$\{V_m \cap \{x_1\}\times\ldots\times X_i \times\ldots\times\{x_n\}\}_{m=1}^{\infty}$ — дискретное семейство открытых множеств в $\{x_1\}\times\ldots\times X_i\times\ldots\times\{x_n\}$, и $W_m \cap E' \neq \varnothing$, $m\in N$. Теорема доказана.

Для полноты изложения отметим.

Предложение 2. Пусть X_i — тихоновские пространства, $1\leq i\leq n$. Тогда

а) $C^r(X_1\times\ldots\times X_n)$ — бочечно тогда и только тогда, когда $C^r(X_1\times\ldots\times X_n)$ монотонно выпукло бэровское,

б) $C^r(X_1\times\ldots\times X_n)$ — бэровское тогда и только тогда, когда W — бочечно.

Доказательство. Это следует из [3], где равенства доказаны для $C_p(X)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архангельский А. В. Топологические пространства функций. М.: Мир, 1986, 223 с.
2. Энгелькинг Р. В. Общая топология (перевод с английского). М.: Мир, 1986, 752 с.
3. Пыткеев Е. Г. Свойства Бэра пространств непрерывных функций. Мат. заметки, 1985. Т. 38. № 5. С. 726-740.
4. Arens, R. Lugundji, J. Topologies for function spaces - Pacifics J. Math., 1951. V. 1. P. 5-31.
5. Шефер Х. Топологические векторные пространства. М; 1971, 352 с.
6. Хохлов А. Г. К теории пространств раздельно-непрерывных функций. Вестник ТГУ. 1998. № 2. С. 18-22.
7. Khaleelulla S. M. Counterexamples in Topological vector spaces. Lect.Notes in Mat. Springer, 1982. V. 936.
8. Nachbin L. Topological vector spaces of continuous functions. Proc. Nat. Acad. Sci., USA, 1954. V. 40. P. 471-474.
9. Schiroto T. A locally convex vector spaces of continuous functions. Pros. Japan. Acad., 1954. V. 30. № 4. P. 294-298.

Владислав Олегович БЫТЕВ —
профессор кафедры математического моделирования Института математики и компьютерных наук,
доктор физико-математических наук

УДК 531

О ПАРАДОКСЕ Д` АЛАМБЕРА

АННОТАЦИЯ. Устранение парадокса Д' Аламбера.

The D' Alambers paradox is eliminated.

В работах [1-4] была решена задача групповой классификации моделей простого, неполярного и нетеплопроводного чисто механического континуума. В качестве следствия были получены линейные структуры тензора вязких напряжений, которые позволяют ввести правильное расширение таких известных моделей, как жидкость Эйлера-Стокса с тензором напряжений

$$T = -pI, \tag{1}$$

здесь p — гидростатическое давление, I — единичный тензор; и жидкость Новье-Стокса с тензором напряжений

$$T = -pI + 2\mu D \tag{2}$$

здесь μ — кинематическая вязкость,

$$D_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{dU_i}{dx_j}+\frac{dU_j}{dx_i}\right),\quad (\forall i,j). \tag{3}$$

Рассмотрим плоские течения. Тогда жидкость Эйлера-Стокса назовем жидкостью (0,0), а Навье-Стокса — (1,0) жидкостью. Их обобщениями являются соответственно жидкость (0,1) с тензором T, вида [3]:

$$T=-pI+2\begin{pmatrix}0 & \mu_0\\ -\mu_0 & 0\end{pmatrix}D; \tag{4}$$

и жидкость (1,1) с тензором напряжений T, вида [3]

$$T=-pI+2\begin{pmatrix}\mu & \mu_0\\ -\mu_0 & \mu\end{pmatrix}D \tag{5}$$

Для жидкости (0,1) рассмотрим задачу о стационарном движении прямого кругового цилиндра в неограниченной жидкости.

Как обычно (см., например, [5]), возьмем плоскость OXY, перпендикулярную к образующим цилиндра, поместим начало координат в центр круга C, по которому плоскость пересекает цилиндр. Через a обозначим радиус круга C. Возникающее движение будем предполагать безвихревым. Пусть цилиндр совершает поступательное движение со скоростью, проекции которой на оси OX и OY равны соответственно U и V.

В этом случае мнимая часть комплексного потенциала

$$W=\varphi+i\psi,$$

являющегося аналитической функцией от $z=x\pm iy$, удовлетворяет на круге C условию [5].

$$\psi=U_y-V_x+const$$

Проекции U и V вектора скорости движения жидкости на оси OX и OY являются однозначными функциями от x и y и стремятся к нулю на бесконечности.

Ввиду этого комплексная скорость

$$\overline{V}\equiv\frac{dw}{dz}=U-iV$$

является однозначной аналитической функцией вне круга C и обращается в нуль на бесконечности. Раскладывая $\overline{V}$ в ряд Лорана и вычисляя коэффициенты его, находим

$$\begin{gathered}W=\frac{\mu_0}{2\pi i}\ln z-(U+iV)\frac{a^2}{z},\\ \varphi=\frac{\mu_0}{2\pi}\theta-(U\cos\theta+V\sin\theta)\frac{a^2}{r}\\ \psi=-\frac{\mu_0}{2\pi}\ln r+(U\sin\theta-V\cos\theta)\frac{a^2}{r},\end{gathered} \tag{6}$$

(θ — полярный угол).

Из (6) находим решение задачи об обтекании неподвижного кругового цилиндра безвихревым потоком жидкости, имеющим на бесконечности заданную скорость

$$V_\infty=U+iV. \tag{7}$$

Именно,

$$W=(U-iV)z+(U+iV)\frac{a^2}{z}+\frac{\mu_0}{2\pi i}\ln z \tag{8}$$

или в другой записи с учетом (7)

$$W=\overline{V_\infty}z+\frac{a^2V_\infty}{z}+\frac{\mu_0}{2\pi i}\ln z \tag{9}$$

Теперь проверим, что выполняется теорема Блазиуса-Чаплыгина [5].

Если течение безвихревое, то как для жидкости (0,0), так и для жидкости (0,1) выполняется равенство (интеграл Бернулли)

$$p=c_0-\frac{1}{2}\rho\left|\vec{V}\right|^2 \tag{10}$$

Очевидно, что

$$Cos\left(\hat{nx}\right)=Sin\theta \quad Cos\left(\hat{ny}\right)=-Cos\theta \tag{11}$$

Здесь θ — угол между направлением касательной к контуру и положительным направлением оси OX.

Запишем тензор напряжений T (4) более подробно:

$$T=-pI+2\begin{pmatrix}\theta & \mu_0\\ -\mu_0 & \theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}U_x, & \frac{1}{2}(U_y+V_x)\\ \frac{1}{2}(U_y+V_x), & V_y\end{pmatrix} \tag{12}$$

Ввиду представления (12) проекции на OX и OY главного вектора R сил гидродинамических воздействий примут вид:

$$\begin{aligned} X&=\oint_c\left\{\left[-p+\mu_0(U_y+V_x)\right]Cos\left(\hat{nx}\right)+2\mu_0V_yCos\left(\hat{ny}\right)\right\}ds\\ Y&=-\oint_c\left\{\left[p+\mu_0(U_y+V_x)\right]Cos\left(\hat{ny}\right)+2\mu_0U_xCos\left(\hat{nx}\right)\right\}ds \end{aligned} \tag{13}$$

Зеркальное отражение главного вектора R относительно действительной оси дает

$$\begin{aligned} &\overline{R}=X-iY=\\ &-\oint_c p\left[Cos\left(\hat{nx}\right)-iCos\left(\hat{ny}\right)\right]ds+\\ &+\oint_c \mu_0(U_y+V_x)\left[Cos\left(\hat{nx}\right)+iCos\left(\hat{ny}\right)\right]ds+\\ &+\oint_c 2\mu_0V_y\left[Cos\left(\hat{ny}\right)-iCos\left(\hat{nx}\right)\right]ds \end{aligned} \tag{14}$$

Первый интеграл в правой части (14) равен в силу (11)

$$-\oint_c p\left[Cos\left(\widehat{nx}\right)-iCos\left(\widehat{ny}\right)\right]ds=-i\oint_c pe^{-\theta i}ds \qquad (15)$$

Преобразуем второй и третий интегралы

$$\oint_c 2\mu_0 V_y\left(-Cos\theta-iSin\theta\right)ds=$$

$$=-i\oint_c 2\mu_0 V_y\left(Sin\theta-iCos\theta\right)ds.$$

Поэтому их сумма примет вид

$$\oint_c i\mu_0\left[\frac{d}{dx}(U-iV)-i\frac{d}{dy}(U-iV)\right](Sin\theta-iCos\theta)ds$$

Следовательно,

$$\overline{R}=-i\oint_c pe^{-\theta i}ds+i\mu_0\oint_c\left[\frac{d}{dx}(U-iV)-i\frac{d}{dy}(U-iV)\right](Sin\theta-iCos\theta)ds,$$

но

$$Sin\theta-iCos\theta=-i(Cos\theta+iSin\theta)=-ie^{\theta i},$$

поэтому

$$\overline{R}=-i\oint_c pe^{-\theta i}ds+\mu_0\oint_c\left[\frac{d}{dx}(U-iV)-i\frac{d}{dy}(U-iV)\right]e^{\theta i}ds$$

Учитывая представление для комплексной скорости

$$\frac{dw}{dz}\equiv\overline{V}=U-iV,$$

а также то, что

$$e^{i\theta}ds=ds(Cos\theta+iSin\theta)=dx+idy=dz$$

$$e^{-i\theta}ds=ds(Cos\theta-iSin\theta)=dx-idy=d\overline{z},$$

а давление p удовлетворяет (10), получаем

$$\overline{R}=2\mu_0\oint_c d\overline{V}-ic_0\oint_c d\overline{z}+\frac{ip}{2}\oint_c\left|\overline{V}\right|^2 d\overline{z}$$

Далее, поскольку по предположению компоненты скорости U и V — однозначные функции на контуре c, получаем классическую формулу Блазиуса-Чаплыгина

$$\overline{R}=i\frac{\rho}{2}\oint_c\left|\vec{V}\right|^2 d\overline{z}.$$

Но, как известно, $V^2 d\overline{z}=\overline{V}^2 dz,$
поэтому

$$\overline{R}=X-iY=\frac{1}{2}ip\oint_c\left(\frac{dw}{dz}\right)^2 dz \qquad (16)$$

Тем самым в рамках жидкости (0,1) сохраняются все результаты по обтеканию тел безвихревым потоком, полученные для жидкости Эйлера-Стокса.

Во всех формулах, полученных предшествующими исследователями, нужно заменить Г на μ_0.

Посмотрим, к чему приведет требование $\mu_0 = 0$, тогда мы имеем случай жидкости (0,0), которая описывает только сдвиговые течения [3]:

$$U = c_1 y,\ V = c_2 x$$

Из уравнения движения $(\rho \equiv 1)$

$$UU_x + VU_y + p_x = 0$$

$$UV_x + VU_y + p_y = 0$$

следует, что,

$$U = \varphi_x = c_1 y;\ V = \varphi_y = c_2 x,$$

а так как

$$\varphi_{xy} = \varphi_{yx},$$

то

$$c_1 = c_2 = c.$$

Далее,

$$p = c^2\left(x^2 + y^2\right) + p_0;$$

$$-\psi_x = \varphi_y,\ \psi_y = \varphi_x, \text{ поэтому}$$

$$\psi = \frac{1}{2}c\left(x^2 + y^2\right).$$

Следовательно,

$$w = \varphi + i\psi = \frac{1}{2}cr^2 Sin2\theta - \frac{i}{2}cr^2 Sin2\theta =$$

$$= -\frac{i}{2}cr^2 e^{2i\theta} = -i\frac{c}{2}z^2$$

не удовлетворяет условию убывания на бесконечности.

Поэтому единственная возможность удовлетворить всем условиям при $\mu = \mu_0 = 0$ — положить

$$c \equiv 0.$$

Это означает, что мы имеем состояние покоя

$$U = V = 0, p = p_0.$$

и, естественно

$$X = Y = 0$$

Тем самым известный парадокс Д'Аламбера благополучно устранен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бытев В. О. Об определяющих уравнениях чисто механического континуума // Препринт ИФ СО АН СССР. Красноярск. 1978. 22 с.

2. Бытев В. О. О структуре тензора чисто механического континуума // ДСС. Новосибирск. 1978. Вып. 37. С. 40-49.

3. Bytev V. O. Building of Mathematical Models of continuum meclia on the basis of invariance principle / Acta Applicandae Mathematical, 16: 117-142, 1989, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

4. Андреев В. К., Бублик В. В., Бытев В. О. Симметрии неклассических моделей гидродинамики. Новосибирск: Наука, 2003. 350 с.
5. Лойцанский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.

Александр Дмитриевич БЕКМАН — аспирант кафедры математического моделирования Института математики и компьютерных наук

Владимир Николаевич КУТРУНОВ — зав. кафедрой математического моделирования Института математики и компьютерных наук, доктор физико-математических наук, профессор

УДК 519.245

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИМИТАЦИИ ОТЖИГА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ МАЛОЙ ИЗУЧЕННОСТИ МЕСТОРОЖДЕНИЯ

АННОТАЦИЯ. При малой изученности исследуемых геологических объектов для построения геологических моделей предлагается отказаться от использования вариограмм как варианта представления априорной информации. Альтернативный подход опирается на модель Изинга, априорную информацию в виде двумерных карт и представления геолога о форме и характерном пространственном расположении геологических тел.

The approach to litho-facial simulation without the use of traditional variograms is considered for the cases of well-data lack. The approach is based on Ising model, 2D trends and the expert vision of faces shapes and spatial orientation.

The use of Simulated Annealing algorithm for geological modeling in case of the lack of well data is considered. The new prior data types are supposed for the case, when well data are insufficient for obtaining traditional statistics.

Трехмерные модели нефтегазоносных объектов в настоящее время являются наиболее важной основой для принятия решений относительно стратегии разработки нефтяных и газовых месторождений. От качества используемых моделей на практике зависит точность оценки запасов месторождений углеводородов и эффективность их извлечения. В связи с этим адекватность геологических моделей реальным объектам имеет огромное значение. Современные методы исследования предоставляют достаточно полную информацию о форме и пространственном положении моделируемых объектов (геологических пластов). В то же время имеется очень мало достоверных данных относительно внутреннего строения объектов. Фактически их свойства известны только вдоль траекторий пробуренных скважин. Поэтому, чтобы определить строение моделей в пространстве между скважинами, приходится использовать в процессе моделирования различные априорные представления и гипотезы об истории формирования и современном строении исследуемого объекта. Среди численных методов, используемых в настоящее время для геологического моделирования, метод имитации отжига позволяет наиболее гибко использовать различную априорную информацию. Однако, несмотря на гибкость метода, в большинстве современных публи-