СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хованский Г. С. Методы номографирования. М.: Изд. ВЦ АН СССР, 1964/

2. Wojtowicz J. O czynniku anamorfozujacym, sprawadzajacym równanie f(x,y,z,w)=0 do postaci kanonicznych równania czwartego rzedu nomograficznego z czterema zmiennymi. // Zastosow. mat., 1963. 6, № 4, P. 363-375.

3. Матеева Л. Върху номографируемостта на уравнения с повече от три променливи. // Научни тр. Висш. лесотехн. ин-т, 12 , 1964. С. 323-327.

4. Ласку Бал. Канонические формы для уравнений с четырьмя и пятью переменными // Mathematica, I, № 2, C. 103-197. 1959.

5. Бухвалов А. М. Два варианта элементарного метода разъединения переменных по два в уравнениях с четырьмя переменными // Номографич. сб. № 4/ С. 171-178. М.: ВЦ АН СССР, 1964.

6. Петров Р. Върху номографируемостта на уравнения с четири, с пет и със седем променливи величини // Научни тр. Висш. лесотехн. ин-т., 12. 1964/ С. 307-316.

7. Mihoc Maria. Sur une classification des functions nomographiqes d`ahres les genres de nomogrammes associes // Mathematica/ 1995. 37, № 1-2. C. 155-163. (Fr.).

8. Рудаков (Дураков) Б. П. Составные номограммы первого жанра с четырьмя переменными. // Уч. зап. Свердл. гос. пед. ин-та. Вып. 31. 1965. С. 50-72.

9. Рудаков (Дураков) Б. П. О приведении уравнений с четырьмя переменными к каноническим формам пятого номографического порядка // Номографич. сб. № 6. М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1969. С. 190-199.

10. Рудаков. Б. П. Условия и методы спрямляемости некоторых пространственных тканей, номографирования уравнений и приведения их к каноническим формам. Тюмень: Изд-во «Вектор Бук», 2003. 246 с.

11. Николаев П. В. О представлении уравнений номограммами второго жанра. ДАН СССР, т. 157. 1964. № 6,

12. Николаев П. В. О представлении уравнений номограммами второго жанра // Тез. докл. I межвуз. номографич. конф. М., 1965. С. 38-39.

13. Эйзенхарт Л. П. Непрерывные группы преобразований. М., 1947

14. Рашевский П. К. Геометрическая теория уравнений с частными производными. М.: ВЦ АН СССР, 1964.

Бронислав Петрович РУДАКОВ —
доцент кафедры высшей математики Тюменского государственного архитектурно-строительного университета, к. физ.-мат. н.

УДК 519.675, 514.763.7, 517.518.32, 517.518.43

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ УРАВНЕНИЙ С ЧЕТЫРЬМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ НЕКОТОРЫМИ ВИДАМИ СОСТАВНЫХ НОМОГРАММ ВТОРОГО И ЧЕТВЕРТОГО ЖАНРОВ

АННОТАЦИЯ. В статье рассматриваются составные шкальные номограммы второго и четвертого жанров для уравнений с четырьмя переменными, эквивалентные номограммам нулевого жанра. В терминах геометрии тканей изучены специальные классы шестиугольных тканей, указаны условия их спрямляемости, определены соответствующие им канонические формы, образующие полную и несовместную группу.

The author considers compound slide-rule nomograms of the second and fourth genres for the equations with four variable, equivalent nomograms of a zero genre. In the terms of geometry of webs the special classes of hexagonal webs are allocated, the conditions of their straightening are specified, appropriate canonical equations, forming complete and incompatible group are determined.

Пусть совокупность четырех семейств поверхностей

$$t_j(x,y,z)=t_j=Const.,\ (j=1-4) \tag{1}$$

определяет ткань трехмерного пространства [1]. Исключение x, y, z из (1) приводит к уравнению ткани; возьмем его в виде

$$t_4=f(t_1,t_2,t_3). \tag{2}$$

Для номографии представляют интерес те случаи, когда ткань (1) с известным уравнением (2) является спрямляемой, т. е. когда существуют топологические преобразования пространства, переводящие каждое из семейств поверхностей (1) в семейство плоскостей. Как известно [1], в этих случаях коррелятивное преобразование пространства преобразует ткань из плоскостей в номограмму из выравненных точек, определяемую уравнением

$$\left|f_{i1}(t_i);f_{i2}(t_i);f_{i3}(t_i);1\right|=0 \tag{2$'$}$$

В данной работе рассматривается случай, когда коррелятивный образ спрямленной пространственной ткани дает номограмму из четырех плоских шкал, лежащих попарно в двух плоскостях. Для определенности будем считать, что шкалы t_1,t_2 принадлежат координатной плоскости $y=0$, а шкалы t_3,t_4 — плоскости $z=0$, чего, очевидно, можно достигнуть надлежащим проективным преобразованием пространства. При этих условиях, как показал Соро, детерминантное уравнение номограммы имеет вид

$$\begin{vmatrix} f_{i1}(t_i), & 0, & f_{i2}(t_i), & 1 \\ f_{k1}(t_k), & f_{k2}(t_k), & 0, & 1 \end{vmatrix}=0\quad(i=1,2;\ k=3,4), \tag{3}$$

и пространственная номограмма с этим уравнением допускает плоский эквивалент — составную номограмму из двух подномограмм с общей прямолинейной немой шкалой α:

$$\begin{vmatrix} f_{i1}, & f_{i2}, & 1 \\ \alpha & 0 & 1 \end{vmatrix}=0,\quad \begin{vmatrix} f_{k1}, & f_{k2}, & 1 \\ \alpha & 0 & 1 \end{vmatrix}=0, \tag{3$'$}$$

где f_{jr} — сокращенное обозначение функции $f_{jr}(t_j)(\,j=1-4;\ r=1,2\,)$.

Что касается теоретико-функциональных условий, то в дальнейшем будем считать, что однозначная функция $f(t_1,t_2,t_3)$ уравнения (2): $t_4=f(t_1,t_2,t_3)$, определенного в некоторой прямоугольной области G: $\alpha_i<t_i<\beta_i$, $(i=1-3)$, обладает в этой области непрерывными частными производными достаточно высокого порядка и отличными от нуля производными $\dfrac{\partial f}{\partial t_i}\equiv f_i'$, $(i=1-3)$.

В данной работе рассмотрены вопросы теоретической номографии о представлении уравнений $t_4 = f(t_1, t_2, t_3)$ некоторыми составными шкальными номограммами. Рассматриваются условия и методы представления такими номограммами *второго* жанра с уравнением (3), когда шкалы переменных t_1, t_2 (или t_3, t_4) принадлежат одному коническому сечению. Изучены также номограммы (3) *четвертого* жанра, когда одному коническому сечению принадлежат шкалы переменных t_1, t_2, другому коническому сечению — шкалы t_3, t_4. В работе проведена проективная классификация этих номограмм и найдены соответствующие им канонические формы.

А. Одному коническому сечению принадлежат шкалы t_1, t_2

Пусть в номограмме (3) одному коническому сечению принадлежат шкалы t_1, t_2, а шкалы t_3, t_4 — прямолинейны. Такую номограмму второго жанра обозначим $T_{(12)}$.

Номограмме $T_{(12)}$ с уравнением (3) поставим в соответствие граф (его также обозначим $T_{(12)}$), состоящий из одного конического сечения — носителя шкал переменных t_1, t_2 и трех прямых: оси α пересечения плоскостей $z = 0$, $y = 0$ и двух прямых — носителей шкал переменных t_3, t_4. Абсциссы точек пересечения прямых t_3, t_4 с осью α обозначим, соответственно, a_3, a_4; абсциссы точек пересечения коники с осью α обозначим a_{12}, α_{12}.

В случаях, когда α ось пересекает конику в точках с абсциссами $a_{12} \neq \alpha_{12}$, будем говорить, что из точки с абсциссой α_{12} выходит ветвь t_{12} графа, так же, как и из точки с абсциссой α_{12}. В случае, когда коника касается оси α, будем говорить, что из точки касания выходят две ветви графа, обе их будем называть t_{12}. Прямые t_3, t_4 также будем называть ветвями графа.

Точки пересечения коники и прямых t_3, t_4 с осью α назовем узлами графа. Индексом узла графа будем называть число ветвей t_{12}, t_3, t_4, проходящих через этот узел.

Ясно, что сумма индексов всех узлов графа равна четырем. Следовательно, возможны лишь графы с символами:

$$[(4)],\ [(3),(1)],\ [(2),(2)],\ [(2),(1),(1)],\ [(1),(1),(1),(1)], \qquad (4)$$

где цифра в круглых скобках означает индекс узла, а число круглых скобок символа означает число узлов графа.

В случае графа с символом $[(1),(1),(1),(1)]$ через λ обозначим сложное отношение четырех различных точек с абсциссами a_{12}, α_{12}, a_3, a_4, т. е. $\lambda = (a_{12}, \alpha_{12}, a_3, a_4)$.

Теорема 1. *Номограммы $T_{(12)}$ с уравнением (3) с узлами первых четырех символов (4) образуют в точности десять проективно различных (с точностью до параметризации шкал) типов. Номограммы $T_{(12)}$ с графом символа $[(1),(1),(1),(1)]$ образуют однопараметрическое семейство, две номограммы которого проективны (с точностью до параметризации шкал) лишь при одном и том же сложном отношении λ четырех узлов графа.*

С символом [(4)] существует только один тип графа: $[(t_{12}, t_{12}, t_3, t_4)]$

С символом [(3), (1)] возможны графы трех проективно различных типов:

$$[(t_{12},t_{12},t_3),(t_4)],\ [(t_{12},t_{12},t_4),(t_3)],\ [(t_{12},t_3,t_4),(t_{12})].$$

Существуют два типа непроективных графов с символами [(2), (2)], а именно:

$$[(t_{12},t_{12}),(t_3,t_4)],\ [(t_{12},t_3),(t_{12},t_4)].$$

С символом [(3), (1), (1)] возможны графы четырех проективно различных типов:

$$[(t_{12},t_{12}),(t_3),(t_4)],\ [(t_{12},t_3),(t_{12}),(t_4)],\ [(t_{12},t_4),(t_{12}),(t_3)],\ [(t_3,t_4),(t_{12}),(t_{12})].$$

Следовательно, за исключением графа $[(t_{12}),(t_{12}),(t_3),(t_4)]$ существуют, по меньшей мере, *десять* типов непроективных графов.

Справедлива следующая теорема [2}.

Теорема 2. *Существует точно восемь канонических форм уравнений (2), представимых номограммой* $T_{(12)}$.

Результаты теоремы и виды канонических форм отражены в таблице:

Тип номограммы	Канонические формы		Тип номограммы	Канонические формы	
$[(t_{12},t_{12},t_3,t_4)]$, $[(t_{12},t_{12}),(t_3,t_4)]$	$I_{(0)}$	$F_1+F_2+F_3+F_4=0$	$[(t_{12},t_3),(t_{12}),(t_4)]$, $[(t_{12},t_4),(t_{12}),(t_3)]$	$V_{(0)}$	$F_1\cdot F_2=F_3\cdot F_4+1$
$[(t_{12},t_3,t_4),(t_{12})]$	$II_{(0)}$	$F_1\cdot F_2=F_3+F_4$	$[(t_3,t_4),(t_{12}),(t_{12})]$	$VI_{(0)}$	$F_1\cdot F_2+1=\dfrac{1}{F_3+F_4}$
$[(t_{12},t_{12},t_3),(t_4)]$, $[(t_{12},t_{12},t_4),(t_3)]$	$III_{(0)}$	$F_1+F_2=F_3\cdot F_4$	$[(t_{12},t_{12}),(t_3),(t_4)]$	$VII_{(0)}$	$F_3\cdot F_4+1=\dfrac{1}{F_1+F_2}$
$[(t_{12},t_3),(t_{12},t_4)]$	$IV_{(0)}$	$F_1+F_2=\dfrac{1}{F_3+F_4}$	$[(t_{12}),(t_{12}),(t_3),(t_4)]$	$VIII_{(0)}$	$\dfrac{1}{F_3\cdot F_4+1}=\dfrac{\lambda}{\lambda-1}+F_1\cdot F_2$

Итак, если уравнение (2): $t_4=f(t_1,t_2,t_3)$ представимо номограммой $T_{(12)}$, то с необходимостью приводится к одной из канонических форм $I_{(0)}-VIII_{(0)}$. В работе [2] показана несовместность этих канонических форм. Следовательно, канонических форм уравнений (2), представимых номограммой $T_{(12)}$, существует *точно* восемь.

Отсюда, в частности, следует, что уравнение (2), представимое номограммой $T_{(12)}$, приводится в точности к одной из канонических форм $I_{(0)}-VIII_{(0)}$, каждое из уравнений $I_{(0)}, III_{(0)}, V_{(0)}$ допускает в точности по две непроективные типы номограмм $T_{(12)}$, уравнение $VIII_{(0)}$ допускает однопараметрическое семейство, две номограммы которого проективны лишь при одном и том же сложном отношении λ. Условия представимости уравнения (2) номограммой $T_{(12)}$ приведены в [3-7].

B. Одному коническому сечению принадлежат шкалы t_3, t_4 .

Рассматриваем случай, когда в номограмме (3) одному коническому сечению принадлежат шкалы t_3, t_4, а шкалы t_1, t_2 — прямолинейны. Такую номограмму второго жанра обозначим $T_{(34)}$.

Теорема 3. *Существует в точности 11 проективно различных (с точностью до параметризации шкал) типов номограмм $T_{(34)}$ с уравнением (3), причем один из этих типов образует однопараметрическое семейство, две номограммы которого проективны (с точностью до параметризации шкал) лишь при равенстве сложных отношений четырёх точек пересечения носителей шкал номограммы $T_{(34)}$ с осью α .*

Теорема 4. *Существует точно восемь канонических форм уравнений (2): $t_4 = f(t_1, t_2, t_3)$, представимых номограммой $T_{(34)}$, а именно, канонические формы $I_{(0)} - VIII_{(0)}$.*

Результаты исследования [2] приведены в таблице:

Тип номограммы	Канонические формы		Тип номограммы	Канонические формы	
$[(t_1, t_2, t_{34}, t_{34})]$ $[(t_1, t_{34}), (t_2, t_{34})]$	$I_{(0)}$	$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0$	$[(t_1, t_{34}), (t_2), (t_{34})]$, $[(t_2, t_{34}), (t_1), (t_{34})]$	$V_{(0)}$	$F_1 \cdot F_2 = F_3 \cdot F_4 + 1$
$[(t_1, t_{34}, t_{34}), (t_2)]$, $[(t_2, t_{34}, t_{34}), (t_1)]$	$II_{(0)}$	$F_1 \cdot F_2 = F_3 + F_4$	$[(t_{34}, t_{34}), (t_1), (t_2)]$	$VI_{(0)}$	$F_1 \cdot F_2 + 1 = \dfrac{1}{F_3 + F_4}$
$[(t_1, t_2, t_{34}), (t_{34})]$	$III_{(0)}$	$F_1 + F_2 = F_3 \cdot F_4$	$[(t_1, t_2), (t_{34}), (t_{34})]$	$VII_{(0)}$	$F_3 \cdot F_4 + 1 = \dfrac{1}{F_1 + F_2}$
$[(t_1, t_2), (t_{34}, t_{34})]$	$IV_{(0)}$	$F_1 + F_2 = \dfrac{1}{F_3 + F_4}$	$[(t_1)(t_2), (t_{34}), (t_{34})]$	$VIII_{(0)}$	$\dfrac{1}{F_3 \cdot F_4 + 1} = \dfrac{\lambda}{\lambda - 1} + F_1 \cdot F_2$

Отсюда, в частности, следует:

1. Если уравнение (2) представимо номограммой $T_{(34)}$, то оно приводится к одной и только к одной из канонических форм $I_{(0)} - VIII_{(0)}$.

2. Каждое из уравнений $I_{(0)}$, $II_{(0)}$, $V_{(0)}$ допускает в точности два непроективных типа номограмм $T_{(34)}$. Уравнение $VIII_{(0)}$ допускает однопараметрическое семейство, две номограммы которого проективны лишь при одном и том же сложном отношении λ.

Условия представимости уравнений (2) номограммами $T_{(34)}$ приведены в работах [3-7].

C. Шкалы t_1, t_2 и t_3, t_4 принадлежат двум различным коническим сечениям

Рассмотрим случай, когда в номограмме (3) одному коническому сечению принадлежат шкалы t_1, t_2, другому сечению — шкалы t_3, t_4. Такую номограмму *четвёртого* жанра обозначим $T_{(12)}^{(34)}$.

Номограмме $T_{(12)}^{(34)}$ поставим в соответствие граф $T_{(12)}^{(34)}$, состоящий из одной прямой — оси α пересечения плоскостей $y=0, z=0$ и двух конических сечений, из которых одно является носителем шкал переменных t_1, t_2, а другое — носителем шкал переменных t_3, t_4. Абсциссы точек пересечения коник с осью α обозначим, соответственно, a_{12}, α_{12}; a_{34}, α_{34}. В случае, когда ось α пересекает конику в точках с абсциссами $a_{ij} \neq \alpha_{ij}$, будем говорить, что из точки оси α с абсциссой a_{ij} выходит ветвь t_{ij} графа, так же, как и из точки α_{ij}. Когда же коническое сечение касается оси α, то будем считать, что из точки касания выходят две ветви одного конического сечения.

Узлами графа $T_{(12)}^{(34)}$ будем называть точки пересечения конических сече-ний с осью α. Индексом узла графа будем называть число ветвей t_{ij}, прохо-дящих через этот узел. В силу того, что граф $T_{(12)}^{(34)}$ имеет четыре ветви, сумма индексов всех узлов равна четырём. При этом возможны лишь графы с сим-волами:

$$[(4)],\quad [(3),(1)],\quad [(2),(2)],\quad [(2),(1),(1)],\quad [(1),(1),(1),(1)], \tag{5}$$

где число круглых скобок и цифра в круглых скобках имеют тот же смысл, что и выше. В случае графа с символом $[(1),(1),(1),(1)]$ через λ обозначим сложное отношение четырёх различных точек пересечения конических сечений с осью α с абсциссами a_{ij}, α_{ij}, т. е. $\lambda = (a_{12}, \alpha_{12}, a_{34}, \alpha_{34})$.

Теорема 5. *Номограммы $T_{(12)}^{(34)}$ с уравнением (3) с графами первых четырех символов (5) образуют в точности восемь проективно различных (с точностью до параметризации шкал) типов. Номограммы $T_{(12)}^{(34)}$ с графом символа $[(1),(1),(1),(1)]$ образуют однопараметрическое семейство, две номограммы которого проективны (с точностью до параметризации шкал) лишь при одном и том же сложном отношении λ.*

Теорема 6. *Существует точно восемь канонических форм уравнений (2), представимых номограммой $T_{(12)}^{(34)}$ с уравнением (3), а именно, канонические формы $I_{(0)} - VIII_{(0)}$.*

Результаты теоремы отражены [2] в следующей таблице:

Тип номограммы	Канонические формы		Тип номограммы	Канонические формы	
$[(t_{12},t_{12},t_{34},t_{34})]$, $[(t_{12},t_{34}),(t_{12},t_{34})]$	$I_{(0)}$	$F_1+F_2+F_3+F_4=0$	$[(t_{12},t_{34}),(t_{12}),(t_{34})]$	$V_{(0)}$	$F_1\cdot F_2=F_3\cdot F_4+1$
$[(t_{12},t_{34},t_{34}),(t_{12})]$	$II_{(0)}$	$F_1\cdot F_2=F_3+F_4$	$[(t_{34},t_{34}),(t_{12}),(t_{12})]$	$VI_{(0)}$	$F_1\cdot F_2+1=\dfrac{1}{F_3+F_4}$
$[(t_{12},t_{12},t_{34}),(t_{34})]$	$III_{(0)}$	$F_1+F_2=F_3\cdot F_4$	$[(t_{12},t_{12}),(t_{34}),(t_{34})]$	$VII_{(0)}$	$F_3\cdot F_4+1=\dfrac{1}{F_1+F_2}$
$[(t_{12},t_{12}),(t_{34},t_{34})]$	$IV_{(0)}$	$F_1+F_2=\dfrac{1}{F_3+F_4}$	$[(t_{12}),(t_{12}),(t_{34}),(t_{34})]$	$VIII_{(0)}$	$\dfrac{1}{F_3\cdot F_4+1}=\dfrac{\lambda}{\lambda-1}+F_1\cdot F_2$

Отметим важные следствия.

Следствие 1. *Одно и то же уравнение (2):* $t_4 = f(t_1, t_2, t_3)$ *может быть представимо номограммами (3) и нулевого жанра* $T_{(0)}$, *и второго жанра* $T_{(12)}$, $T_{(34)}$ *и четвертого жанра* $T_{(12)}^{(34)}$, *относящимися к какой-либо одной из канонических форм* $I_{(0)} - VIII_{(0)}$.

Следствие 2. *Если уравнение (2) допускает номограмму (3) нулевого жанра* $T_{(0)}$ *, то оно допускает и любую из номограмм (3) второго и четвёртого жанров, получающихся из* $T_{(0)}$ *заменой одной или обеих пар прямолинейных носителей шкал переменных* t_1, t_2 *и* t_3, t_4 *любыми, но для каждой из указанных пар переменных общими коническими сечениями, удовлетворяющими условиям:*

1. Число точек пересечения носителей шкал переменных t_1, t_2 *, а также шкал* t_3, t_4 *с осью* α *сохраняется;*

2. Сохраняется общее число точек пересечения носителей шкал переменных t_j $(j = 1-4)$ *с осью* α *.*

При этом в случае номограммы $T_{(0)}$, *относящейся к канонической форме* $VIII_{(0)}$, *замена прямолинейных носителей шкал переменных* t_1, t_2 *и* t_3, t_4 *коническими сечениями должна производиться при сохранении сложного отношения четырех точек пересечения носителей шкал* t_j $(j = 1-4)$ *с осью* α.

В случае номограммы $T_{(0)}$, *относящейся к канонической форме* $I_{(0)}$ *, помимо указанной замены прямолинейных носителей возможна также замена одним коническим сечением для пары переменных* t_1, t_2 *(или* t_3, t_4*) или двумя коническими сечениями для указанных пар, но при условии, что через точки пересечения носителей шкал переменных* t_1, t_2 *с осью* α *проходят носители шкал переменных* t_3, t_4.

В геометрии тканей представляет интерес проблема необходимых и достаточных условий того, чтобы образованная поверхностями ткань была топологически эквивалентна ткани, образованной пучками плоскостей. Заслуживает внимания и вопрос о нахождении условий спрямляемости для шестиугольных пространственных тканей и о виде уравнений $t_4 = f(t_1, t_2, t_3)$ для таких тканей [1].

Коррелятивным образом номограммы нулевого жанра является ткань, образованная четырьмя пучками плоскостей, оси которых разбиты на пересекающиеся в проективном пространстве пары t_1, t_2 и t_3, t_4. Известно [1], что эта ткань является шестиугольной. Таким образом,

1. Решен вопрос об условиях спрямляемости для шестиугольных пространственных тканей данного типа.

2. Выделены виды уравнений $t_4 = f(t_1, t_2, t_3)$ для рассматриваемых шестиугольных пространственных тканей, которые образуют полную и несовместную группу.

3. Выделены подклассы шестиугольных тканей, коррелятивным образом которых являются рассмотренные номограммы второго и четвертого жанров, указаны условия спрямляемости этих тканей.

Результаты исследований отражены в таблице.

Таблица 1

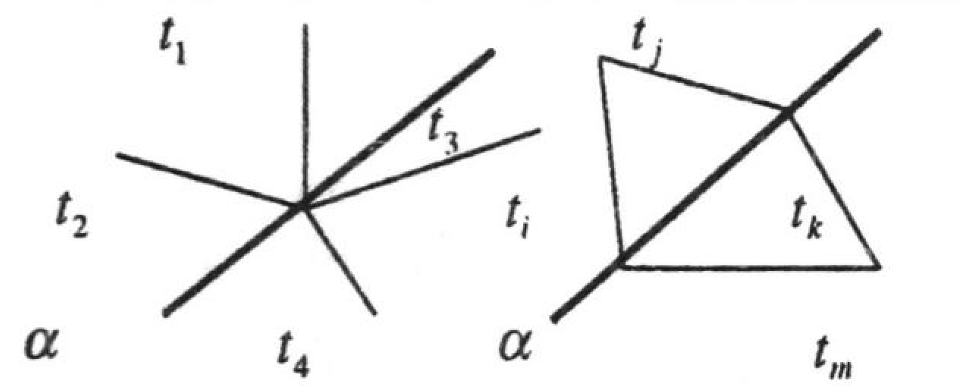
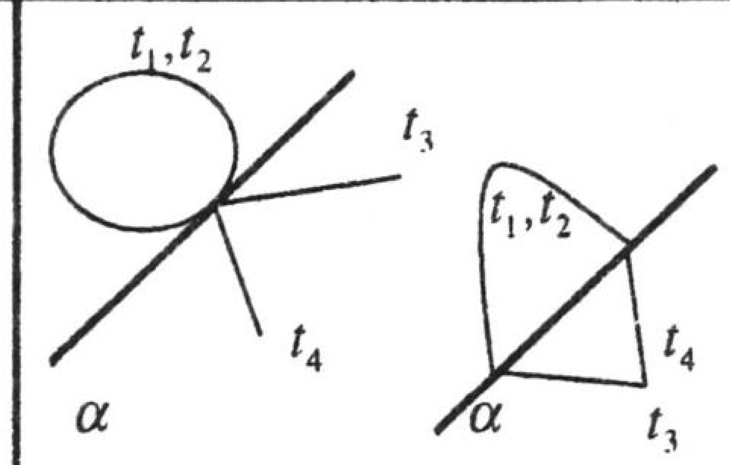
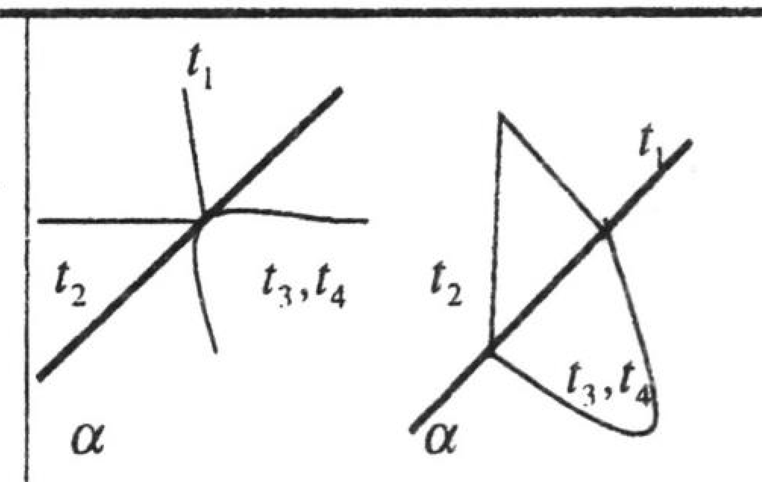
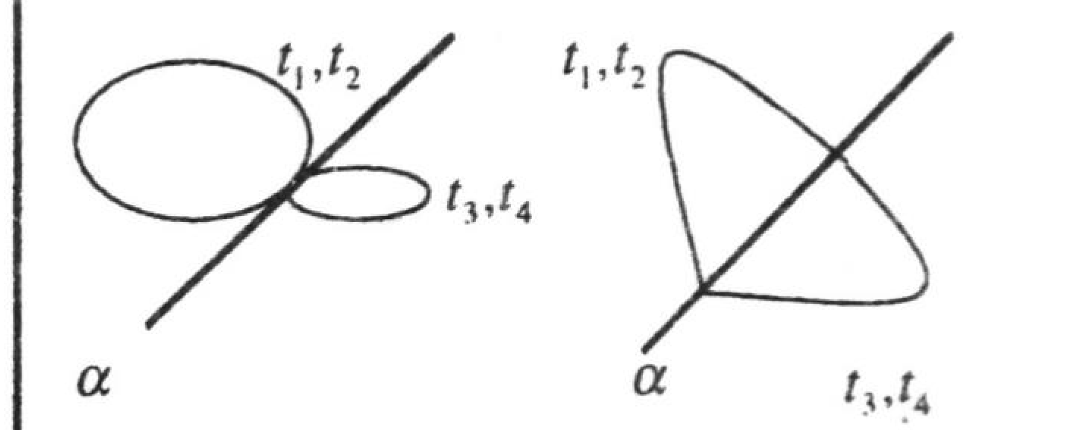
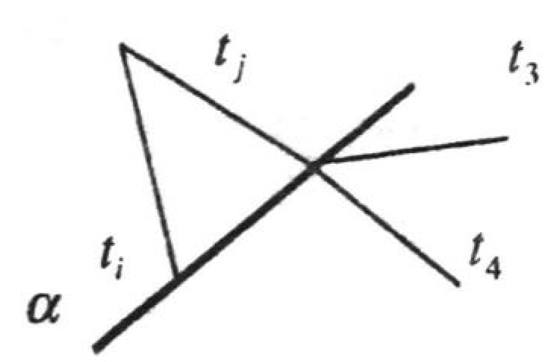
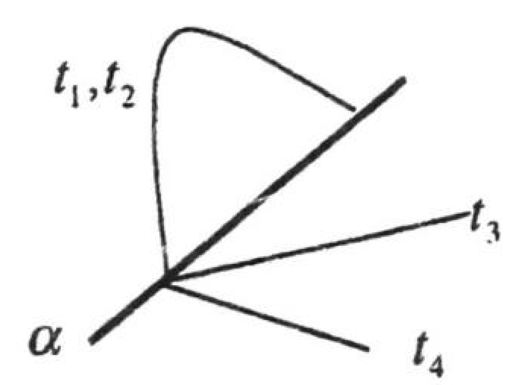
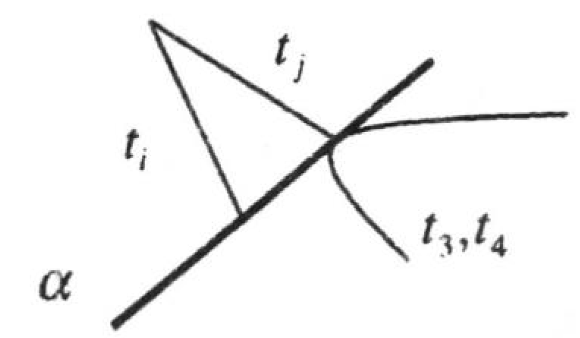
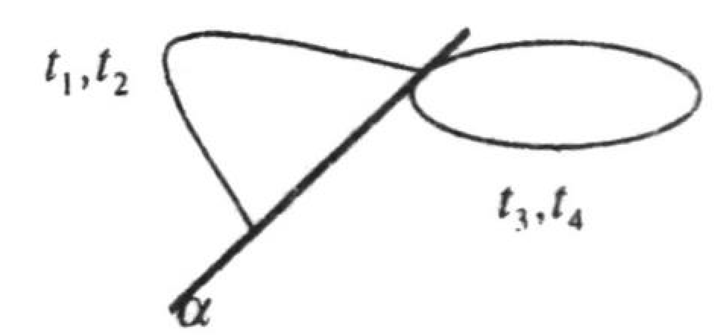
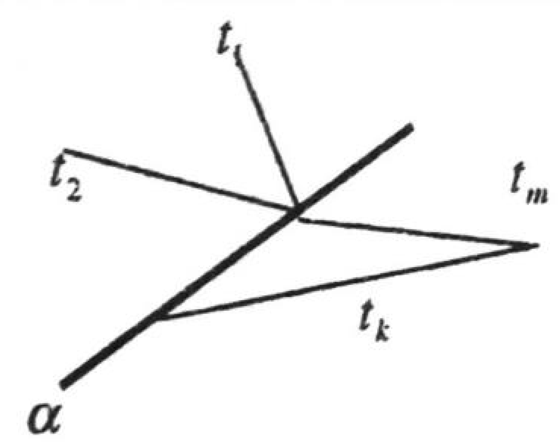
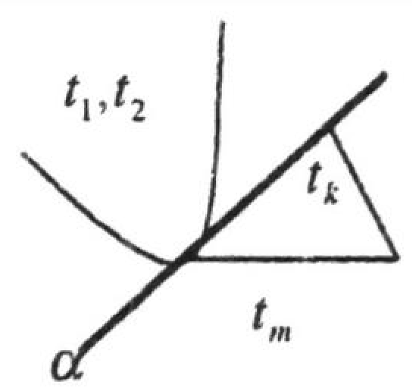
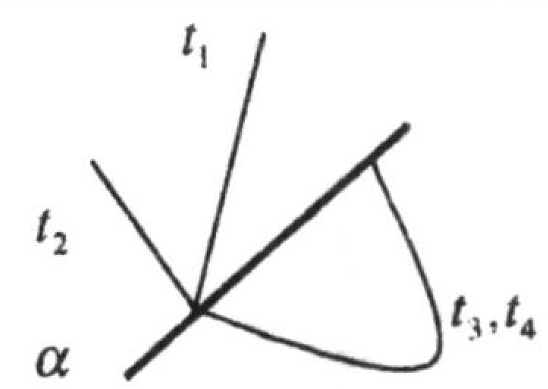
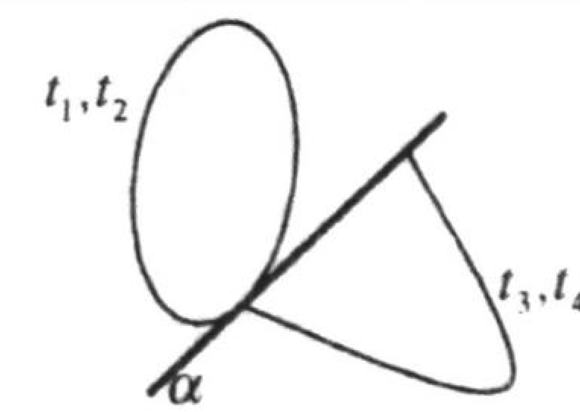
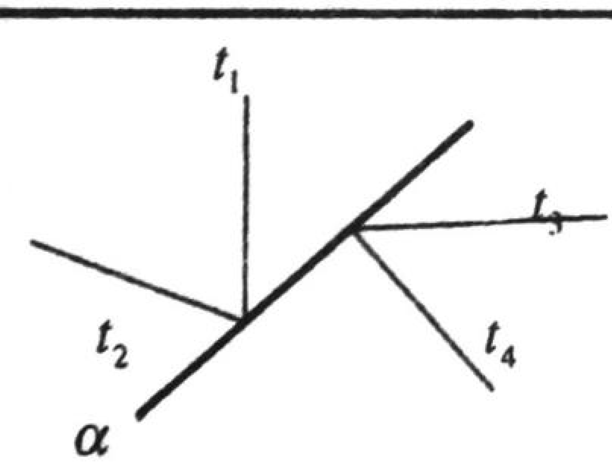
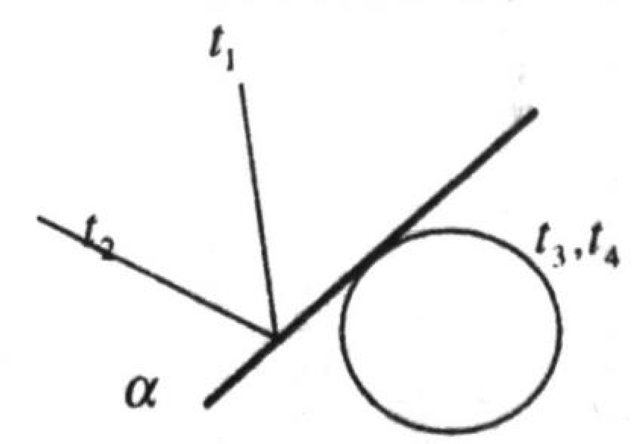
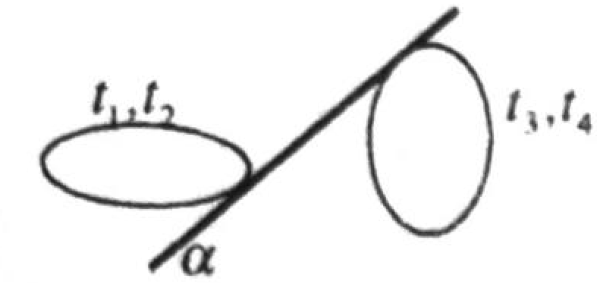
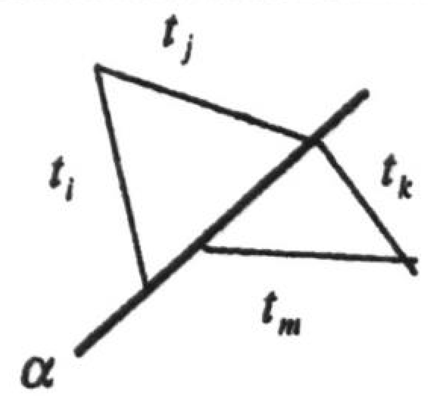
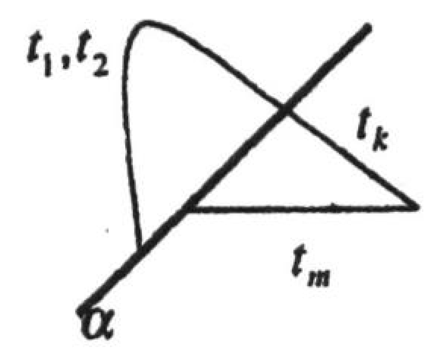
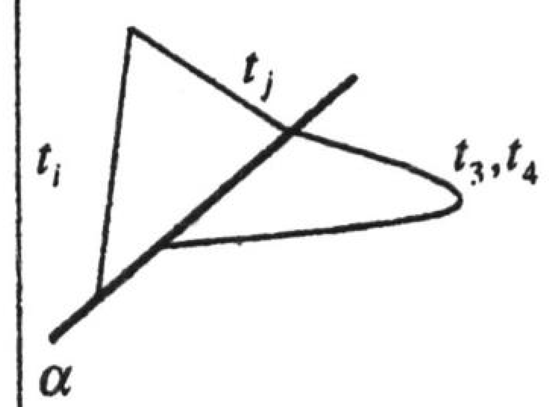
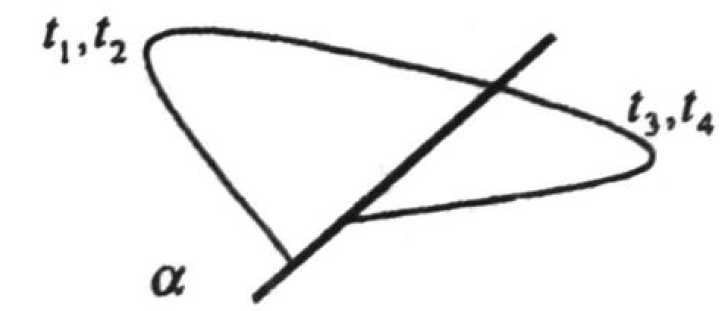
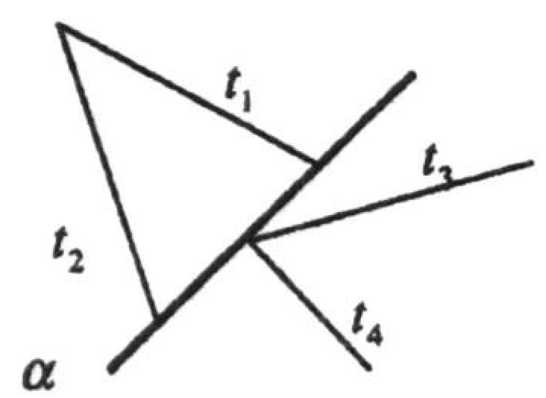
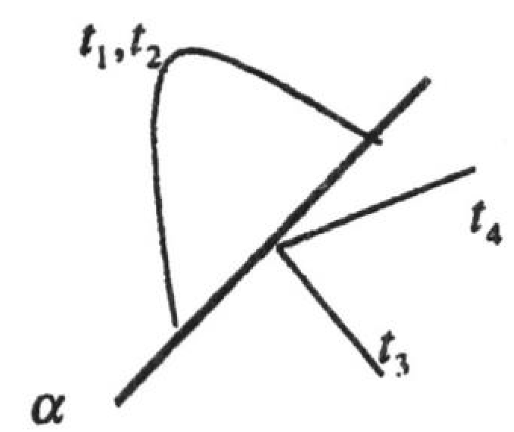
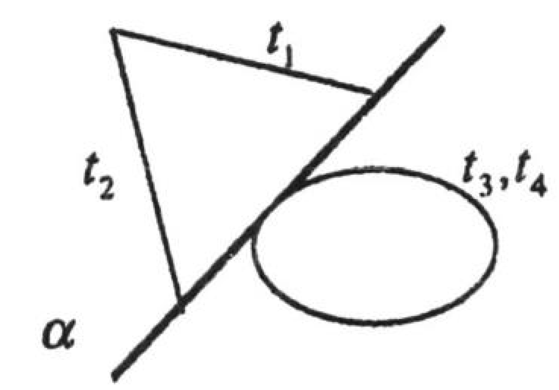
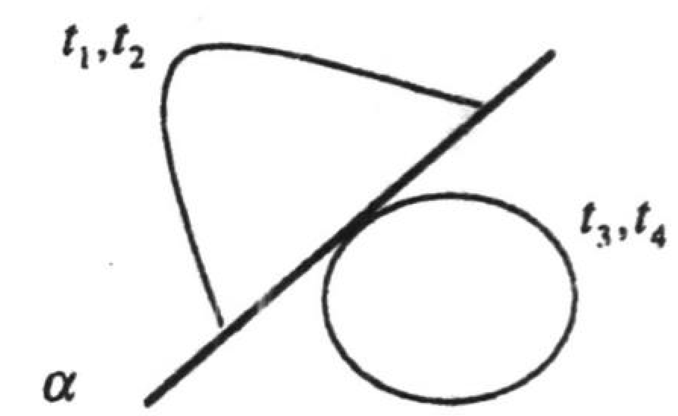
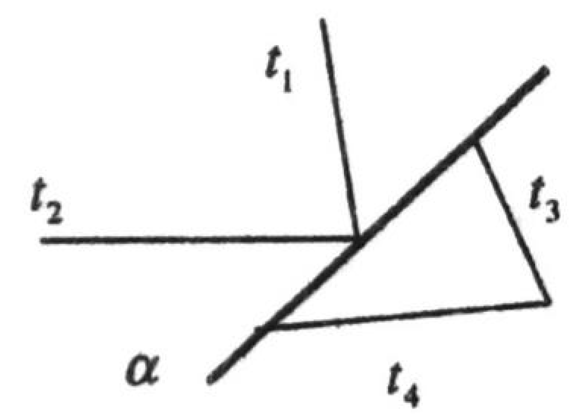
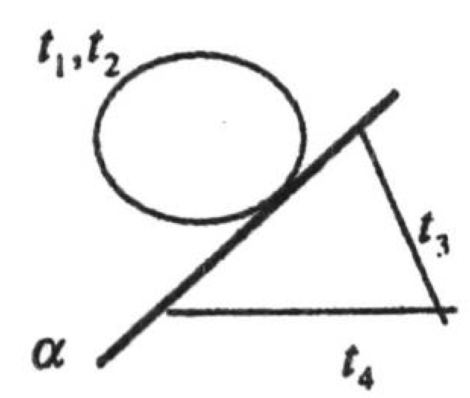
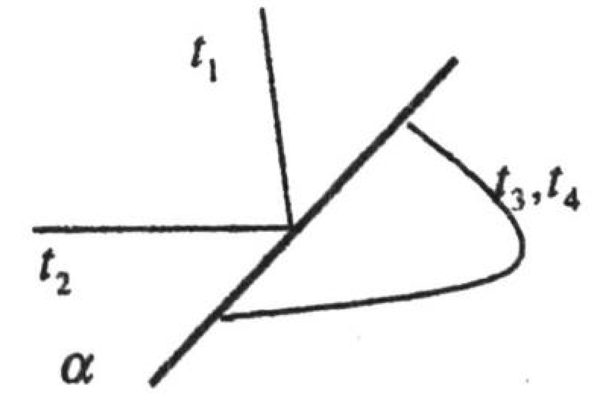
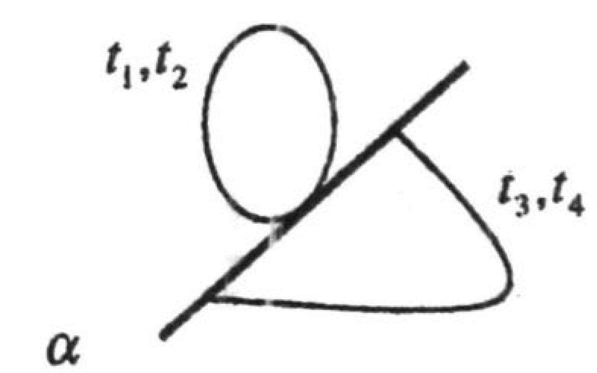
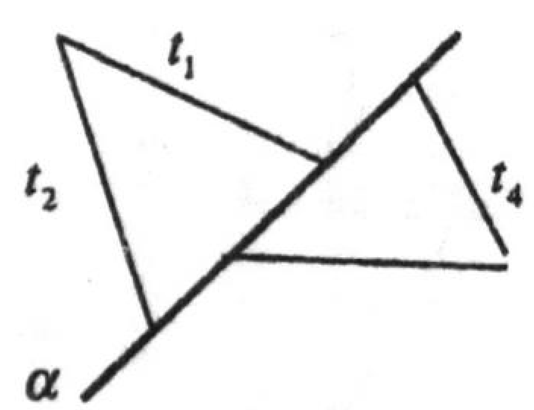
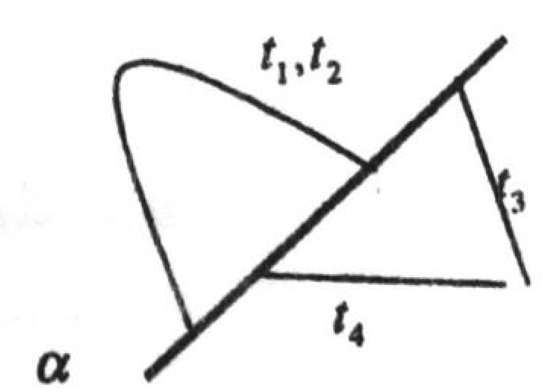
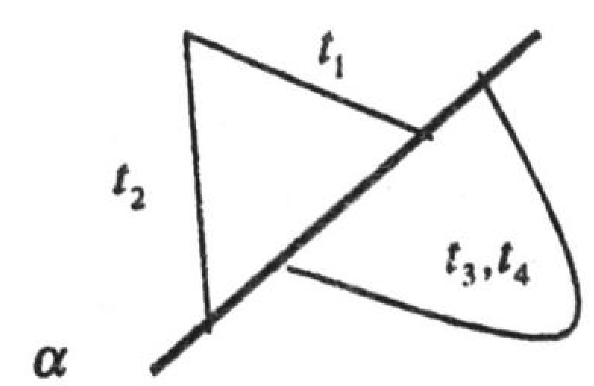
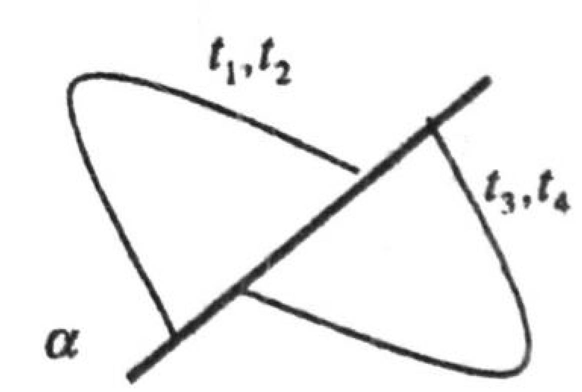
№/№	Каноническая форма	Допускаемые проективно различные типы номограмм			
		0-го жанра	2-го жанра		4-го жанра
$I_{(0)}$	$F_1+F_2+F_3+F_4=0$	 $i,j=1,2;\ i\neq j\ ,\ \ k,m=3,4;\ k\neq m$			
$II_{(0)}$	$F_3+F_4=F_1\cdot F_2$				
$III_{(0)}$	$F_3\cdot F_4=F_1+F_2$				
$IV_{(0)}$	$\dfrac{1}{F_3+F_4}=F_1+F_2$				

Таблица (продолжение)

№/№	Каноническая форма	Допускаемые проективно различные типы номограмм			
		0-го жанра	2-го жанра		4-го жанра
$V_{(0)}$	$F_3 \cdot F_4 + 1 = F_1 \cdot F_2$				
$VI_{(0)}$	$\frac{1}{F_3+F_4} = F_1 \cdot F_2 + 1$				
$VII_{(0)}$	$F_3 \cdot F_4 + 1 = \frac{1}{F_1+F_2}$				
$VIII_{(0)}$	$\frac{1}{F_3 \cdot F_4+1} = \frac{\lambda}{\lambda-1} + F_1 \cdot F_2$				

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бляшке В. Введение в геометрию тканей. М., 1959.

2. Рудаков Б.П. Условия и методы спрямляемости некоторых пространственных тканей, номографирования уравнений и приведения их к каноническим формам. Тюмень: Изд-во Вектор Бук, 2003. 246 с.

3. Рудаков (Дураков) Б. П. О представлении уравнений с четырьмя переменными составными номограммами нулевого жанра // Уч. зап. Свердл. гос. пед. ин-та. Вып. 31. 1965. С. 29-49.

4. Рудаков (Дураков) Б. П. О приведении уравнений с четырьмя переменными к некоторым каноническим формам // Номографич. сб., № 4, С. 220-227. М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1967.

5. Рудаков (Дураков) Б. П. Об условиях и методах номографирования уравнений, допускающих по две непроективные номограммы нулевого жанра // Тр. Тюменского индустр. ин-та. «Бурение скважин и трубопроводный транспорт нефти и газа». Тюмень, 1969. С. 244-254.

6. Рудаков (Дураков) Б. П. Номографирование уравнений, допускающих четыре непроективные номограммы нулевого жанра // Тр. Тюменского индустр. ин-та. «Бурение скважин и трубопроводный транспорт нефти и газа». Тюмень, 1969. С. 254-264.

7. Рудаков Б.П. О применении в плановых расчетах одного вида номограмм // «Комплексное планирование на промышленных предприятиях». Научн. тр. Тюменского индустр. ин-та. Вып. 23. Тюмень, 1973. С. 132-141.