

число групп  $m = 7$ , а по формуле (5)  $m = 5$ . Затем было оценено выражение (2) при числе групп равном  $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ . Величина  $m \sqrt[m]{f_1^{f_1} \cdot f_2^{f_2} \cdot \dots \cdot f_m^{f_m}}$  оказалась максимальной при  $m = 5$ .

Таблица 1

Значения признака  $X$ 

1,0	1,3	1,5	1,6	1,7	1,9	2,05	2,1
2,15	2,2	2,25	2,3	2,35	2,4	2,5	2,52
2,55	2,58	2,6	2,63	2,65	2,71	2,75	2,78
2,81	2,83	2,88	2,9	2,95	3,0	3,01	3,03
3,04	3,05	3,07	3,09	3,1	3,11	3,12	3,15
3,16	3,18	3,19	3,2	3,22	3,24	3,25	3,26
3,28	3,3	3,31	3,33	3,25	3,36	3,37	3,39
3,4	3,41	3,42	3,43	3,46	3,48	3,49	3,5

Можно рекомендовать следующий порядок действий для выбора оптимального числа групп. Сначала необходимо оценить число групп  $m_1$  и  $m_2$  по формулам (4) и (5). Пусть, например,  $m_1 < m_2$ . Затем по формулам (2) или (3) определить оптимальное число групп из отрезка  $[m_1 - k, m_2 + k]$ , где  $k$  – небольшое целое число, например  $k = 2$ .

**Владимир Александрович ДАВЫДЕНКО** –  
доктор социологических наук, заведующий  
кафедрой экономической социологии

**Гульнара Фатыховна РОМАШКИНА** –  
доктор социологических наук, профессор ка-  
федры экономической социологии

**Сергей Николаевич ЧУКАНОВ** –  
доктор технических наук, профессор Инсти-  
тута математики СО РАН, Омский филиал,  
заведующий лабораторией «Моделирование  
сложных систем»

УДК 519.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ\*

**АННОТАЦИЯ** Рассмотрены общие свойства различных видов сетей, описывающих процессы в сложных социальных системах; статистические свойства сетей; модели социальных сетей; поведение социальных систем с сетевой структурой.

*The general properties of various kinds of networks, corresponding to processes in complex social systems, statistical properties of the networks, models of social networks, as well as behavior of social systems with a network structure are considered in this paper.*

\* Работа выполнена при поддержке программы «Университеты России» в рамках гранта УР.10.01.422 «Социолого-математическое моделирование социальных сетей».

Исследования в области социальных сетей и сетевого анализа, широко публикуемые как в России, так и в других странах, на наш взгляд, достаточно четко делятся на два типа. Первый тип – так называемые сетевые исследования в гуманитарных науках. Тема сетевой организации современного мира достаточно популярна в этих науках, но исследования, как правило, носят умозрительный или описательный характер. Общим недостатком такого подхода является практическое отсутствие или крайне слабое использование собственно методологии сетевого анализа [1-5, 8]. Второй тип исследований, напротив, демонстрирует глубокое владение методикой и техникой сетевого анализа, но при ближайшем рассмотрении практические исследования либо проводятся во «внепредметной среде», либо в практической части все заканчивается изучением Интернет-контактов, сетей цитирований или научных сетей [9 и далее]. Мы не рассматриваем исследования, посвященные оптимизации процессов на сети, поскольку это не входит в сферу наших интересов.

На наш взгляд, ощущается острый дефицит систематического изложения методов и алгоритмов сетевого анализа, пригодных для современных прикладных исследований в экономике, социологии и политологии.

В теории социальных сетей заметны три основные направления: найти статистические свойства, которые характеризуют поведение систем с сетевой структурой; создать модели сетей; предсказать поведение систем с сетевой структурой на основе измеряемых структурных свойств и локальных правил управления отдельными вершинами. В последние годы исследование сетей фокусируется на анализе крупномасштабных статистических свойств сети. Многие из вопросов, которые могли быть заданы при изучении малых сетей, не имеют смысла в больших сетях. Например, вопрос «какая вершина сети является наиболее критической в связности сети, если она будет удалена?» не имеет значения в больших сетях. С другой стороны, вопрос «какой процент вершин должен быть удален, чтобы существенно влиять на связность сети?» имеет реальное значение для очень больших сетей. Для сетей десятков-сотен вершин нетрудно ответить на определенные вопросы относительно структуры сети, визуально исследуя изображение сети. С сетью миллионов – миллиардов вершин невозможно нарисовать изображение сети; усовершенствование статистических методов для количественных оценок больших сетей должно привести к увеличению диапазона анализа сетей.

Мы опускаем изложение основной терминологии, считая, что таковая широко известна и имеет достаточно общепризнанный характер. В прикладных исследованиях обычно применяют такие типичные для сетевого анализа характеристики, как размер сети, сетевая плотность, степень и плотность центральности и эквивалентность [6-10]. Эти характеристики хорошо известны, но их применение ограничивается двумя, оказавшимися принципиальными проблемами – сбора первичной информации и ее систематизации. Например, расчеты размера сети и сетевого ранга теряют смысл в больших сетях, а сетевую плотность и центральность (отметим, что эти характеристики достаточно информативны, например, центральность позволяет уловить такую важную для социальных сетей характеристику, как посредничество) оказывается затруднительно вычислить в больших сетях. К тому же остался открытым вопрос, как должны задаваться вопросы, релевантно отражающие эти связи, на что указывали, например, Г. Батыгин и Г. Градосельская [7. С. 317].

**Статистические модели социальных сетей в неформальном мире.**

**Модель слабых связей.** По мнению Грановеттера, в современном обществе все пронизано «сетями» (networks) социальных отношений – устойчивыми системами связей и контактов между индивидами, которые невозможно вписать в рамки традиционной дихотомии «рынок – иерархия». В современном обществе эти сети неформальных отношений позволяют находить работу, обмениваться информацией, разрешать большинство всех проблем и конфликтов, минуя судей и адвокатов. «Деловые отношения, – отмечает М. Грановеттер, – перемешиваются с социальными». Предпосылку структурной укорененности он дополняет второй исходной предпосылкой – об экономических институтах как социальных конструкциях [8].

Один из подходов раскрывается М. Грановеттером в концепции социальных связей. Он обращает внимание на те способы, с помощью которых распространяется информация о рабочих местах и которые играют с точки зрения предложения труда роль не меньшую, чем сами характеристики этих рабочих мест. Получение информации — процесс отнюдь не технический, он сопряжен с действиями не чисто индивидуального свойства. Эмпирические исследования показывают, что более половины тех, кто нашел и сменил место работы, пользовались информацией, полученной из личных неформальных источников.

Персональные контакты (дома, на работе или в пивной) оказались значительно важнее формальных объявлений о наличии мест и прямых обращений к работодателю. Более того, и формальные объявления (например, в средствах массовой информации) пропускаются через фильтры неформального обсуждения и часто воспринимаются только после подобной «обработки». Выявлено, что люди, опиравшиеся именно на неформальные источники информации, добиваются относительно большего успеха с точки зрения уровня доходов и удовлетворенности новым местом работы. Интересно, что чем выше профессиональный статус группы, тем чаще ее представители прибегают к сети неформальных социальных контактов.

Причем так называемые слабые связи, т. е. с дальними знакомыми и коллегами, более эффективны, нежели «сильные связи» – с близкими друзьями и родственниками. Первые значительно расширяют масштабы привлекаемой информации. Но зато тесные (в частности, семейные) контакты лучше выручают в экстремальных случаях, например, когда нет запаса времени на поиск работы.

Успех поиска, таким образом, тесно связан с положением в социальной структуре. При всей важности вложений в «человеческий капитал», требуются также иные «вложения» – в свою репутацию, в развитие контактов. Аккумуляция связей и контактов, наряду с накоплением профессионального стажа, становится важным неэкономическим фактором продвижения на рынке труда. Чем больше таких связей, чем выше их «качество», тем большими возможностями обладает работник с точки зрения горизонтальной и вертикальной мобильности. Хотя сама по себе частая смена мест работы, разумеется, может не только формировать впечатляющий послужной список, но и создавать дурную репутацию ненадежного (или неуживчивого) сотрудника.

Неформальные информационные сети играют важную роль в процессе сегментации работодателей. Человек, ищущий работу, не только сам вста-

ет в условную «очередь». В другую «очередь» он выстраивает своих потенциальных нанимателей. Сегментация производится не только по качеству предлагаемых рабочих мест, но и по совокупности характеристик фирмы, включая ее репутацию, устойчивость, надежность. Работа на корпорацию (юридическое лицо) обычно считается более надежной, чем наем к конкретному частному хозяину (если, впрочем, он не относится к числу личных знакомых). В целом родственники и знакомые закономерно ставятся на первые места в списке предполагаемых работодателей. Неизвестно, кто больше от подобного найма выигрывает (в разных случаях это складывается по-разному), но выигрыш в надежности здесь, как правило, несомненен, ибо рыночные позиции в таких вариантах получают социальное подкрепление. Но не будучи связаны личными узами, и на весьма крупных предприятиях наниматели и нанимаемые не встречаются как абсолютные незнакомцы. Их «встрече» предшествует сложный обмен накопленной информацией, выявляющей надежность контрагентов.

Помимо различий в квалификации и силе социальных связей, действуют и другие механизмы структурирования предложения труда. Мощный фактор сегментации рынка труда связан с образованием коллективных организаций и лицензированием деятельности. Профессиональные союзы, артели, ассоциации берут на себя функции регулирования потока рабочей силы: например, пытаются ввести ограничения на субконтрактные работы или привлечение иностранных рабочих, не позволяют нанимателю брать «не соответствующие кадры», а новичкам – сбивать уровень оплаты. Профсоюзы ограничивают трудовую мобильность; оказывают давление на повышение заработной платы, выталкивая ее из равновесной точки; добиваются дополнительных сопутствующих льгот; сокращают индивидуальные различия в оплате труда работников разной производительности. Но даже при отсутствии коллективных организаций заключаются так называемые скрытые контракты (*implicit contracts*), по которым обеспечение стабильного и долгосрочного найма позволяет, начав с оплаты труда ниже среднего рыночного уровня, впоследствии его превысить. Работники тем самым не только максимизируют доход, но и пытаются минимизировать потенциальный риск, связанный с колебаниями доходов и возможной потерей занятости в перспективе. Когда же и скрытые контракты отсутствуют, работники все равно находят возможности хотя бы частичного гарантирования условий занятости путем тихого сопротивления и саботажа. Хотя при этом позиции нанимателей и наемных работников в переговорах и торгах по поводу условий занятости остаются неравными, силы притяжения наемных работников, как правило, оказываются слабее сил отталкивания.

В последнее время были предприняты значительные усилия для понимания таких комплексных систем с точки зрения случайного графика, состоящего из вершин и граней, где вершины и грани представляют индивидумов (знакомые и/или их взаимодействие). В таких сложных сетях потребность в распределении степеней в соответствии с законом сохранения энергии,  $P(k) \sim k^{-\gamma}$  – это интересная особенность. Такие сети называются нешкалированными (*SF*) сетями. Чтобы проиллюстрировать такое *SF* соединение, были введены многие силиконовые (кремниевые) модели, примерами кото-

рых являются модель Барабиси и Альберта, модель Хубрмана и Адамиса и другие. В этих моделях количество вершин растет со временем.

Для того, чтобы описать статистическую модель слабых связей, мы обобщаем статистическую модель, назначив значение компонента  $q$  на каждой вершине. Сначала мы выбираем компонент ( $\mu$ ) среди  $q$ -компонентов наугад и пару связанных вершин по цвету  $\mu$  согласно их значениям (массам), как в статистической модели.  $A(1-f)$  часть всех граней соединяется в соответствии с этим способом. Оставшаяся часть  $f$  добавляется по  $(q+1)$ -му цвету, как в статистической модели, но используя максимальное значение среди  $q$ -компонентов, которые имеет каждый индивидуум. Эта модель проявляет топологические особенности подобные реальным социальным сетям, поскольку (1) распространение степеней имеют крайне искаженную форму, (2) диаметр такой же маленький, а коэффициент смешанности  $r$  такой же положительный и большой, как в реальных социальных сетях с  $r$ , достигающим максимума около  $f = 0.2$ .

Статистическая модель – это еще один тип силиконовой модели созданной для генерирования SF сетей, когда количество вершин фиксировано. Каждая вершина индексируется целым числом  $i (i = 1, \dots, N)$  и получает собственное значение  $\omega_i = i^{-\alpha}$ , где  $\alpha$  – настраиваемый (подгоняемый) параметр. Затем выбираются две разные вершины  $(i, j)$  с вероятностями, равными нормализованным значениям,  $\omega_i / \sum_k \omega_k$  и  $\omega_j / \sum_k \omega_k$ , соответственно, и соединяются через грань, даже если одна такая уже существует. Этот процесс повторяется до тех пор, пока в системе не будут присутствовать  $mN$  граней, чтобы средняя степень равнялась  $2m$ . Из этого следует, что распределение степеней – это SF с экспонентом  $\gamma = 1 + 1/\alpha$ . Таким образом, полагая параметр  $\alpha$  в  $[0.5; 1)$ , можно получить бесконечный спектр экспоненты  $\gamma$  в отрезке  $2 < \gamma \leq 3$ , для которого распределение степеней имеет ограниченную среднюю величину и отклоняющиеся от стандарта варианты [13].

Мы обобщаем статистическую модель, придавая значение  $q$ -компоненты  $(\omega_i^{(1)}, \omega_i^{(2)}, \dots, \omega_i^{(q)})$  каждой вершине  $i$ . Предполагаем, что  $\mu$ -й компонент  $\omega_i^{(\mu)}$  вершины  $i$  представляет свое собственное значение или подстраивается до подгруппы  $(\mu) (\mu = 1, \dots, q)$  в обществе. Например, мы предполагаем, что два человека  $i$  и  $j$  выпускники средней школы, образуют подгруппу  $(\mu)$ . У них будут разные значения (массы)  $\omega_i^{(\mu)}$  и  $\omega_j^{(\mu)}$  в подгруппе  $(\mu)$ , определяемые по их школьной деятельности. Лицо  $i$  и еще один человек  $k$  – коллеги по компании, другая подгруппа  $(\nu)$ . У них также разные значения (массы)  $\omega_i^{(\nu)}$  и  $\omega_j^{(\nu)}$  по их должности в компании, подгруппе  $(\nu)$ . Тогда лицо  $i$  имеет значение (массы)  $\omega_i^{(\mu)}$  и  $\omega_i^{(\nu)}$  в разных подгруппах, которые, в целом, не одни и те же. Грань

между парой  $(i, j)$  выделим одним цветом (типом связи), представляющим подгруппу  $(\mu)$ , а между парой  $(i, k)$  другим цветом для подгруппы  $(\nu)$ . Вершины системы соединены гранями в  $q$  разных цветах, представляющих разные подгруппы. Подгруппы соединены друг с другом слабыми узлами. Так как наше общество состоит из множества разных подгрупп и человек может познакомиться с другими людьми, принадлежащими к разным подгруппам, эта обобщенная статистическая модель полезна для моделирования социальных сетей. Следует отметить, что наша модель напоминает обобщение модели Изинга для кубической модели с компонентом  $q$  уравновешенных крутящихся систем.

Далее описанная статистическая модель исследуется на кластеризацию, распределение степени, эластичность сети, корреляцию в сети, структуру сообщества, Small-world-эффект и пр.

**Кластеризация.** D. Watts и S. Strogatz (1998) указали, что большинство сетей имеют высокую транзитивность, называемую кластеризацией. Присутствие связей между вершинами  $A$  и  $B$  и между  $B$  и  $C$  приводит к связи между  $A$  и  $C$ . Иначе: если  $B$  имеет двух соседей по сети  $A$  и  $C$ , то они связаны с другом друга на основании их общей связи с  $B$ . В топологических терминах: существует высокая плотность треугольников  $ABC$  (в сети), и кластеризация может быть определена количественно измерением этой плотности:

$$C^{(1)} = 3 \times (\text{число треугольников на графе}) / (\text{число связных троек вершине}),$$

где «связная тройка» – вершина, соединенная непосредственно с неупорядоченной парой других вершин. Фактически  $C$  измеряет часть троек, которые имеют третье ребро для формирования треугольника. Множитель «3» приведен для учета того, что каждый треугольник входит в три тройки, поэтому  $0 \leq C \leq 1$ . Альтернативное определение индекса кластеризации (Watts and Strogatz, 1998) следующее:

$$C_i = \left( \frac{\text{число треугольников, соединенных с вершиной } i}{\binom{k_i}{2}} \right) \left( \frac{\text{число троек, центрированных на вершине } i}{\binom{k_i}{3}} \right).$$

Для вершин со степенью 0 или 1:  $C_i = 0$ . Тогда индекс кластеризации

в среднем по сети:  $C^{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$ .

**Распределение степени.** Степень вершины в сети – это число ребер, соединенных с заданной вершиной. Определим  $p_k$  как часть вершин в сети, которые имеют степень  $k$ . В случайном большом графе каждое ребро присутствует или отсутствует с равной вероятностью и распределения степени биномиальное или пуассоновское. Далекие от распределении Пуассона распределения степени вершин в большинстве сетей искажены со скосом вправо – распределения имеют длинную правую хвостовую часть значений.

Для решения этой проблемы данные о степени представляют формированием кумулятивной функции распределения:  $P_k = \sum_{k'=k}^{\infty} p_{k'}$ , которая является вероятностью того, что степень  $\geq k$ . Кумулятивное распределение редуцирует шум в хвостовой части. Многие распределения подчиняются степенному закону в их хвостовых частях:  $p_k \sim k^{-\alpha}$  при  $\alpha = \text{const}$ . Такие же степенные законы обнаруживаются и в кумулятивных распределениях, но с показателем степени  $\alpha - 1$ :  $P_k = \sum_{k'=k}^{\infty} (k')^{-\alpha} \sim (k')^{-\alpha+1}$ .

**Эластичности сети.** Свойство эластичности сетей относится к распределению степени при удалении вершин. Большинство сетей основано на их связности, то есть существовании путей между парами вершины. Если вершина удалена из сети, типичная длина этих путей увеличивается, и в конечном счете пары вершины станут разъединенными. Имеется ряд способов удаления вершин, и различные сети показывают вариацию степени эластичности сети к этим способам. Можно случайно удалять вершину из сети или иметь цель удаления определенного класса вершин (например, с самыми высокими степенями).

Р. Альберт при исследовании атак на Internet-серверы исследовал эффект удаления вершины сети с 326000 страничным подмножеством WWW со степенным распределением степени [10]. Среднее расстояние вершина-вершина как функция числа удаленных вершин почти не изменилось при случайном удалении вершин (высокая эластичность); целенаправленное удаление вершин с наиболее высокими степенями приводит к разрушению сети. Таким образом, Internet является высоко эластичной сетью по отношению случайного отказа вершины в сети, но высокочувствителен к преднамеренной атаке на вершины с наиболее высокими степенями.

**Коэффициент корреляции.** Если измерить усредненную степень  $k_{nn}$  ближайших соседей вершины как функцию степени  $k$  этой вершины, то окажется, что результирующее поведение  $k_{nn}$  относительно  $k$  как  $k_{nn} \sim k^{-0,5}$ . Таким образом, вершина с высокой степенью  $k$  имеет тенденцию быть соединенной (в среднем) с вершинами с низкой степенью, и наоборот. Для количественной оценки этого эффекта необходимо измерить коэффициент корреляции степеней смежных вершин в сети.

Пусть  $p_k$  – распределение степени в сети. Степени вершин распределяются как  $kp_k$ . Введем понятие «избыточной» степени – число ребер минус 1 (минус ребро, по которому мы прибыли). Распределение «избыточной» степени:  $q_k = \frac{(k+1)p_{k+1}}{\sum_k kp_k}$ . Совместная вероятность  $e_{jk}$  того, что случайно выбранное ребро присоединяется к вершинам с избыточными степенями  $j, k$ :  $e_{jk} = q_j q_k$ . Девиацией от этого значения определяют уровень корреляции степени относительно модели с нулевой корреляцией:

$$r = \sigma_q^{-2} \sum_{j,k} jk(e_{jk} - q_j q_k), \text{ где } \sigma_q^2 = \sum_k k^2 q_k - [\sum_k k q_k]^2 - \text{ дисперсия}$$

распределения  $q_k$ . Значение  $r$  будет положительно или отрицательно для сетей с положительными или отрицательными корреляциями степени, соответственно. Почти все сети имеют значение  $r < 0$ , кроме социальных сетей, для которых обычно  $r > 0$ . Это указывает на некоторую специальную структуру социальных сетей, которая отличает их от других типов сетей.

**Структура сообщества.** Социальные сети показывают «структуру сообщества», то есть группы вершин, имеющие высокую плотность ребер между ними с более низкой плотностью ребер между группами. Традиционный метод для извлечения структуры сообществ из сети – кластерный анализ. В этом методе приписывается «сила связи» парам вершин в сети, представляющей интерес. Каждой из  $0,5n(n-1)$  возможных пар сети из  $n$  вершин назначена такая «сила» (не только соединенным ребрами). Затем начиная с вершин без ребер между любыми из них прибавляются ребра в порядке уменьшения силы связи. Когда все ребра добавлены, все вершины соединены со всеми другими – получается требуемая кластеризация. Кластеризация возможна согласно различным определениям «силы связи». Приемлемые методы включают различные взвешенные меры расстояния вершина-вершина, размеры максимального потока и взвешенных путевых индексов между вершинами. Для социальных сетей структура сообществ является свойством сети.

В социальных сетях кластеризация рассматривается в контексте моделей блоков, которые разделяют сети на блоки согласно какому-либо принципу. Две вершины сети структурно эквивалентны, если они имеют одинаковых соседей. Точная структурная эквивалентность – редкость, но приблизительная эквивалентность может использоваться как основание для кластеризации.

Пусть сеть разделена на группы и каждый индивидум может принадлежать любому числу групп. Личности не обязательно знают тех, с кем они разделяют группу, но имеется вероятность  $p$  знакомства, которая равна нулю для тех, кто не разделяет группу. Математически модель Ньюмана может быть представлена как процесс просачивания с вероятностью  $p$  на сети, сформированной проекцией на личности двудольного графа личностей и групп [13].

В дополнение к параметру  $p$  характеристиками модели с распределениями вероятностей являются:  $r_m$  – вероятность, что личность принадлежит  $m$  группам, и  $s_n$  – вероятность, что группа содержит  $n$  личностей.

Рассмотрим простой случай, в котором каждая личность принадлежит точно одной группе и размеры группы имеют распределение Пуассона. В этом случае  $r = p$ . Более реалистичский пример: допустим, что число групп, к которым принадлежат личности, также изменяется согласно распределению Пуассона. Тогда  $r = p/(1 + \Gamma + n + n \cdot m \cdot p)$ , где  $n$ ,  $m$  – средние значения двух распределений.

**Small-world модель.** Известны эксперименты С. Милграма, в которых письма проходили от лица к лицу и достигали назначенной цели за малое количество шагов – порядка шести [12]. Этот результат – одна из первых демонстраций small-world эффекта – большинство пар вершин в сети соедине-



ны коротким путем. Small-world эффект имеет очевидные применения для динамики процессов, происходящих в сетях. Например, если рассматривается распространение информации, то small-world эффект подразумевает, что на реальных сетях распространение будет более быстрым. Small-world модели могут быть построены на решетках любой топологии, но наилучший анализируемый случай – одномерный. Если мы берем одномерную решетку с  $n$  вершинами с периодическими условиями (кольцо) и присоединим каждую вершину с ее соседями, удаленными на  $k$  или менее ребер решетки, мы получаем систему с  $L_k$  ребрами. Small-world модель создается взятием малой части ребер в графе и «замене путей» в нем; процедура «замены путей» заключается в просмотре каждого ребра по очереди и, с вероятностью  $p$ , перемещении одного конца того ребра к новому положению, выбранному случайно на решетке; при этом двойные ребра не создаются.

Определим  $l$  как среднее геодезическое расстояние между парами

вершин в сети:  $l = \frac{\sum_{i \geq j} d_{ij}}{0.5n(n+1)}$ , где  $d_{ij}$  – геодезическое расстояние от вершины  $i$  к вершине  $j$ . Величину  $l$  определяют между теми парами, которые имеют соединяющий путь.

В пределе  $p \rightarrow 0$  модель есть «large-world» – типичная длина пути стремится  $l = \frac{n}{4k}$ . При больших  $p$  «small-world» поведение характеризуется масштабом  $l \sim \log(n)$ , когда модель становится случайным графом. При переходе от «large world» к «small world» модель поведения  $l$  удовлетворяет соотношению масштаба формы  $l = \xi \cdot g(n/\xi)$ , где  $\xi = \xi(p)$  – корреляция и  $g(x)$  универсальная функция масштаба, которая зависит от геометрии и топологии решетки:

$$g(x) \sim x; \text{ if } x \gg 1; \quad g(x) \sim \log(x); \text{ if } x \ll 1.$$

Уравнение  $l = \xi \cdot g(n/\xi)$  исследовалось методом ренорм-группы; получено соотношение для масштабирования при вычислении  $l$ :  $l = (n/k) f(nkp)$ . Переход от «large-world» режима к «small-world» в этой модели возможен или увеличением  $p$  или увеличением размера системы  $n$ . Выявление «small-world» – эффекта на многомерной сети типа  $q$ -компонента направлено на выявление эффекта «слабых связей».

**Модели роста сети.** Рассмотрим класс моделей сетей, цель которых состоит в объяснении свойств сети. В этих моделях сети растут дополнением вершин и ребер; процессы роста приводят к изменениям структурных характеристик сети. В моделях «триадического замыкания» ребра добавляются между парами вершин, которые имеют третью вершину – как общего соседа, чтобы закончить треугольник, что приводит к увеличению транзитивности в сети. Д. Прайс описал пример масштабно независимой сети; он исследовал сеть цитирований между научными работами и нашел, что и входные и выходные степени имеют распределения степенного закона [15]. Ш. Саймон показал, что степенные законы возникают, когда «богатые богатеют», то есть

когда увеличивающееся количество растёт пропорционально самому количеству (эффект Матфея 25:29: «ибо всякому дается и приумножится ...») [16]. Прайс назвал это кумулятивным преимуществом, которое рассмотрел в сетевом контексте. Рассмотрим оргграф с  $n$  вершинами. Пусть  $p_k$  – часть вершин сети с входной степенью  $k$ . Каждая добавленная вершина имеет выходную степень, которая может изменяться от одной вершины к другой, но средняя выходная степень  $m = \sum_k k p_k$  постоянна во времени; значение  $m$  – также и средняя входная степень сети.

В случае кумулятивного процесса вероятность прикрепления одного из новых ребер к старой вершине пропорциональна  $k+1$  (по Прайсу), где  $k$  – входная степень старой вершины. Среднее число новых связей на добавленную вершину равно  $m$  и среднее число новых связей к вершине с входной степенью  $k$  равно  $(k+1)p_k m / (m+1)$ . Количество  $n p_k$  вершин с входными степенями  $k$  уменьшается на это количество, так как вершины, получающие новые цитирования, станут вершинами степени  $k+1$ . Однако число вершин с входными степенями  $k$  увеличивается из-за притока от предыдущих вершин степени  $k-1$ , кроме вершины нулевой степени. Если мы обозначаем  $p_{k,n}$  значение  $p_k$ , когда граф имеет  $n$  вершин, то сеть изменяется на величину:

$$(n+1)p_{k,n+1} - n p_{k,n} = [k p_{k-1,n} - (k+1)p_{k,n}] m / (m+1), \text{ для } k \geq 1.$$

Для стационарных решений  $p_{k,n+1} = p_{k,n} = p_k$  находим

$$p_k = (1+m^{-1})B(k+1, 2+m^{-1}), \text{ где } B(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} - \text{ бета-функция Ле-жандра, которая ведет себя асимптотически, как } a-b \text{ для больших } a \text{ и фиксированных } b \text{ и } p_k \sim k^{-(2+m^{-1})}.$$

Агентно-ориентированное моделирование социальных явлений (agent-based modeling – ABM) является популярным в области электронной торговли из-за его возможностей предсказания поведения индивидуума вообще и индивидуума на рынках. Для социальных систем используется агентно-ориентированное социальное моделирование (agent-based social simulation ABSS). Одно из преимуществ ABM – эмергентные свойства: новизна, глобальность, динамичность и наглядность; концепция ABM основана на наблюдаемом поведении модели, явно не программируемой и теоретически непредсказуемой. Существует разница между ABM в искусственной среде и ABSS. В первой категории программисты расходуют тысячи строк программы на каждом агенте и рассматривают небольшое число агентов одновременно. Агенты могут быть неоднородными, связь ненадежной, процессы иметь шум. Типичная платформа для ABM – RoboCup футбольный сервер [Noda et al.]. Команда состоит из одиннадцати игроков плюс тренер. Поведения агента разносторонние, соответствующие ролям. В RoboCup большинство команд написано в объектно-ориентированном коде, в некоторых случаях с ориентацией на организацию. В этом и подобных случаях социальное взаи-

модействие может наблюдаться использованием программного обеспечения визуализации. Измерение характеристик команды – сложное и зависит от характеристик противоположной команды. Реализации в RoboCup сделаны в виде соревнований с физическими роботами, которые всегда показывают более низкий уровень сложности во многоагентном взаимодействии. Во второй категории АВМ формируется малое число сложных агентов. В этом случае моделирование агента инспирируется когнитивными моделями рассуждения. Шум обычно представляется как отклонение от программируемого поведения агента; погрешность моделируется диапазоном таких отклонений.

Акстел ограничивает ABSS вычислительными моделями с явно разрешимыми уравнениями и затем отделяет модели, для которых уравнения могут быть записаны, и модели, для которых уравнения не могут быть записаны. Имеются различные среды программирования и платформы, каждая из которых соответствует некоторому классу проблем. SDML ([www.cpm.mmu.ac.uk/sdml](http://www.cpm.mmu.ac.uk/sdml)) допускает конструкцию относительно сложных моделей с малым числом агентов; Swarm ([www.santafe.edu/projects/swarm](http://www.santafe.edu/projects/swarm)) и Ascape ([www.brook.edu/ES/dynamics/models/ascape](http://www.brook.edu/ES/dynamics/models/ascape)) допускают крупномасштабное моделирование с более мелким представлением поведения агента.

**Программное обеспечение.** Рассмотрим неполный список доступного программного обеспечения, которое может быть полезно для анализа и визуализации социальных сетей.

AGD (<http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/pajek/default.htm>) – библиотека алгоритмов для графического отображения, имеющая широкий диапазон алгоритмов для формирования двумерных графов и инструментальных средств. Алгоритмы AGD написаны в языке программирования C++ и используют платформу LEDA (<http://algorithmic-solutions.com>) для геометрических вычислений.

Graphlet (<http://infosun.fmi.uni-passau.de/Graphlet>) – объектно-ориентированный инструментарий для редактирования графов и разработки алгоритмов для работы с графами. NetVis (<http://www.netvis.org>) – NetVis модуль – Web-based инструментарий для анализа и визуализации социальных сетей, использующий online-данные и импортированные csv файлы. Pajek (<http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/pajek>) – программа для анализа больших сетей.

Visone (<http://visone.de>) – программа для анализа и визуализации социальных сетей. UCINET (<http://eclectic.ss.uci.edu/~lin/ucinet.html>) – обобщенная программа, разработанная для анализа данных социальных сетей. KrackPlot (<http://www.heinz.cmu.edu/~krack>) программа построения графов для социальных сетей, полностью совместима с UCINET.

### **Заключение.**

Наиболее важное наблюдение, вытекающее из исследований социальных сетей – такие сети обычно далеки от случайных. Они имеют отчетливые статистические сигнатуры, некоторые из которых (коэффициенты кластеризации и распределения степени) – общие для сетей широкого многообразия типов. Многие исследователи предложили модели сетей для объяснения того, как сети приобретают наблюдаемую структуру, каковы будут ожи-

даемые эффекты этой структуры. Изучение сложных сетей находится в зачаточном состоянии. В то время как мы начинаем понимать некоторые из моделей в структуре сетей реального мира, наши методы анализа сетей в настоящее время не более чем схваченные различные и несвязанные инструментальные средства. Мы не в состоянии систематически изучать характеристики структуры сети. Требуется выполнить большой объем работы для понимания топологии сложных моделей сетей и определения основы для изучения процессов, происходящих в сетях; наука некоторых пока еще далека от понимания свойств сети (корреляция, транзитивность, структура объединения). Эти свойства существенно влияют на поведение систем с сетевой структурой, так что недостаток техники исследования оставляет большой пробел в нашем понимании процессов, происходящих в сетях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ваш Магдольна. Маркетинг отношений и сетевая экономика // Международный журнал «Проблемы теории и практики управления». 2002. № 2.
2. Кастельс М. Материалы для исследовательской теории сетевого общества. Castells M. Materials for an exploratory theory of network society // Brit. J. of. Soc. 2000 № 51. P.5-24.
3. Кастельс М. Информационная эпоха: экономика, общество и культура / Пер. с англ. под ред. О. И. Шкаратана. М.: Изд-во Высшей школы экономики, 2000.
4. Межфирменные сети: между рынком и иерархией. Интернет-конференция «Сетевые формы межфирменной кооперации: стратегические вызовы и конкурентные преимущества новых организаций XXI века». 2004, апрель.
5. Старк Д., Ведреш Б. Социальное время сетевых пространств: анализ последовательности формирования сетей и иностранных инвестиций в Венгрии, 1987–2001 гг. // Экономическая социология. Электронный журнал [www.ecsoc.msses.ru](http://www.ecsoc.msses.ru). Том 6. № 1. 2005. Январь. С. 14-46.
6. Паринов С. И. Сетевая экономика Третья форма управления для сетевой экономики 28 января 1999 г. ([parinov@ieie.nsc.ru](mailto:parinov@ieie.nsc.ru)). Новосибирск: Институт экономики и ОПИ СО РАН, 1994
7. Батыгин Г. С., Градосельская Г. В. Сетевые взаимосвязи в профессиональном сообществе социологов: методика контент-аналитического исследования биографий. // Социологический журнал. 2001. № 1. С. 156-163.
8. Градосельская Г. В. Конспект лекций. Социальные сети и социальная теория. // Методические материалы национального фонда подготовки кадров: М.: ИС РАН, РУДН, 2004. С.293-344.
9. Granovetter M. The Sociological Approaches to Labor Market Analysis: A Social Structural View / Granovetter I., Swedberg R. (eds.) The Sociology of Economic Life. Boulder: Westview Press, 1992. P. 244-245.
10. Бартоломью Д. Стохастические модели социальных процессов. М.: ФиС, 1985. 295 с.
11. Albert R., Jeong H., Barabási A. Attack and error tolerance of complex networks // Nature. 2000. Vol. 406. P. 378–382.
12. Ebel H., Mielsch L., Bornholdt S. Scale-free topology of e-mail networks // Phys. Rev. 2002. № 66.
13. Milgram S. The small world problem // Psychology Today. 1967. Vol. 2. P. 60–67.
14. Newman M.E.J. The structure and function of complex networks // SIAM Review. 2003. Vol. 45. P. 167–256.
15. Noda I., Suzuki S., Matsubara H., Asada M., Kitano H. Overview of RoboCup-97. // In H. Kitano (ed.), RoboCup-97: Robot Soccer World Cup I, Lecture Notes in Artificial Intelligence. 1997. Vol. 1395. Springer Verlag. P. 20–41.
16. Watts D.J., Strogatz S.H. Collective dynamics of «small-world» networks // Nature. 1998. Vol. 393. P. 440–442.