status. The article says that transition to the initial status is realised by the way of integration of the ordinary differential equations of gas' stationary current with the given conditions on a border.

Проблема математического моделирования различных задач, связанных с магистральной транспортировкой газа вызывает большой научный интерес. Целью данной работы является использование теории обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих стационарное движение газа с заданными условиями на границе, сведение в результате интегрирования их к системе нелинейных алгебраических уравнений.

Система газопровода в каждый момент времени находится в нестабильном режиме работы. Следовательно, постановка задачи — переход от одного стационарного режима к другому, несколько идеализирована. Однако, если граничный режим действует продолжительное время, то система с диссипацией «забывает» свое начальное состояние и адекватно описывает текущее.

Определим исходное начальное состояние, как стационарное течение газа по системе трубопровода с граничными условиями, соответствующими начальному моменту времени.

К начальному состоянию можно придти, по крайне мере, двумя способами:

а) интегрированием уравнений движения в частных производных при неизменных значениях давления газа или его расхода на границе в течение достаточного промежутка времени.

б) интегрированием обыкновенных дифференциальных уравнений стационарного движения газа с заданными условиями на границе.

Первый подход привлекателен тем, что нет необходимости в составлении дополнительных алгоритмов расчета. Однако стабилизация течения происходит асимптотически. Процесс достижения требуемой точности для сложной и протяженной системы магистрального трубопровода длится достаточно долго в реальном времени и обусловлен многократными отражениями волн от границ сети.

В связи со сказанным, выбираем второй способ. Дифференциальные уравнения стационарного движения газа легко интегрируются и приводят к системе нелинейных алгебраических уравнений.

Обратимся к типичному элементу разветвленной сети:

$$1 \xrightarrow{1} 4,\ 2 \xrightarrow{2} 4,\ 4 \xrightarrow{3} 3,\ a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Cp = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta p1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta p2 \end{pmatrix},\ Q_{out} = (0,0,0,\Delta Q).$$

Здесь a — матрица инцидентности графа, Cp и Q_{out} — соответственно системы компрессоров и отборов газа.

Система уравнений, описывающих стационарное течение газа, будет иметь вид

$$\begin{aligned} & P_1^2 - (P_4 - \Delta p1)^2 = \lambda_1 |Q_1| Q_1, \\ & P_2^2 - P_4^2 = \lambda_2 |Q_2| Q_2, \\ & (P_4 + \Delta p2)^2 - P_3^2 = \lambda_3 |Q_3| Q_3, \\ & Q_1 + Q_2 - Q_3 = -\Delta Q. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь P_i — давление в i-м узле, Q_i — коммерческий расход на i-м ребре, λ_i — коэффициент сопротивления i-го ребра.

Будем рассматривать граничные условия двух типов. В граничном узле (на входе или выходе магистрали):

I) задано давление газа $P = P(t)$,

II) задан коммерческий расход $Q = Q(t)$.

В одном граничном узле может быть задан расход, а в другом - давление и т.д.

Какие из величин, входящие в систему (1), требуют определения - заранее неизвестно. Это будет зависеть от выбора граничных условий. Для реализации метода последовательных приближений, необходимо выбрать независимые переменные и перенести их в правые части равенств. С целью минимизировать изменение системы (1) при выборе граничных условий, запишем ее в «расширенном» виде.

Пусть в граничных узлах 1 и 2 заданы давления P_1 и P_2, а в узле 3 — расход Q_3. В этом случае, имеем

$$\begin{aligned} & P_1^2 - (P_4 - \Delta p1)^2 - \lambda_1 |Q_1| Q_1 = 0, \\ & P_2^2 - P_4^2 - \lambda_2 |Q_2| Q_2 = 0, \\ & -P_3^2 + (P_4 + \Delta p2)^2 - \lambda_3 |Q_3| Q_3 = 0, \\ & -Q_1 - Q_2 + Q_3 = -\Delta Q, \\ & P_1 = P_1, P_2 = P_2, Q_3 = Q_3. \end{aligned} \qquad (2)$$

Теперь все параметры P_1, P_2, P_3, P_4, Q_1, Q_2, Q_3 считаем «искомыми» величинами. При этом исходные соотношения (1), в не зависимости от граничных условий, не меняют формы. Выбор самих граничных условий сводится теперь не к переносу слагаемых, а к добавлению к исходным соотношениям простейших уравнений.

В дальнейшем, за неизвестные удобнее принять расходы Q_1, Q_2, Q_3 и квадраты давлений P_1^2, P_2^2, P_3^2, P_4^2. Использую обозначения системы компрессорных станций $Cp[i,j]$ и отборов (подкачек) $Q_{out}[i]$ уравнения (2) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
&(P_1 + Cp[1,1])^2 - (P_4 - Cp[1,4])^2 - \lambda_1 |Q_1| Q_1 = 0,\\
&(P_2 + Cp[2,2])^2 - (P_4 - Cp[2,4])^2 - \lambda_2 |Q_2| Q_2 = 0,\\
&-(P_3 - Cp[3,3])^2 + (P_4 + Cp[3,4])^2 - \lambda_3 |Q_3| Q_3 = 0,\\
&-Q_1 - Q_2 + Q_3 = -Q_{out}[4]\\
&P_1^2 = P_1^2, P_2^2 = P_2^2, Q_3 = Q_3.
\end{aligned} \tag{3}$$

В уравнениях (3) учитывается тот факт, что на прямолинейном участке трубопровода величина потока газа определяется разностью квадратов давлений на левом и правом его концах. При этом давление вычисляется соответственно справа и слева от компрессора.

Запишем уравнения (3) в матричном виде. С целью определения структуры матричного уравнения, опустим вначале систему компрессоров Cp. Тогда, будем иметь

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -\lambda_1|Q_1| & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -\lambda_1|Q_1| & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -\lambda_1|Q_1| \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^2 \\ P_2^2 \\ P_3^2 \\ P_4^2 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -Q_{out}[4] \\ P_1^2 \\ P_2^2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Размер системы $m + n$, где m — число ребер (расходов), n — число узлов (давлений). Подматрица $m \geq n$, стоящая в левом верхнем углу, есть не что иное, как матрица исходного графа. Правее ее находится диагональная матрица размером $a[i, j]$.

Ниже, в четвертой строке новой матрицы, присутствует транспонированный столбец матрицы $a[i, j]$. Этот столбец соответствует вершине графа, со степенью большей единице. Само же четвертое уравнение определяет баланс расходов во внутреннем узле ветвления сети.

При учете системы компрессорных станций, элементами первой подматрицы будут

0, $\quad (1 + Cp[i,j]/P_j)^2$ или $-(1 - Cp[i,j]/P_j)^2$.

Все эти элементы представим в едином виде, как

$a[i,j](1 + a[i,j] * Cp[i,j]/P_j)^2, \quad i = 1,m; \; j = 1,n.$

Система уравнений (4.4) может быть решена методом последовательных приближений. Запишем (4.4) символически

$A(X) * X = B,$

где X — неизвестный вектор. Построив итерационный процесс по схеме

$$A(X_i) * X_{i+1} = B, \; |Q_i| = \sqrt{\left|\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\left(P_j + a_{ij} Cp_{ij}\right)^2\right| / \lambda_i}$$

находим решение $X_i \to X$.

Численная реализация предложенной схемы позволяет найти параметры стационарного течения газа в сложной системе магистрального трубопровода с любой наперед заданной точностью. Итерационный процесс сходится быстро.

Зная параметры стационарного течения, т. е. расходы газа по участкам и давления во всех узлах, легко определить начальные условия — поля этих величин. Что касается расхода газа, то он является постоянным на протяжении всего участка (ребра). Давление же газа падает по направлению течения.

Пусть на левом конце участка давление равно P_1, на правом — P_2. Из дифференциальных уравнений стационарного течения находим, что квадрат давления будет линейной функцией координаты X. Следовательно, поле давления газа можно представить в виде

$p(x)=\sqrt{P_1^2-\frac{P_1^2-P_2^2}{l}x}$, где l — длина рассматриваемого участка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М., 1992.
2. Седов Л. И., Черный Г. Г. Осреднение неравномерных потоков газа в каналах. Теоретическая гидромеханика/ Под. ред. Л. И. Седова. Сб. статей № 12. Вып. 4. М., 1954. С. 17–30.

Александр Анатольевич ВАКУЛИН —
профессор кафедры механики многофазных систем, доктор технических наук
Николай Иванович РОМАНЕЦ —
коммерческий директор ООО ИЦ «Тахион-V»
Александр Борисович ШАБАРОВ —
заведующий кафедрой механики многофазных систем, доктор технических наук, профессор

Компьютерно-измерительные системы учета теплоэнергоресурсов

УДК 622.276

АННОТАЦИЯ. Рассмотрены концептуальные подходы к созданию компьютерно-измерительных систем (КИС) для учета теплоэнергоресурсов — природного газа, тепловой энергии и др. Отмечены преимущества разработанных и внедренных КИС.

The authors tackle conceptual approaches to computer measuring systems (CMS) to estimate thermal energy resources, i.e. natural gas, thermal energy, etc., and emphasize the advantages of CMS that have already been developed and implemented.

В настоящее время в измерительной технике и метрологии сформировалось новое направление – компьютерно-измерительные системы (КИС) и их разновидность — виртуальные измерительные приборы [1]. Отличительной чертой КИС является то, что в ней обязательно присутствует компьютер, работающий в режи-