

Алексей Викторович ГАТОСОВ — доцент
кафедры математического моделирования,
кандидат физико-математических наук

УДК 621.648

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ШЕРОХОВАТЫХ ТРУБАХ

АННОТАЦИЯ. Изучаются особенности распространения ударной волны по трубе с шероховатыми стенками. Исследовано влияние сопротивления и теплообмена на характер волнового движения. Анализируется ударное воздействие газа при разрушении участка магистрали высокого давления.

The spreading special of shock wave in rough pipe is considered. The influence of resistance and heat conduction is moved.

1. Основные уравнения

В качестве основной системы уравнений одномерного нестационарного движения газа по трубе примем [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\zeta \rho}{r} |u|u, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \left(\frac{u^2}{2} + e \right) + up \right) &= -\frac{2\chi(T - T_s)}{r}, \\ p = c^2 \rho, \quad c^2 = \frac{RT}{\mu}; \quad e = c_v T, \quad c_v = \frac{R}{\mu(\gamma - 1)}. \end{aligned}$$

Коэффициент сопротивления ζ будем считать постоянным, не зависящим от числа Рейнольдса потока (закон квадратичного сопротивления). Постоянство коэффициента позволяет провести исследование свойств решения уравнений движения в безразмерной форме, не определяя конкретные линейные размеры трубки, а также само число Рейнольдса потока. В переменных:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = \frac{c_0 t}{L}, \quad \bar{u} = \frac{u}{c_0}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{c_0^2}{p_0} \rho, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0} = \frac{c^2}{c_0^2},$$

уравнения движения примут вид (черта опущена):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \lambda \rho |u|u, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\gamma - 1}{2} \rho u^2 + p \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \left(\frac{\gamma - 1}{2} \rho u^2 + \gamma p \right) \right) &= -k(T - T_s) \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\lambda = \frac{L}{r} \zeta, \quad k = \frac{L}{r} \frac{2(\gamma - 1)\chi T_0}{p_0 c_0}.$$

Постановка задачи. Найти решение уравнений (1)
 $x \in [0, 1]; \lambda, k = \text{const};$

при начальных

$$p(x, 0) = a, \quad u(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = T_1 = \frac{273}{293} \quad (00 \text{ C});$$

и граничных условиях

$$p(0, t) = b, \quad u(1, t) = 0, \quad T(0, t) = T_1 \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}};$$

до момента прихода волны к правой границе.

В расчетах полагалось:

$$a = 50; \quad b = 70; \quad \lambda = 0, 10; \quad k = 0, 500.$$

2. Распространение волны по трубе

Влияние теплообмена. На рис. 1 представлен процесс распространения ударной волны по трубе с коэффициентом теплообмена $k = 500$ (сопротивление отсутствует $\lambda = 0$). Интенсивность возникшей ударной волны непрерывно уменьшается ввиду потери части энергии из-за отвода тепла. Принудительное поддержание постоянного давления на левой границе требует роста со временем плотности потока вещества. Профили давления и плотности потока имеют монотонный характер в отличие от поля температуры. Температура втекающего газа постоянна и убывает вдоль трубы до минимального значения с одинаковым наклоном для всех моментов времени; затем вновь возрастает при приближении к ударному скачку. Увеличение коэффициента теплоотдачи приводит к еще более сильному искривлению профилей полей всех величин.

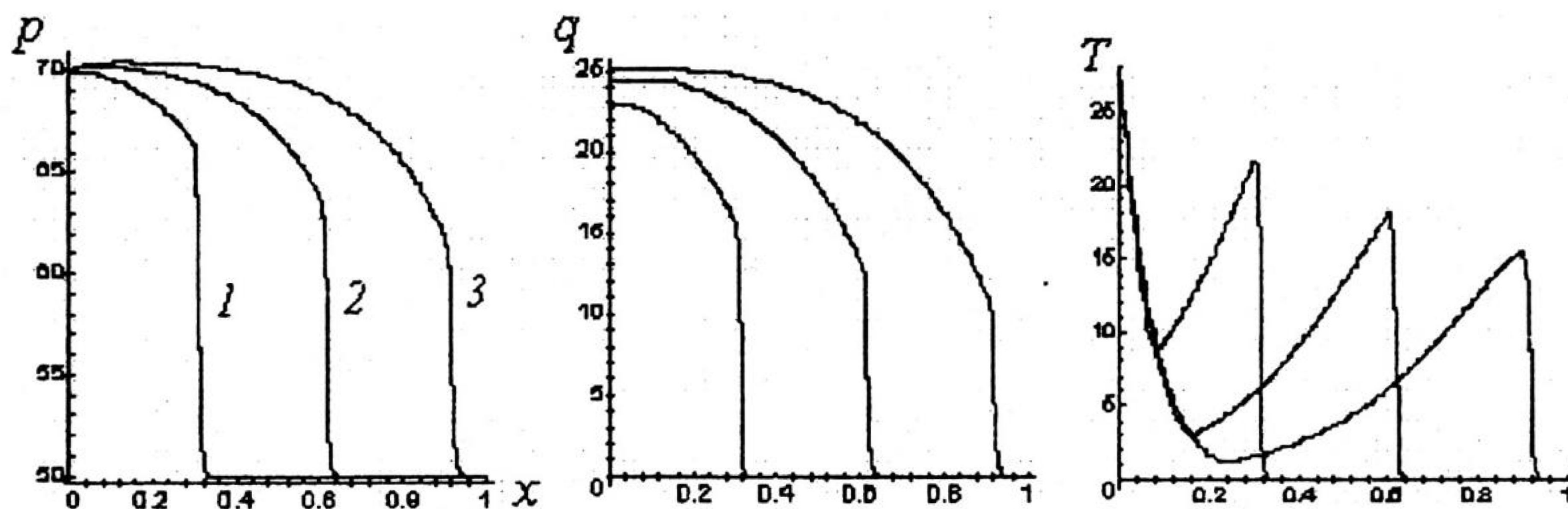


Рис. 1. Распространение ударной волны по трубе без сопротивления с теплообменом; поля давления, плотности потока вещества и температуры ($^{\circ}\text{C}$) в моменты времени $t = 0.24, 0.48, 0.72$

Влияние сопротивления. Определим влияние сопротивления потоку на характер распространения ударной волны. Движение газа происходит адиабатически ($k = 0$). На рис. 2 приведены профили давления, удельного расхода и температуры потока для моментов времени $t = 0.24; 0.48; 0.72$. В отличие от предыдущего случая плотность потока вещества на левой границе непрерывно уменьшается с течением времени. Противоположный характер имеет и поле температуры с ярко выраженным максимумом вблизи контактного разрыва.

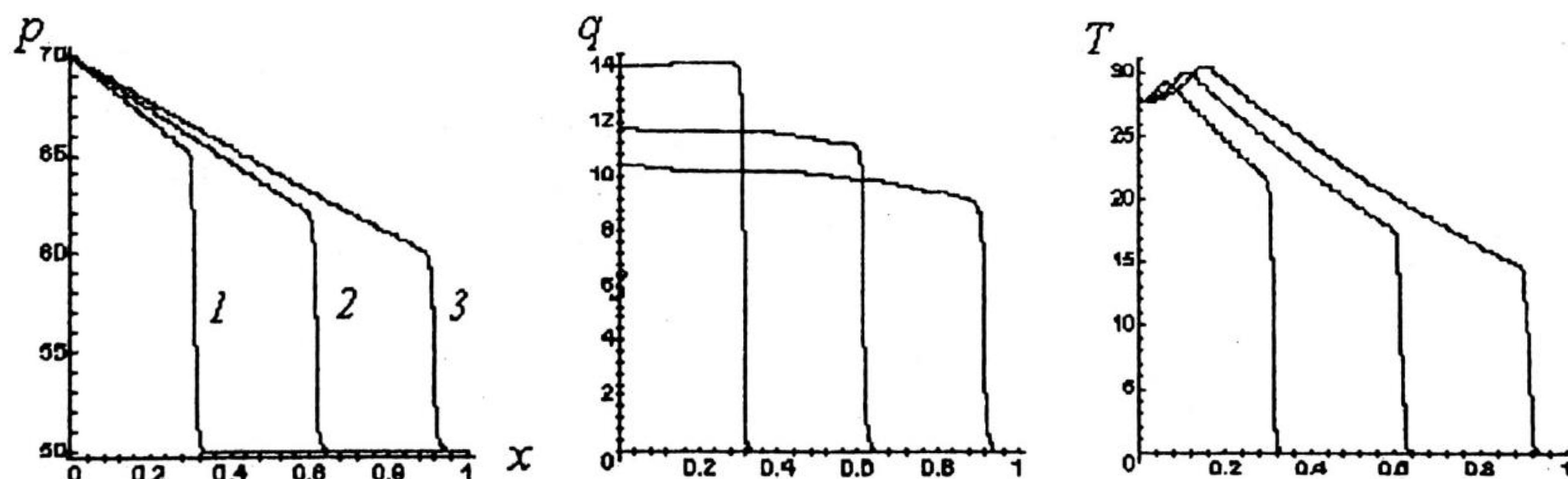


Рис. 2. Распространение ударной волны по трубе с сопротивлением без теплообмена

Гидравлический удар. В данном примере для наглядности использованы размерные «коммерческие» переменные. Первоначальное течение газа является установившимся: расход — $Q = 200$ млн $\text{м}^3/\text{сут.}$; давление на правой границе — $p = 50$ атм; температура втекающего газа — $T = 0^\circ\text{C}$; диаметр трубы — $D = 1500$ мм. В момент $t = 0$ поток полностью перекрывается на правой границе. На рис. 3 представлена динамика изменения давления на заслонку.

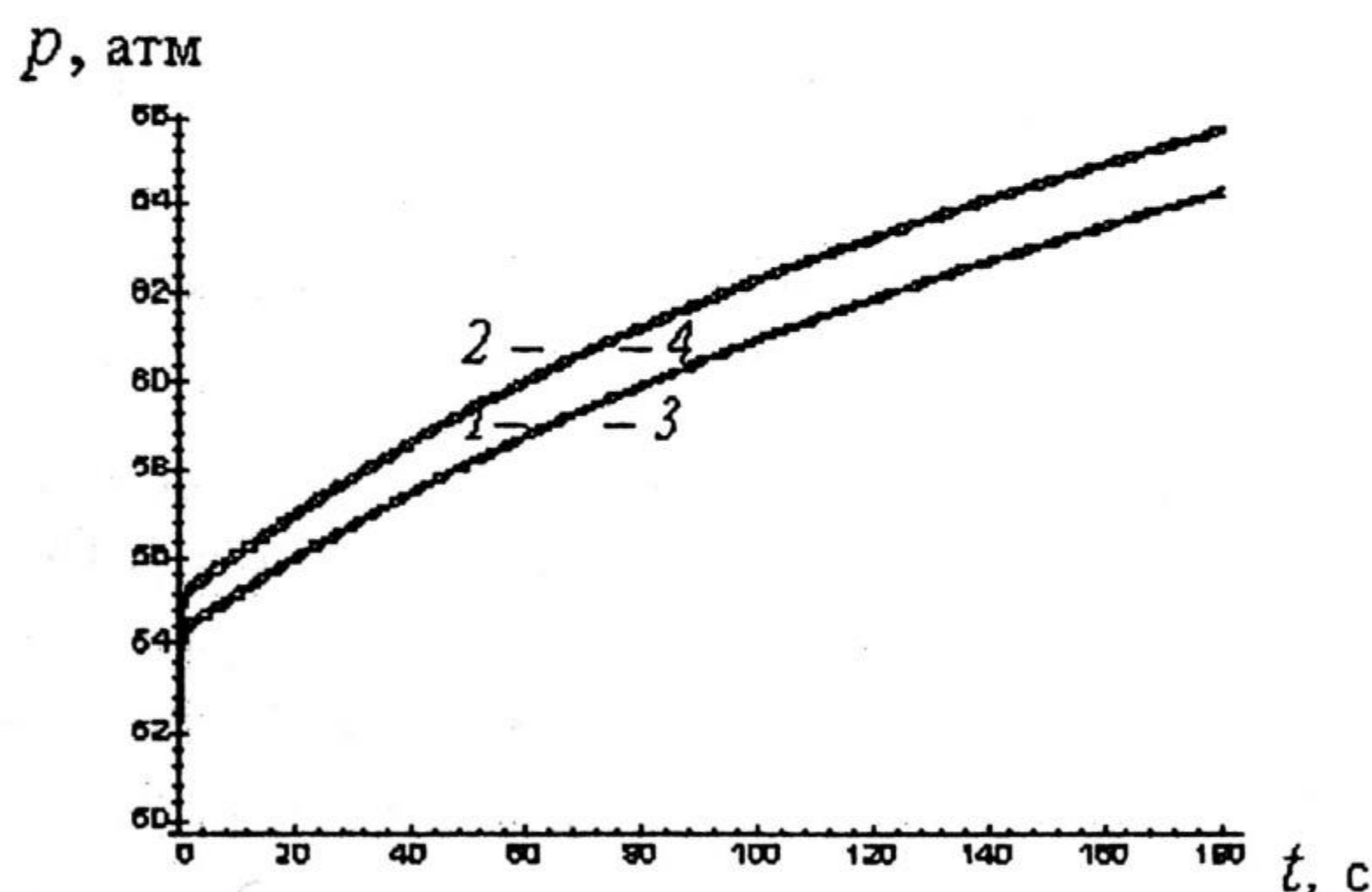


Рис. 3. Динамика изменения давления на заслонку: 1 — расчет по модели с ударными волнами; 2 — расчет по модели с ударными волнами в изотермическом приближении; 3 — расчет по модели Чарного; 4 — расчет по модели Чарного в изотермическом приближении

3. Разрушение участка трубы со сжатым газом

Рассматривается задача об истечении сжатого газа в атмосферу. Пусть в некоторый момент времени происходит разрушение участка трубы, внутри которой находится сжатый газ. Учитывая симметрию течения, перейдем к цилиндрическим координатам, направив ось z вдоль оси трубы. Движение газа симметрично относительно плоскости $z = l$, проходящей через центр разрушенного участка. Данную плоскость можно рассматривать как твердую стенку и ограничить ею расчетную область. При такой постановке задачи, помимо диаметра трубы, появляется второй характерный параметр длины — расстояние от среза трубы до стенки. При соизмеримых значениях этих двух параметров возникают необычные формы движения газа. На рис. 4 представлена динамика течения в виде расчетных полей давления в последовательные моменты времени $\tau = 3.5, 12, \infty$. Данному расчету соответствуют $p_*/p_0 = 100$, $l/D = 4$. Здесь p_* — первоначальное давление в трубе; p_0 — атмосферное давление; $2l$ — протяженность разрушенного участка; D — диаметр трубы; $\tau = t/t_g$ — безразмерное время, $t_g = D/a_0$, a_0 — адиабатическая скорость в невозмущенной атмосфере.

Движение газа ограничено фронтом ударной волны, который на момент времени $\tau = 3.5$ виден в пределах границы расчетной области. Сжатый газ на участке разрушения расширяется радиально, вследствие чего справа от трубы первоначально возникает область пониженного давления. Одновременно начинается истечение газа из трубы, в результате которого формируется волна сжатия с передним ударным скачком. Этот скачок распространяется по области пониженного давления, сокращая ее размеры. Далее скачок уплотнения отражается от твердой стенки и уходит в обратном направлении на бесконечность. В силу неоднородности движения газа формируется типичная структура поверхностей разрывов — ударная волна, идущая навстречу потоку, висячий скачок [3]. В момент $\tau = 12$ наблюдаем тройную конфигурацию ударных волн — бочку Маха. Вблизи стенки у оси симметрии теперь область сжатого заторможенного газа. Из этой области газ выходит, расширяясь в радиальном направлении, и вновь встречается с ударной волной ($r/D \approx 6$). В указанный момент выделяется еще одно сгущение изоли-

ний давления сферической формы. Это движущийся влево отраженный скачок уплотнения, отмеченный выше. Окончательно, при больших временах, картина в целом сохраняет основную структуру струйного истечения. Движение газа вдоль линий $r = 0$ и $z = l$ имеет общие закономерности.

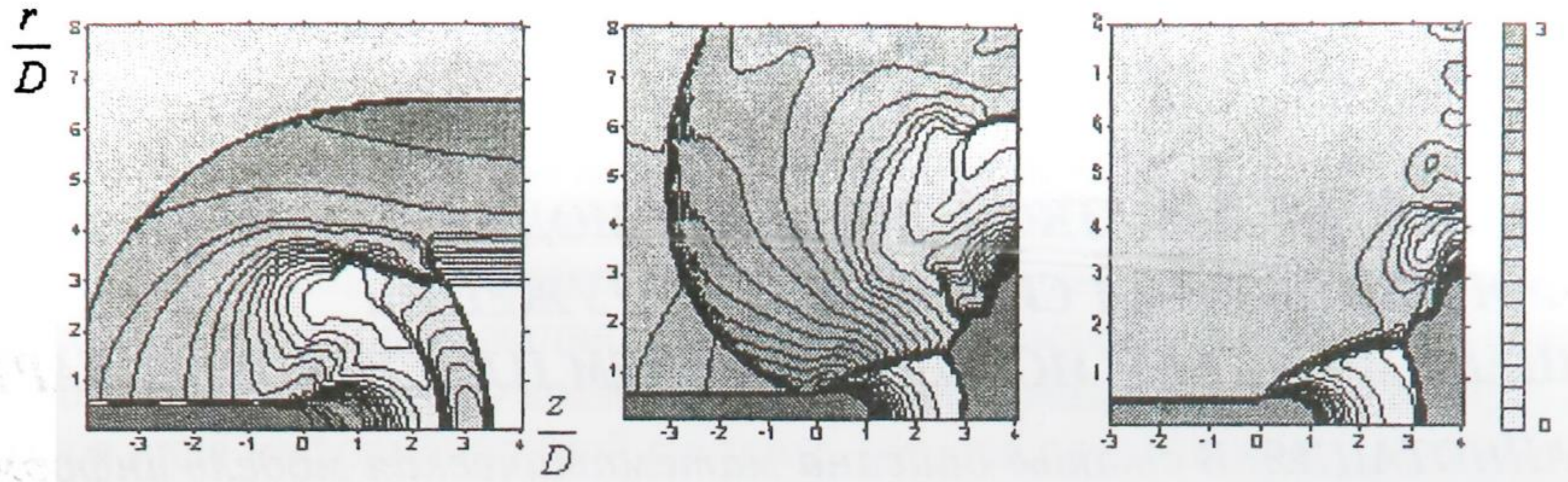


Рис. 4. Разрушение участка трубы; поля давления газа в моменты времени $\tau = 3.5, 12, \infty$

Выводы. В результате проведенного исследования распространения ударных волн в шероховатых трубах определена характерная протяженность зоны затухания ударной волны. Установлено влияние сопротивления и теплообмена на форму профиля нестационарной волны сжатия. Показано, что динамика роста давления при гидравлическом ударе удовлетворительно описывается по упрощенной модели движения газа — изотермическое приближение без динамического давления.

При разрушении участка трубы со сжатым газом наблюдаются характерные особенности струйного истечения. Движение газа вдоль оси и плоскости симметрий имеет общие закономерности. В случае малой длины разрушаемого участка формируется сложная структура цилиндрических поверхностей разрывов, напоминающих последовательность бочек Маха.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975.
2. Сухарев М. Г., Ставровский Е. Р. Расчеты систем транспорта газа с помощью вычислительных машин. М.: Недра, 1971.
3. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977.