

# ФИЗИКА

**Сергей Павлович РОДИОНОВ** —  
гл. научный сотрудник Тюменского филиала  
Института теоретической и прикладной  
механики им. С.А. Христиановича СО РАН,  
доктор физико-математических наук, профессор  
[rodionovsp@bk.ru](mailto:rodionovsp@bk.ru)

УДК 532.546

## **РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ОХВАТА ВЫТЕСНЕНИЕМ НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ**

## **CALCULATION OF SWEEP EFFICIENCY FROM PARAMETERS OF PSEUDO-RELATIVE PHASE PERMEABILITIES**

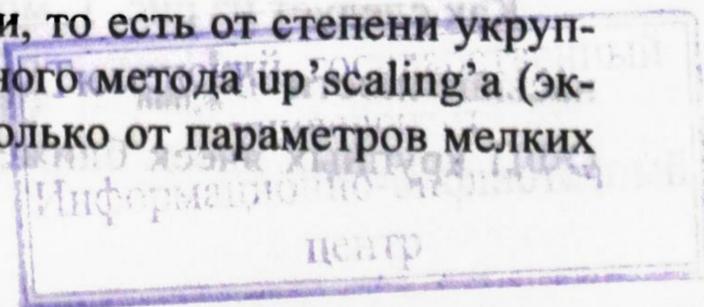
**АННОТАЦИЯ.** В статье получено выражение коэффициента охвата вытеснением от параметров исходных и модифицированных относительных фазовых проницаемостей при преобразовании геологической модели в гидродинамическую (*upscaling*).

**SUMMARY.** In present paper the formula for calculation of sweep efficiency from parameters of real- and pseudo- relative phase permeabilities is obtained. This formula may be used for *upscaling* the geological models.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.** Коэффициент охвата, относительные фазовые проницаемости, *upscaling*, гидродинамическая модель.

**KEY WORDS.** Sweep efficiency, relative phase permeabilities, *upscaling*, hydrodynamic model.

В [1] разработана методика определения относительных фазовых проницаемостей (ОФП) при преобразовании геологической модели в гидродинамическую (*upscaling*'е). Рассмотрим некоторые следствия из полученных в [1] решений для модифицированных фазовых проницаемостей. Эквивалентная абсолютная и относительные фазовые проницаемости могут быть тензорами, даже если для мелких ячеек они являются скалярами. Это свойство ОФП является следствием неоднородности параметров мелких ячеек. Тензор модифицированных ОФП не является функцией только параметров мелких ячеек, а зависит также от параметров жидкостей (например, отношения вязкостей фаз), времени и от конкретных условий рассматриваемой задачи, то есть начальных и граничных условий. Модифицированные ОФП зависят от количества мелких ячеек, включенных в крупные ячейки, то есть от степени укрупнения ячеек. Поэтому не существует универсального метода *upscaling*'а (эквивалентные параметры крупных ячеек зависят только от параметров мелких



ячеек) как для абсолютной проницаемости, так и для относительных проницаемостей. Поскольку эквивалентные параметры крупных ячеек зависят от решения на мелкой сетке, то для получения приемлемого результата необходимо делать предположение об этом решении или использовать приближенные решения.

Обратимся к результатам расчетов эквивалентных ОФП в некоторых пространственных ситуациях. В качестве примера рассмотрим два случая: 1 — вытеснение нефти водой; 2 — вытеснение нефти нефтью. Первый случай имеет место вблизи скважин, а второй — непосредственно в нефтяной зоне. Для наглядности представления результатов и во избежание громоздкости выкладок исследование для двумерной расчетной области проводилось в координатах  $x_1$  и  $x_2$ . Для мелких ячеек ОФП задавались согласно модели «разноцветных жидкостей», когда  $k_{r1}$  линейно зависят от  $S_{r1}$ , а вязкости фаз одинаковы. Численное решение задачи двухфазной фильтрации (уравнение для водонасыщенности), сформулированной в [1], проводилось методом линий тока [2], обладающим высокой точностью и возможностью наглядного представления фильтрационных потоков.

Для давления задавались граничные условия отсутствия потока (тип а) из [1]), при которых тензор модифицированных ОФП является диагональным. Для водонасыщенности задавались следующие варианты граничных и начальных условий:

$$S_{wb}(t) = S_{w,\max}, \quad S_{w0}(x_1, x_2) = S_{w,\min} \quad (1.1)$$

$$S_{wb}(t) = S_{w,\min}, \quad S_{w0}(x_1, x_2) = S_{w,\min} \quad (1.2)$$

Для исходных ОФП  $S_{w,\min} = S_{wc}$  и  $S_{w,\max} = 1 - S_{or}$ , где  $S_{wc}$  и  $S_{or}$  — значения критических насыщенныхностей, при которых соответствующая фаза теряет подвижность. При граничных условиях (1.1) средняя водонасыщенность в крупной ячейке  $S_w^*$  со временем может изменяться в подвижном диапазоне от  $S_{wc}$  до  $1 - S_{or}$ . В расчетах вязкости фаз полагались равными 1сПз; значения критических насыщенныхностей  $S_{wc}$  и  $S_{or}$  для мелких ячеек-коллекторов — 0,2; проницаемость изотропной пористой среды — 100 мД, пористость — 0,2. Для ячеек-неколлекторов эти параметры равны нулю. Во всех ячейках-коллекторах задавался одинаковый вид ОФП.

Поскольку начальные условия для случаев (1.1) и (1.2) совпадают, то при  $t=0$  совпадают и ОФП. Таким образом, ОФП для случая (1.2) можно установить в процессе определения ОФП для случая (1.1). Поэтому в дальнейшем рассматривается только случай (1.1).

На рис. 1 представлены расчетные зависимости составляющих тензора модифицированных ОФП от средней водонасыщенности крупной ячейки, а на рис. 2 — соответствующие картины линий тока и распределение проницаемости, имитирующее глинистые включения в песчанике.

Как следует из рис. 1, модифицированные ОФП также имеют критические насыщенныености  $S_{w,\min}^*$  и  $S_{w,\max}^*$ . Видно, что значения  $S_{w,\min}^*$  и  $S_{w,\max}^*$  для ОФП крупных ячеек ближе друг к другу, чем для ОФП мелких ячеек. Это

смещение критических насыщенных обусловлено наличием застойных зон, через которые не проходят линии тока. Величина смещения зависит от основного направления фильтрации.

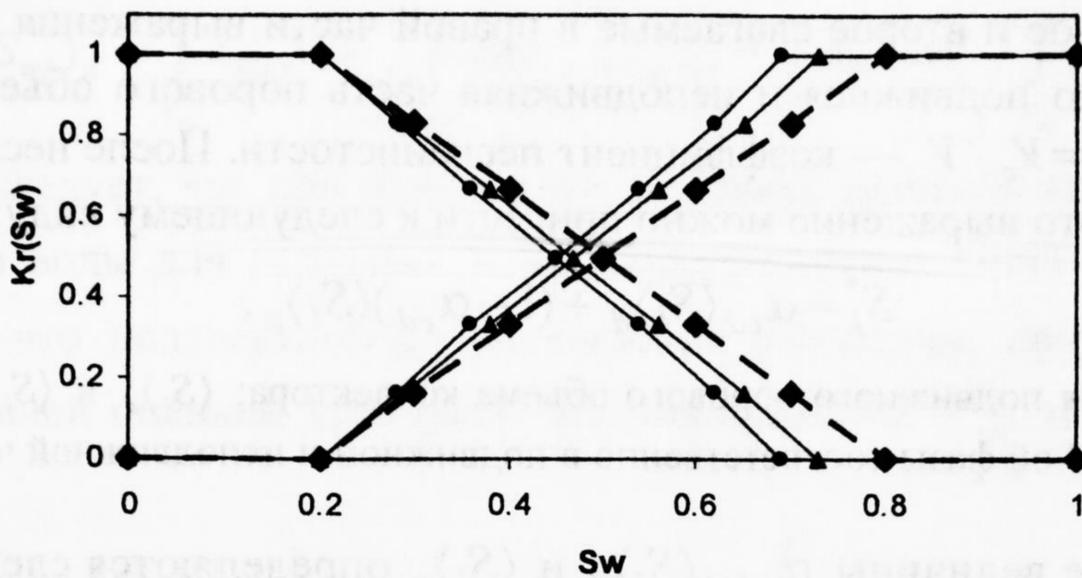


Рис. 1. Зависимости компонент  $k_{r11}^*$  и  $k_{r12}^*$  ( $l = w, o$ ) тензоров модифицированных ОФП от средней водонасыщенности крупной ячейки  $S_w^*$  (сплошные линии) и ОФП мелких ячеек-коллекторов (штриховые линии). Расчетные точки отмечены знаками  $\blacktriangle$ ,  $\bullet$  и  $\blacklozenge$

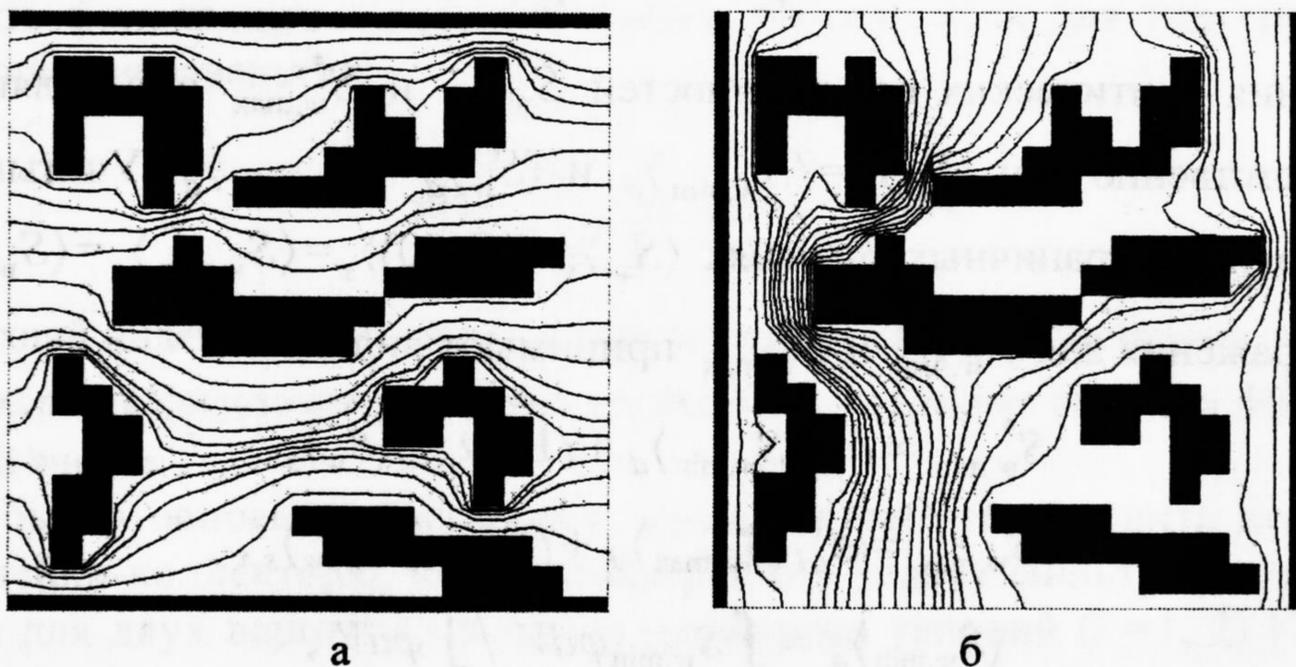


Рис. 2. Распределение проницаемости и картины линий тока при расчете компонент тензора  $k_{r11}^*$  (а) и  $k_{r12}^*$  (б). Области коллектора и неколлектора отмечены черным и белым цветом соответственно

Критические насыщенные для модифицированных ОФП можно получить из следующих соображений. Объем  $V$  крупной ячейки равен сумме объемов коллектора и неколлектора. В свою очередь объем коллектора  $V_c$  разделяется на подвижный  $V_{cd}$  и неподвижный  $V_{cs}$ . При этом  $V_{cd}$  и  $V_{cs}$  являются тензорами и зависят от граничных условий, а  $V_c$  — скаляр. Находящаяся в коллекторе нефть также разделяется на подвижную и неподвижную. Учитывая, что пористость неколлектора равна нулю, выражения (1) из [1] можно представить в виде:

$$\varphi^* = \frac{1}{V} \int_V \varphi dV = \alpha \frac{1}{V_c} \int_{V_c} \varphi dV$$

$$\varphi^* S_l^* = \frac{1}{V} \int_V S_l \varphi dV = \alpha \frac{1}{V_c} \int_{V_c} S_l \varphi dV = \alpha \frac{1}{V_{cd}} \int_{V_{cd}} S_l \varphi dV + \alpha \frac{1}{V_{cs}} \int_{V_{cs}} S_l \varphi dV \quad (2)$$

Здесь первое и второе слагаемые в правой части выражения для  $\varphi^* S_l^*$  — соответственно подвижная и неподвижная часть порового объема, занятого  $l$ -ой фазой;  $\alpha = V_c / V$  — коэффициент песчаности. После несложных преобразований это выражение можно привести к следующему виду:

$$S_l^* = \alpha_{cd} \langle S_l \rangle_d + (1 - \alpha_{cd}) \langle S_l \rangle_s, \quad (3)$$

где  $\alpha_{cd}$  — доля подвижного порового объема коллектора;  $\langle S_l \rangle_d$  и  $\langle S_l \rangle_s$  — средние насыщенности  $l$ -ой фазы соответственно в подвижной и неподвижной частях коллектора.

Тензорные величины  $\alpha_{cd}$ ,  $\langle S_l \rangle_d$  и  $\langle S_l \rangle_s$  определяются следующим образом:

$$\alpha_{cd} = \frac{\int_{V_{cd}} \varphi dV}{\int_{V_c} \varphi dV}, \quad \langle S_l \rangle_d = \frac{\int_{V_{cd}} S_l \varphi dV}{\int_{V_{cd}} \varphi dV},$$

$$\langle S_l \rangle_s = \frac{\int_{V_{cs}} S_l \varphi dV}{\int_{V_{cs}} \varphi dV}. \quad (4)$$

Значения критических насыщенностей  $S_{w,\min}^*$  и  $S_{w,\max}^*$  определяются из (3) соответственно при  $\langle S_w \rangle_d = \langle S_{w,\min} \rangle_d$  и  $\langle S_w \rangle_d = \langle S_{w,\max} \rangle_d$ . Учитывая, что при постоянных граничных условиях  $\langle S_w \rangle_s = \langle S_w(0) \rangle_s = \langle S_{w,\min} \rangle_s = \langle S_{w,\max} \rangle_s = \text{const}$ , выражения для  $S_{w,\min}^*$  и  $S_{w,\max}^*$  принимают вид:

$$S_{w,\min}^* = \alpha_{cd} \langle S_{w,\min} \rangle_d + (1 - \alpha_{cd}) \langle S_w \rangle_s,$$

$$S_{w,\max}^* = \alpha_{cd} \langle S_{w,\max} \rangle_d + (1 - \alpha_{cd}) \langle S_w \rangle_s, \quad (5)$$

$$\langle S_{w,\min} \rangle_d = \frac{\int_{V_{cd}} S_{w,\min} \varphi dV}{\int_{V_{cd}} \varphi dV},$$

$$\langle S_{w,\max} \rangle_d = \frac{\int_{V_{cd}} S_{w,\max} \varphi dV}{\int_{V_{cd}} \varphi dV}$$

Таким образом, видно, что  $S_{w,\min}^*$  и  $S_{w,\max}^*$  зависят от н.у. Они также зависят от граничных условий, поскольку, согласно (4), от них зависит подвижный объем. Однако они не зависят от вязкостей фаз. Поскольку подвижный объем является тензором, то для каждого направления значения  $S_{wc}^*$  и  $S_{or}^*$  могут быть различными. Необходимо отметить, что при «открытых» граничных условиях  $S_{wc}^*$  и  $S_{or}^*$  принимают меньшие значения, чем при «закрытых».

Подставляя (3), (4) в (5) при начальных и граничных условиях, обозначенных в (1), и  $S_o(x_1, x_2, 0) = 1 - S_{wc}$ , при  $S_o(\infty) = S_{or}$ , то для критических насыщенностей получаем следующие выражения:

$$S_{w,\min}^* = \alpha_{cd} \langle S_{wc} \rangle_d + (1 - \alpha_{cd}) \langle S_w \rangle_s,$$

$$S_{w,\max}^* = \alpha_{cd} (1 - \langle S_{or} \rangle_d) + (1 - \alpha_{cd}) \langle S_w \rangle_s,$$

$$\langle S_{wc} \rangle_d = \int_{V_{cd}} S_{wc} \varphi dV / \int_{V_{cd}} \varphi dV, \quad \langle S_{or} \rangle_d = \int_{V_{cd}} S_{or} \varphi dV / \int_{V_{cd}} \varphi dV$$

Отсюда следует, что при отмеченных условиях значения критической насыщенности воды для исходных и модифицированных ОФП  $S_{w,\min}^* = S_{w,\min}$  одинаковы, что подтверждается численными расчетами, приведенными на рис. 1,. Нижней оценкой критических насыщенныхностей  $S_{wc}^*$  и  $S_{or}^*$  являются величины:

$$\langle S_{wc} \rangle = \frac{1}{\varphi^* V} \int_V \varphi S_{wc} dV, \quad \langle S_{or} \rangle = \frac{1}{\varphi^* V} \int_V \varphi S_{or} dV.$$

Конкретизируем понятие «недренируемая ячейка», так как в рассматриваемом случае оно является нечетким. Мы предлагаем следующий безразмерный критерий: мелкая ячейка-коллектор в составе крупной ячейки является недренируемой, когда скорость фильтрации в ней значительно ниже, чем скорость фильтрации в крупной ячейке, то есть если для нее справедливо следующее неравенство:

$$\max_j \left( \frac{|u|^j}{\langle |u| \rangle^j} \right) \ll 1 \quad (j = 1, 2),$$

где верхний индекс  $j$  обозначает номера вариантов задания граничных условий [1];  $u$  — скорость фильтрации в мелкой ячейке;  $\langle u \rangle$  — средняя скорость фильтрации в крупной ячейке.

Чтобы на основе приведенного выше неравенства выявить недренируемые ячейки-коллекторы, необходимо решить задачу фильтрации в крупной ячейке для двух вариантов задания граничных условий ( $j = 1, 2$ ) [1] и определить  $|u|$  как среднее арифметическое абсолютных значений скоростей фильтрации на границах мелкой ячейки. Скорость фильтрации в крупной ячейке  $\langle |u| \rangle$  определяется как среднее арифметическое скоростей фильтрации в мелких ячейках.

С помощью критических насыщенныхностей можно производить оценку извлекаемых запасов нефти. По аналогии с параметрами, характеризующими вытеснение нефти из пласта в целом, введем характеристики степени вытеснения нефти для укрупненных ячеек (или участка пласта). Коэффициент извлечения нефти (КИН)  $K$  по определению равен отношению извлекаемых запасов к начальным запасам в пласте. Согласно [3] структуру КИН можно представить в виде произведения двух коэффициентов:

$$K = K_{\text{выт}} K_{\text{охв}},$$

где  $K_{\text{выт}}$  — коэффициент вытеснения,  $K_{\text{охв}}$  — коэффициент охвата.

Последние определяются соответственно как отношение максимально возможных извлекаемых запасов к начальным запасам и отношение изменения объема нефти в пласте за бесконечное время к максимально возможному количеству извлекаемой нефти. В свою очередь  $K_{охв}$  также представляется в виде произведения двух коэффициентов: коэффициента заводнения  $K_{зав}$  и коэффициента охвата вытеснением  $K_{охв\ выт}$  [3]. Последние определяются [3] как отношения соответственно изменения объема нефти в пласте за время, прошедшее с начала разработки пласта, к максимально возможному количеству извлекаемой нефти и отношение подвижных запасов в пласте к максимально возможным извлекаемым запасам.

Исходя из приведенных определений формулу для КИН, применительно к крупной ячейке, можно записать следующим образом:

$$K = K(t) = \frac{\int_V S_o(0)\varphi dV - \int_V S_o(t)\varphi dV}{\int_V S_o(0)\varphi dV} = \frac{S_o^*(0) - S_o^*(t)}{S_o^*(0)} =$$

$$= K_{\text{выт}} K_{\text{охв}} = K_{\text{выт}} K_{\text{охв\ выт}} K_{\text{зав}},$$

где

$$K_{\text{выт}} = \frac{\langle S_o(0) \rangle - \langle S_o(\infty) \rangle}{S_o^*(0)}, \quad K_{\text{охв\ выт}} = \frac{S_o^*(0) - S_o^*(\infty)}{\langle S_o(0) \rangle - \langle S_o(\infty) \rangle},$$

$$K_{\text{зав}}(t) = \frac{S_o^*(0) - S_o^*(t)}{S_o^*(0) - S_o^*(\infty)}$$

Здесь  $\langle S_o(0) \rangle - \langle S_o(\infty) \rangle$  — максимально возможное количество извлекаемой нефти, получающееся при допущении, что весь объем коллектора крупной ячейки является подвижным. Если  $S_o(0) = 1 - S_{wc}$ ,  $S_o(\infty) = S_{or}$  и  $S_o^*(0) = \langle S_o(0) \rangle$ , то  $\langle S_o(0) \rangle - \langle S_o(\infty) \rangle = 1 - \langle S_{wc} \rangle - \langle S_{or} \rangle$ . Поэтому коэффициент вытеснения для мелкой ячейки может выражаться через  $S_{wc}$  и  $S_{or}$ , а для крупной ячейки — через  $\langle S_{wc} \rangle$  и  $\langle S_{or} \rangle$ :

$$K_{\text{выт}} = \frac{1 - S_{wc} - S_{or}}{1 - S_{wc}}, \quad K_{\text{выт}} = \frac{1 - \langle S_{wc} \rangle - \langle S_{or} \rangle}{1 - \langle S_{wc} \rangle}$$

Видно, что  $\langle S_{wc} \rangle$ ,  $\langle S_{or} \rangle$  в выражении для  $K_{\text{выт}}$  крупной ячейки играют ту же роль, что и  $S_{wc}$ ,  $S_{or}$  в аналогичном выражении для мелкой ячейки. Выражение для  $K_{\text{охв\ выт}}$  принимает вид:

$$K_{\text{охв\ выт}} = \frac{1 - S_{wc}^* - S_{or}^*}{1 - \langle S_{wc} \rangle - \langle S_{or} \rangle}$$

В рамках концепции геолого-гидродинамических моделей определенные выше коэффициенты обладают следующими свойствами. Коэффициент вы-

теснения ( $K_{\text{выт}}$ ) является характеристикой внутренних свойств мелких ячеек и не зависит от связей между ними. Коэффициент охвата вытеснением ( $K_{\text{охв выт}}$ ) для крупной ячейки, напротив, можно рассматривать как системную характеристику входящих в нее мелких ячеек. В общем случае,  $K_{\text{охв выт}}$ , как и модифицированные ОФП, зависит не только от параметров мелких ячеек, но и от начальных и граничных условий, от направления фильтрации. В то же время он не зависит от отношения вязкостей фаз. Это свойство  $K_{\text{охв выт}}$  позволяет вычислять его по модели «разноцветных жидкостей», которая существенно проще, чем полная двухфазная модель. Поскольку  $S_{wc}^* \geq \langle S_{wc} \rangle$  и  $S_{or}^* \geq \langle S_{or} \rangle$ , то  $K_{\text{охв выт}} \leq 1$ .

Для условий рис. 1 коэффициент охвата вытеснением по каждому из направлений равен соответственно 0,88 и 0,82 (с учетом выделения шаровой части тензоров критических насыщенных — 0,85), для слоистой среды соответственно 1 и 0.

### Выводы

1. На основе развитой методики определения модифицированных ОФП установлено, что в неоднородном пласте, при объединении мелких ячеек геологической сетки в крупные ячейки гидродинамической сетки (up'scaling) модифицированные ОФП являются тензорами, даже если ОФП мелких ячеек — скаляры.

2. Модифицированные ОФП крупных ячеек зависят не только от фильтрационно-емкостных параметров входящих в их состав мелких ячеек, но и от начального распределения насыщенных фаз и направления фильтрационного потока в крупных ячейках, а также от условий на их границах. В частности, значения критических насыщенных при «открытых» граничных условиях меньше, чем при «закрытых».

3. Использование модифицированных ОФП позволит избежать существующей в практике гидродинамического моделирования зависимости конечного КИН от степени огрубления геологической модели. Это может быть учтено изменением критических насыщенных модифицированных ОФП, которые при адаптации модели к истории разработки в определенном диапазоне можно рассматривать в качестве свободных параметров.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Родионов С.П., Орехова Л.Н. Методика расчета фильтрационных характеристик при апскейлинге геологических моделей // Вестник ТюмГУ. 2008. № 6. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2008. С. 64-68.
2. Batycky, R.P. A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator, PhD dissertation. January 1997.
3. Закиров С.Н. Анализ проблемы «Плотность сетки скважин — нефтеотдача». М.: ИД «Грааль», 2002. 314 с.