Светлана Александровна ТЕРЕХОВА – заместитель директора Института дополнительного профессионального образования, кандидат экономических наук, профессор

Александр Григорьевич ИВАШКО – заведующий кафедрой информационных систем, доктор технических наук, доцент

УДК 519.866, 658 , 571.12

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ СОЦИАЛЬНО-ХОЗЯЙСТВЕННЫМ КОМПЛЕКСОМ РЕГИОНА

АННОТАЦИЯ. В статье приведено обоснование подхода к имитационному моделированию стратегического управления социально-хозяйственным комплексом. Подход включает описание эконометрической модели СХК и многокомпонентной модели принятия решения. Эконометрическая модель позволяет прогнозировать поведение системы на основе данных временных рядов экзогенных и эндогенных факторов. Описан алгоритм многокритериальной задачи принятия решения с использованием ЧМП.

The article gives the substantiation of a possible approach to imitation modeling of strategic management of the social and economic complex. The approach includes the social and economic complex econometric model and a multicomponent model of decision making. The economic model allows forecasting the system behavior on the basis of the given time periods, exogenic and endogenic factors. The article describes the algorythm of solving a multicriterion task of decision making with the use of the Human-Machine Procedure.

Основная идея предлагаемого ниже подхода, связанного с реализацией информационных, кибернетических принципов для решения задач формирования механизма стратегического управления развитием социально-хозяйственного комплекса (СХК), состоит в следующем. Построение имитационной модели стратегического управления и информационной системы СХК базируется на определенном круге задач, реализующих эту модель и которые при этом будут решаться. Разработка механизма управления социально-хозяйственным комплексом области в реализации стратегии включает следующие группы задач, теоретические аспекты которых рассмотрены ранее [1]: Количественная и качественная оценка состояния социально-хозяйственного комплекса, ресурсного потенциала и степени его использования; Формирование комплексного показателя «уровень жизни» и «уровень условий развития» населения области как критерий оценки уровня управления СХК области в достижении стратегических целей; Построение экономико-математической модели действия механизма управления (МУ) СХК – разработка системы показателей, оценивающих управляющие воздействия, информационные потоки, а также информационные и ресурсные ограничения, соответствующие региональным особенностям и формирующие нормативно-экономический механизм регионального управления.

Исходя из поставленных задач информационная система должна не только моделировать СХК, но и рекомендовать лицу, принимающему решения (ЛПР), оптимальное соотношение управляющих (экзогенных) параметров. При этом необходимо заметить, что данная задача принятия решения относится к так называемым многокритериальным задачам, в которых эксперт или ЛПР участвует в выборе соотношения критериев, характеризующих качество решения.

Большое значение при формировании модели действия механизма управления социально-хозяйственным комплексом имеет формализация комплексного критерия оптимизации – уровня жизни (УЖ) и уровня условий развития человеческого капитала (УРЧК) с учетом из разных источников характеристик формирования критерия. Кроме того, весовые коэффициенты частных характеристик УЖ и УРЧК могут быть использованы как базовые на последующих временных этапах моделирования.

В статье дается описание эконометрической модели СХК и многокомпонентной модели принятия решения. При построении эконометрической модели СХК, позволяющей прогнозировать поведение системы на основе имеющихся данных временных рядов экзогенных и эндогенных факторов, описывающих ее, учитывались сложности формирования критериев оценки качества решений ЛПР.

Наиболее интересной задачей при изучении СХК является прогнозирование поведения системы на основе анализа данных на некотором временном интервале. На первый взгляд, кажется, что эту задачу можно свести к задаче анализа временных рядов с использованием методов автопрогнозов [2]. В этом случае СХК может описываться рядом показателей. Для прогнозирования показателей, оценивающих уровень жизни населения, требуется применение моделей нестационарных однородных временных рядов, в которых выделяются неслучайные составляющие $f(t)$ и остаток $\varepsilon(t)$, представляющий собой стационарный временной ряд. В качестве такой модели может быть предложено использование модели Бокса – Дженкинса (модель авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего) [3].

Модель предназначена для описания нестационарных временных рядов, обладающих следующими свойствами:

а) анализируемый временной ряд включает аддитивную составляющую $f(t)$, имеющую вид алгебраического полинома времени t, k-1 степени, коэффициенты этого полинома имеют нестохастическую природу;

б) ряд, полученный k кратной процедурой метода конечных разностей, может быть описан авторегрессионной моделью со скользящими средними в остатке.

Как показал анализ временных рядов факторов СХК, порядок k не превышает 2. При этом, авторегрессионная модель со скользящим (1.1) выражается формулой:

$$x(t) = (1+\alpha)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \delta(t) - \theta \cdot \delta(t-1) \tag{1}$$

Можно предположить, что параметрические коэффициенты полинома (α) функционально зависят от величины управляющих параметров СХК.

В этом случае предлагается последовательное применение модели Бокса-Дженкинса, с целью определения параметрических коэффициентов *f(t)* и классической модели множественной регрессии [4] для выявления функциональной зависимости параметрических коэффициентов от управляющих факторов СХК. Рассматривалась только линейная функция регрессии:

$$\alpha_j = \theta_0 + \theta_1 y^{(1)} + ... + \theta_k y^{(k)} \quad j = 1...n, \tag{2}$$

где $y^{(i)}$ – управляемые параметры СХК (экзогенные);

α_j – параметрические коэффициенты модели Бокса-Дженкинса.

Для определения параметров модели θ использовался метод наименьших квадратов. При этом требовалось определение вектора θ при условии:

$$||Y\theta - \alpha||^2_2 \rightarrow min, \tag{3}$$

где Y – матрица размерности (p,k),

k – управляемых параметров в p – временные отрезки,

α – значение параметрических коэффициентов модели Бокса-Дженкинса.

Поскольку ортонормальное преобразование сохраняет евклидову длину вектора, исходная невязка (вектор $Y\theta - \alpha$) будет иметь ту же норму, что и преобразованная ортонормальной матрицей Q. Таким образом, справедливо равенство:

$$\|Y\theta - b\|_2 = \left\| \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \theta - Qb \right\|_2 . \tag{4}$$

Из выражения в правой части видно, что норма преобразованного вектора невязок минимальна, когда первые n компонент векторов $R\theta$ и Qb совпадают. Для определение матрицы Q использовали QR- факторизацию на основе матриц Хаусхолдера [5]:

$$H = I - ww^T, \tag{5}$$

где w – вектор с нормой *2*.

Эта матрица ортонормальна и, следовательно, преобразует векторы с сохранением евклидовой нормы. Заметим также, что воздействие преобразования H на вектор сводится к вычитанию из этого вектора w с некоторым множителем. Соответственно, те компоненты исходного вектора, которым отвечают нулевые компоненты вектора Хаусхолдера w при этом преобразовании не изменяются. Более того, преобразование Хаусхолдера вообще не изменит вектора, если он окажется ортонормален w.

Поскольку преобразование Хаусхолдера может осуществить любой поворот, причем векторы, ортогональные w, при этом останутся неизменными, с помощью k таких преобразований любую (p x k)-матрицу Y ранга k можно преобразовать в верхнюю треугольную. Очередное, i-е преобразование H_i подбирается так, чтобы обнулить в i-м столбце элементы с $i+1$-го по p-й, сохранив первые i—1 столбцов без изменения. В частности, преобразование H_1 должно перевести столбец y_1 матрицы Y в вектор, коллинеарный единичному. Поскольку норма при этом сохранится, последний будет иметь вид $(r_{11}, 0, . . ., 0)^T$, где $|r_{11}|=||y_1||_2$. Соответственно, в качестве w для H_1 можно взять $(y_{11}—r_{11}, y_{21},..., y_{p1})^T$. Чтобы избежать ошибок компенсации при подсчете первой компоненты этого вектора, знак r_{11} берут противоположным знаку y_{11}.

После k преобразований Хаусхолдера получим:

$$H_k...H_2H_1Y = QY = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где R – есть невырожденная верхняя треугольная (k x k)-матрица,

Q – ортонормальная матрица, равная произведению $H_k...H_1$.

Представление (6) называют *QR-разложением Y.* Далее Q умножается на вектор α и для k первых уравнений системы:

$$QY\theta - Q\alpha = 0 \qquad (7)$$

обратной прогонкой находятся корни уравнений θ.

Данный метод снимает часть проблем вычислительного порядка по сравнению с векторными моделями авторегрессии – скользящего среднего. Как показывает опыт, при построении данной модели не всегда удается получить регрессионную зависимость параметрических коэффициентов полинома от управляющих факторов СХК, так как линейная эконометрическая модель для системы СХК может не удовлетворять свойству идентифицируемости.

В общем случае эконометрическая модель имеет вид [2]:

$$\mathrm{B}\mathrm{X}_t + \mathrm{C}\mathrm{Y}_t = \overline{\Delta}, \; t = 1,2,...,m, \qquad (8)$$

где X_t – вектор эндогенных переменных (в нашем случае);

Y_t – вектор экзогенных переменных (управляемых);

$\overline{\Delta}$ – вектор-столбец случайных остаточных составляющих уравнений системы;

B и C – матрицы коэффициентов.

При этом требуется выполнение пяти условий идентифицируемости:

1) число уравнений системы (8) должно быть равно числу анализируемых эндогенных переменных (k);

2) матрица наблюдений экзогенных (управляемых) переменных $\boldsymbol{X} = (x_t^{(j)})$, $t=1...p$, $j=1...n$ - должна иметь ранг m (m- количество экзогенных переменных), при этом число наблюдений p должно быть существенно больше $n+k$ – количества анализируемых переменных;

3) среди исключающих априорных ограничений не должно быть одинаковых;

4) число исключенных (при спецификации модели) из i-го уравнения системы экзогенных переменных должно быть не меньше числа включенных в него эндогенных переменных уменьшенных на единицу;

5) ранг матрицы структурной формы системы одновременных уравнений должен быть равен числу неизвестных.

Очень часто при анализе эконометрической модели не удается методами регрессионного анализа удовлетворительно провести процедуру оценки, как это было описано выше. Причина этого заключается в том, что при отсутствии специальных предположений о структуре системы линейных одновременных уравнений в анализируемых уравнениях среди объясняющих переменных одна или несколько эндогенных переменных коррелируют с регрессионным остатком [2].

Кроме того, одной из особенностей СХК является то, что количество наблюдений во времени для эндогенных и экзогенных параметров существенно отличается от количества самих параметров (не выполняется условие 2). В связи с этим, идентификация системы, т. е. приведение модели системы к форме

$$Y_t = -B^{-1}CX_t + \varepsilon_t\ ,\ \ t = 1...m\ , \tag{9}$$

становится довольно сложной задачей, требующей громоздкого рекурсивного применения методов наименьших квадратов. Именно с этим связаны затруднения построения описанной ранее модели.

В связи с указанными сложностями предлагается следующий алгоритм построения эконометрической модели. Эксперт задает зависимости эндогенных параметров от экзогенных, определенных на основе априорных данных. Если уравнения заданы неравенствами, то вводятся дополнительные переменные, как в симплекс-методе, экономическим смыслом которых является недоиспользование ресурса. На основе данных временных рядов строятся независимые регрессионные уравнения вида:

$$x_i = \sum_{j \neq i} b_{ji} x_j + \sum_k c_{ki} y_k + \overline{\Delta}_i\ ,\ \ i = 1...n\ , \tag{10}$$

Кроме этого, принимается во внимание то, что экзогенные и эндогенные параметры, характеризующие СКХ, не в полной мере описывают процессы СКХ. В силу этого предполагается наличие ограничений вида:

$$y_t = \sum_j b_{jt} x_j + \sum_{k \neq t} c_{ti} y_k + \overline{\Delta}_i\ ,\ \ t = n+1...n+m\ , \tag{11}$$

Т. к. уравнения (10) и (11) абсолютно симметричны относительно экзогенных и эндогенных параметров, можно эти ограничения описать уравнениями общего вида. После определения структурной формы линейной эконометрической модели проводится регрессионный анализ ее в два этапа. На первом этапе определяются параметры уравнений (10) и (11) методом наименьших квадратов (метод QR – факторизации описан выше).

На втором этапе определяется значимость влияния каждого фактора в эконометрической модели. Для этого определяется остаточная дисперсия для каждого уравнения по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\|Y\theta - \delta\|_2}{n - p - 1}\ , \tag{12}$$

где n – объем выборки временного ряда;

p – количество переменных в уравнениях.

$\|Y\theta - \delta\|_2$ – норма вектора невязок уравнений (10) , (11),

$\dot{\theta}$ – вектор оценок параметров уравнений.

Далее определяется ковариационная матрица вектора оценок параметров уравнений:

$$\Sigma_\Theta = \sigma^2 (X^T X)^{-1} \tag{13}$$

Для каждого уравнения проверяется гипотеза того, что влияния соответствующих эндогенных и экзогенных параметров не значимо по критерию:

$$\left| \frac{\theta_i}{\sqrt{\Sigma_{\Theta,i,i}}} \right| \le t_{2,5}(n - p - 1)\ ,\ i = 1...p\ , \tag{14}$$

где $\Sigma_{\Theta,i,i}$ – i-диагональный элемент ковариационной матрицы.

В том случае, если критерий выполняется, то переменная удаляется и оценка повторяется заново без учета данного параметра.

Следующим шагом после построения эконометрической модели является оптимизация выбора экзогенных параметров с точки зрения эндогенных критериев. При этом требуется определить целевую функцию оптимизационной задачи. Функция УЖ является многомерной, поэтому задача попадает в разряд многокритериальных задач линейного программирования.

Как известно, многокритериальные задачи линейного программирования не могут быть решены математическими методами исследования операций [6]. Многокритериальная задача принятия решений формально может быть сведена к задаче линейного программирования с целевой функцией:

$$F = \sum_i C_i X_i, \tag{15}$$

где C_i – весовые коэффициенты $0 \le C_i \le 1$, $u \sum_i C_i = 1$;

X_i – система критериев, оценивающих уровень жизни.

Согласно [7], любое эффективное решение, находящееся во множестве Эджварто-Парето, может быть представлено как решение задачи линейного программирования с критерием (15). Определение весовых коэффициентов не возможно без участия ЛПР. В силу этого такие алгоритмы называются человеко-машинными процедурами (ЧМП).

ЧМП подразделяются на три группы алгоритмов, в зависимости от информации, получаемой от ЛПР на фазе анализа [8]:

– прямые – ЛПР назначает вес критериев и корректирует их на основе полученных решений;

– оценки векторов – ЛПР сравнивает многокритериальные решения;

– поиск удовлетворительного решения – ЛПР определяет ограничения на значения критериев, т. е. на область достижимых решений.

Во всех алгоритмах ЧМП выделяются фазы анализа и расчетов.

Фаза расчета, в нашем случае, представляет решение задачи линейного программирования, где весовые коэффициенты целевой функции (15) определены ЛПР на предыдущем шаге. В фазе анализа, выполняемого ЛПР, оценивается полученное решение (фаза расчета) и определяется оптимальность полученного решения. При этом ЛПР может использовать дополнительную информацию, полученную в фазе решения для изменения весовых коэффициентов на новой итерации [9]. При реализации ЧМП был выбран алгоритм поиска удовлетворительных значений критериев, который хорошо зарекомендовал себя на практике (процедура STEM [10]).

Фаза расчета. Проводится оптимизация по отдельным критериям X_i, при этом измеряется значение других критериев и строится матрица $\aleph$, в которой элемент X_{ij} – значение критерия X_j при оптимизации по критерию X_i. Далее эта матрица нормируется, т. е. элемент матрицы $\aleph$ – x_{ij} меньше единицы, а диагональные элементы x_{ii} равны единице:

$$x_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_{jj}}, \quad i, j = 1...N \tag{16}$$

Определяем среднее значение критерия по столбцу:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{N} \sum_i x_{ij}, \quad j = 1...N, \tag{17}$$

а затем вектор α:

$$\alpha_j = 1 - \bar{x}_j, \quad j = 1...N \tag{18}$$

После нормирования вектора α получаем весовые коэффициенты в уравнении (12) для первой итерации:

$$C_j = \frac{\alpha_j}{\sum_i \alpha_i}, \text{ в этом случае } \frac{C_i}{C_j} = \frac{\alpha_i}{\alpha_j}; \quad \sum_i C_i = 1 \tag{19}$$

Решаем задачу линейного программирования с целевой функцией (15). Решение, найденное при оптимизации, предъявляется ЛПР.

Фаза анализа. ЛПР анализирует значение критериев X_i, найденное в фазе расчета. При этом он отмечает те критерии, которые имеют неудовлетворительные значения, и для них определяет пороговое значение:

$$X_k \geq P_k \, , \tag{20}$$

имеющее удовлетворительное значение. Это условие вводится в эконометрическую модель, которая задает область допустимых значений экзогенных и эндогенных параметров. Затем повторяется фаза расчета.

Если не был отмечен ни один параметр, то решение получено. Блок-схема алгоритма ЧМП показана на рисунке.

В фазе расчета требуется решение оптимизационной задачи линейного программирования (ЛП). Для этого используется модифицированный симплекс метод [11].

Для решения задачи ЛП:

$$\begin{aligned} &F = C^T X \Rightarrow \max \\ &AX = b, \quad X \geq 0 \end{aligned}, \tag{21}$$

использовали следующие шаги симплекс-метода.

1. Определение базисного решения, т.е. переменные X_i, входящие в базис и соответствующую им матрицу ограничений системы (21) – B, а также вектор C_b.

2. Вычисление вектора оценок ограничений π, решением системы линейных уравнений:

$$B^T \pi = C_b \tag{22}$$

Решение системы линейных уравнений осуществляли методом LU факторизации.

3. Вычисление относительных оценок для небазисного столбца a_j:

$$d_j = \pi^T a_j - C_J \, , \tag{23}$$

4. Выбор столбца, вводимого в базис. Среди отрицательных значений d_j находим минимальную по модулю. Если нет отрицательной d_j, то оптимум найден, в противном случае индекс найденного значения присваивается q.

5. Пересчет столбца вводимого в базис путем решения системы линейных уравнений:

$$B\alpha_q = a_q \tag{24}$$

6. Выбор индекса (p) переменной вводимой в базис:

$$\frac{\beta_p}{\alpha_{pq}} = \min_{\alpha_{iq} > 0} \left\{ \frac{\beta_i}{\alpha_{iq}} \right\} \tag{25}$$

Если такого p не существует, то целевая функция не ограничена.

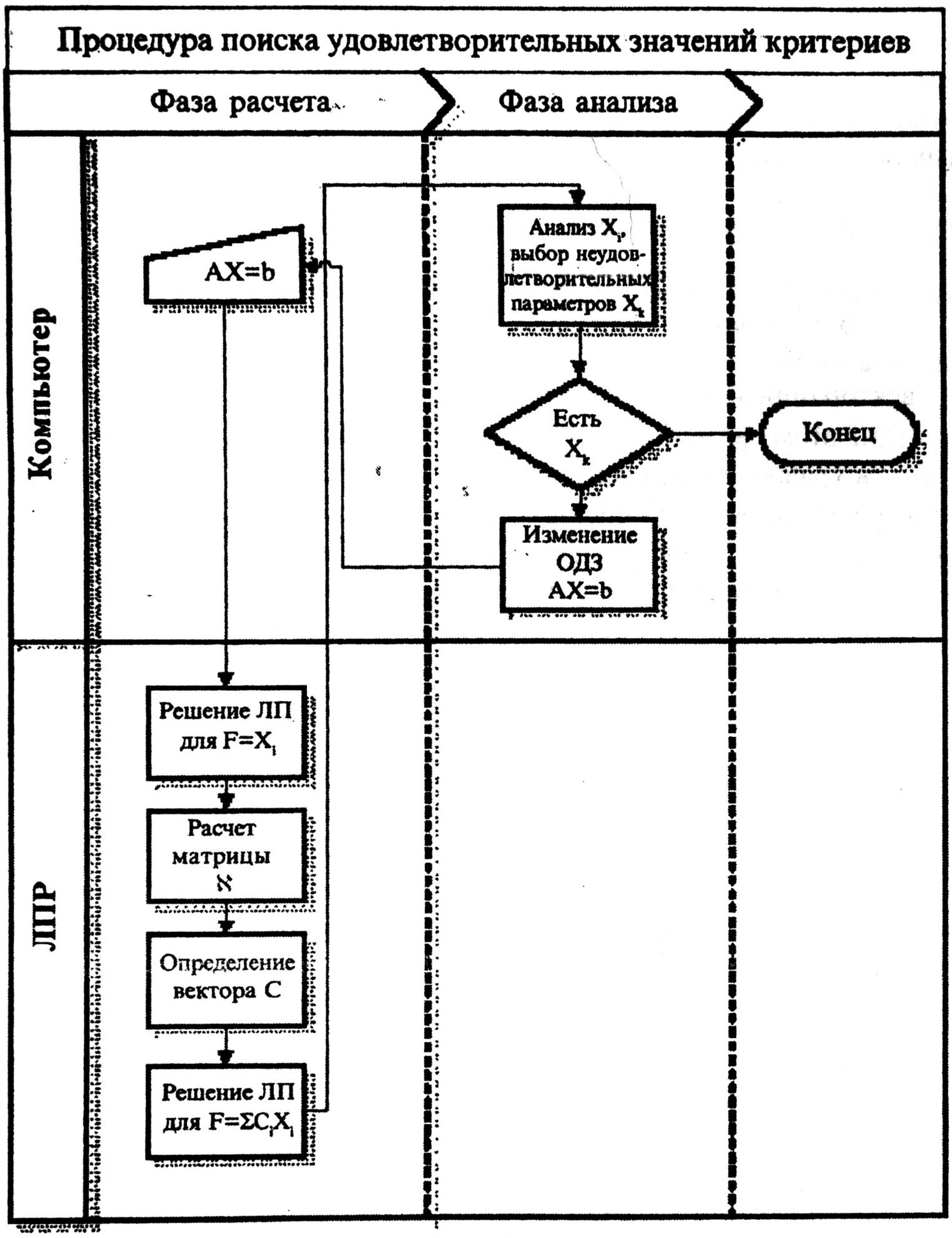

Рис. Кросс–функциональная блок-схема ЧМП

7. Операция исключения. Переменная с индексом q в базис, а с индексом p выводится из базиса. Соответственно, обновляется матрица B и вектор C_b. Повторяются вычисления с шага 2.

Выбранный алгоритм дает удовлетворительную скорость вычисления и не требует большого объема оперативной памяти.

После того, как с помощью ЧМП были выбраны весовые коэффициенты в целевой функции, не требуется проводить оптимизацию управляющих параметров, т.к. она была выполнена в фазе расчета ЧМП. Вследствие этого по завершению ЧМП реализуется постоптимальный анализ полученного решения.

При реализации постоптимального анализа требовалось в первую очередь оценить диапазон устойчивости полученного оптимального решения. Особенность реализованной модели заключается в том, что элементы матрицы ограничений получены в результате регрессионного анализа, следовательно, возможно отклонение этих параметров от среднего значения, при этом степень отклонения пропорциональна дисперсии. Оценивалось возможное отклонение коэффициентов матрицы ограничений для небазисных переменных по формуле:

$$\begin{aligned}&\delta \le \frac{d_i}{-\pi_i} \quad при \ \pi_i < 0,\\ &\delta \ge \frac{d_i}{\pi_i} \quad при \ \pi_i \ge 0\end{aligned}, \tag{26}$$

где π – вектор определяемый на шаге 2 симплекс метода.

При этом, если δ меньше среднеквадратичного отклонения данного параметра в уравнении регрессии (10) и (11), то делается вывод о том, что полученное решение не устойчиво и требуется исследование изменения решения в зависимости от этого параметра, при этом весовые коэффициенты в уравнении (15) не менялись. Для базисных переменных оценка не выполнялась.

Для вектора b (21) проводится оценка диапазона устойчивости базисного решения и сравнивается со среднеквадратичным отклонением этого параметра Δ в регрессионных уравнениях (10) и (11):

$$\max_{\alpha_{ij}>0}\left\{\frac{\beta_i}{-\alpha_{ij}}\right\} \le \delta \le \max_{\alpha_{ij}<0}\left\{\frac{\beta_i}{-\alpha_{ij}}\right\}, \tag{27}$$

где β_i – определяется на шестом шаге симплекс метода.

Оценка изменения коэффициентов целевой функции проводилась с учетом того, что данные коэффициенты – это некоторая субъективная оценка ЛПР значимости данного параметра:

$$-C_j \le \delta_j \le \pi^T a_j - C_j. \tag{28}$$

Для базисных переменных диапазон устойчивости, в котором может изменяться C_j, задается выражением:

$$\max\left\{-c_j, \max_{\alpha_{ij}>0}\left\{\frac{d_j}{-\alpha_{ij}}\right\}\right\} \le \delta \le \max_{\alpha_{ij}<0}\left\{\frac{d_j}{-\alpha_{ij}}\right\}, \tag{29}$$

где $d_j = \pi^T a_j - C_j$.

Выше был описан алгоритм решения многокритериальной задачи принятия решения с использованием ЧМП, который частично апробирован по данным дотационных областей Уральского федерального округа. Анализ реализованной модели показал, что во многих случаях постоптимальный анализ задачи линейного программирования не достаточно информативен, поэтому требуется проведение новой итерации компьютерного эксперимента с целью изучения построенной модели. Для организации рациональной работы требуется разработать информационную систему поддержки стратегического управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терехова С. А. Формирование механизма стратегического управления социально-хозяйственным комплексом региона: Монография. Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета, 2004. 304 с.

2. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.:ЮНИТИ, 1998. 1022 с.

3. Бокс Д., Дженкингс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. Вып 1. 347 с.

4. Дубров А. М., Мхитарян В. С., Трошин Л. И. Многомерные статистические методы. М.: Финансы и статистика, 2003. 352 с.

5. Дж. Деммель. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. М.: Мир, 2001. 432 с.

6. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. М.: Логос, 2003. 392 с.

7. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Радио и связь, 1992. 168 с.

8. Ларичев О. И. Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987.

9. Штоер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория вычислений и приложения. М.: Радио и связь, 1992.

10. Бенайюн Р., Ларичев О., Монгольфье Ж., Тернии Ж. Линейное программирование при многих критериях: метод ограничений // Автоматика и телемеханика. 1971. № 8.

11. Муртаф Б. Современное линейное программирование. Теория и практика. М.: Мир, 1984. 224 с.