

© А.А. ГУБАЙДУЛЛИН, О.Ю. БОЛДЫРЕВА

timms@tmn.ru

УДК 532.546:534.1

ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, НАСЫЩЕННОЙ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТЬЮ*

АННОТАЦИЯ. Рассмотрено распространение акустических волн вдоль цилиндрической полости, окруженной проницаемой пористой средой, насыщенной неньютоновской степенной жидкостью. Показано, что в случае псевдопластической жидкости наблюдается меньшее затухание и большая глубина проникновения возмущений, чем для дилатантной жидкости.

SUMMARY. Propagation of acoustic waves along cylindrical bore in permeable porous medium saturated with non-Newtonian power law liquid is investigated. It is shown that there is a smaller attenuation and a larger depth of perturbation penetration for pseudoplastic liquid than for dilatant liquid.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Пористая среда, неньютоновская степенная жидкость, акустические волны.

KEY WORDS. Porous medium, power law liquid, acoustic waves.

Изучение свойств акустических поверхностных волн актуально в связи с многочисленными приложениями, например, для определения свойств упругих материалов. В частности, в геофизике поверхностные акустические волны используются для определения характеристик водонасыщенных и углеводородных пластов, когда влиянием флюида на распространение волн нельзя пренебречь. В традиционных акустических исследованиях скважин по первому вступлению акустического импульса определяется пористость породы, по всему цугу волн определяются ее механические свойства, а одно из последующих вступлений, волна Стоунли (называемая также трубной волной), используется для определения проницаемости. Для правильной интерпретации акустических каротажных диаграмм требуется глубокое понимание влияния свойств пород (пористости, проницаемости, литологического состава, насыщенности углеводородами) на распространение волн в цилиндрическом волноводе, который представляет собой скважина. Актуальной также представляется задача о распространении волн в цилиндрическом волноводе в случае насыщения окружающего пористого пространства неньютоновской жидкостью.

В большинстве работ [1–10] по исследованию распространения волн в цилиндрическом волноводе с непроницаемыми или проницаемыми стенками рассмотрение ограничивается случаем низких частот, когда длина волны превышает диаметр полости. Обычно рассматривается лишь случай насыщения окружающего пористого пространства ньютоновской жидкостью. В настоящем

* Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (№ НШ-4381.2010.1).

теоретическом исследовании методами механики многофазных систем [11–13] рассмотрено распространение волн в широком частотном диапазоне вдоль цилиндрической полости, окруженной проницаемой пористой средой, насыщенной неньютоновской степенной жидкостью.

Постановка задачи, уравнения движения. Пусть в пористой среде имеется цилиндрическая полость радиуса r_w . Жидкость, заполняющая полость и окружающее пористое пространство, является неньютоновской. Рассматривается задача о распространении импульса вдоль полости и о его проникновении в окружающее пористое пространство. Поры на границе полости с пористой средой считаются открытыми. Эффективная вязкость учитывается только в межфазной силе взаимодействия жидкости и скелета пористой среды при фильтрации в окружающее пространство, и не учитывалась при течении жидкости внутри полости.

Движение жидкости и пористой среды считается двумерным, осесимметричным и рассматривается в цилиндрических полярных координатах (r, θ, z) .

Система уравнений движения пористой среды имеет вид [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_s v_s^r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_s v_s^z) &= 0, \\ \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_f v_f^r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_f v_f^z) &= J_f, \\ \rho_s \frac{d_s v_s^r}{dt} &= -\alpha_s \frac{\partial p_f}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{s*}^{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{s*}^{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{s*}^{rr} - \sigma_{s*}^{\theta\theta}}{r} + F^r, \\ \rho_s \frac{d_s v_s^z}{dt} &= -\alpha_s \frac{\partial p_f}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{s*}^{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{s*}^{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_{s*}^{zz}}{\partial z} + F^z, \\ \rho_f \frac{d_f v_f^r}{dt} &= -\alpha_f \frac{\partial p_f}{\partial r} - F^r - J_f v_f^r, \\ \rho_f \frac{d_f v_f^z}{dt} &= -\alpha_f \frac{\partial p_f}{\partial z} - F^z - J_f v_f^z, \\ \sigma_{s*}^{rr} &= \alpha_s [(\lambda_* + 2\mu_*) \varepsilon_s^{rr} + \lambda_* (\varepsilon_s^{\theta\theta} + \varepsilon_s^{zz}) + v_* p_f'], \\ \sigma_{s*}^{zz} &= \alpha_s [(\lambda_* + 2\mu_*) \varepsilon_s^{zz} + \lambda_* (\varepsilon_s^{rr} + \varepsilon_s^{\theta\theta}) + v_* p_f'], \\ \sigma_{s*}^{rz} &= \alpha_s 2\mu_* \varepsilon_s^{rz}, \quad v_* = \frac{\lambda_* + 2\mu_*/3}{K_s}, \\ \frac{d_s \varepsilon_s^{rr}}{dt} &= \frac{\partial v_s^r}{\partial r}, \quad \frac{d_s \varepsilon_s^{zz}}{dt} = \frac{\partial v_s^z}{\partial z}, \\ \frac{d_s \varepsilon_s^{rz}}{dt} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_s^r}{\partial z} + \frac{\partial v_s^z}{\partial r} \right), \quad \frac{d_s \varepsilon_s^{\theta\theta}}{dt} = \frac{v_s^r}{r}, \\ \rho_s &= \alpha_s \rho_s^\circ, \quad \rho_f = \alpha_f \rho_f^\circ, \quad \alpha_f + \alpha_s = 1, \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$p_s' = K_s \rho_s^{\circ} / \rho_{s0}^{\circ}, p_f' = K_f \rho_f^{\circ} / \rho_{f0}^{\circ},$$

$$p_{s*}' = \alpha_s (p_s' - p_f'), p_{s*} = -\alpha_s \left[\left(\lambda_* + \frac{2}{3} \mu_* \right) (\epsilon_s^{rr} + \epsilon_s^{zz} + \epsilon_s^{\theta\theta}) + v_* p_f' \right].$$

Здесь верхние индексы – координатные, нижние индексы $j = s, f$ относятся к параметрам твердой или жидкой фазы соответственно; нижний индекс 0 означает невозмущенное значение величины, а штрих означает отклонение данной величины от ее невозмущенного значения ($w' = w - w_0$); $\alpha_j, \rho_j, \rho_j^{\circ}, v_j$ – соответственно объемное содержание, приведенная и истинная плотности и скорость j -фазы; p_f – давление в жидкости, σ_{s*} – приведенное напряжение в скелете среды. F – сила межфазного взаимодействия.

Скелет пористой среды предполагается упругим с модулями упругости $\alpha_s \lambda_*, \alpha_s \mu_*$; ϵ_s – деформации твердой фазы, p_s – давление внутри твердой фазы, K_s, K_f – соответственно объемные модули упругости для материала твердой фазы и для жидкости.

Возмущение создается источником жидкости интенсивности J_f , расположенным внутри канала. Выражение для J_f принято в виде

$$J_f = \rho_f^{\circ} \frac{\partial \phi}{\partial t} I(r, z),$$

где $\phi(t)$ – объем нагнетаемой жидкости, отнесенный к единице объема среды, $I(r, z)$ – индикаторная функция источника.

Выражение для межфазной силы F принято в виде суммы силы присоединенных масс F_m , вызванной инерционным взаимодействием фаз, и силы вязкого трения F_v [11]:

$$F = F_m + F_v, \quad F_m = 0.5 \eta_m \alpha_f \alpha_s \rho_f^{\circ} \left(\frac{d_f v_f}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right). \quad (1.2)$$

В случае насыщения порового пространства неньютоновской степенной жидкостью с реологическим уравнением $\tau = K_v \gamma^v$ (где τ – сдвиговое напряжение, γ – скорость сдвига), выражение для силы вязкого трения F_v примем в виде:

$$F_v = \eta_v \alpha_f \alpha_s K_v a_*^{-(1+v)} (v_f - v_s)^v. \quad (1.3)$$

Здесь a_* – характерный размер пор или зерен; η_m, η_v – безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, зависящие от структуры среды. Такая зависимость следует из решения задачи о стационарном течении степенной неньютоновской жидкости в плоской щели или цилиндрической трубе. В этом случае имеет место соотношение между средней по сечению скоростью \bar{v} и градиентом давления

$$-\frac{dp}{dz} = K_v \eta_v a_*^{-(1+v)} \bar{v}^v,$$

где для плоской щели $2a_*$ – ширина, $\eta_v = \left(2 + \frac{1}{v} \right)^v$, а для цилиндрической трубы

а. – радиус, $\eta_v = \left(3 + \frac{1}{v}\right)^v$. K_v для случая ньютоновской жидкости ($v = 1$) равен ее динамической вязкости μ_f .

Результаты расчетов. Двумерное движение пористой среды и жидкости рассчитывалось по схеме Лакса-Вендроффа [14], [15]. Рассчитывалось распространение возмущения от источника, расположенного внутри канала. Проведено сравнение скорости распространения, затухания волн в канале, а также глубины проникновения возмущений в окружающую пористую среду со случаем ньютоновской жидкости. В качестве иллюстрации на рис. 1 показаны изменение давления в нескольких точках на границе полости, а также изменение давления вдоль радиальной координаты для нескольких моментов времени.

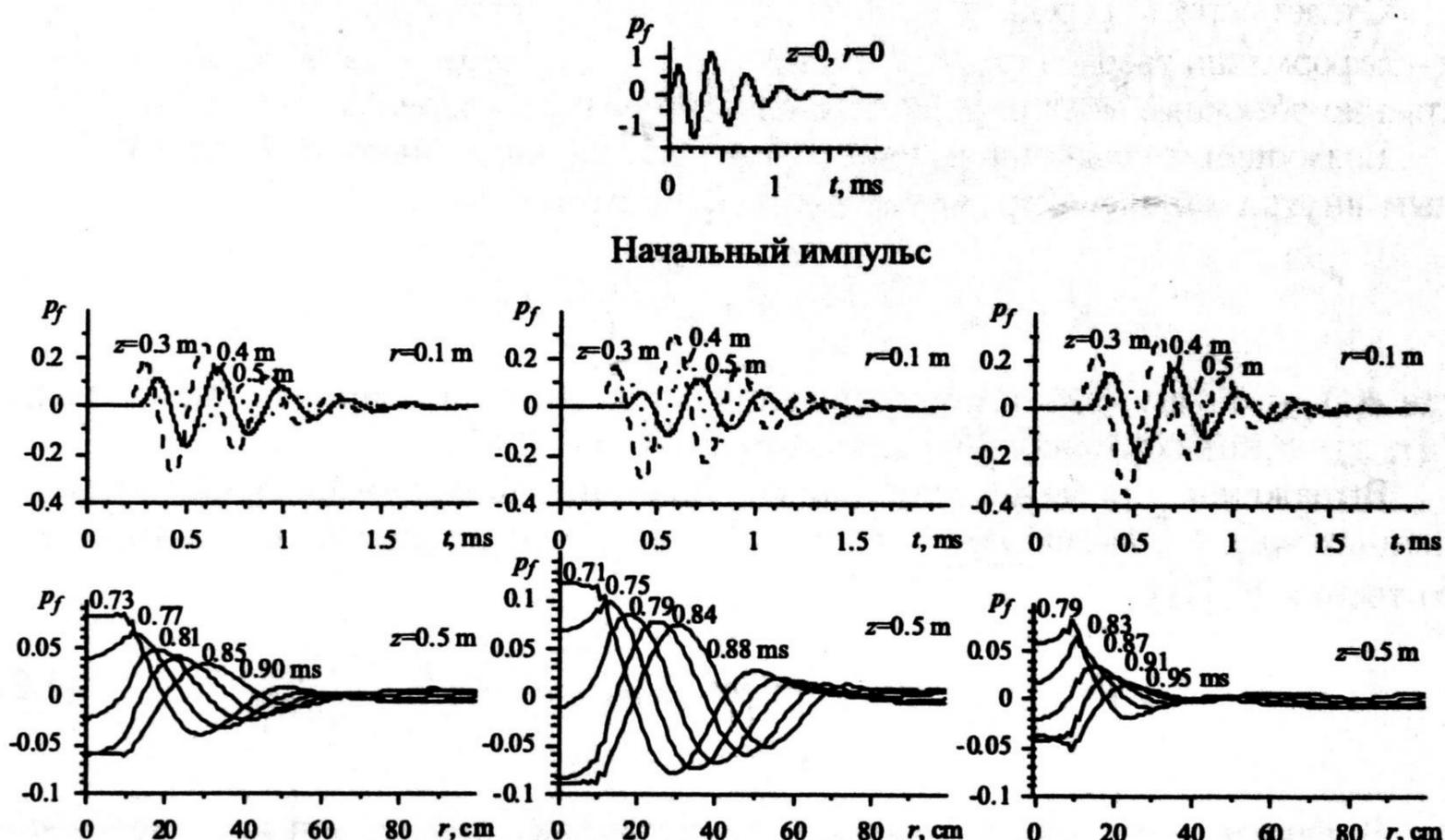


Рис. 1. Изменение давления в жидкости на границе полости ($r = 0.1$ м) при $z = 0.3, 0.4, 0.5$ м, а также распределение давления внутри полости и в окружающем пористом пространстве при $z = 0.5$ м для нескольких моментов времени. Пористая среда — кварцевый песок, пористость — 0.33, характерный размер зерен — 0.1 мм, радиус полости — 0.1 м, жидкость — ньютоновская (вода, $v = 1$, слева), псевдопластическая ($v = 0.33$, в центре), дилатантная ($v = 1.3$, справа). Начальный импульс основной частоты 3 кГц показан сверху

В данных расчетах различаются лишь показатели степени v для неньютоновской ($v=0.33$ и $v=1.3$) и ньютоновской жидкости ($v=1$). Возмущения в среде создавались источником жидкости внутри канала, занимающим область в виде диска ($r \leq r_w, z=0$). Из верхних рисунков видно, что в случае степенной неньютоновской жидкости скорость распространения волн вдоль полости остается такой же, как и для ньютоновской жидкости. Сравнение нижних рисунков показывает, что в случае насыщения полости и окружающего пространства псевдопластической жидкостью наблюдаются меньшее затухание и большая глубина проникновения возмущений, чем для дилатантной жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уайт Дж. Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн, М.: Недра, 1986. 261 с.
2. Chao, G., Smeulders, D.M.J., Dongen, M.E.H., van. Shock-induced borehole waves in porous formations: Theory and experiments // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 116(2). P. 693-702.
3. Hassan, W., Nagy, P. On the low-frequency oscillation of a fluid layer between two elastic plates // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 102(6). P. 3343-3348.
4. Hsu, C.J., Kostek, S., Johnson, D.L. Tube waves and mandrel modes: Experiment and theory // J. Acoust. Soc. Am. 1997 V. 102(6). P. 3277-3289.
5. Liu, H.-L. Borehole modes in a cylindrical fluid-saturated permeable medium // J. Acoust. Soc. Am. 1988. V. 84(1). P. 424-431.
6. Norris, A.N. Stoneley-wave attenuation and dispersion in permeable formations // Geophysics. 1989. V. 54. № 3. P. 330-341.
7. Norris, A.N. The speed of a tube wave // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 87(1). P. 414-417.
8. Paillet, F.L., White, J.E. Acoustic modes of propagation in the borehole and their relationship to rock properties // Geophysics. 1982. V. 47. № 8. P. 1215-1228.
9. Tang X.M., Cheng, C.H., Toksöz M.N. Dynamic permeability and borehole Stoneley waves: A simplified Biot-Rosenbaum model // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 90(3). P. 1632-1646.
10. Winkler, K.W., Liu, H.-L., Johnson, D.L. Permeability and borehole Stoneley waves: Comparison between experiment and theory // Geophysics. 1989. V. 54. № 1. P. 66-75.
11. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
12. Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю. Распространение волн вдоль границы насыщенной пористой среды и жидкости // Акустический журнал. 2006. Т. 52. № 2. С. 201-211.
13. Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю. Волны на поверхности раздела насыщенной пористой среды и жидкости // Доклады Академии наук. 2006. Т. 409. № 3.
14. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
15. Губайдуллин А.А., Дудко Д.Н., Урманчеев С.Ф. Воздействие воздушных ударных волн на преграды, покрытые пористым слоем // Вычислительные технологии. 2001. Т. 6. № 3. С. 7-20.