Таким образом, в работе описана модель двухфазной изотермической фильтрации флюидов. Проведен сравнительный анализ расчетов вытеснения нефти водой и газом. На его основе сделаны выводы о низкой относительно заводнения эффективности вытеснения нефти не смешивающимся с ней газом, что объясняется неблагоприятным соотношением вязкостей и низким коэффициентом вытеснения нефти газом. Отсюда следует вывод, что вытеснение нефти газом предпочтительно производить в частично или полностью смешивающихся режимах. Описание моделей вытеснения нефти газом с учетом смешивания углеводородных фаз и расчеты с их использованием являются перспективным направлением дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.

2. Азис Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982. 407 с.

3. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. М.: Недра, 2005. 544 с.

4. Крейг Ф.Ф. Разработка нефтяных месторождений при заводнении. М.: Недра, 1974. 1991 с.

Сергей Михайлович ДОРОФЕЕВ —
доцент кафедры математики и информатики,
кандидат физико-математических наук
sdorofeev@utmn.ru
Институт математики и компьютерных наук
Тюменский государственный университет

УДК 539.31

О ЗАКОНЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В АСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

ENERGY CONSERVATION LAW IN ASYMMETRIC ELASTICITY THEORY

АННОТАЦИЯ. В статье показано, что закон сохранения энергии в асимметричной теории упругости не выполняется. Невыполнение закона сохранения энергии в асимметричной теории упругости вызывает недоверие к результатам, полученным на ее основе, и указывает на необходимость тщательной экспериментальной проверки теории.

SUMMARY. The article shows that asymmetric elasticity theory does not comply with energy conservation law. This casts doubts on all results based on this theory, and indicates the necessity for thorough experimental verification of the theory.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Асимметричная теория упругости, закон сохранения энергии.

KEY WORDS. Asymmetric elasticity theory, energy conservation law.

Под асимметричной теорией упругости здесь имеется в виду теория, в которой «симметричный тензор напряжений и симметричный тензор деформаций связаны несимметричным тензором преобразования» [1,2]. Такое же название используется некоторыми авторами и для совершенно другой теории — моментной теории упругости [3,4].

В [1,2] утверждается, что асимметричная теория упругости получена на основе группового анализа законов сохранения. Проверим выполнение закона сохранения энергии в рассматриваемой теории.

В случае отсутствия притока и оттока немеханических видов энергии для квазистатических процессов закон сохранения энергии может быть записан в виде, [5]:

$$dU = dA^{(e)}, \qquad (1)$$

где dU — изменение внутренней энергии, $dA^{(e)}$ — изменение работы внешних сил, отнесенные к единице объема, причем

$$dA^{(e)} = \sigma^{ij} d\varepsilon_{ij}, \qquad (2)$$

где σ^{ij} и ε_{kn} — тензоры напряжений и деформаций соответственно.

Выражение (2) совершенно не зависит от свойств материала, при его выводе используется только определение работы силы и уравнение равновесия.

Так как dU полный дифференциал, то для любого замкнутого контура должно выполняться условие

$$\oint dU = \oint dA^{(e)} = \oint \sigma^{ij} d\varepsilon_{ij} = 0. \qquad (3)$$

Получаем классическое определение упругого тела. По-видимому, если предполагать наличие функциональной зависимости $\sigma^{ij} = \varphi(\varepsilon_{kn})$, то ничего другого, согласующегося с законом сохранения энергии, получить невозможно. В классической линейной теории упругости матрица, определяющая связь компонент тензоров деформаций и напряжений симметрична, это является необходимым условием выполнения (3). В асимметричной теории упругости эта матрица несимметрична [1,2], следовательно, закон сохранения энергии не выполняется.

Рассмотрим один частный случай. Пусть «асимметрично упругое» тело объемом V находится в плоском деформированном состоянии, причем $\varepsilon_{22} = 0$, а ε_{11} и ε_{12} не зависят от координат x и y. Напряжения, согласно [1,2] и с учетом того, что $\varepsilon_{22} = 0$, будут равны:

$$\sigma^{11} = A\varepsilon_{11} + 2\mu_0\varepsilon_{12},$$

$$\sigma^{22} = B\varepsilon_{11} - 2\mu_0\varepsilon_{12},$$

$$\sigma^{12} = -\mu_0\varepsilon_{11} + C\varepsilon_{12},$$

здесь $A = \lambda_0 + \mu$, $B = \lambda_0 - \mu$, $C = 2\mu$, λ_0, μ, μ_0 — параметры материала. В классической теории упругости $\mu_0 = 0$, в асимметричной теории μ_0 может быть любым, как положительным, так и отрицательным, [1,2]. Напряжения тоже не будут зависеть от координат x и y.

Уравнение совместности деформаций

$$\varepsilon_{11,yy} + \varepsilon_{22,xx} = 2\varepsilon_{12,xy}$$

и уравнения равновесия

$$\sigma_{11,x} + \sigma_{12,y} = 0, \quad \sigma_{12,x} + \sigma_{22,y} = 0$$

при этом выполняются. Значит, такое напряженно-деформированное состояние возможно.

Рассмотрим в пространстве деформаций ε_{11}, ε_{12} замкнутый контур в виде окружности радиуса ε_0 с центром в точке (0,0). Тогда на контуре

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_0 \cos\varphi,\ \varepsilon_{12} = \varepsilon_0 \sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi, \qquad (4)$$

$$d\varepsilon_{11} = -\varepsilon_0 \sin\varphi\, d\varphi,\ d\varepsilon_{12} = \varepsilon_0 \cos\varphi\, d\varphi,\ d\varepsilon_{22} = 0.$$

Изменение работы внешних сил для всего тела

$$dW = \int_V dA^{(e)} dv = \int_V \sigma^{ij} d\varepsilon_{ij} dv = V \sigma^{ij} d\varepsilon_{ij}.$$

Работа внешних сил для всего тела на рассматриваемом контуре

$$W = \oint V\sigma^{ij} d\varepsilon_{ij} = V\oint\left(\sigma^{11} d\varepsilon_{11} + 2\sigma^{12} d\varepsilon_{12}\right) =$$

$$= V\int_0^{2\pi} \left(-\left(A\varepsilon_0 \cos\varphi + 2\mu_0\varepsilon_0 \sin\varphi\right)\varepsilon_0 \sin\varphi\, d\varphi + \right.$$

$$\left. + 2\left(-\mu_0\varepsilon_0 \cos\varphi + C\varepsilon_0 \sin\varphi\right)\varepsilon_0 \cos\varphi\, d\varphi\right) = -4\pi V\mu_0\varepsilon_0^{\;2}$$

Как видим, в классической теории ($\mu_0 = 0$) работа внешних сил по замкнутому контуру равна нулю, а в асимметричной теории не равна нулю и может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от направления обхода контура и от знака μ_0. Это указывает на то, что закон сохранения энергии не выполняется.

Невыполнение закона сохранения энергии в асимметричной теории упругости вызывает недоверие к результатам, полученным на ее основе, и указывает на необходимость тщательной экспериментальной проверки теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бытев В.О., Слезко И.В., Николаев Д.Е. // Точные решения некоторых задач плоской асимметричной теории упругости // Вестник ТюмГУ. 2007. № 5. С. 32-43.

2. Бытев В.О., Наук О.Е. // Асимметричная упругость. Математическое и информационное моделирование: Сб. научных тр. Вып. 9. Тюмень: Изд-воТюмГУ, 2007. С. 23-30.

3. Пальмов Н.А. // Фундаментальные уравнения теории асимметричной упругости // ПММ. № 28. 1964.

4. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.

5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976. 535 с.

Александр Владимирович СТРЕКАЛОВ —
доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных месторождений
Тюменского государственного нефтегазового университета
кандидат технических наук
darlex77@mail.ru

УДК 622.323

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СЕТЕВЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

METHOD OF THE NUMERICAL SOLUTION OF LOAD FLOW IN HYDRAULIC SYSTEMS NETWORK

АННОТАЦИЯ. Статья посвящена проблемам адаптации метода численного решения систем нелинейных алгебраических уравнений для решения задачи потокораспределения произвольных по сложности гидравлических систем.

SUMMARY. The article is devoted to adaptation problems of a numerical solution method of nonlinear algebraic equations systems for the problem solution of load flow in hydraulic systems of any complexity.