

Компонента $\bar{V}_{1,I}$ функционала \bar{V}_I определяется по формуле (22). Аналогично вычисляется и компонента $\bar{V}_{2,I}$. Полученный таким образом целевой функционал может быть использован для решения задачи минимизации погрешности гидродинамической модели на множестве вариантов объединения мелких ячеек в крупные (или для выбора из определенного множества гидродинамических сеток сетки с минимальной погрешностью).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Durlofsky, L. J. Upscaling and Gridding of Fine Scale Geological Models for Flow Simulation. Department of Petroleum Engineering, Stanford University, Stanford, CA 94305-22220 USA, 2005.
2. Родионов С.П., Орехова Л.Н. Определение модифицированных относительных фазовых проницаемостей при преобразовании геологической модели в гидродинамическую // Известия вузов. Нефть и газ. 2008. Ч. 1. № 6. С. 12-16.
3. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учеб. М.: Недра, 1993.
4. Batycky, R.P. A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator, PhD dissertation, January 1997.

Виталий Петрович КОСЯКОВ —
аспирант кафедры механики многофазных систем
Тюменского государственного университета

Сергей Павлович РОДИОНОВ —
гл. научный сотрудник Тюменского филиала
Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН,
гл. научный сотрудник ЗАО «КОНКОРД»
(г. Москва),
доктор физико-математических наук, профессор
rodionovsp@bk.ru

УДК 532.546, 622.276

ПОЛУЧЕНИЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ БАКЛИ-ЛЕВЕРЕТТА В ЗОНАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

OBTAINING OF EXACT SOLUTIONS OF A BUCKLEY-LEVERETT PROBLEM IN A ZONAL-NON-HETEROGENOUS LAYER

АННОТАЦИЯ. В статье получены точные решения задачи о вытеснении нефти водой из зонально-неоднородного пласта, эксплуатируемого галереей скважин.

SUMMARY. The article discusses exact solutions of the problem of oil displacement by water from the zonal-heterogenous reservoir operated by gallery of wells.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Заводнение, нефтяной пласт, зональная неоднородность.
KEY WORDS. Flooding, oil layer, zonal heterogeneity.

1. Введение. Нефтенасыщенные пласты, как правило, неоднородны. В качестве примера можно привести зонально-неоднородные пласты, включаю-

щие русла и поймы палеорек. При этом высокопроницаемая зона пласта находится в русле, а низкопроницаемая — в пойме. Представляет интерес сравнение динамики добычи нефти и коэффициента извлечения нефти (КИН) в двух случаях. Первый случай — когда нагнетающий ряд скважин расположен в пойменной, а добывающий ряд — в русловой зоне. Во втором случае нагнетательный ряд расположен в русловой зоне, а добывающий — в пойменной. В первом приближении задачу вытеснения нефти водой из такого зонально-неоднородного пласта можно считать одномерной, при этом зоны отличаются значениями фильтрационно-емкостных свойств, а также значениями толщины и длины.

В настоящей работе на основе аналитических решений выполнено исследование зависимости КИН зонально-неоднородного пласта от параметров задачи. В первой части работы получены точные решения задачи вытеснения нефти водой из зонально-неоднородного пласта, а во второй части производится анализ полученных результатов.

2. Постановка и решение задачи. Пусть полностью нефтенасыщенный пласт ($0 \leq x \leq L$), состоящий из двух прилегающих друг к другу зон: 1 ($0 \leq x \leq L_1$) и 2 ($L_1 \leq x \leq L$), эксплуатируется галереей скважин. При этом нагнетательный ряд имеет координату $x=0$, добывающий ряд — $x=L$.

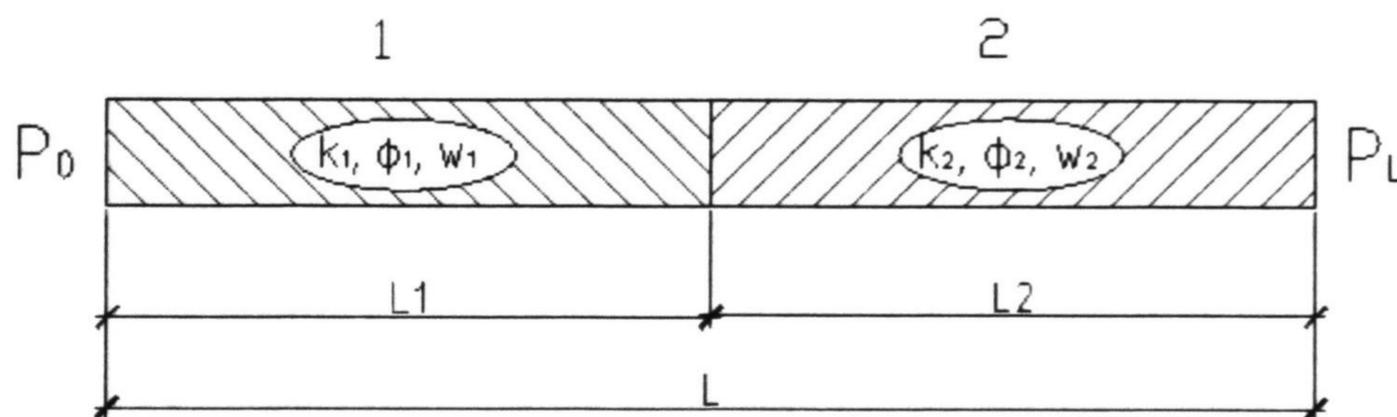


Рис. 1. Схематичное представление распределения параметров пласта в зонально-неоднородном пласте

В зону 1 нагнетается вода, имеющая вязкость μ_w . Вязкость нефти — μ_o . При $x=0$ давление P равно P_0 , при $x=L$ — равно P_L . Перепад давлений между линиями нагнетания и отбора постоянен во времени $\Delta P = P_L - P_0 = \Delta P(t) = \text{const}$. Пространственные распределения проницаемости k , пористости ϕ , поперечного сечения ω и начальной водонасыщенности $s(x, 0)$ в пласте имеют вид:

$$k(x) = \begin{cases} k_1, & 0 \leq x \leq L_1 \\ k_2, & L_1 < x \leq L \end{cases}, \quad \phi(x) = \begin{cases} \phi_1, & 0 \leq x \leq L_1 \\ \phi_2, & L_1 < x \leq L \end{cases}, \quad \omega(x) = \begin{cases} \omega_1, & 0 \leq x \leq L_1 \\ \omega_2, & L_1 < x \leq L \end{cases},$$

$$s(x, 0) = s_0(x) = s_{wc} = \text{const} \quad (0 \leq x \leq L),$$

где s_{wc} — критическая водонасыщенность. При этом значения k_1, ϕ_1, ω_1 и k_2, ϕ_2, ω_2 являются константами.

Для описания в пласте процессов двухфазной фильтрации используется следующая система уравнений [1], включающая в себя закон сохранения массы для смеси и воды, а также закон Дарси:

$$\frac{\partial u\omega}{\partial x} = 0, \quad \phi\omega \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial f(s)u\omega}{\partial x}, \quad \sigma(s) = \frac{k_{rw}(s)}{\mu_w} + \frac{k_{ro}(s)}{\mu_o}, \quad u = -k(x)\sigma(s)\frac{\partial p}{\partial x}.$$

где t — время, $u(x,t)$ — скорость фильтрации, $k_{rw}(s)$ $k_{ro}(s)$ — относительные фазовые проницаемости соответственно воды и нефти.

Сформулированная выше задача решается для двух схем вытеснения нефти водой при заданном перепаде давления: 1 — вытеснение по схеме Бакли-Левретта и 2 — по схеме Лейбензона-Маскета. Обобщение решения [1], полученного на основе схемы Бакли-Левретта, для изменяющихся вдоль оси x геометрических и фильтрационно-емкостных параметров можно преобразовать к виду:

$$\bar{x} = f'(s)V(t) \quad (1)$$

где

$$\bar{x} = \int_0^x \phi(x)\omega(x)dx, \quad V(t) = \int_0^t q(t)dt.$$

В (1) через x обозначена пространственная координата, $q(t) = u(x,t)\omega(x)$ — расход жидкости, $V(t)$ — объем закачанной жидкости, $f(s)$ — функция Бакли-Левретта:

$$f(s) = \frac{k_{rw}(s)/\mu_w}{\sigma(s)}.$$

Выразим расход жидкости $q(t)$ через градиент давления используя закон Дарси. Искомое выражение принимает вид:

$$q(t) = u(x,t) \cdot \omega(x) = -k(x)\omega(x)\sigma(s)\frac{\partial p}{\partial x} = -\bar{k}(\bar{x})\sigma(s)\frac{\partial p}{\partial \bar{x}}, \quad (2)$$

$$\bar{k}(\bar{x}) = k(\bar{x})\phi(\bar{x})\omega^2(\bar{x}), \quad d\bar{x} = \phi(x)\omega(x)dx.$$

Уравнение движения скачка водонасыщенности можно получить из (1) путем дифференцирования по времени:

$$\frac{d\bar{x}_c}{dt} = f'(s_c)\frac{dV(t)}{dt} = f'(s_c)q(t), \quad (3)$$

где s_c и \bar{x}_c — соответственно водонасыщенность на фронте скачка и его координата.

Процесс вытеснения нефти разделим на три этапа: 1-й этап — когда фронт вытеснения находится в первой зоне (координата фронта x_c изменяется от 0 до L_1); 2-й — во второй зоне (от L_1 до L) и 3-й — от момента прорыва воды до момента, когда ее доля в потоке станет равной $f=f^*$. В безводный период в качестве независимой переменной выберем координату фронта вытеснения, а после прорыва — производную от водонасыщенности на добывающем ряде галереи скважин.

Для упрощения выкладок введем следующие обозначения: $\bar{k}_1 = k_1\phi_1\omega_1^2$, $\bar{k}_2 = k_2\phi_2\omega_2^2$, $\bar{L}_1 = \phi_1\omega_1L_1$, $\bar{L}_2 = \phi_2\omega_2L_2$, $\bar{L} = \bar{L}_1 + \bar{L}_2$. Для приведенного выше

ступенчатого распределения параметров задачи зависимость $\bar{x}_c = \bar{x}_c(x_c)$ принимает вид:

$$\bar{x}_c(x_c) = \begin{cases} \phi_1 \omega_1 x_c, & \text{при } 0 \leq x_c \leq L_1 \\ \phi_1 \omega_1 L_1 + \phi_2 \omega_2 (L - x_c), & \text{при } L_1 < x_c \leq L \end{cases}$$

Рассмотрим первый этап ($0 \leq x_c \leq L_1$). Вычислим время прохождения фронтом вытеснения первой зоны. Разность давлений между линиями нагнетания и отбора жидкости выражается через градиент давления следующим образом:

$$\Delta p'(t) = p(L) - p(0) = \int_0^L \frac{\partial p}{\partial x} dx = \int_0^{\bar{L}} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} d\bar{x}, \quad \Delta p(t) = -\Delta p'(t) = \text{const.}$$

Подставляя в это выражение закон Дарси (2) и учитывая распределение фильтрационно-емкостных параметров вдоль оси x , получим:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p(t)}{q(t)} &= \frac{\Delta p}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \int_0^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{k(\bar{x})\sigma(s)} = \frac{1}{k_1} \int_0^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_1} \int_{\bar{x}_c}^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} = \\ &= \frac{1}{k_1} \int_0^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_1} \frac{\bar{L}_1 - \bar{x}_c}{1/\mu_o} + \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L} - \bar{L}_1}{1/\mu_o}, \end{aligned}$$

где интеграл в первом слагаемом с использованием подстановок:

$$V(t) = \frac{\bar{x}}{f'(s)} = \frac{\bar{x}}{F} = \frac{\bar{x}_c}{F_c}, \quad d\bar{x} = V(t) \cdot dF = \frac{\bar{x}_c}{F_c} dF, \quad F_c = f'(s_c), \quad \sigma(s) = \frac{1}{\mu_w} \bar{\sigma}(s)$$

преобразуется к следующему виду:

$$\int_0^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} = \frac{\bar{x}_c}{F_c} \frac{\psi(0, F_c)}{1/\mu_w}, \quad \bar{\sigma}(s) = \bar{\sigma}(F), \quad \int_0^{F_c} \frac{dF}{\bar{\sigma}(F)} = \psi(0, F_c), \quad \psi(a, b) = \int_a^b \frac{dF}{\bar{\sigma}(F)}.$$

В результате получим зависимость потока жидкости в пласте от координаты скачка водонасыщенности:

$$\frac{\Delta p}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{k_1} \frac{\psi(0, F_c)}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} + \frac{1}{k_1} \frac{\bar{L}_1 - \bar{x}_c}{1/\mu_o} + \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L} - \bar{L}_1}{1/\mu_o}. \quad (4)$$

Интегрируя кинематическое уравнение движения скачка водонасыщенности (3) по x_c от 0 до L_1 , получим время прохождения скачком первой зоны:

$$\Delta t_{11} = \frac{1}{F_c} \int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\bar{q}(\bar{x})} = \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w \bar{L}_1^2 \psi(0, F_c)}{k_1 2 F_c} + \frac{\mu_o \bar{L}_1^2}{k_1 2} + \frac{\mu_o \bar{L}_1 \bar{L}_2}{k_2} \right).$$

На втором этапе вытеснения, при ($L_1 < x_c < L$), преобразование выражения

$$\frac{\Delta p}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \int_0^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{k(\bar{x})\sigma(s)} = \frac{1}{k_1} \int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{x}_c}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} \quad (4)$$

осуществляется следующим образом:

$$\int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} = \frac{\bar{x}_c}{F_c} \int_0^{F_1} \frac{dF}{\bar{\sigma}(F)} = \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \psi(0, F_1),$$

$$\int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} = \frac{\bar{x}_c}{F_c} \int_{F_1}^{F_c} \frac{dF}{\bar{\sigma}(F)} = \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \Psi(F_1, F_c), \quad (5)$$

где F_1 — значение F при $x_c=L_1$. Подставляя (5) в (4) и вычислив в (4) третий интеграл, получим зависимость потока жидкости в пласте от значения \bar{x}_c :

$$\frac{\Delta p}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{k_1} \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \Psi(0, F_1) + \frac{1}{k_2} \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \Psi(F_1, F_c) + \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L} - \bar{x}_c}{1/\mu_o}. \quad (6)$$

Здесь, в соответствии с решением (1), новая переменная F_1 зависит от \bar{x}_c :

$$F_1(\bar{x}_c) = F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}, \quad \bar{x}_c = \phi_1 \omega_1 L_1 + \phi_2 \omega_2 (x_c - L_1).$$

Подставляя в (3) полученное выше выражение для потока (6), находим время движения фронта от L_1 до x_c :

$$t = \frac{1}{F_c} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}_c}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \left(\frac{\mu_w \bar{x}_c}{k_1 F_c} \Psi\left(0, F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}\right) + \frac{\mu_w \bar{x}_c}{k_2 F_c} \Psi\left(F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}, F_c\right) + \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L} - \bar{x}_c}{1/\mu_o} \right) d\bar{x}_c \quad (7)$$

Для вычисления интегралов от первых двух слагаемых в выражении (7) сделаем новую замену:

$$z = F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}.$$

Тогда, учитывая, что $F_1 = z$, окончательно получим зависимость времени движения фронта вытеснения во второй зоне от координаты скачка водонасыщенности:

$$t = \frac{-\mu_w \bar{L}_1^2}{\Delta p} \int_{F_c}^{\frac{F_c \bar{L}_1}{\bar{x}_c}} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{k_1} \Psi(0, z) + \frac{1}{k_2} \Psi(z, F_c) \right) dz + \frac{1}{\Delta p F_c} \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L}(\bar{x}_c - \bar{L}_1) - 0.5(\bar{x}_c^2 - \bar{L}_1^2)}{1/\mu_o}.$$

Полагая здесь $x_c=L$, получим искомое время прохождения скачком второй зоны:

$$\Delta t_{12} = \frac{-\bar{L}_1^2 \mu_w}{\Delta p} \int_{F_c}^{\alpha_1 F_c} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{k_1} \Psi(0, z) + \frac{1}{k_2} \Psi(z, F_c) \right) dz + \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \frac{\mu_o}{k_2} \frac{\bar{L}_1^2}{2}, \quad \alpha_1 = \bar{L}_1 / \bar{L}.$$

На третьем этапе вытеснения нефти водой ($x_c > L$) время отсчитывается от момента подхода скачка водонасыщенности к добывающему ряду галереи скважин ($x=L$) до момента достижения предельного значения обводненности $f = f^*$. Выразим это время через f^* . Выражение для расхода жидкости принимает вид:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \int_0^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{k(\bar{x})\sigma(s)} = \frac{1}{k_1} \int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)}. \quad (8)$$

Из (1) можно получить следующие соотношения:

$$V(t) = \frac{\bar{L}}{F_L} = \frac{\bar{x}}{f'(s)}, \quad d\bar{x} = \frac{\bar{L}}{F_L(t)} dF, \quad F_L = f'(s_L), \quad s_L = s(L, t),$$

$$q(t) = \frac{dV}{dt} = - \frac{\bar{L}}{(f'(s_L))^2} \frac{df'(s_L)}{dt} = - \frac{\bar{L}}{F_L^2} \frac{dF_L}{dt}.$$

Отсюда получим:

$$dt = - \frac{1}{q(t)} \frac{\bar{L}}{F_L^2} dF_L.$$

Подставляя выражение для расхода жидкости (8) в это соотношение и интегрируя левую часть по t , а правую — по F_L от F_c до F^* , получим время с момента прорыва воды, за которое обводненность достигает предельного значения f^* :

$$\Delta t_{13} = \frac{-\bar{L}^2 \mu_w}{\Delta p} \int_{F_c}^{F^*} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{k_1} \psi(0, \alpha_1 z) + \frac{1}{k_2} \psi(\alpha_1 z, z) \right) dz.$$

Значение $F^* = f'(s_L^*)$ можно вычислить, определив s_L^* из уравнения $f^* = f(s_L^*)$.

Время вытеснения нефти из пласта t_1 , т.е. от начала закачки воды до достижения предельной обводненности f^* , можно получить сложением времен для всех трех этапов

$$t_1^{BL} = \Delta t_{11} + \Delta t_{12} + \Delta t_{13}.$$

Определим теперь время, за которое произойдет полное вытеснение нефти из пласта в рамках схемы «поршневого» вытеснения (схема Лейбензона-Маскета). В соответствии с этой схемой позади фронта вытеснения мгновенно наступает полное замещение подвижной нефти водой. В этой связи третий этап вытеснения будет вырожденным, т.к. обводненность добываемой жидкости после достижения фронтом добывающего ряда будет равна 1. Распределение $\sigma(s)$ в пласте имеет вид:

$$\sigma(s) = \begin{cases} 1/\mu_w & 0 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_c \\ 1/\mu_o & \bar{x}_c < \bar{x} \leq \bar{L} \end{cases}$$

С учетом этой зависимости для каждого этапа имеем:

$$\frac{\Delta p(t)}{q(t)} = \frac{\Delta p}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \int_0^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{k(\bar{x})\sigma(s)} = \frac{1}{k_1} \int_0^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_1} \int_{\bar{x}_c}^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} =$$

$$= \frac{1}{k_1} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} + \frac{1}{k_1} \frac{\bar{L}_1 - \bar{x}_c}{1/\mu_o} + \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L} - \bar{L}_1}{1/\mu_o} \quad (0 \leq x_c \leq L_1),$$

$$\Delta t_{11} = \int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}_c}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w \bar{L}_1^2}{k_1 2} + \frac{\mu_o \bar{L}_1^2}{k_1 2} + \frac{\mu_o \bar{L}_1 \bar{L}_2}{k_2} \right);$$

$$\frac{\Delta p}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \int_0^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{k(\bar{x})\sigma(s)} = \frac{1}{k_1} \int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{k_2} \int_{\bar{x}_c}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} =$$

$$= \frac{\mu_w \bar{L}_1}{k_1} + \frac{\mu_w (\bar{x}_c - \bar{L}_1)}{k_2} + \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L} - \bar{x}_c}{1/\mu_o} \quad (L_1 < x_c \leq L);$$

$$\Delta t_{12} = \int_{\bar{L}_1}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}_c}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w}{k_1} \bar{L}_1 \bar{L}_2 + \frac{\mu_w}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} \right).$$

Время, за которое происходит полное вытеснение нефти из пласта, равно:

$$t_1^{LM} = \Delta t_{11} + \Delta t_{12} = \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w}{k_1} \frac{\bar{L}_1^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_1} \frac{\bar{L}_1^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_2} \bar{L}_1 \bar{L}_2 \right) + \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w}{k_1} \bar{L}_1 \bar{L}_2 + \frac{\mu_w}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} \right).$$

Решение задачи в случае, когда линии нагнетания и отбора меняются местами, т.е. линия нагнетания находится при $x=L$, а линия отбора при $x=0$, производится по аналогии. В этом случае выражения для времен на каждом из этапов процесса вытеснения нефти водой имеют вид

— для схемы Бакли-Левверетта:

$$\Delta t_{21} = \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} \frac{\psi(0, F_c)}{F_c} + \frac{\mu_o}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_1} \bar{L}_1 \bar{L}_2 \right),$$

$$\Delta t_{22} = \frac{-\bar{L}_2^2 \mu_w}{\Delta p} \int_{F_c}^{F_c \alpha_2} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{k_2} \psi(0, z) + \frac{1}{k_1} \psi(z, F_c) \right) dz + \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \frac{\mu_o}{k_1} \frac{\bar{L}_1^2}{2}, \quad \alpha_2 = \bar{L}_2 / \bar{L},$$

$$\Delta t_{23} = \frac{\bar{L}_2^2 \mu_w}{-\Delta p} \int_{F_c}^{F_c^*} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{k_2} \psi(0, \alpha_2 z) + \frac{1}{k_1} \psi(\alpha_2 z, z) \right) dz,$$

$$t_2^{BL} = \Delta t_{21} + \Delta t_{22} + \Delta t_{23};$$

— для схемы Лейбензона-Маскета:

$$\Delta t_{21} = \int_0^{\bar{L}-\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}_c}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_1} \bar{L}_1 \bar{L}_2 \right),$$

$$\Delta t_{22} = \int_{\bar{L}-\bar{L}_1}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}_c}{\bar{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{\Delta p} \left(\frac{\mu_w}{k_2} \bar{L}_2 \bar{L}_1 + \frac{\mu_w}{k_1} \frac{\bar{L}_1^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_1} \frac{\bar{L}_1^2}{2} \right),$$

$$t_2^{LM} = \Delta t_{21} + \Delta t_{22}.$$

Таким образом, зная выражения для времен, на основе (1) можно получить решения задачи о вытеснении нефти из зонально-неоднородного пласта по схеме Бакли-Левверетта и схеме Лейбензона-Маскета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учеб. М.: Недра, 1993.